

DOI: 10.11779/CJGE201401010

无挡板悬臂式抗滑桩桩间土体稳定性上限分析

张永兴^{1, 2}, 王明珉¹, 刘杰¹, 王桂林^{1, 2}

(1. 重庆大学土木工程学院, 重庆 400045; 2. 重庆大学山地城镇建设与新技术教育部重点实验室, 重庆 400030)

摘要: 桩间土体的稳定性是无挡板悬臂式抗滑桩设计时需要考虑的问题。通过总结模型试验现象, 建立悬臂式抗滑桩桩间土体失稳空间滑动面模型。利用极限分析上限法获得已知桩间净距时桩间土体临空面极限高度。结合土体强度折减法推导出桩间土体稳定性系数计算方法。通过以上两种方法可以估计桩间土体失稳范围和土体滑塌量。将计算得到桩间土体临空面极限高度和桩间土体稳定性系数与试验结果进行对比, 验证计算方法的正确性。采用单一变量法分析了桩间土体临空面高度 h 、临空面宽度 w 、土体内摩擦角 φ 、土体黏聚力 c 对桩间土体稳定性的影响。

关键词: 抗滑桩; 桩间土; 稳定性; 上限法; 滑动面

中图分类号: TU473

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2014)01-0118-08

作者简介: 张永兴(1961—2013), 男, 江苏南通人, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事地下工程、边坡工程防灾减灾方面的研究。E-mail: cqyxzhang@163.com。

Upper bound limit analysis of stability of soils between unbaffled cantilever anti-slide piles

ZHANG Yong-xing^{1, 2}, WANG Ming-min¹, LIU Jie¹, WANG Gui-lin^{1, 2}

(1. School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China; 2. Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area (Chongqing University), Ministry of Education, Chongqing 400045, China)

Abstract: The stability of the soils between unbaffled cantilever anti-slide piles should be considered during design. Based on model test results, a three-dimensional sliding surface model for the soils between cantilever anti-slide piles is established. The upper bound limit analysis method is used to obtain the maximum height of free face of the soils. The strength reduction method is combined with the upper bound limit analysis method to calculate the stability coefficient of the soils between piles. Both methods can be used to estimate the instability area and the volume of slumped soils. The maximum height of free face of the soils and the stability coefficient of the soils between piles calculated by the proposed method are compared with the experimental results, and the correctness of the proposed method is verified. Using the single variable method, the effects of the free face height h , free face width w , internal friction angle φ and cohesion c on the stability of the soils between piles are analyzed.

Key words: anti-slide pile; soil between piles; stability; upper bound method; sliding surface

0 引言

悬臂式抗滑桩因其侧向抗力大、对周边地质体扰动小、施工便捷、支挡效果好, 在岩土工程领域得到广泛应用^[1]。根据两根抗滑桩之间是否设置挡土板, 可以将悬臂式抗滑桩分为无挡板悬臂式抗滑桩和有挡板悬臂式抗滑桩两大类。对于无挡板悬臂式抗滑桩, 确保两桩之间岩土体的稳定性, 避免发生桩间土体垮塌是设计时必须考虑的问题, 所以有必要深入研究桩间岩土体的失稳破坏模式和稳定性判断方法。悬臂式抗滑桩桩间土体的稳定性分析无论从边界条件还是从受力模式考虑, 都是典型的三维问题, 无法简化得到适当的二维模型, 因此, 必须寻找出切实可行的三维分析方法, 并能够用于工程实践。

目前, 已有学者对悬臂式抗滑桩桩间土体的稳定性开展卓有成效的研究。沈珠江^[2]从计算抗滑桩的抗滑阻力出发, 认为当滑坡推力大于绕流阻力时, 土体将从桩间溢出, 亦即桩间土体失稳。Chen^[3]采用有限差分法软件分析了抗滑桩的桩土相互作用, 并阐述了土拱效应对桩间土体稳定性的影响。董捷等^[4]从应力分析的角度出发, 采用 Drucker-Prager 破坏条件, 推导出悬臂桩预支护坡体桩间土不产生滑塌所允许的最大切方深度 $H_{\max}$ 。杨明等^[5]采用离心模型试验和 PFC 颗粒程序分

基金项目: 教育部长江学者和创新团队发展计划资助项目 (IRT1045); 中央高校基本科研业务费资助项目 (CDJXS12200002); 国家“十二五”科技计划支撑课题 (2012BAJ22B06)
收稿日期: 2013-06-03

析了悬臂式抗滑桩桩间土体的破坏模式。

上限分析法是一种有效解决极限状态问题的方法。Chen^[6]采用该方法研究了二维无支护边坡的极限高度问题。吴世明等^[7]在非线性破坏准则下应用上限分析法研究了土坡稳定问题。郑颖人等^[8]根据广义塑性理论推导了基于非关联流动法则的上限法。Ausilio等^[9]采用上限分析法研究了抗滑桩支护边坡的稳定性及安全系数。Michalowski RL^[10]采用极限分析上限法研究了坡顶局部荷载作用下边坡三维稳定性问题。Skrabl等^[11]、Yang^[12]分别应用极限分析上限定理解决土压力的问题。

根据上限定理, 如果某种假想失稳机构的外力所做的功率超过了内部能量耗损率, 则土体丧失稳定性^[6]。对任一有效的失稳机构, 令外功率等于内功率, 就得到了破坏荷载或极限荷载的上限。采用上限法求解土体极限状态, 首先需要建立符合实际情况和速度相容条件的土体失稳机构。为此, 本文首先分析悬臂式抗滑桩桩间土体失稳试验现象, 建立能够用于上限法计算的空间滑动面模型; 随后根据上限定理推导出桩间土体临空面极限高度计算方法, 并进一步结合土体强度折减法得到桩间土体稳定性系数计算方法, 从而能够有效评估无挡板悬臂式抗滑桩桩间土体稳定性。

1 桩间土体失稳的试验现象

董捷等^[13]通过模型试验研究了悬臂式抗滑桩桩间土体失稳模式。该试验在某处人工边坡场地施作了两根悬臂桩, 并在桩间设置可拆卸的挡板(从上向下共4块)。悬臂桩强度与刚度较大, 在试验过程中被看作刚体。桩横截面为长0.5 m宽0.3 m的矩形, 桩间净距为0.7 m, 桩悬臂段长度为2.2 m。桩后填土为粉细砂, 内摩擦角 $\varphi=28^\circ$, 黏聚力 $c=1.1$ kPa, 天然重度 $\gamma=16$ kN/m³。试验开始时, 桩间安置挡板, 桩后土体上表面水平, 并绘制测量基准网格。随后, 从上向下依次拆除桩间挡板, 观察桩间土体的局部破坏情况。试验发现, 拆除桩间挡板之后, 悬臂桩桩间土体出现了滑塌现象, 破坏情形如图1所示。



图1 悬臂桩间土体失稳试验现象

Fig. 1 Instability phenomenon of soils between cantilever piles in tests

分析该试验现象可以得出悬臂桩桩间土体滑塌面的特点包括: ①滑塌面为一空间曲面; ②滑塌面关于桩间对称面对称; ③滑塌曲面与水平面的交线近似呈抛物线; ④滑塌面与桩间竖直面的交线的曲率半径较大, 可以简化为直线。

通过室内模型箱研究悬臂桩桩间土体的失稳破坏模式, 同样观察到桩间土体滑塌面呈现出前述特点(图2)。因此, 根据前述悬臂桩桩间土体滑塌面的4个特点建立悬臂桩桩间土体失稳机构是合理的。

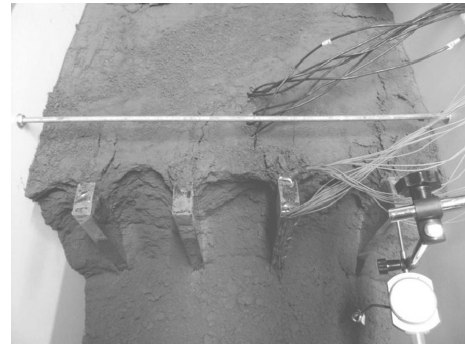


图2 悬臂桩间土体失稳室内模型试验

Fig. 2 Instability phenomenon of soils between cantilever piles in indoor tests

使用上限法分析土质边坡稳定性时, 一般采用两种失稳机构, 一种是土体沿对数螺旋面发生转动的旋转失稳机构; 另一种是土体沿某一平面发生滑动的平移失稳机构。本文采用平移失稳机构研究悬臂桩桩间土体稳定性。

2 桩间土体稳定性计算理论

2.1 计算模型的建立

首先根据土体滑塌面的特点建立滑动面模型。将滑动面两侧的土体看作是刚体, 则对于平移失稳机构, 滑动面以上的刚体将以速度 V 相对于滑动面以下的土体进行刚体平动(图3)。图3所示模型中, 抗滑桩间土体临空面为竖直面, 临空面高度为 h , 临空面宽度为 w 。

滑动面是一个三维曲面, 需要建立数学模型, 本文通过准线和母线来生成滑动面。将准线定义为滑动面与桩后土体顶面的交线, 用抛物线 AE_0B 表示; 母线定义为滑动面与平行于坐标平面 $yo z$ 的竖直面的交线, 采用与竖直面 xoz 夹角为 β 的直线 $E_i G_i$ 表示, 每一根母线与桩后土体顶面的交点(E_i)都在准线 AE_0B 上。母线沿准线平移即可形成三维曲面, 即桩间土体的滑动面。平移速度 V 与各条母线的夹角均为 φ 。需要注意的是桩间对称截面上母线 $E_0 G_0$ 的端点 G_0 位于桩间土体临空面的下边缘。

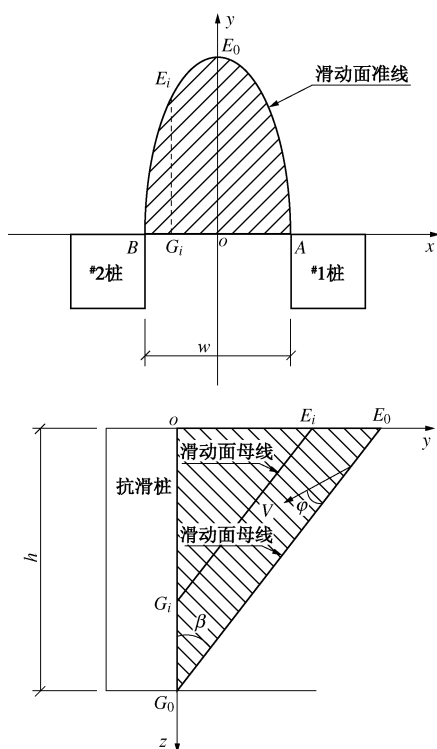


图3 桩间土体平移失稳机构示意图

Fig. 3 Schematic diagram of translational instability mechanism of soils between piles

对于图3所示的平移失稳机构,通过空间三维滑动面直接计算滑动面上方土体重力做功的功率 W 和沿滑动面的能量损耗率 D 是非常困难的。在不考虑土体变形的情况下,为了保证滑动面上各个点都满足流动法则(速度与滑动面之间始终呈一定角),需要对滑动面进行一些近似处理,并使计算过程得到简化。由于将滑动土体看作是一个刚体,其内部各个质点的速度都相等;模型关于平面 yoz 对称,使得刚体的平动速度方向必然平行于坐标平面 yoz ,滑动面的剪胀现象也只能体现在与 yoz 平面平行的方向(因为刚体不会变形,所以沿 x 轴方向不可能出现剪胀现象)。考虑到模型关于平面 yoz 对称,取其一半作为研究对象。

作一组平行于坐标面 yoz 的等间距竖直面将滑动土体分为 n 个薄片,每一薄片的宽度为 $\frac{w}{2n}$,各竖直面与准线 AE_0B 相交于 $E_0, E_1, \dots, E_n$ 。过 $E_0, E_1, \dots, E_n$ 作与 xoz 竖直面夹角为 β 的斜面,从而形成可以近似表示三维滑动曲面的阶梯形(图4)。

进行上述近似处理之后,滑动土体重力做功的功率 W 可以通过求解每个三角形薄片重力做功的功率 W_i 再进行累加得到。滑动面上的能量损耗率 D 转变为计算阶梯面平行于母线的部分能量损耗率 D_i 和阶梯面竖直部分能量损耗率。

根据关联流动法则^[6],平行于母线的倾斜滑动条

面上各个点的速度 V 与滑动面的夹角均为 φ 。设准线的方程为

$$y_i = ax_i^2 + b, \quad (1)$$

式中, a 与 b 为常数。由于 A, B 两点坐标已知, OE_0 的长度为 $h \tan \beta$, 因此 a 与 b 可由待定系数法求得:

$$a = -\frac{4h \tan \beta}{w^2}, \quad b = h \tan \beta.$$

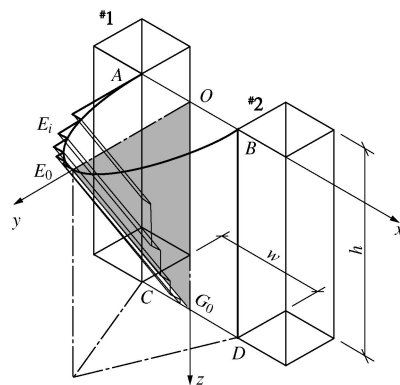


图4 桩间土体滑动面简化模型

Fig. 4 Simplified model of slip surface of soils between piles

考虑到 $x_i = i \cdot \frac{w}{2n}$, 根据式(1)即可求得 y_i , 即 OE_i 的长度为

$$OE_i = -\frac{4h \tan \beta}{w^2} \left(i \cdot \frac{w}{2n}\right)^2 + h \tan \beta. \quad (2)$$

由相似三角形对应边的比例关系可得

$$\frac{E_i G_i}{E_0 G_0} = \frac{OE_i}{OE_0} = \frac{OG_i}{OG_0}, \quad (3)$$

式中, $E_0 G_0 = \sqrt{h^2 + (h \tan \beta)^2}$, $OE_0 = h \tan \beta$ 。

根据式(3)可以求得各个平行于母线的倾斜滑动条面的长度 $E_i G_i$:

$$\begin{aligned} E_i G_i &= \frac{OE_i \cdot E_0 G_0}{OE_0} \\ &= \frac{\left[-\frac{4h \tan \beta}{w^2} \left(i \cdot \frac{w}{2n}\right)^2 + h \tan \beta\right] \cdot \sqrt{h^2 + (h \tan \beta)^2}}{h \tan \beta} \\ &= h \left(1 - \frac{i^2}{n^2}\right) \sqrt{1 + \tan^2 \beta}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} OG_i &= \frac{OE_i \cdot OG_0}{OE_0} \\ &= \frac{\left[-\frac{4h \tan \beta}{w^2} \left(i \cdot \frac{w}{2n}\right)^2 + h \tan \beta\right] \cdot h}{h \tan \beta} = h \left(1 - \frac{i^2}{n^2}\right). \end{aligned} \quad (5)$$

在建立以上几何关系之后,即可通过极限分析方法中的上限定理判断桩间土体的稳定性。

2.2 桩间土体临空面极限高度

由前述计算模型可得,每一薄片重力做功的功率 W_i 等于速度的垂直分量与薄片土体重量的乘积,

$$W_i = \frac{1}{2} OE_i \cdot OG_i \cdot \frac{w}{2n} \cdot \gamma \cdot V \cos(\varphi + \beta) \quad (6)$$

在计算平行于母线的倾斜滑动条面时, 各点处的速度方向与滑动面方向夹角均为 φ , 即满足关联流动法则。因此, 其能量损耗率可以由该面的面积 $E_i G_i \cdot \frac{w}{2n}$ 与黏聚力 c 以及与切向速度 $V \cos \varphi$ 的连乘积计算, 因此每个平行于母线的倾斜滑动条面的能量损耗率为

$$D_i = E_i G_i \cdot \frac{w}{2n} \cdot V \cos \varphi \cdot c \quad (7)$$

由于刚体速度 V 平行于坐标平面 yoz , 因此阶梯面中的竖直条面与速度 V 的夹角为 0 , 而不是 φ , 导致计算竖直条面的能量损耗率时无法满足库仑材料对窄过渡层的要求, 只能将其看作 Tresca 材料的窄过渡层。各个竖直条面面积之和等于最大竖直面 $OE_0 G_0$ 的面积。由此可见, 计算竖直窄条滑动面的能量耗散率之和等同于计算桩间对称截面 $OE_0 G_0$ 上的能量损耗率。根据 Tresca 材料窄过渡层计算得到的桩间对称截面 $OE_0 G_0$ 上的能量损耗率为

$$D_{OEG} = \frac{1}{2} OE_0 \cdot OG_0 \cdot V \cdot c \quad (8)$$

由以上推导可得, 对于图3所示的平移失稳机构, 滑动面上方土体重力做功的功率 W 为

$$\begin{aligned} W &= 2 \cdot \sum_{i=0}^{n-1} W_i \\ &= 2 \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \left[\frac{1}{2} OE_i \cdot OG_i \cdot \frac{w}{2n} \cdot \gamma \cdot V \cos(\varphi + \beta) \right] \end{aligned} \quad (9)$$

沿滑动面的总能量损耗率 D 为

$$\begin{aligned} D &= 2 \cdot \left(\sum_{i=0}^{n-1} D_i + \frac{1}{2} OE_0 \cdot OG_0 \cdot V \cdot c \right) \\ &= 2 \cdot \left[\sum_{i=0}^{n-1} \left(E_i G_i \cdot \frac{w}{2n} \cdot V \cos \varphi \cdot c \right) + \frac{1}{2} OE_0 \cdot OG_0 \cdot V \cdot c \right] \end{aligned} \quad (10)$$

需要注意的是, 将平行于母线的倾斜滑动条面看作是库仑材料窄过渡层(满足关联流动法则), 而将阶梯面中的竖直条面看作是 Tresca 材料窄过渡层, 必然会导致误差的产生。但考虑到关联流动法则过大地估计了土体的剪胀现象, 而 Tresca 材料窄过渡层忽略了土体的剪胀现象^[6], 二者能够相互抵消一部分误差。

使外功率与内部能量耗损率相等, 则

$$\begin{aligned} 2 \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \left[\frac{1}{2} OE_i \cdot OG_i \cdot \frac{w}{2n} \cdot \gamma \cdot V \cos(\varphi + \beta) \right] &= \\ 2 \cdot \left[\sum_{i=0}^{n-1} \left(E_i G_i \cdot \frac{w}{2n} \cdot V \cos \varphi \cdot c \right) + \frac{1}{2} OE_0 \cdot OG_0 \cdot V \cdot c \right] \end{aligned} \quad (11)$$

由式(11)可以解得桩间土体临空面高度与 β 之间的关系为

$$h = \frac{2\sqrt{1 + \tan^2 \beta} w \cos \varphi \cdot c \sum_{i=0}^{n-1} \left[\left(1 - \frac{i^2}{n^2}\right) \frac{1}{n} \right]}{\tan \beta \cdot w \gamma \cos(\varphi + \beta) \sum_{i=0}^{n-1} \left[\left(1 - \frac{i^2}{n^2}\right)^2 \frac{1}{n} \right] - 2 \tan \beta \cdot c} \quad (12)$$

当 n 趋向于无穷大时,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{n-1} \left[\left(1 - \frac{i^2}{n^2}\right) \frac{1}{n} \right] = \frac{2}{3} \quad (13)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{n-1} \left[\left(1 - \frac{i^2}{n^2}\right)^2 \frac{1}{n} \right] = \frac{8}{15} \quad (14)$$

式(13)、(14)说明当切面数量足够多时, 图4所示的滑动面简化模型将趋近于空间滑动曲面, 从而证明了切片简化法的可行性。

将式(13)、(14)代入式(12)得

$$h = \frac{\frac{4}{3} \sqrt{1 + \tan^2 \beta} w \cos \varphi \cdot c}{\frac{8}{15} \tan \beta \cdot w \gamma \cos(\varphi + \beta) - 2 \tan \beta \cdot c} \quad (15)$$

对于几何参数和物理参数已知的桩土模型, 式(15)中只有 β 和 h 为变量。绘制 β 和 h 的关系曲线可知, h 存在最小值。当 $\frac{\partial h}{\partial \beta} = 0$ 时可以得到 h 的最小

值所对应的 β 角, 将其记为 β_{cr} 。将 β_{cr} 代入式(15), 即可算出 h 的最小值, 记为 h_{cr} 。 h_{cr} 即为基于极限分析上限法得到的平移失稳模式下悬臂式抗滑桩桩间土体临空面极限高度。考虑到 $\frac{\partial h}{\partial \beta}$ 的计算比较复杂, 本文建议采用数值方法编程解决。

2.3 桩间土体稳定性系数

借用强度折减法中边坡稳定系数的概念^[1], 将桩间土体稳定性系数定义为: 土体抗剪强度指标按同一比例降低为 c/F_s 和 $\tan \varphi/F_s$ 时, 桩间土体将沿着滑动面达到极限平衡状态, 则 F_s 即为桩间土体稳定性系数。

$$F_s = c/c' = \tan \varphi / \tan \varphi' \quad (16)$$

式中, c' 和 φ' 为折减后使桩间土体恰好处于极限状态时土体的黏聚力和内摩擦角。虽然已有学者提出, 将黏聚力和内摩擦角折减相同的倍数存在不合理的地方, 但该方法在边坡工程领域经过多年的实践被工程界广为认可。桩间土体稳定性系数只是降低抗滑力而并未改变下滑力, 比较符合实际情况, 因为许多悬臂式抗滑桩桩间土体发生滑塌是由于外界因素引起土体强度降低而导致的。

设平移破坏模式下桩间土体稳定系数为 F_s , 用 c/F_s 取代式(10)中的 c , 用 $\arctan(\tan \varphi / F_s)$ 取代式(10)中的 φ , 可得强度折减后沿滑动面的总能量耗损率是

$$D = 2 \cdot \left[\sum_{i=0}^{n-1} \left(E_i G_i \cdot \frac{w}{2n} \cdot V \cos(\arctan(\frac{\tan \varphi}{F_s})) \cdot \frac{c}{F_s} \right) + \right.$$

$$\frac{1}{2}OE_0 \cdot OG_0 \cdot V \cdot \frac{c}{F_s}] \quad (17)$$

使外功率与内部能量耗损率相等, 则

$$\begin{aligned} & 2 \cdot \sum_{i=0}^{n-1} [\frac{1}{2}OE_i \cdot OG_i \cdot \frac{w}{2n} \cdot \gamma \cdot V \cos(\varphi + \beta)] \\ & = 2 \cdot [\sum_{i=0}^{n-1} (E_i G_i \cdot \frac{w}{2n} \cdot V \cos(\arctan(\frac{\tan \varphi}{F_s})) \cdot \frac{c}{F_s}) + \\ & \quad \frac{1}{2}OE_0 \cdot OG_0 \cdot V \cdot \frac{c}{F_s}] \quad (18) \end{aligned}$$

化简得

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}h \tan \beta \cdot w \gamma \cos(\varphi + \beta) \sum_{i=0}^{n-1} [(1 - \frac{i^2}{n^2})^2 \frac{1}{n}] \\ & = \sqrt{1 + \tan^2 \beta} \cdot w \cos[\arctan(\frac{\tan \varphi}{F_s})] \cdot \frac{c}{F_s} \sum_{i=0}^{n-1} [(1 - \frac{i^2}{n^2}) \cdot \frac{1}{n}] + \\ & \quad h \cdot \tan \beta \cdot \frac{c}{F_s} \quad (19) \end{aligned}$$

当 n 趋向于无穷大时, 将式 (13)、(14) 代入得

$$\begin{aligned} & \frac{4}{15}h \tan \beta \cdot w \gamma \cos(\varphi + \beta) \\ & = \frac{2}{3}\sqrt{1 + \tan^2 \beta} \cdot w \cos[\arctan(\frac{\tan \varphi}{F_s})] \cdot \frac{c}{F_s} + h \cdot \tan \beta \cdot \frac{c}{F_s} \quad (20) \end{aligned}$$

对于几何参数和物理参数已知的桩土模型, 式 (20) 中只有 β 和 F_s 为变量。绘制 β 和 F_s 的关系曲线可知, F_s 存在最小值。当 $\frac{\partial F_s}{\partial \beta} = 0$ 时可以得到 F_s 为

最小值所对应的 β 角, 将其记为 β_{cr} 。将 β_{cr} 代入式 (20), 即可算出 F_s 的最小值, 将其记为 $F_{s,cr}$ 。 $F_{s,cr}$ 即为基于极限分析上限法和强度折减法得到的平移失稳模式下悬臂式抗滑桩桩间土体稳定性系数。当 $F_{s,cr} < 1$ 时, 说明桩间土体处于不稳定状态 (已经发生滑塌); 当 $F_{s,cr} > 1$ 时, 说明桩间土体处于稳定状态, 不易滑塌; 当 $F_{s,cr} = 1$ 时, 说明桩间土体处于临界状态。 $\frac{\partial F_s}{\partial \beta}$ 的计算比较复杂, 可以采用数值方法编程解决。

2.4 桩间土体失稳范围判断及滑塌量计算

如果悬臂式抗滑桩桩间土体处于不稳定状态, 估计土体失稳范围和计算土体滑塌量是衡量失稳情况的重要手段。本文建立的桩间土体稳定性计算模型并不是假定土体沿某一确定的滑动面失稳, 而是通过计算搜寻滑动面, 并采用 β_{cr} 角加以描述。

对于每一个具体案例, 根据本文方法算得的 β_{cr} 和对应的 h (桩间土体临空面高度未知时取 h_{cr}), 可以得到唯一的一组准线和母线。将求得的 β_{cr} 代入式 (1) 可得准线方程为

$$y = -\frac{4h \tan \beta_{cr}}{w^2} x^2 + h \tan \beta_{cr} \quad (21)$$

该方程即为空间滑动面与桩间土体顶面的交线方程, 由此可以判断土体失稳的范围。

土体滑塌量是指滑动土体的体积, 即三维滑动面、土体临空面和土体顶面所包围的空间的体积。由图 4 可知, 每一薄片的体积 Ω_i 为

$$\Omega_i = \frac{1}{2}OE_i \cdot OG_i \cdot \frac{w}{2n} \quad (22)$$

滑动土体总体积为

$$\begin{aligned} \Omega & = 2 \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \Omega_i \\ & = h^2 w \tan \beta \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \left[\left(1 - \frac{i^2}{n^2} \right)^2 \cdot \frac{1}{n} \right] \quad (23) \end{aligned}$$

将式 (14) 代入式 (23), 并用 β_{cr} 替换 β 得

$$\Omega = \frac{8}{15} h^2 w \tan \beta_{cr} \quad (23)$$

式 (23) 即为土体滑塌量 Ω 的计算公式。

3 计算分析

参考前述董捷等^[13]完成的悬臂式抗滑桩桩间土体滑塌模型试验, 取桩间土体临空面高度 $h=2.0$ m, 抗滑桩净距 $w=0.7$ m, 土体内摩擦角 $\varphi=28^\circ$, 土体黏聚力 $c=1.1$ kPa (粉细砂), 土体重度 $\gamma=16$ kN/m³。

根据式 (15) 绘制 $h - \beta$ 关系曲线如图 5 所示, 求得曲线的最小值点处 $\beta_{cr}=0.372$ rad, 对应的悬臂式抗滑桩桩间土体临空面极限高度 h_{cr} 为 1.472 m。董捷等完成的悬臂式抗滑桩桩间土体滑塌模型试验中, 当从上向下的第三块挡板拆除时, 桩间土体开始滑塌, 对应的桩间土体临空面高度为 1.5 m。由此可见, 采用本文所述模型和方法计算得到的悬臂式抗滑桩桩间土体临空面极限高度与试验结果基本吻合。

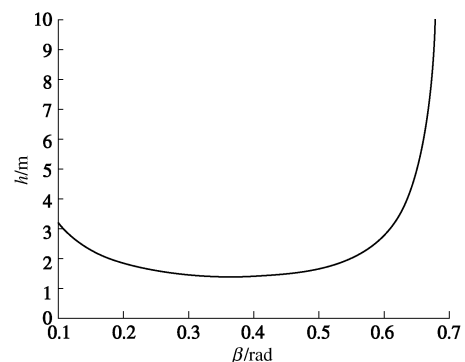


图 5 $h - \beta$ 关系曲线

Fig. 5 Relationship between h and β

根据式 (20) 绘制 $F_s - \beta$ 关系曲线如图 6。

由该曲线可见, $\beta_{cr}=0.335$ rad, $F_{s,cr}=0.87$ 。 $F_{s,cr} < 1$, 说明桩间土体临空面高度 $h=2.0$ m, 抗滑桩净距 $w=0.7$ m 时, 桩间土体处于不稳定状态。 $F_s < 1$ 的区间为 0.185

$\text{rad} < \beta < 0.540 \text{ rad}$, 即滑动面与竖直面的夹角位于该区间内。

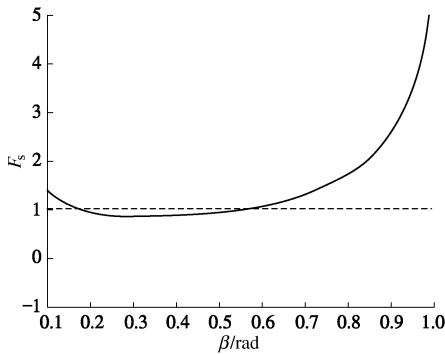


图 6 $F_s - \beta$ 关系曲线

Fig. 6 Relationship between F_s and β

相同参数下的悬臂式抗滑桩桩间土体滑塌模型试验表明, 桩间土体在该组参数下已经发生滑塌, 滑塌面与竖直面的夹角约为 20° 。由此可见, 本文所述模型和方法计算得到的悬臂式抗滑桩桩间土体滑动面的位置与试验结果基本吻合, 桩间土体稳定性系数能够作为桩间土体稳定性判断的依据之一。

为了进一步了解悬臂式抗滑桩的几何参数和桩间土体的强度参数对桩间土体稳定性的影响, 采用单一变量法对各个参数进行敏感性分析如下。

3.1 临空面高度 h 对桩间土体稳定性的影响

在悬臂式抗滑桩桩间土体临空面高度 h 已经确定的情况下, 采用桩间土体稳定性系数 $F_{s,cr}$ 衡量桩间土体稳定性。在 $w=0.7 \text{ m}$, $\varphi=28^\circ$, $c=1.1 \text{ kPa}$, $\gamma=16 \text{ kN/m}^3$ 的情况下, 从 $h=0.25 \text{ m}$ 开始, 以 0.25 m 为间隔直至 $h=5 \text{ m}$, 分别计算对应桩间土体稳定性系数 $F_{s,cr}$ 和相应的 β_{cr} 角。将计算结果绘制在坐标系中如图 7, 8 所示。

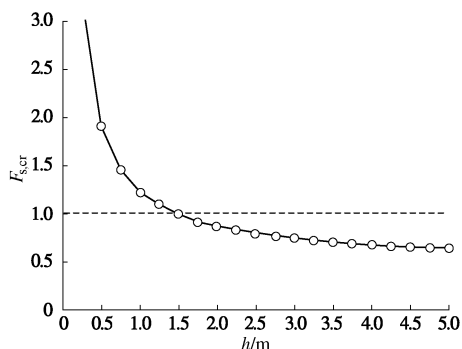


图 7 $F_{s,cr} - h$ 关系曲线

Fig. 7 Relationship between $F_{s,cr}$ and h

从图 7 中可以看出, 在其他参数均不改变的情况下, 桩间土体稳定性系数 F_s 随着土体临空面高度 h 的增大而减小, 二者之间近似满足幂函数的关系。说明悬臂式抗滑桩桩间土体临空面高度越大, 桩间土体越

不稳定。从图 7 所示曲线中可以获得一个 $F_s=1$ 时的临界高度 $h=1.472$, 该临界高度与式 (15) 算出的结果相同, 说明本文提出的桩间土体临空面极限高度算法与桩间土体稳定性系数算法是等价的。

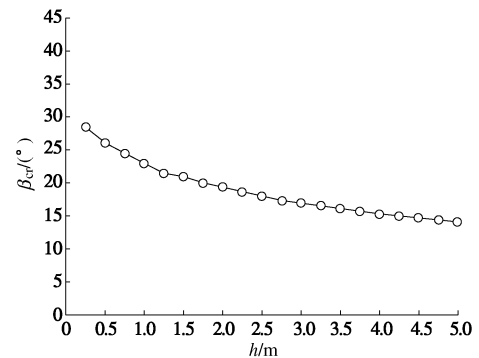


图 8 $\beta_{cr} - h$ 关系曲线

Fig. 8 Relationship between β_{cr} and h

从图 8 中可以看出, 在其他参数均不改变的情况下, β_{cr} 随着桩间土体临空面高度 h 的增大而减小, 说明当 h 增大时, 滑动面更加陡峭。

3.2 临空面宽度 w 对桩间土体稳定性的影响

取 $h=2.0 \text{ m}$, $\varphi=28^\circ$, $c=1.1 \text{ kPa}$, $\gamma=16 \text{ kN/m}^3$, 从 $w=0.1 \text{ m}$ 开始, 以 0.1 m 为间隔直至 $w=1 \text{ m}$, 分别计算对应桩间土体稳定性系数 $F_{s,cr}$ 和相应的 β_{cr} 角, 将计算结果绘制在坐标系中如图 9, 10 所示。

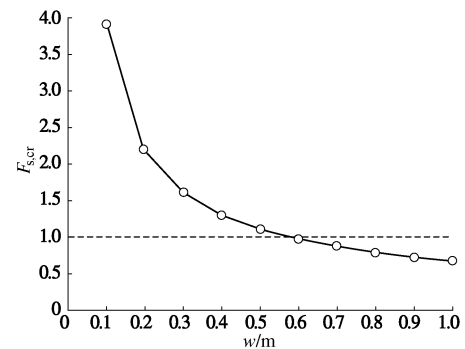


图 9 $F_{s,cr} - w$ 关系曲线

Fig. 9 Relationship between $F_{s,cr}$ and w

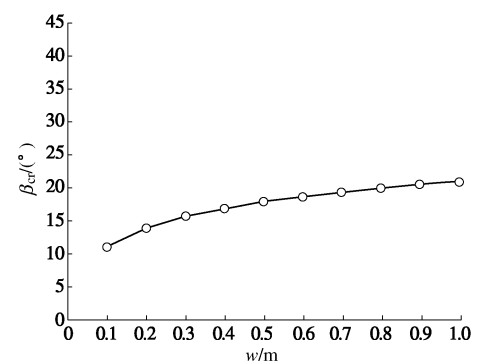


图 10 $\beta_{cr} - w$ 关系曲线

Fig. 10 Relationship between β_{cr} and w

从图 9 中可以看出, 在其他参数均不改变的情况

下, 桩间土体稳定性系数 $F_{s,cr}$ 随着桩间土体临空面宽度 w 的增大而减小。当 $w=0.57$ m 时, $F_{s,cr}=1$, 该宽度为桩间土体临空面高度确定时 ($h=2.0$ m), 保持桩间土体稳定的最小抗滑桩净距。

从图 10 中可以看出, β_{cr} 随着抗滑桩净距 w 的增大而增大。说明当 w 增大时, 滑动面倾角逐渐减小, 但减小的幅度不大。

3.3 内摩擦角 φ 对桩间土体稳定性的影响

取 $h=2.0$ m, $w=0.7$ m, $c=1.1$ kPa, $\gamma=16$ kN/m³, 从 $\varphi=0^\circ$ 开始, 以 5° 为间隔依次增加直至 $\varphi=45^\circ$, 分别计算对应桩间土体稳定性系数 $F_{s,cr}$ 和相应的 β_{cr} 角, 将计算结果绘制在坐标系中如图 11, 12 所示。

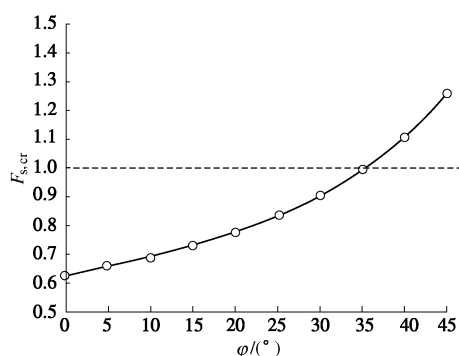


图 11 $F_{s,cr} - \varphi$ 关系曲线

Fig. 11 Relationship between $F_{s,cr}$ and φ

从图 11 中可以看出, 在其他参数均不改变的情况下, 桩间土体稳定性系数 $F_{s,cr}$ 随着土体内摩擦角 φ 的增大而增大, 但二者之间并不满足线性关系。

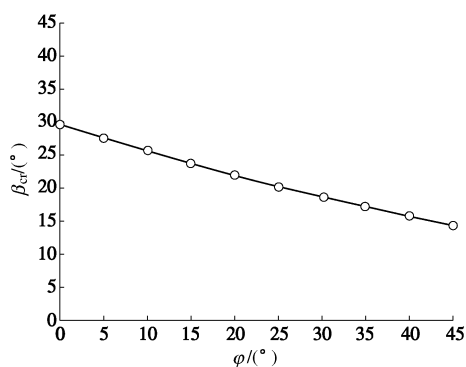


图 12 $\beta_{cr} - \varphi$ 关系曲线

Fig. 12 Relationship between β_{cr} and φ

从图 12 中可以看出, β_{cr} 随着土体内摩擦角 φ 的增大而减小, 并且满足线性关系。说明当 φ 增大时, 滑动面倾角减小, 二者存在反比例关系。

综合图 11, 12 可以看出, 土体内摩擦角 φ 的增大使得桩间土体稳定性系数明显增大, 即使土体仍然处于不稳定状态, 滑动区也明显缩小。

3.4 黏聚力 c 对桩间土体稳定性的影响

取 $h=2.0$ m, $w=0.7$ m, $\varphi=28^\circ$, $\gamma=16$ kN/m³, 从 $c=0.5$ kPa 开始, 以 0.5 kPa 为间隔依次增加 c 直至 $c=10$ kPa, 分别计算对应桩间土体稳定性系数 $F_{s,cr}$ 和相应的 β_{cr} 角, 将计算结果绘制在坐标系中如图 13, 14 所示。

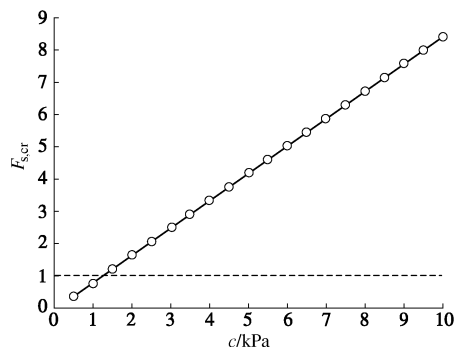


图 13 $F_{s,cr} - c$ 关系曲线

Fig. 13 Relationship between $F_{s,cr}$ and c

从图 13 中可以看出, 在其他参数均不改变的情况下, 桩间土体稳定性系数 $F_{s,cr}$ 随着土体黏聚力 c 的增大而增大, 并且二者之间近似满足线性关系。

需要注意的是, 当 $c=0$ 时, 式 (20) 的右侧变为零, 无法根据该式求得对应的 $F_{s,cr}$ 。说明此时不论模型的其他参数如何选取, 土体都无法保持自身稳定性。这意味着如果桩间土体为 $c=0$ 的砂土, 则无法保持自身稳定性。

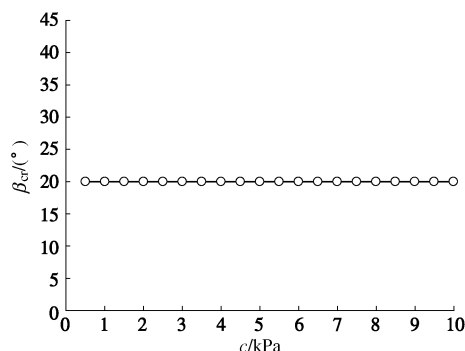


图 14 $\beta_{cr} - c$ 关系曲线

Fig. 14 Relationship between β_{cr} and c

从图 14 中可以看出, 土体黏聚力 c 发生变化时, β_{cr} 保持不变, 说明 c 对 β_{cr} 没有影响。综合图 13 和图 14 可以看出, 土体黏聚力 c 的增大使得桩间土体稳定性系数线性增加, 但如果土体处于不稳定状态, 增大 c 不会改变滑动面倾角。

4 结 论

(1) 根据悬臂式抗滑桩桩间土体失稳试验现象, 建立三维空间滑动面模型, 并对模型进行简化, 使其

能够用于桩间土体稳定性的上限分析法。

(2) 建立平移失稳机构, 使用上限定理分析机构的极限状态, 推导出已知桩间净距时桩间土体临空面极限高度计算方法。

(3) 将上限分析法和土体强度折减法相结合, 推导出桩间土体稳定性系数计算方法, 从而能够有效评估已知桩间净距和桩间土体临空面高度时无挡板悬臂式抗滑桩桩间土体稳定性, 并获得不稳定状态时可能滑动面的空间形状和位置。

(4) 根据桩间土体稳定性计算模型获得的 β_{cr} 角, 可以估计桩间土体失稳的范围并计算土体滑塌量。

(5) 将本文方法计算得到桩间土体临空面极限高度、桩间土体稳定性系数与模型试验结果进行对比, 发现二者基本吻合, 从而验证了本文方法的正确性。

(6) 分析得到 h , w , φ , c 对桩间土体稳定性系数 $F_{s,cr}$ 的影响。结果表明, $F_{s,cr}$ 随着 h 和 w 的增大而减小, 并且均不满足线性关系; $F_{s,cr}$ 随着 φ 的增大而增大且不满足线性关系; $F_{s,cr}$ 随着 c 的增大而增大, 二者之间近似满足线性关系。

(7) 分析得到 h , w , φ , c 对滑动面母线与临空面夹角 β_{cr} 的影响。结果表明, β_{cr} 随着 h 的增大而减小, 随着 w 的增大而增大; β_{cr} 随着 φ 的增大而减小, 且二者满足线性关系; 而土体黏聚力 c 发生变化时, β_{cr} 保持不变。

参考文献:

- [1] 张永兴. 边坡工程学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2008. (ZHANG Yong-xing. Slope engineering[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2008. (in Chinese))
- [2] 沈珠江. 桩的抗滑阻力和抗滑桩的极限设计[J]. 岩土工程学报, 1992, 14(1): 51 - 56. (SHEN Zhu-jiang. The ultimate resistance of anti-slide piles and limit design method of anti-slide piles[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1992, 14(1): 51 - 56. (in Chinese))
- [3] CHEN C Y. Soil-structure interaction for landslide stabilizing piles[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, 22(6): 741 - 743.
- [4] 董捷, 张永兴, 吴曙光, 等. 切方边坡悬臂桩桩间土稳定性研究[J]. 岩土力学, 2009, 30(12): 3881 - 3888. (DONG Jie, ZHANG Yong-xing, WU Shu-guang, et al. Study of stability of soil between adjacent cantilever piles in incised slope[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(12): 3881 - 3888. (in Chinese))
- [5] 杨明, 姚令侃, 王广军. 桩间土拱效应离心模型试验及数值模拟研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(3): 817 - 822. (YANG Ming, YAO Ling-kan, WANG Guang-jun. Study of centrifuge model tests and numerical simulation on soil arching in space of piles[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(3): 817 - 822. (in Chinese))
- [6] CHEN W F. Limit analysis and soil plasticity[M]. Amsterdam (The Netherlands): Elsevier Science, 1975.
- [7] 吴世明, 张显杰, 陈龙珠. 土坡稳定的非线性极限分析[J]. 岩土工程学报, 1987, 9(6): 27 - 38. (WU Shi-ming, ZHANG Xian-jie, CHEN Long-zhu. Limit analysis of slope stability with non-linear failure criterion[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1987, 9(6): 27 - 38. (in Chinese))
- [8] 郑颖人, 邓楚键, 王敬林. 基于非关联流动法则的滑移线场及上限法研究[J]. 中国工程科学, 2010, 12(8): 56 - 69. (ZHENG Ying-ren, DENG Chu-jian, WANG Jing-lin. The study of slip line field and upper bound method based on the non-associated flow rule[J]. Engineering Science, 2010, 12(8): 56 - 69. (in Chinese))
- [9] AUSILIO E, CONTE E, DENTE G. Stability analysis of slopes reinforced with piles [J]. Computers and Geotechnics, 2011, 28: 591 - 611.
- [10] MICHALOWSKI R L. Three-dimensional analysis of locally loaded slopes[J]. Géotechnique, 1989, 39(1): 27 - 38.
- [11] SKRABL S, MACUH B. Upper-bound solutions of three-dimensional passive earth pressure[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2005, 42: 1449 - 1460.
- [12] YANG X L. Upper-bound limit analysis of active earth pressure with different fracture surface and nonlinear yield criterion[J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2007, 47: 46 - 56.
- [13] 董捷, 张永兴, 黄治云. 合理间距条件悬臂式抗滑桩三维土拱效应试验研究[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(12): 1874 - 1881. (DONG Jie, ZHANG Yong-xing, HUANG Zhi-yun. Experimental investigation on three-dimensional soil arching effect between adjacent cantilever anti-slide piles with rational spacing[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, 31(12): 1874 - 1881. (in Chinese))