

DOI: 10.11779/CJGE202208014

天然软黏土主应力轴循环旋转塑性效应的本构模拟

杜子博¹, 钱建固^{2, 3}, 郭院成¹, 黄茂松^{2, 3}

(1. 郑州大学土木工程学院, 河南 郑州 450001; 2. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092; 3. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092)

摘要: 在考虑各向异性界面模型的基础上, 建立了可反映天然软黏土主应力轴循环旋转塑性效应的本构模型。对于主应力轴循环旋转卸载条件, 通过引入可移动映射法则, 处理这种卸载情况下的塑性变形。通过考虑固有各向异性弹性, 描述主应力轴循环旋转下循环波动的塑性累积行为。同时, 通过考虑应力比影响并将非共轴流动和共轴流动耦合起来, 模拟循环过程中非共轴性变化。对温州天然软黏土在纯主应力轴循环旋转下的不排水行为进行了模拟, 结果表明, 所建立的界面模型可有效模拟天然软黏土主应力轴循环旋转下塑性效应。

关键词: 天然软黏土; 主应力轴旋转; 非共轴; 各向异性弹性; 界面模型

中图分类号: TU435 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2022)08-1493-09

作者简介: 杜子博(1989—), 男, 博士, 副教授, 主要从事土力学与本构理论等方面的研究工作。E-mail: duzibo@zzu.edu.cn。

Constitutive modeling of plastic effects of cyclic principal stress rotation of natural soft clay

DU Zi-bo¹, QIAN Jian-gu^{2, 3}, GUO Yuan-cheng¹, HUANG Mao-song^{2, 3}

(1. School of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China; 2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: A constitutive model which can reflect the plastic effects of the principal stress rotation of natural soft clay is proposed based on the anisotropic bounding surface model. For the unloading conditions of the cyclic principal stress rotation, the mapping rules of relocatable projection center is incorporated to deal with the plastic deformation under these unloading conditions. The plastic accumulation behavior with a cyclic fluctuation pattern is described reasonably by incorporating the inherent anisotropic elasticity. Meanwhile, the non-coaxiality variation during cyclic rotation is simulated by considering the influences of stress ratio and coupling the non-coaxial flow with coaxial flow. The proposed model is validated through the undrained behaviors tests under the pure principal stress rotation of Wenzhou natural soft clay. The results show that the proposed bounding surface model can reasonably capture the deformation effects of the cyclic principal stress rotation of natural soft clay.

Key words: natural soft clay; principal stress rotation; non-coaxiality; anisotropic elasticity; bounding surface model

0 引言

在岩土工程建设与运营中, 地基中土单元往往发生主应力轴循环旋转, 比如离岸岩土结构受波浪荷载^[1], 路基受交通荷载作用等^[2]。大量试验表明, 主应力轴循环旋转会使产生极其复杂的塑性效应, 一方面, 导致土体产生累积塑性变形, 排水条件下产生累积塑性压缩体变^[3], 不排水条件下产生累积孔压^[4-5]; 另一方面, 主应力轴循环旋转将诱发显著的变形刚度弱化与非共轴性^[5-8], 即材料当前的主应力方向与塑性主应变率方向不一致。主应力轴循环旋转下的复杂塑性效应

严重威胁着离岸岩土结构、路基等的安全建设与运营, 因此, 合理地考虑主应力轴循环旋转塑性效应具有重要的理论与实际意义。

传统的弹塑性本构理论, 绝大多数模型都隐含了共轴性(应变率与应力的主方向一致性)的假设, 无法

基金项目: 国家自然科学基金项目(51908513, 52178345); 河南省重点研发与推广专项项目(212102310279); 河南省博士科研项目(202001017)

收稿日期: 2021-09-14

*通信作者(E-mail: qianjiangu@tongji.edu.cn)

模拟主应力循环旋转诱发的非共轴性。为模拟非共轴性，一些模型引入了非共轴流动法则^[9-10]。但由于纯主应力轴循环旋转加载中主应力大小保持不变，在应力不变量表示的空间中不会产生屈服，因此，这类模型无法模拟纯主应力轴循环旋转诱发的塑性变形和非共轴性。为模拟主应力轴循环旋转塑性效应，需引入额外的力学机制和本构框架。Wang 等^[11]在边界面亚塑性框架基础上构建了砂土本构模型，模型中塑性应变率方向与应力率方向相关，模拟了砂土在纯主应力轴循环旋转下的不排水有效应力路径。基于下加载面模型，Tsutsumi 等^[12]引入了能产生非共轴性的各向异性及切向加载效应。Li 等^[13]建议了一种各向异性临界状态为基础的本构理论框架，模型引入了与组构各向异性及非共轴流动相关的非比例加载机制。基于这种本构框架，Gao 等^[14]通过引入组构及其演化规律，建立了三维本构模型模拟砂土主应力轴循环旋转下的非共轴性，童朝霞等^[15]则将主应力幅值变化以及应力主轴旋转产生的塑性变形单独加以考虑，建立了可考虑应力主轴循环旋转效应的砂土本构模型。而 Lashkari 等^[16]在 Gutierrez 等^[17]总结的应力空间内建立了相应的边界面，并引入基于主应力旋转试验规律的非共轴流动方向，通过考虑土体组构和非共轴流动方向，模拟了砂土的非共轴变形特征。Yang 等^[18]在一般应力空间建立了一种包含切向加载的考虑主应力轴旋转的运动硬化模型。随后，Tian 等^[19]从材料各向异性的角度将 UH 模型推广至模拟土的主应力轴循环旋转效应，通过引入组构及其演化规律考虑了固有和应力诱发各向异性，模拟了土的主应力轴循环旋转效应。另外，陈洲泉等^[20]在 Qian 等^[21]的基础上，重新定义了非共轴流动方法，并考虑了边界面塑性映射法则和组构各向异性，模拟了砂土主应力轴旋转的非共轴性。应该说，上述研究采用不同的力学机制实现了土的共轴变形特性的本构模拟，但研究对象仍局限于砂性土。相比较，最新试验观察发现^[5-8]主应力偏转路径下，天然黏性土的非共轴特性更为复杂，如纯主应力轴循环旋转下孔压循环波动的累积效应、剪切刚度的循环弱化效应等，并且这些非比例加载变形特性与非共轴性有一定关系^[6-7]，因此，为更准确地实现对这些复杂的力学响应的模拟，有必要对既有非共轴本构模型加以改进与完善。

基于以上认识，本文建立了能够描述主应力轴循环旋转塑性效应的边界面模型。模型通过引入可移动映射法则，描述主应力轴循环旋转卸载情况下的塑性变形。通过考虑固有各向异性弹性，描述天然软黏土主应力轴循环旋转下循环波动的塑性累积行为。同时，修正了非共轴流动法则考虑循环过程中非共轴性变

化。最后，通过对比温州软黏土的模型预测和试验结果，验证了模型的有效性。

1 边界面模型的建立

根据弹塑性力学的基本假定，总应变率 $\dot{\epsilon}_{ij}$ 可分解为弹性部分和塑性部分，即

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p, \quad (1)$$

式中，弹性应变 $\dot{\epsilon}_{ij}^e$ 可由弹性体积模量 K 和弹性剪切模量 G 来计算。根据剑桥模型的假定， K 和 G 由当前的球应力 p 确定：

$$K = \frac{p}{\kappa^*}, \quad G = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)}K, \quad (2)$$

式中， ν 为泊松比， $\kappa^* = \kappa/(1+e_0)$ ， e_0 为初始孔隙比， κ 为 $e - \ln p$ 空间中回弹曲线的斜率。增量型弹性应力应变关系为

$$\dot{\sigma}_{ij} = \mathbf{D}_{ijkl}^e \dot{\epsilon}_{kl}^e, \quad (3)$$

式中， \mathbf{D}_{ijkl}^e 为弹性刚度矩阵，可由 K 和 G 计算。

1.1 各向异性边界面方程

Ling 等^[22]建议的单面边界面模型能够合理描述软黏土各向异性应力应变特性^[23-24]，如图 1 所示，本文仍沿用这一方法来定义各向异性边界面方程。

考虑各向异性的边界面方程如下：

$$F = (\bar{p} - p_c) \left(\bar{p} + \frac{R-2}{R} p_c \right) + \frac{(R-1)^2}{\chi} \bar{q}_\alpha^2 = 0, \quad (4)$$

式中， \bar{p} 和 \bar{q}_α 分别为平均应力和折减广义剪应力， $\bar{q}_\alpha = \sqrt{3\bar{s}_{ij}^\alpha \bar{s}_{ij}^\alpha} / 2$ ，其中 $\bar{s}_{ij}^\alpha = \bar{s}_{ij} - \bar{\sigma}_{kk} \alpha_{ij} / 3$ 为折减应力偏量； α_{ij} 为各向异性张量，表示土体各向异性的大小， $\alpha = \sqrt{3\alpha_{ij} \alpha_{ij}} / 2$ 为 $p - q$ 空间中屈服面的倾角（如图 1 所示）， M 为临界状态应力比， R 为形状参数，参数的定义及其物理意义参见黄茂松等^[23]和 Huang 等^[24]。

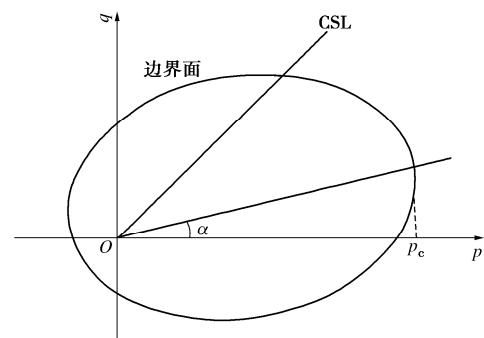


图 1 各向异性边界面

Fig. 1 Anisotropic bounding surface

1.2 可移动映射法则

本文关注的纯主应力轴循环旋转加载，又称纯环剪，是非比例加载的一种，加载中主应力方向连续循环旋转，但广义剪应力 q 和主应力大小保持不变^[25]。

由于主应力保持不变, 因此, 在 π 平面中表示为边界面上一个位置不动的点。为更好地表示这种纯主应力轴旋转的情况, 本文将其表征在偏平面 $\tau_{z\theta} - (\sigma_z - \sigma_\theta)/2$ 上, 其中 σ_z , σ_θ 和 $\tau_{z\theta}$ 分别为轴向应力、环向应力和剪切应力。在偏平面上, 屈服面表示为绕坐标原点的圆, 而纯主应力轴旋转应力路径如图 2 所示。加载过程中, 应力增量方向与屈服面外法线方向夹角始终大于 90° , 即 $(\partial f / \partial \sigma_{ij}) d\sigma_{ij} < 0$, 无塑性变形产生, 为卸载情况。值得一提的是, 这种加载因子小于 0 是普遍存在的, 如超固结土在循环荷载条件下的变形^[26-27], 为描述这种卸载情况下塑性变形的产生, 本文借鉴 Wang 等^[11]和 Li^[28]提出的可移动映射法则, 其在 π 平面上的表示见 Li^[28], 为更好地表示这种映射法则对纯主应力轴旋转的情况, 本文将其表征在偏平面上。

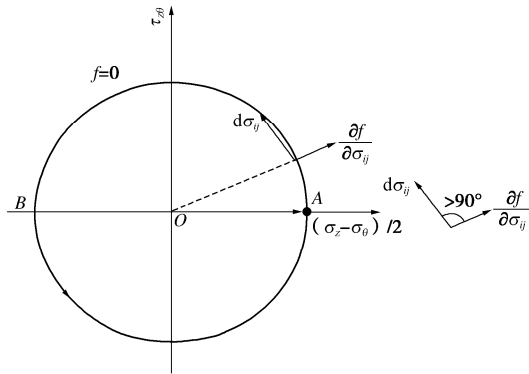


图 2 偏平面 $\tau_{z\theta} - (\sigma_z - \sigma_\theta)/2$ 上纯主应力旋转应力路径

Fig. 2 Stress path of pure principal stress rotation in $\tau_{z\theta} - (\sigma_z - \sigma_\theta)/2$ space

根据边界面塑性理论^[24, 29]可知, 塑性加载因子定义为

$$\dot{L} = \frac{1}{H_p} \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_{ij}} \dot{\bar{\sigma}}_{ij} = \frac{1}{\bar{H}_p} \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_{ij}} \dot{\bar{\sigma}}_{ij} \quad (5)$$

式中 $\partial F / \partial \bar{\sigma}_{ij}$ 表示塑性加载方向, 为边界面虚应力点处外法线方向; H_p 与 \bar{H}_p 分别为当前应力点与虚应力点塑性模量, 当前应力点与虚应力点重合时(即 $\bar{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij}$), $H_p = \bar{H}_p$ 。

定义加载方向从加载转变为卸载(塑性加载因子 \dot{L} 从正转变为负)时的上一步的应力点作为可移动的映射中心 ω_{ij} , 以连接映射中心 ω_{ij} 和当前应力点 σ_{ij} 的直线与边界面的交点作为虚应力点 $\bar{\sigma}_{ij}$, 如图 3 所示, 则构成了可移动映射法则。映射中心初始位置在偏平面的原点 O 。图 3 中所示为一般加载情况, 塑性加载因子 $\dot{L} > 0$, 则映射中心 ω_{ij} 保持不变。而对于一般卸载情况, 如图 4 (a) 所示, 塑性加载因子 $\dot{L} < 0$, 此时, 映射中心 ω_{ij} 移动至上一步的应力点位置, 如图 4 (a) 所示, 映射中心 ω_{ij} 移动后, 以连接映射中心 ω_{ij}

和应力增量 $d\sigma_{ij}$ 的直线与边界面的交点作为虚应力点 $\bar{\sigma}_{ij}$, 如图 4 (b) 中分析, 塑性加载因子重新变为 $\dot{L} > 0$ 。即卸载时加载因子为负会导致映射中心 ω_{ij} 移动, 而通过映射中心 ω_{ij} 移动会重新导致加载因子为正, 这种可移动映射法则保证加卸载时有塑性变形产生。

图 3, 4 中 ρ 为映射中心 ω_{ij} 到当前应力点 σ_{ij} 的距离, $\bar{\rho}$ 为映射中心 ω_{ij} 到虚应力点 $\bar{\sigma}_{ij}$ 的距离, 映射法则表示为

$$\bar{\sigma}_{ij} = \omega_{ij} + \frac{\bar{\rho}}{\rho} (\sigma_{ij} - \omega_{ij}) \quad (6)$$

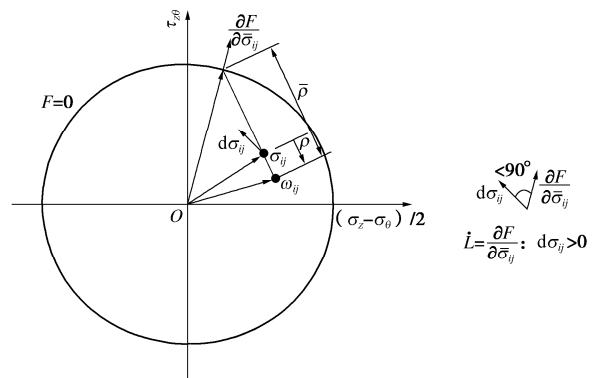


图 3 偏平面 $\tau_{z\theta} - (\sigma_z - \sigma_\theta)/2$ 上加加载映射法则

Fig. 3 Mapping rule in $\tau_{z\theta} - (\sigma_z - \sigma_\theta)/2$ space during general loading situation

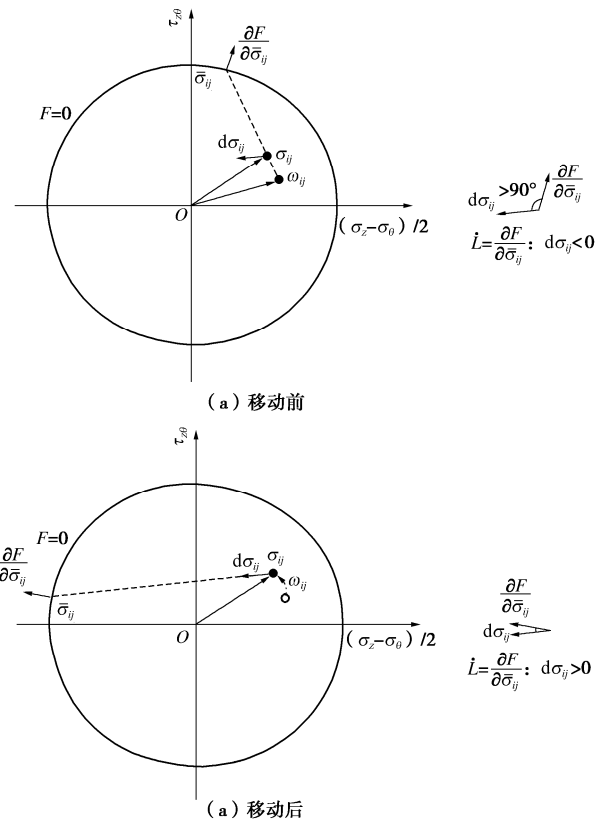


图 4 映射中心移动机制

Fig. 4 Relocatable mechanism of projection center

1.3 各向异性弹性的引入

由于天然软黏土的沉积使其呈现出横观各向同性弹性，又称各向异性弹性^[30-31]。主应力轴循环旋转下也会产生这种各向异性弹性效应，纯主应力轴循环旋转试验表明，不排水条件下的孔隙水压和排水条件下的体应变均呈波动形式累积^[3-6,8]，如图5所示。根据体应变可分为不可逆和可逆两种的定义^[32]，不排水试验中孔隙水压波动的下限对应于排水试验中永久累积塑性不可逆体应变，而上限和下限的差即为弹性波动可逆的孔隙水压，如图5所示。早期的研究表明，孔隙水压波动这种塑性累积行为可能归因于天然软黏土弹性行为的各向异性^[30-31]。

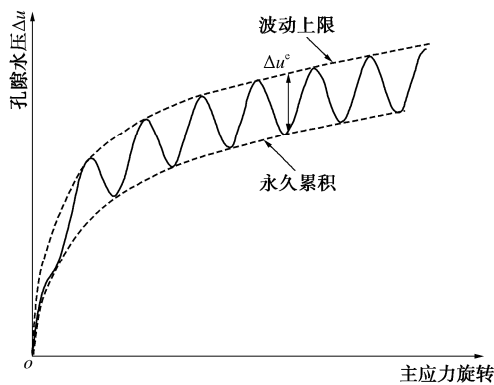


图5 纯主应力轴循环旋转孔隙水压累积中呈现的各向异性弹性

Fig. 5 Anisotropic elasticity in accumulation of excess pore pressure with cycles of pure principal stress rotation

为考虑这种波动塑性累积行为，模型中引入各向异性弹性，可表示为

$$[D]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_v} & -\frac{\nu_{vv}}{E_v} & -\frac{\nu_{vv}}{E_v} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{vv}}{E_v} & \frac{1}{E_h} & -\frac{\nu_{vh}}{E_h} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{vv}}{E_v} & -\frac{\nu_{vh}}{E_h} & \frac{1}{E_h} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{vh}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{vh}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1+\nu_{vh}}{E_h} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

式中， E_h 和 E_v 分别为水平和竖向弹性模量， ν_{vh} 和 ν_{vv} 分别为水平和竖向泊松比， G_{vh} 为剪切模量，满足 $E_h = n^2 E_v$ ， $\nu_{vh} = n \nu_{vv}$ ， $G_{vh} = n E_v / [2(1 + n \nu_{vv})]$ ，其中， n 为各向异性因子。

对于应力控制的各向同性压缩，根据上述方程可知：

$$\dot{\epsilon}_v = \dot{\epsilon}_{11} + \dot{\epsilon}_{22} + \dot{\epsilon}_{33} = \left(1 - 4\nu_{vv} + \frac{2}{n^2} - \frac{2\nu_{vv}}{n} \right) \frac{p}{E_v} \quad (8)$$

考虑到体积模量 K 可根据式(2)计算得到，竖向弹性模量可表示为

$$E_v = \left(1 - 4\nu_{vv} + \frac{2}{n^2} - \frac{2\nu_{vv}}{n} \right) \frac{1 + e_0}{\kappa} p \quad (9)$$

不同于各向同性弹性模型回弹指数 κ 、泊松比 ν ，在各向异性弹性中还需要一个各向异性因子 n 。根据以上分析可知， n^2 为水平与竖向刚度之比，当 $n=1$ 时，材料为各向同性。

1.4 非共轴流动法则

Qian 等^[21]将非共轴应力率在当前应力状态方向上进行正交投影，给出了广义应力空间内的非共轴应力率：

$$\dot{s}_{ij}^n = \dot{s}_{ij} - \frac{\dot{s}_{kl} S_{kl}}{S_{mn} S_{mn}} s_{ij} - \frac{\dot{s}_{kl} S_{kl}}{S_{mn} S_{mn}} S_{ij} \quad (10)$$

式中， $S_{ij} = s_{ik} s_{kj} - 2J_2 \delta_{ij} / 3 - 3s_{ij} J_3 / 2J_2$ 。相应的非共轴应变率定义为

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{pn} = \frac{1}{H_t} \dot{s}_{ij}^n \quad (11)$$

式中， H_t 为塑性模量。

大量黏土试验结果表明^[8, 33-34]，随着当前剪切应力增大，非共轴应变率与应力方向不一致逐渐减小，至临界状态时趋于共轴，这种非共轴特性不能被方程(11)定义的非共轴特性反映^[16, 20]。另外，方程(11)中的非共轴参数为切向塑性模量，在循环剪切过程中，切向塑性模量呈现显著的弱化效应，若忽略其弱化效应则无法准确地预测非共轴塑性变形。因此，为更合理地模拟非共轴流动性，本文修正了 Qian 等^[21]非共轴流动理论，具体表述为

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{pn} = \dot{L} \left\langle 1 - \frac{\eta}{M} \right\rangle^\gamma k_n n_{ij}^{nc} \quad (12)$$

式中， n_{ij}^{nc} 为和 \dot{s}_{ij}^n 具有相同方向的非共轴应力率，表述为

$$n_{ij}^{nc} = n_{ij}^s - \frac{n_{kl}^s S_{kl}}{S_{mn} S_{mn}} s_{ij} - \frac{n_{kl}^s S_{kl}}{S_{mn} S_{mn}} S_{ij} \quad (13)$$

其中， $n_{ij}^s = \dot{s}_{ij}^s / \|\dot{s}_{ij}^s\|$ 为单位偏应力增量， η 和 M 分别为当前应力比和临界状态应力比，当 $\eta = M$ 时， $\dot{\epsilon}_{ij}^{pn} = 0$ ， γ ， k_n 均为材料参数，控制非共轴塑性应变随当前应力比变化程度及量级， \dot{L} 为塑性加载因子。

Macaulay 括号内表示随着应力比增加，非共轴程度减小，至临界状态时，应变增量方向与应力方向共轴，这与试验结论是符合的。值得一提的是，与 Qian 等^[21]非共轴不同的是，方程(13)中非共轴应变率与

共轴应变率用了相同的塑性加载因子, 这是由于非共轴与共轴应变率均为不可恢复塑性变形, 由相同的塑性机制驱动, 与 Li 等^[35]讨论的一致, 仅仅是方向不同。另外, 虽然用相同的塑性加载因子, 但非共轴与共轴应变率强度却不同, γ 和 k_n 共同控制非共轴塑性应变相对于共轴塑性应变的量级。通过以上分析可知, 本文修正使非共轴应力率无量纲化, 然后非共轴流动可以和共轴流动通过塑性加载因子耦合起来, 并考虑应力比影响。

共轴塑性应变采用相关联流动法则, 即塑性流动方向与塑性加载方向重合, 且等于边界在虚应力点处的外法线方向。考虑共轴塑性应变和非共轴塑性应变, 可得总的流动法则:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{L} \left[\frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_{ij}} + \left\langle 1 - \frac{\eta}{M} \right\rangle^\gamma k_n n_{ij}^{nc} \right] \quad (14)$$

1.5 增量型应力应变关系

模型采用两个独立的硬化内变量 p_c 以及 α_{ij} , 其中 p_c 反映应力历史的影响, α_{ij} 定义屈服面倾角的大小, 反映各向异性的程度。硬化规律的具体计算见 Huang 等^[24]。边界虚应力点的塑性模量 \bar{H}_p 可根据一致性条件求出:

$$\bar{H}_p = - \frac{\partial F}{\partial p_c} \frac{\partial p_c}{\partial \varepsilon_v^p} \frac{\partial F}{\partial p} - \frac{\partial F}{\partial \alpha_{ij}} \left(\frac{\partial \alpha_{ij}}{\partial \varepsilon_v^p} \frac{\partial F}{\partial p} + \frac{\partial \alpha_{ij}}{\partial \varepsilon_s^p} \frac{\partial F}{\partial q} \right) \quad (15)$$

当前应力点的塑性模量 H_p 可由插值函数计算^[24]:

$$H_p = \bar{H}_p + \zeta p_a \left[\left(\frac{\partial F}{\partial p} \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial q} \right)^2 \right] \left[\left(\frac{\bar{p}}{\rho} \right)^\psi - 1 \right] \quad (16)$$

$$\psi = \psi_0 \exp(-\xi \varepsilon_s^p) \quad (17)$$

式中, p_a 为标准大气压 (101.325 kPa), $\varepsilon_s^p = \int \dot{\varepsilon}_s^p$ 为塑性偏应变的累积值, ζ, ψ_0, ξ 为模型参数。

增量型弹性应力应变关系见式 (3), D_{ijkl}^e 为弹性刚度矩阵, 可由式 (7) 计算, 将式 (1), (3), (5), (14) 代入一致性条件得

$$\dot{L} = \frac{\frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_{st}} D_{stkl}^e \dot{\varepsilon}_{kl}}{H_p + \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_{st}} D_{stkl}^e \left[\frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_{kl}} + \left\langle 1 - \frac{\eta}{M} \right\rangle^\gamma k_n n_{kl}^{nc} \right]} \quad (18)$$

最终可得如下弹塑性应力应变增量关系:

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl}^{ep} \dot{\varepsilon}_{kl} \quad (19)$$

其中, D_{ijkl}^{ep} 为弹塑性刚度矩阵, 表达为

$$D_{ijkl}^{ep} = D_{ijkl}^e - \frac{D_{ijmn}^e \left[\frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_{mn}} + \left\langle 1 - \frac{\eta}{M} \right\rangle^\gamma k_n n_{mn}^{nc} \right] \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_{st}} D_{stkl}^e}{H_p + \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_{st}} D_{stkl}^e \left[\frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_{kl}} + \left\langle 1 - \frac{\eta}{M} \right\rangle^\gamma k_n n_{kl}^{nc} \right]} \quad (20)$$

本文所有计算都通过 Bardet 等^[36]提出的积分算法实现。

1.6 模型参数

本文模型共需要 14 个参数和初始状态参数 e_0 , 如表 1 所示, 模型相关参数根据其功能可分为 6 组。相对于黄茂松等^[23]和 Huang 等^[24]采用的边界面模型, 模型中减少了结构性参数, 引入了非共轴参数 γ 、 k_n 和各向异性弹性参数 n , 除上述 3 个参数以外的其他参数, 其标定方法可以参考黄茂松等^[23]和 Huang 等^[24]的论述, 本文不再重复。非共轴参数 γ 控制随着应力比增加非共轴程度减小的速率, k_n 控制非共轴塑性应变相对于共轴塑性应变的大小。这两个非共轴特性参数 γ 和 k_n 可由两组 $\alpha_\sigma \neq 0^\circ$ 和 $\alpha_\sigma \neq 90^\circ$ 的主应力轴固定单调剪切试验来标定, 根据式 (12) 可得

$$\gamma = \ln \left(\frac{d\varepsilon_{z\theta}^{p1}}{d\varepsilon_{z\theta}^{p2}} \right) / \ln \left(\frac{1 - \eta_1/M}{1 - \eta_2/M} \right) \quad (21)$$

式中, $(d\varepsilon_{z\theta}^{p1}, \eta_1)$ 和 $(d\varepsilon_{z\theta}^{p2}, \eta_2)$ 为 $d\varepsilon_{z\theta}^p - \eta$ 曲线上两个不同的点, 参数 k_n 可在 γ 确定后通过拟合其中一条 $\varepsilon_{z\theta}^p - \eta$ 曲线来标定。各向异性弹性参数 n 为各向异性因子, 是天然黏土的各向异性弹性参数。 n^2 为水平与竖向刚度之比, 可从固结后水平与竖向切片三轴试验或弯曲元试验获得的弹性模量或泊松比之比来标定。如果试验数据不足, 也可通过试错法模拟可用数据, 然后通过最佳拟合来确定, 特别是通过模拟不排水试验孔压波动曲线或排水试验中体应变波动曲线来标定。

2 模型验证

模型通过温州软黏土在纯主应力轴循环旋转下的不排水空心圆柱扭剪试验进行验证。Wang 等^[8]对温州天然软黏土开展了一系列纯主应力轴循环旋转试验, 首先对试样进行各向同性固结, 初始固结压力 $p'=150$ kPa, 然后增加剪应力 q 至固定值, 保持各向异性固结, 随后进行纯主应力轴循环旋转不排水试验, 如 2.2 节中描述, 保持平均主应力 p 、中主应力系数 b 和剪应力 q 不变, 连续旋转主应力方向, 试验具体条件和方案见 Wang 等^[8], 试验初始条件为 $p_0=100$ kPa 和 $e_0=1.570$ 。土体计算参数如表 1 所示, 需要说明的是, 该试验并未提供临界状态参数 λ 和 κ , 根据 Nakase 等^[37]的研究, 临界状态参数 λ 和 κ 与土体物理性质指标液限 w_L 或塑性指数 I_p 存在线性关系, 但其关系需根据土的特性来确定, 参考王立忠等^[38]对温州黏土的研究, 对比其土体物理性质指标液限 w_L 和塑性指数 I_p , 综合确定的温州软黏土临界状态参数见表 1。

表1 模型参数

Table 1 Model parameters

临界状态参数	形状参数	硬化参数	非共轴参数	各向异性弹性参数	边界面插值参数
$\lambda = 0.36$					
$\kappa = 0.04$					$\zeta = 40.0$
$M_c = 0.81$	$R = 3.2$	$\mu = 60$	$\gamma = 0.5$	$n = 1.1$	$\psi_0 = 12.0$
$M_c = 1.11$		$\beta = 0.7$	$k_n = 50$		$\xi = 6.0$
$\nu = 0.2$					

纯主应力轴循环旋转下,温州饱和软黏土不排水试验的孔隙水压变化与模拟结果如图6所示。由图6可知,虽然每个循环广义剪应力 q 保持不变,但孔压随主应力轴旋转呈波动形式累积,本文本构模型能够合理模拟孔压波动这种塑性积累行为。由图6还可看出, $b=0$ 的孔压累积小于 $b=0.5, 1.0$,在循环的初级阶段,孔压累积较快,随循环数增加,孔压累积变慢,而本文模型也能合理模拟中主应力系数和循环阶段对孔压累积的影响。图6中虚线表示 $b=1.0$ 条件下采用各向同性弹性 $n=1$ 的模拟,即不考虑各向异性弹性,结果显示没有孔压波动。通过对比可知,孔压波动这种塑性积累行为的模拟要归结于本构模型中引入的各向异性弹性。

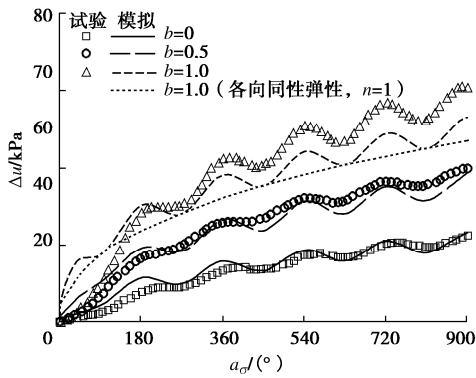


图6 孔隙水压累积试验与模拟

Fig. 6 Tests and simulation of accumulation of pore water pressure

图7为温州软黏土在纯主应力轴循环旋转下 $b=1.0$ 系列的应变分量随主应力轴旋转角度的关系。由图7可知,尽管广义剪应力保持不变,纯主应力轴旋转仍然产生了显著的塑性应变累积,模型合理的模拟这种塑性应变累积,这主要由于边界面模型中采用了可移动映射法则。

纯主应力轴循环旋转 $b=1.0$ 下,温州饱和软黏土不排水试验的剪切应力应变变化与模拟结果如图8所示,图8(a),8(b)分别为5个循环的试验和模拟结果。如图8(a)所示,尽管广义剪应力保持不变,剪切应力应变曲线仍呈现滞回特性并伴随着累积塑性

的发展,滞回圈刚度显著弱化且滞回圈形状呈开放性发展,对比图8(a),8(b)可知,尽管有一定差距,但模型合理地模拟了试验中这种剪切应力应变关系。

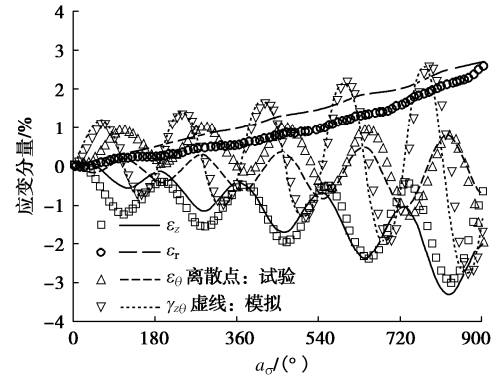


图7 应变分量变化规律试验与模拟

Fig. 7 Tests and simulation of variation of strain components

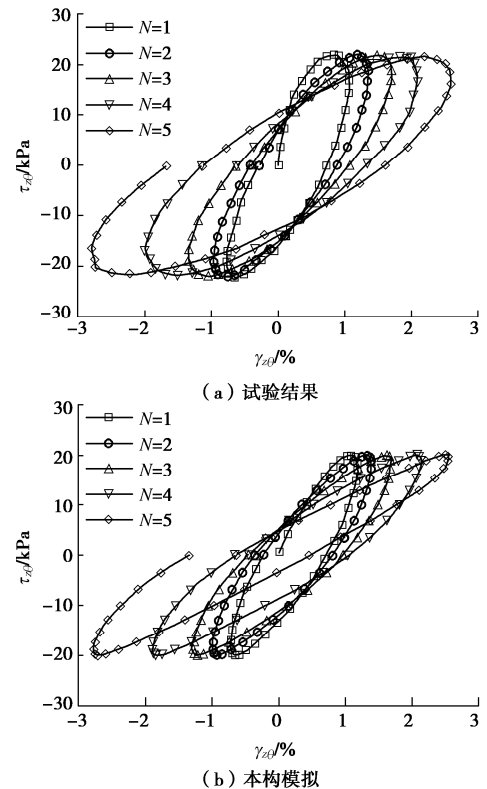


图8 剪切应力应变关系试验与模拟

Fig. 8 Tests and simulation of shear stress strain relationship

图9为温州软黏土在纯主应力轴循环旋转下 $b=0.5$ 的第三个循环($N=3$)应变增量矢量试验和模拟结果,相应的非共轴角随主应力轴旋转角变化的试验和模拟如图10所示。由图9可知,应变增量在循环加载过程中具有明显的分段特征,当 α_σ 在 $[0^\circ, 45^\circ]$ 和 $[90^\circ, 135^\circ]$ 变化时,非共轴角度减小,而当主应力轴旋转角 α_σ 在 $[45^\circ, 90^\circ]$ 和 $[135^\circ, 180^\circ]$ 变化时,非共轴角增大,由模拟结果可知,模型计算出的

分段特征大致与试验数据吻合。由图 10 的对比结果可知, 模型计算的非共轴角随循环变化规律也与试验结果一致, 说明模型能合理模拟黏土随主应力轴循环旋转表现的非共轴性。图 10 还给出了不考虑非共轴流动法则 $k_n=0$, 即共轴模型的预测结果, 由于采用的可移动映射法则的映射中心并不在坐标中心, 因此塑性流动方向并不等于应力方向角 α_σ , 所以非共轴角并不等于 0, 但是几乎不随主应力轴旋转变化。因此, 对比可知本文引入的修正非共轴流动法则在非共轴性预测中起显著作用, 合理模拟了非共轴角随循环变化的规律。

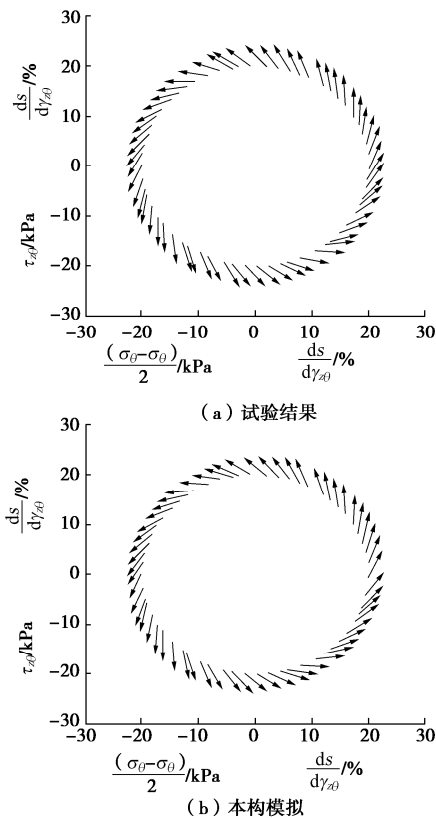


图 9 非共轴特性试验与模拟 ($N=3$)

Fig. 9 Tests and simulation of noncoaxial behavior ($N=3$)

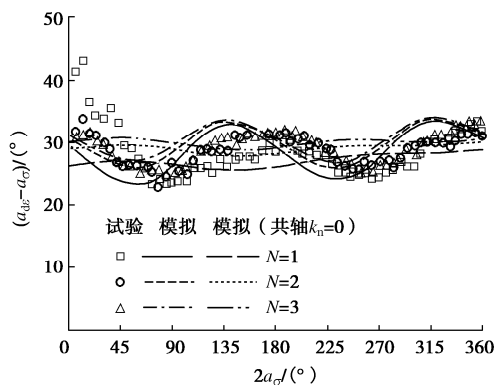


图 10 非共轴角试验与模拟

Fig. 10 Tests and simulation of noncoaxial angle

3 结 论

本文在考虑各向异性界面模型的基础上, 通过引入可移动映射法则, 处理主应力轴循环旋转卸载下的塑性效应。通过考虑固有各向异性弹性, 模拟主应力轴循环旋转下循环波动的塑性累积行为。同时, 修正了非共轴流动法则反映非共轴性的循环变化, 建立了一种考虑主应力轴循环旋转塑性效应的本构模型。最后, 对温州天然饱和软黏土在纯主应力轴循环旋转下的不排水行为进行了模拟, 得到以下 3 点结论。

(1) 在纯主应力轴循环旋转试验中, 因为模型引入了可移动映射法则, 使模型可描述这种卸载情况下的塑性变形。

(2) 由于模型中引入了固有各向异性弹性, 从而模型可以描述纯主应力轴循环旋转中循环波动这种塑性累积行为。

(3) 修正的非共轴理论中考虑了应力比影响并将非共轴流动和共轴流动耦合起来, 从而可以描述纯主应力轴循环旋转中非共轴性随循环变化规律。

参考文献:

- [1] ISHIHARA K. Soil response in cyclic loading induced by earthquakes, traffic and waves[C]// Proceedings of the 7th Asian Regional Conference Soil Mechanics and Foundation Engineering. Tokyo, 1983.
- [2] 王常晶, 陈云敏. 移动荷载引起的地基应力状态变化及主应力轴旋转[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(8): 1698 - 1704. (WANG Chang-jing, CHEN Yun-min. Stress state variation and principal stress axes rotation of ground induced by moving loads[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(8): 1698 - 1704. (in Chinese))
- [3] TONG Z X, ZHANG J M, YU Y L, et al. Drained deformation behavior of anisotropic sands during cyclic rotation of principal stress axes[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2010, 136(11): 1509 - 1518.
- [4] YANG Z X, LI X S, YANG J. Undrained anisotropy and rotational shear in granular soil[J]. Géotechnique, 2007, 57(4): 371 - 384.
- [5] 严佳佳, 周 建, 龚晓南, 等. 主应力轴纯旋转条件下原状黏土变形特性研究[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(3): 474 - 481. (YAN Jia-jia, ZHOU Jian, GONG Xiao-nan, et al. Deformation behavior of intact clay under pure principal stress rotation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, 36(3): 474 - 481. (in Chinese))

- [6] QIAN J G, DU Z B, YIN Z Y. Cyclic degradation and non-coaxiality of soft clay subjected to pure rotation of principal stress directions[J]. *Acta Geotechnica*, 2018, **13**(4): 943 - 959.
- [7] 钱建固, 杜子博. 纯主应力轴旋转下饱和软黏土的循环弱化及非共轴性[J]. *岩土工程学报*, 2016, **38**(8): 1381 - 1390. (QIAN Jian-gu, DU Zi-bo. Cyclic degradation and non-coaxiality of saturated soft clay subjected to pure rotation of principal stress axis[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2016, **38**(8): 1381 - 1390. (in Chinese))
- [8] WANG Y K, GAO Y F, LI B, et al. Influence of initial state and intermediate principal stress on undrained behavior of soft clay during pure principal stress rotation[J]. *Acta Geotechnica*, 2019, **14**(5): 1379 - 1401.
- [9] YANG Y M, YU H S. Numerical simulations of simple shear with non-coaxial soil models[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2006, **30**(1): 1 - 19.
- [10] 钱建固, 黄茂松. 复杂应力状态下岩土体的非共轴塑性流动理论[J]. *岩石力学与工程学报*, 2006, **25**(6): 1259 - 1264. (QIAN Jian-gu, HUANG Mao-song. Non-coaxial plastic flow theory in multi-dimensional stress state[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2006, **25**(6): 1259 - 1264. (in Chinese))
- [11] WANG Z L, DAFALIAS Y F, SHEN C K. Bounding surface hypoplasticity model for sand[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1990, **116**(5): 983 - 1001.
- [12] TSUTSUMI S, HASHIGUCHI K. General non-proportional loading behavior of soils[J]. *International Journal of Plasticity*, 2005, **21**(10): 1941 - 1969.
- [13] LI X S, DAFALIAS Y F. A constitutive framework for anisotropic sand including non-proportional loading[J]. *Géotechnique*, 2004, **54**(1): 41 - 55.
- [14] GAO Z W, ZHAO J D. A non-coaxial critical-state model for sand accounting for fabric anisotropy and fabric evolution[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2017, **106/107**: 200 - 212.
- [15] 童朝霞, 张建民, 张 嘎. 考虑应力主轴循环旋转效应的砂土弹塑性本构模型[J]. *岩石力学与工程学报*, 2009, **28**(9): 1918 - 1927. (TONG Zhao-xia, ZHANG Jian-min, ZHANG Ga. An elastoplastic constitutive model of sands considering cyclic rotation of principal stress axes[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2009, **28**(9): 1918 - 1927. (in Chinese))
- [16] LASHKARI A, LATIFI M. A non-coaxial constitutive model for sand deformation under rotation of principal stress axes[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2008, **32**(9): 1051 - 1086.
- [17] GUTIERREZ M, ISHIHARA K, TOWHATA I. Flow theory for sand during rotation of principal stress direction[J]. *Soils and Foundations*, 1991, **31**(4): 121 - 132.
- [18] YANG Y M, YU H S. A kinematic hardening soil model considering the principal stress rotation[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2013, **37**(13): 2106 - 2134.
- [19] TIAN Y, YAO Y P. Constitutive modeling of principal stress rotation by considering inherent and induced anisotropy of soils[J]. *Acta Geotechnica*, 2018, **13**(6): 1299 - 1311.
- [20] 陈洲泉, 黄茂松. 砂土各向异性与非共轴特性的本构模拟[J]. *岩土工程学报*, 2018, **40**(2): 243 - 251. (CHEN Zhou-quan, HUANG Mao-song. Constitutive modeling of anisotropic and non-coaxial behaviors of sand[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2018, **40**(2): 243 - 251. (in Chinese))
- [21] QIAN J G, YANG J, HUANG M S. Three-dimensional noncoaxial plasticity modeling of shear band formation in geomaterials[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2008, **134**(4): 322 - 329.
- [22] LING H I, YUE D Y, KALIAKIN V N, et al. Anisotropic elastoplastic bounding surface model for cohesive soils[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2002, **128**(7): 748 - 758.
- [23] 黄茂松, 柳艳华. 天然软黏土屈服特性及主应力轴旋转效应的本构模拟[J]. *岩土工程学报*, 2011, **33**(11): 1667 - 1675. (HUANG Mao-song, LIU Yan-hua. Simulation of yield characteristics and principal stress rotation effects of natural soft clay[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2011, **33**(11): 1667 - 1675. (in Chinese))
- [24] HUANG M S, LIU Y H, SHENG D C. Simulation of yielding and stress-strain behavior of Shanghai soft clay[J]. *Computers and Geotechnics*, 2011, **38**(3): 341 - 353.
- [25] LI X S. Rotational shear effects on ground earthquake response[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 1997, **16**(1): 9 - 19.
- [26] YAO Y P, HOU W, ZHOU A N. UH model: three-dimensional unified hardening model for overconsolidated clays[J]. *Géotechnique*, 2009, **59**(5): 451 - 469.
- [27] YAO Y P, TIAN Y, GAO Z. Anisotropic UH model for soils

- based on a simple transformed stress method[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2017, **41**(1): 54 - 78.
- [28] LI X S. A sand model with state-dependent dilatancy[J]. *Géotechnique*, 2002, **52**(3): 173 - 186.
- [29] DAFALIAS Y F, HERRMANN L R. A generalized bounding surface constitutive model for clays[C]// *Application of Plasticity and Generalized Stress-strain in Geotechnical Engineering*. Hollywood, 1982.
- [30] GRAHAM J, HOULSBY G T. Anisotropic elasticity of a natural clay[J]. *Géotechnique*, 1983, **33**(2): 165 - 180.
- [31] 尹振宇, 顾晓强, 金银富. 土的小应变刚度特性[M]. 上海: 同济大学出版社, 2017. (YIN Zhen-yu, GU Xiao-qiang, JIN Yin-fu. Small Strain Stiffness of Soils[M]. Shanghai: Tongji University Press, 2017. (in Chinese))
- [32] 张建民. 砂土的可逆性和不可逆性剪胀规律[J]. *岩土工程学报*, 2000, **22**(1): 15 - 20. (ZHANG Jian-min. Reversible and irreversible dilatancy of sand[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2000, **22**(1): 15 - 20. (in Chinese))
- [33] LADE P, KIRKGARD M M. Effects of stress rotation and changes of B-values on cross-anisotropic behavior of natural, K_0 -consolidated soft clay[J]. *Soils and Foundations*, 2000, **40**(6): 93 - 105.
- [34] 沈 扬. 考虑主应力方向变化的原状软黏土试验研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2007. (SHEN Yang. Experimental Study on Effect of Variation of Principal Stress Orientation on Undisturbed Soft Clay[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2007. (in Chinese))
- [35] LI X S, DAFALIAS Y F. Noncoaxiality between two tensors with application to stress rate decomposition and fabric anisotropy variable[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2020, **146**(3): 04020004.
- [36] BARDET J P, CHOUCAIR W. A linearized integration technique for incremental constitutive equations[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1991, **15**(1): 1 - 19.
- [37] NAKASE A, KAMEI T, KUSAKABE O. Constitutive parameters estimated by plasticity index[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1988, **114**(7): 844 - 858.
- [38] 王立忠, 沈恺伦. K_0 固结结构性软黏土的旋转硬化规律研究[J]. *岩土工程学报*, 2008, **30**(6): 863 - 872. (WANG Li-zhong, SHEN Kai-lun. Rotational hardening law of K_0 consolidated structured soft clays[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2008, **30**(6): 863 - 872. (in Chinese))

中国土木工程学会第十四届全国土力学及岩土工程学术大会 (第一号通知)

主办单位: 中国土木工程学会土力学及岩土工程分会

承办单位: 中国科学院武汉岩土力学研究所; 岩土力学与工程国家重点实验室

征文内容: 会议主要研讨双碳战略下岩土工程理论与实践、新技术和新方法等。组委会接受全文投稿, 大会学术委员会将组织专家成立论文评审委员会。征文内容主要包括以下14个方面。①岩土基本性质与本构关系; ②岩土工程勘察、测试与评价; ③地基处理与基础工程; ④特殊土力学与工程; ⑤边坡工程与地质灾害; ⑥地下工程及能源储备; ⑦土动力学与岩土地震工程; ⑧海洋岩土力学与岛礁工程; ⑨环境岩土工程与固废处置; ⑩二氧化碳地质利用与封存; ⑪数值仿真与岩土工程大数据; ⑫岩土工程新材料、新装备与智能建造; ⑬岩土力学与工程前沿交叉; ⑭重大岩土工程实录。

投稿要求: 大会组委会于2022年7月1日开始接收论文投稿。应征论文须符合上述征文内容要求且未公开发表。投稿时须向会务组提交全文电子文件(投稿邮箱附后), 论文请按《岩

土力学》期刊格式撰写, 论文模板请登录《岩土力学》网站下载中心下载, 来稿务请注明作者的详细通讯地址、E-mail及联系电话。

根据被录用论文的研究内容与学术水平, 分别推荐论文由《*Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*》、《*岩土力学*》、《*岩石力学与工程学报*》、《*土木工程学报*》、《*岩土工程学报*》、《*力学与实践*》、《*土工基础*》等近10个国内高水平期刊以正刊、专刊或增刊形式发表, 其中多本期刊的专刊或增刊可被SCI或EI检索。热忱欢迎国内外从事岩土工程勘察、设计、检测监测、科研教学、设备和施工领域的科技工作者踊跃投稿。

联系方式: 郭 妍(13871535559), 卢 正(13469993948), 刘 磊(15871497846), 孙冠华(18672321892); 湖北省武汉市武昌八一路小洪山2号, 中国科学院武汉岩土力学研究所(430071); E-mail: cismge2023@whrsm.ac.cn; 电话: 027-87198413。

(大会组委会 供稿)