

DOI: 10.11779/CJGE202111014

# 岩体粗糙裂隙几何特征对其 Forchheimer 型 渗流特性的影响

周新<sup>1,2</sup>, 盛建龙<sup>1,2</sup>, 叶祖洋<sup>\*1,2</sup>, 罗旺<sup>1,2</sup>, 黄诗冰<sup>1,2</sup>, 程爱平<sup>1,2</sup>

(1. 武汉科技大学资源与环境工程学院, 湖北 武汉 430081; 2. 冶金矿产资源高效利用与造块湖北省重点实验室, 湖北 武汉 430081)

**摘要:** 为了研究岩体粗糙裂隙几何特征与其非线性渗流特性的相互关系, 基于裂隙面分形特性提出了三维粗糙裂隙的几何结构表征模型, 通过直接求解 N-S (Navier-Stokes) 方程, 研究了不同开度均值、标准差和分形维数对岩体裂隙 Forchheimer 型渗流特性的影响规律, 验证了 Forchheimer 方程描述流量与压力梯度非线性关系的有效性。研究结果表明: 当流量较小时, 随着裂隙开度均值减小、标准差增大, 线性系数逐渐增大即水力开度逐渐减小, 渗透能力下降, 分形维数对其渗透能力的影响较小, 并提出了水力开度与开度均值、标准差的经验关系式; 当流量较大时, 水流流态从线性流向非线性流转变, 随着开度均值减小、标准差和分形维数的增大, 非线性系数增大, 临界雷诺数减小, 测得  $Re_c$  范围为 11.16~39.3。

**关键词:** 岩体裂隙; 几何特征; 渗流特性; 分形理论

**中图分类号:** TU43 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2021)11-2075-09

**作者简介:** 周新(1996—), 男, 硕士研究生, 主要从事岩土渗流力学方面的研究。E-mail: zhouxin\_wust@163.com。

## Effects of geometrical feature on Forchheimer-flow behavior through rough-walled rock fractures

ZHOU Xin<sup>1,2</sup>, SHENG Jian-long<sup>1,2</sup>, YE Zu-yang<sup>1,2</sup>, LUO Wang<sup>1,2</sup>, HUANG Shi-bing<sup>1,2</sup>, CHENG Ai-ping<sup>1,2</sup>

(1. School of Resources and Environmental Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China; 2. Hubei

Key Laboratory for Efficient Utilization and Agglomeration of Metallurgical Mineral Resources, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China)

**Abstract:** In order to study the relationship between the geometrical feature and the nonlinear flow properties of rough-walled rock fractures, a numerical model based on the fractal behavior is proposed to characterize the three-dimensional geometry of rough-walled fractures. By solving the N-S (Navier-Stokes) equation directly, the effects of mean aperture, standard deviation of aperture and different fractal dimensions on the Forchheimer flow characteristics of fractures are investigated. The Forchheimer equation is validated to describe the nonlinear relationship between the flow rate and the pressure gradient. The results show that with the lower flow rate, the linear coefficient increases and the hydraulic aperture decreases with the decreasing mean aperture and increasing standard deviation of the aperture, thus the empirical relation for the hydraulic aperture, the mean aperture and the standard deviation of aperture is put forward, while the effects of the fractal dimension almost can be ignored. On the contrary, with larger flow rate, for the flow pattern changing from linear to nonlinear flow, as the mean aperture decreases and the standard deviation of aperture and the fractal dimension increase, the nonlinear coefficient increases, and the critical Reynolds number decreases, with the range of  $Re_c$  being 11.16~39.3.

**Key words:** rock fracture; geometrical feature; flow property; fractal theory

## 0 引言

天然岩体经过漫长的地质作用, 内部发育着大量裂隙。相较岩块而言, 岩体裂隙的透水性较强, 是地下水流动的主要运输通道, 对水利水电、核废料存储、CO<sub>2</sub> 地质封存、油气开采等领域渗流问题及地质灾害具有关键性控制作用, 因此开展岩体裂隙的渗透特性

研究对指导工程建设具有重要意义。

最早 Snow<sup>[1]</sup>将岩体粗糙裂隙简化为光滑平行板

基金项目: 国家自然科学基金项目(42077243, 51709207); 湖北省自然科学基金项目(2018CFB631)

收稿日期: 2020-11-04

\*通信作者 (E-mail: yezuyang@wust.edu.cn)

模型进行试验研究,提出了著名的立方定理。然而,绝对光滑平行的裂隙并不存在,天然裂隙表面粗糙起伏,几何形貌千差万别,开度分布随机性很大,难以满足立方定理的成立条件,致使裂隙渗透特性估计偏差较大。国内外学者<sup>[2-4]</sup>基于大量室内试验和数值分析,发现粗糙裂隙渗流的流量与压力梯度关系存在非线性特征。

为探究非线性渗流特性与裂隙表面粗糙度的关系,张戈等<sup>[5]</sup>对粗糙度和迂曲特征不同的单裂隙进行数值模拟,研究结果与考虑迂曲度的立方定理修正式有一定偏差,因此认为粗糙裂隙渗流特性受迂曲度和粗糙度相互耦合作用影响。Chen等<sup>[6]</sup>对不同粗糙度的花岗岩裂隙进行不同围压下渗流试验,研究了水力开度与 Forchheimer 方程非线性系数的关系。Yin等<sup>[7]</sup>通过剪切-渗流试验分析了粗糙裂隙在不同法向荷载下剪切过程对非线性流动行为的影响。以上关于粗糙度对非线性渗流特征影响的研究均采用 JRC (Joint Roughness Coefficient) 来表征裂隙表面粗糙度,但 JRC 值是根据观测经验得到,对裂隙表面粗糙度不能精确数学量化表征。

同时,许多学者研究了除裂隙表面粗糙度之外的几何因素对裂隙非线性渗流特性的影响,肖维民等<sup>[8]</sup>认为接触面积使得渗流曲折效应加剧,通过渗流试验结果推导并验证了考虑接触面积影响的计算公式。Tsang<sup>[9]</sup>通过试验研究了流动路径曲折度对渗流特性的影响,发现孔径分布越小,曲折的影响越大。熊峰等<sup>[10]</sup>进行低流量下裂隙饱和渗流试验,分析了粗糙度和开度对非线性渗流特性的影响。

除了研究裂隙内部几何特征对渗流规律的作用,有较多学者关注剪切位移、法向应力和围压等外部因素对非线性渗流特性的影响。Chen等<sup>[11]</sup>对砂岩裂隙施加围压进行渗流试验,探究了裂隙几何特征对非达西流的影响,发现 Forchheimer 方程线性系数和非线性系数随围压增大而增大,且与裂隙几何特征密切相关。Wang等<sup>[12]</sup>对不同表面粗糙度的岩石裂隙施加不同法向应力和剪切位移进行渗流试验,结果显示 Forchheimer 方程线性系数和非线性系数均随法向应力的增大而减小,临界水力梯度随剪切位移和法向应力的增大而增大。不难看出,针对外部因素对非线性渗流作用的规律研究,本质上都体现在粗糙裂隙几何特征的影响。比如法向应力越大,粗糙裂隙平均开度减小,导致裂隙渗透能力降低,非线性渗流特性加剧。因此,开展粗糙裂隙几何特征对非线性渗流特性的影响规律研究十分重要,尤其采用裂隙开度标准差来表征裂隙开度分布情况的研究较少。

针对以上问题,基于分形理论建立三维粗糙裂隙模型,通过求解 N-S 方程模拟渗流过程,用分形维数来表征裂隙表面粗糙度,综合考虑表面粗糙度和开度均值、标准差的影响,研究裂隙几何特征对 Forchheimer 型渗流特性的影响规律,定量表征非线性渗流参数与分形维数和开度均值、标准差的数学关系。

## 1 粗糙裂隙的几何模型

研究表明<sup>[13-15]</sup>,岩体裂隙面形貌具有自相似性和自相仿性,粗糙裂隙面高程可以采用单值连续随机函数  $Z(x)$  进行描述,相邻间距  $\Delta$  的裂隙面高程变化  $[Z(x) - Z(x + \lambda\Delta)]$  服从正态分布  $N(0, \delta^2)$ ,裂隙面形貌自相仿性满足以下关系:

$$\langle Z(x) - Z(x + \lambda\Delta) \rangle = 0 \quad (1)$$

$$\delta_{\lambda\Delta}^2 = \lambda^{2H} \delta_{\Delta}^2 \Rightarrow \delta_{\lambda\Delta} = \lambda^H \delta_{\Delta} \quad (2)$$

$$\delta_{\lambda\Delta}^2 = \langle [Z(x) - Z(x + \lambda\Delta)]^2 \rangle \quad (3)$$

$$\delta_{\Delta}^2 = \langle [Z(x) - Z(x + \Delta)]^2 \rangle \quad (4)$$

式中  $\langle \cdot \rangle$  表示数学期望;  $x$  为坐标分量;  $H$  为 Hurst 参数,大小为  $0 \sim 1$ ,三维裂隙的分形维数  $D=3-H$ ;  $\lambda$  为常数;  $\delta_{\lambda\Delta}^2$ ,  $\delta_{\Delta}^2$  分别指间距为  $\lambda\Delta$  与  $\Delta$  裂隙面高程变化对应的方差,  $\delta$  为标准差。

为了构建粗糙裂隙的几何模型,本文采用逐次随机累加法 (Successive random addition method, SRAM) 生成裂隙表面形态,生成的正方形区域如图 1 所示,具体步骤如下:

(1) 给定裂隙面区域,4个顶点的初始高程为满足  $N(0, \delta_0^2)$  的随机值,标号为 1。

(2) 区域中心点和边线中点高程分别取 4 个顶点初始值的平均值和边线端点的平均值,标号为 2,中心点、中点以及顶点的高程均增加满足  $N(0, \delta_1^2)$  的随机值,其中

$$\delta_1^2 = \frac{\delta_0^2}{2^{2H}} (1 - 2^{2H-2}) \quad (5)$$

(3) 对每个新生成的子域,重复步骤 (2),然后所有点高程继续增加服从  $N(0, \delta_n^2)$  的随机值,直至生成  $2^n \times 2^n$  个子域,其中

$$\delta_n^2 = \frac{\delta_{n-1}^2}{2^{2H}} = \frac{\delta_0^2}{(2^{2H})^n} (1 - 2^{2H-2}) \quad (6)$$

(4) 不再插入新子域,对已生成所有点的高程继续增加满足  $N(0, \delta_j^2)$  的随机值,其中

$$\delta_j^2 = \frac{\delta_{j-1}^2}{2^{2H}} = \frac{\delta_0^2}{(2^{2H})^j} (1 - 2^{2H-2}) \quad (7)$$

式中,  $j = n+1, n+2, \dots, NM$ ,  $NM$  为一个足够大的数可以使  $\delta_{NM} / \delta_0$  的比值忽略不计。

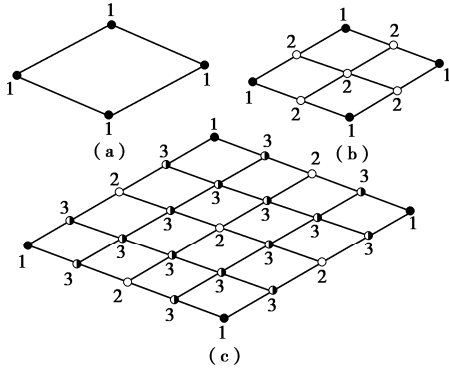


图 1 二维 SRAM 示意图

Fig. 1 Illustration of two-dimensional SRAM

李毅<sup>[16]</sup>, Ye 等<sup>[17]</sup>研究表明, 岩石裂隙的开度服从正态分布。结合 Wang 等<sup>[18]</sup>提出的位错法, 已知裂隙的分形维数, 通过 SRAM 生成粗糙裂隙的下裂隙面, 下裂隙面的高程  $Z_1(x, y)$ , 上裂隙面的高程  $Z_2(x, y)$  为

$$Z_2(x, y) = Z_1(x + \Delta x, y + \Delta y) + u \quad (8)$$

式中,  $(\Delta x, \Delta y)$  为上下裂隙面的相对位错,  $u$  为上下裂隙面之间的开度均值。裂隙开度分布函数  $b$  可表示为

$$b(x, y) = \begin{cases} Z_2(x, y) - Z_1(x, y) & (Z_2(x, y) > Z_1(x, y)) \\ 0 & (\text{else}) \end{cases} \quad (9)$$

结合自相仿性关系式 (1) ~ (4), (9), 裂隙开度函数  $b$  满足正态分布  $N(u, \delta^2)$ 。

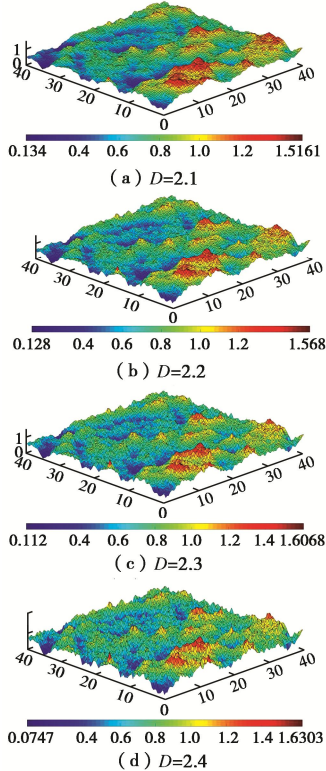


图 2  $u=0.8 \text{ mm}$ ,  $\delta=0.21 \text{ mm}$  时裂隙模型形貌对比 (红色代表大开度, 蓝色代表小开度)

Fig. 2 Comparison of morphologies of fracture models for  $u=0.8 \text{ mm}$ ,  $\delta=0.21 \text{ mm}$  (red represents large aperture, blue represents small aperture)

为了说明算法用于表征裂隙面几何形貌的可靠性, 图 2 给出了 4 组不同粗糙度的裂隙开度分布图, 正方形边长  $L=40 \text{ mm}$ ,  $u=0.8 \text{ mm}$ ,  $\delta=0.21 \text{ mm}$ , 分形维数分别为 2.1, 2.2, 2.3, 2.4。可以看出, 随着  $D$  增大, 开度最大值增大、最小值减小, 整体分布离散性更大, 相邻点开度波动更加剧烈, 粗糙起伏程度更大。

## 2 裂隙渗流理论

### 2.1 立方定理

基于光滑平行板模型, 通过对 N-S 方程简化, 裂隙渗流应满足立方定理<sup>[1]</sup>:

$$Q = -\frac{wb_h^3}{12\mu} J \quad (10)$$

式中,  $Q$  为单位时间内的体积流量,  $b_h$  为裂隙等效水力开度,  $w$  为裂隙宽度,  $\mu$  为动力黏度,  $J = (p_{in} - p_{out})/l$  为进出口压力梯度。

### 2.2 Forchheimer 方程

在流量较大条件下, 惯性力作用较大, 粗糙裂隙渗流呈现非线性特征, 引入 Forchheimer 方程<sup>[3-4]</sup>来描述粗糙裂隙非线性渗透特性:

$$J = AQ + BQ^2 \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{\mu}{kA_h} = \frac{12\mu}{wb_h^3} \\ B &= \frac{\beta\rho}{w^2b_h^2} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中,  $A, B$  分别为 Forchheimer 方程线性系数和非线性系数, 渗透率  $k = b_h^2/12$ ,  $k$  越大则裂隙的渗透能力越强,  $\beta$  为非达西流惯性系数, 主要取决于裂隙的几何特征,  $\rho$  表示流体密度。当流量较小时, 惯性力远小于黏性力, 即二次项 ( $BQ^2$ ) 远小于线性项 ( $AQ$ ), 方程 (11) 可以退化为立方定理。

### 2.3 流态判别

为了定量评价裂隙非线性渗流发生机制, 引入雷诺数  $Re$ :

$$Re = \frac{\rho v b_h}{\mu} = \frac{\rho Q}{\mu w} \quad (13)$$

式中,  $v$  为裂隙入口平均流速。雷诺数  $Re$  代表了裂隙渗流的惯性力与黏性力的比值,  $Re$  值越大表示惯性作用更强, 流体越容易进入非线性流态。同时, 根据 Forchheimer 方程定义非达西流效应因子  $E$ :

$$E = \frac{BQ^2}{AQ + BQ^2} \quad (14)$$

$E$  代表非线性渗流引起的压力梯度占总压力梯度的比例, 是大小在  $0 \sim 1$  的无量纲系数, 表示渗流的非线性作用的强弱, 当  $E=0$  时, 流体处于线性达西流;

当  $E \approx 1$  时, 流体进入全紊流状态。根据 Zhang 等<sup>[3]</sup>、Zeng 等<sup>[19]</sup>和 Javadi 等<sup>[20]</sup>研究, 可以选取  $E=10\%$  作为阈值区分线性和非线性流动, 并结合式 (13), (14), 可推导出裂隙渗流从线性流动向非线性流动转变的临界雷诺数  $Re_c$  表达式:

$$Re_c = \frac{A\rho}{9B\mu w}, \quad (15)$$

$Re_c$  越小, 说明渗流惯性效应越显著, 流体越容易进入 Forchheimer 型流态。

### 3 数值模拟

#### 3.1 控制方程

对于不可压缩、黏滞系数恒定的牛顿流体在粗糙裂隙内稳态流动, 流体运动满足 N-S 方程和连续性方程:

$$\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}) - \mu \nabla^2 \mathbf{v} = -\nabla P, \quad (16)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (17)$$

式中,  $\mathbf{v}$ ,  $\nabla$  分别为速度矢量和哈密顿算子。本研究中流体为水 (25°C), 密度  $\rho$  取 997.1 kg/m<sup>3</sup>, 动力黏度取  $0.894 \times 10^{-3}$  Pa·s。Zou 等<sup>[21]</sup>指出: 采用 COMSOL 软件中层流接口提供的入流条件可以减小恒定流量的进口边界效应, 特别是在雷诺数较高的非线性流动情况下可很大程度上提高收敛速度。因此, 本文数值模拟选取有限元软件 COMSOL Multiphysics 中层流接口来完成。

#### 3.2 计算步骤

如图 3 所示, 首先基于 SRAM 生成三维粗糙裂隙面, 通过布尔运算构建裂隙实体模型, 将实体模型进行网格划分, 确定计算模型的细观结构, 采用 COMSOL 进行计算得到一系列流量及压力梯度的数据并与 Forchheimer 方程进行拟合分析。

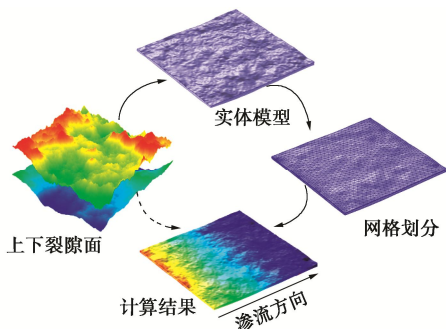


图 3 三维粗糙裂隙模型构建流程图

Fig. 3 Modeling process for three-dimensional rough fractures

为选择合适的单元尺寸, 以  $u=0.8$  mm,  $\delta=0.09$  mm,  $D=2.1$  的模型为例, 入口流速  $v=0.112$  m/s, 以不同单元尺寸对裂隙模型进行网格划分和求解, 结果如表 1 所示。综合考虑求解精度、计算成本和求解所需时间, 单元尺寸选为 0.17 mm, 裂隙模型大小为 40 mm×40 mm, 几何参数如开度均值、标准差和分形维数见表 1, 网格数量为 (140~180) × 10<sup>4</sup>, 基本满足

求解需要<sup>[21-22]</sup>。裂隙模型左侧为渗流场入口, 流量  $Q$  取值范围为 0.1793~3.2278 mL/s, 由式 (13) 可知, 对应的  $Re$  范围为 5~90; 裂隙模型右侧为渗流场出口, 设置压力  $P_{out}=0$ , 其余壁面均为无滑移边界。

表 1 网格无关性分析

Table 1 Analysis of grid independence

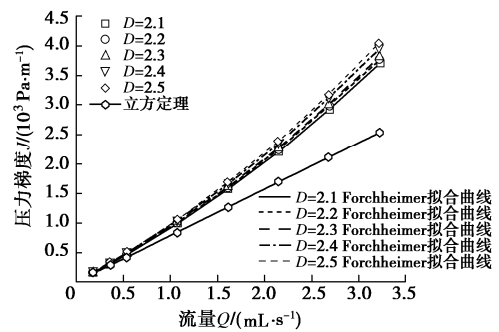
单元尺寸 /mm	网格数量 /10 <sup>4</sup>	求解时间	物理内存/GB	结果 /Pa
0.250	66.58	8 分 59 秒	4.68	110.92
0.230	80.94	12 分 28 秒	4.86	103.77
0.200	113.52	19 分 22 秒	5.82	95.112
0.180	143.68	34 分 23 秒	6.09	90.053
0.175	152.47	59 分 10 秒	6.34	89.12
0.170	164.69	90 分 46 秒	6.30	87.509
0.160	189.04	165 分 22 秒	6.56	86.55

### 4 结果与分析

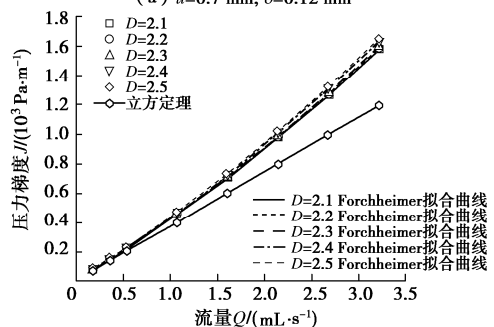
#### 4.1 流量与压力梯度的关系

图 4 给出了部分裂隙模型流量与压力梯度的关系, Forchheimer 方程线性系数  $A$  和非线性系数  $B$  拟合结果见表 2, 决定系数  $R^2$  均大于 0.99, 说明 Forchheimer 方程能很好地描述粗糙裂隙渗流中流量与压力梯度的非线性关系。

如图 4 所示, 其他条件相同时, 随着流量增大, Forchheimer 方程拟合曲线与立方定理的偏离程度越大, 并且  $D$  和  $\delta$  越大、 $u$  越小时压力梯度越大, 说明相同压力梯度下, 表面起伏程度越大、裂隙开度越小, 则渗流阻力越大, 渗流流量越小。Zeng 等<sup>[19]</sup>认为这种 Forchheimer 型流动特性主要是由惯性力导致, 即式 (16) 中惯性项  $\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v})$  是发生非线性的主要原因。



(a)  $u=0.7$  mm,  $\delta=0.12$  mm



(b)  $u=0.9$  mm,  $\delta=0.12$  mm

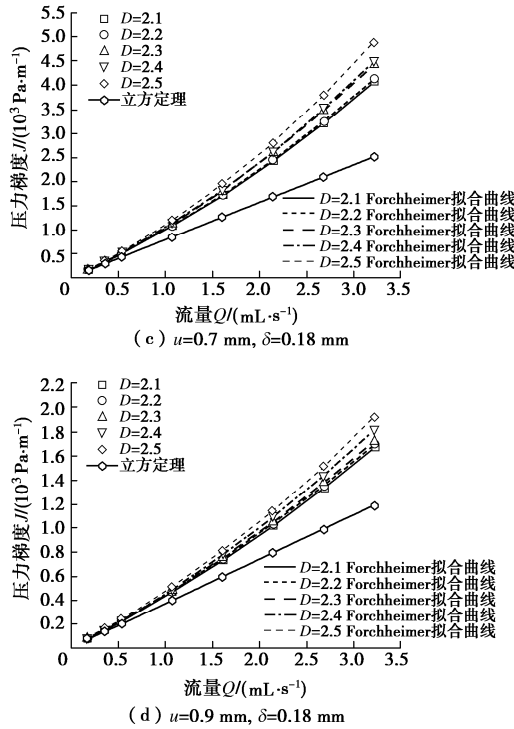


图 4 流量与压力梯度关系

Fig. 4 Relationship between flow rate and pressure gradient

为分析粗糙裂隙 Forchheimer 型流动的形成原因, 图 5 对比了  $u=0.8 \text{ mm}$ ,  $D=2.5$ ,  $Q=3.2278 \text{ mL/s}$  时,  $\delta$  分别为  $0.09, 0.21 \text{ mm}$ , 沿  $x$  方向流动的局部速度切面。由图 5 可知,  $\delta$  越大则开度分布越不均匀, 速度分布越离散, 且局部流速增大, 导致水流惯性效应增强, 局部能量耗散加大, 最终引起流动的非线性。

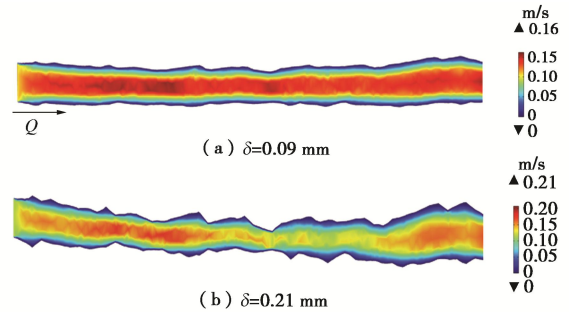


图 5 速度局部分布图 ( $x=0\sim 20 \text{ mm}$ ,  $y=20 \text{ mm}$ )

Fig. 5 Local distribution of velocity ( $x=0\sim 20 \text{ mm}$ ,  $y=20 \text{ mm}$ )

#### 4.2 粗糙裂隙渗透能力分析

从式 (12) 可知,  $A$  值与渗透能力成负相关关系, 由表 2 可知,  $u$ ,  $\delta$  相同而  $D$  不同时,  $A$  无明显变化规律, 说明流量较小时, 分形维数变化对裂隙渗透能力

表 2 线性系数  $A$  和非线性系数  $B$

Table 2 Values of linear coefficient  $A$  and nonlinear coefficient  $B$

开度均值/mm	标准差/mm	$D=2.1$		$D=2.2$		$D=2.3$		$D=2.4$		$D=2.5$	
		$A$	$B$	$A$	$B$	$A$	$B$	$A$	$B$	$A$	$B$
0.70	0.09	7.9881	0.8631	8.0081	0.9063	7.9850	0.9245	8.0201	1.0886	7.9810	1.1948
	0.12	8.1592	1.0319	8.1831	1.0395	8.3549	1.1386	8.1942	1.2533	8.3403	1.2722
	0.15	8.3122	1.0427	8.5025	1.0754	8.4001	1.1766	8.4931	1.3884	8.6016	1.5342
	0.18	8.7742	1.1996	8.7086	1.2634	8.7903	1.5410	8.8561	1.5730	9.0268	1.8872
	0.21	9.3183	1.3650	9.0407	1.9623	8.9406	2.3172	9.0750	2.5956	9.6689	2.6839
0.75	0.09	6.5077	0.6359	6.5082	0.6476	6.5181	0.6737	6.5301	0.6708	6.5595	0.7189
	0.12	6.6114	0.7013	6.5928	0.8232	6.6005	0.8222	6.6883	0.8853	6.6451	0.9675
	0.15	6.7716	0.7821	6.7630	0.8663	6.8099	0.9138	6.8346	1.0207	6.9403	1.0424
	0.18	7.0165	0.9409	7.0303	0.9758	7.0799	1.1197	7.1480	1.1841	7.2179	1.3674
	0.21	7.3457	1.0103	7.3609	1.1502	7.3260	1.3037	7.4201	1.4182	7.6003	1.6886
0.80	0.09	5.4034	0.4757	5.4458	0.4823	5.3659	0.5485	5.3438	0.5740	5.3992	0.5922
	0.12	5.4444	0.5018	5.4855	0.5276	5.4405	0.5953	5.4694	0.6206	5.5305	0.6438
	0.15	5.5328	0.6351	5.5351	0.6505	5.5571	0.6903	5.6169	0.7380	5.6962	0.7999
	0.18	5.7546	0.6519	5.6861	0.7334	5.7750	0.8330	5.7980	0.8662	5.9162	0.9422
	0.21	5.9371	0.7400	5.9073	0.7968	5.9457	0.9684	6.0859	1.0399	6.1693	1.2410
0.85	0.09	4.4743	0.3796	4.4783	0.3949	4.4466	0.4224	4.5273	0.4204	4.4770	0.4775
	0.12	4.5770	0.3917	4.6725	0.4285	4.6931	0.4406	4.6128	0.4738	4.5644	0.4814
	0.15	4.6240	0.4168	4.6540	0.4926	4.6321	0.5152	4.7123	0.5528	4.7514	0.5866
	0.18	4.7719	0.4638	4.7216	0.5441	4.7519	0.6109	4.8300	0.6132	4.9185	0.6987
	0.21	4.8836	0.5452	4.8808	0.5772	4.9173	0.6806	4.9958	0.7364	5.1056	0.9202
0.90	0.09	3.7816	0.2981	3.7857	0.2999	3.7941	0.2996	3.8015	0.3186	3.7873	0.3434
	0.12	3.8605	0.3122	3.8300	0.3352	3.8388	0.3376	3.8633	0.3639	3.9077	0.3656
	0.15	3.9244	0.3393	3.9207	0.3507	3.9756	0.3782	3.9765	0.4225	4.0178	0.4993
	0.18	3.9775	0.3738	3.9765	0.3965	4.0512	0.4002	4.0533	0.4836	4.1303	0.5552
	0.21	4.0892	0.4038	4.0805	0.4779	4.1200	0.5300	4.2182	0.5797	4.3172	0.6987

注:  $A=10^8 \cdot \text{kg/s}^1/\text{m}^5$ ;  $B=10^{14} \cdot \text{kg/m}^8$ 。

的影响不明显。为探究微观机理，图 6 截取了  $u=0.8$  mm,  $\delta=0.21$  mm,  $Q=3.2278$  ml/s 时,  $D$  分别为 2.1, 2.3, 2.5, 纵坐标  $y=20$  mm, 横坐标  $x$  在 25~32 mm 的剖面流线图。由图 6 可知,  $D$  越大则裂隙表面粗糙程度越大, 而流线分布基本一致, 粗糙凸起处出现空白区域。说明裂隙内流动趋向阻力较小处, 会绕过阻力较大的凸起区域而形成优势通道, 因此有效流动空间基本相同, 渗透能力无明显变化。当流量继续增大, 这些凸起区域会出现涡流, 导致能量消耗加快, 裂隙渗透能力降低<sup>[23]</sup>。

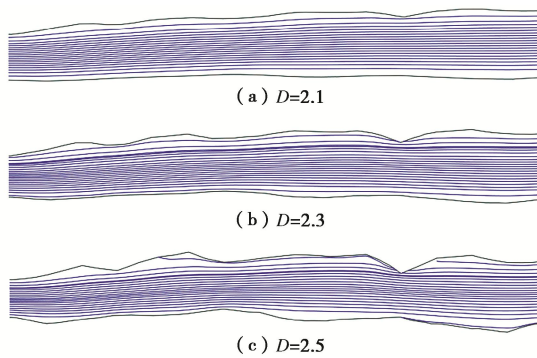


图 6 流线局部分布图 ( $y=20$  mm,  $x=25\sim 32$  mm)

Fig. 6 Local distribution of streamline ( $y=20$  mm,  $x=25\sim 32$  mm)

在表 2 中,  $D$  相同时  $A$  随着  $u$  减小和  $\delta$  增大而增大, 说明开度均值越小、开度分布越不均匀, 渗流阻力越大, 导致渗透能力降低。由于  $D$  对  $b_h$  影响不明显, 图 7 给出了  $b_h$  与  $u, \delta$  的关系图, 其中  $b_h$  取  $u, \delta$  相同而  $D$  不同时五个数值的平均值。可以看出,  $b_h$  随  $u$  减小、 $\delta$  增大而近乎正比例减小, 并且始终小于  $u$ , 说明裂隙表面起伏度越大, 渗流路径更加曲折, 致使粗糙裂隙的渗透能力会小于光滑裂隙。为定量分析裂隙渗透能力与几何特征的关系, 提出关于  $b_h$  的双参数模型:

$$b_h = wu + i\delta + j \quad (18)$$

根据 Levenberg-Marquardt 算法拟合, 拟合参数  $w, i, j$  分别为 0.9926, -0.2393, 0.0214, 决定系数  $R^2$  为 0.9994, 说明该模型可以很好地描述裂隙几何特征参数  $u, \delta$  与等效水力开度  $b_h$  的相互关系, 且  $u$  对  $b_h$  的影响明显比  $\delta$  更大, 因此  $b_h$  主要由  $u$  决定。

### 4.3 Forchheimer 型流动特性分析

$B$  和  $\beta$  代表了 Forchheimer 型流动特性的演化程度, 其值越大说明非线性越强。由表 2 可知, 其它条件相同时,  $B$  随着  $u$  减小、 $\delta$  和  $D$  的增大而增大, 说明开度均值越小、开度分布越不均匀和粗糙度越大, 渗流非线性程度越剧烈。由式 (12) 可知,  $B$  与  $\beta$  成正比, 但与  $b_h$  的平方成反比关系, 因此  $B$  很难充分反映裂隙几何特征对渗流特性的影响。

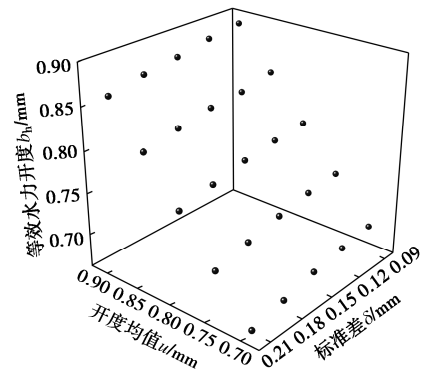


图 7 等效水力开度与几何特征的关系

Fig. 7 Relationship between hydraulic aperture and geometric characteristics

为了探究裂隙几何特征对 Forchheimer 型渗流特性影响机制, 图 8 给出了  $u, \delta, D$  与  $\beta$  的关系图。可以看出,  $\beta$  基本上随  $u$  减小、 $\delta$  和  $D$  增大而增大, 且  $u$  较大时  $\beta$  随  $\delta, D$  变化的幅度明显降低, 说明开度均值增大对 Forchheimer 型流动演化过程有抑制作用。为定量化分析这种抑制作用, 针对  $u$  不同情况,  $\beta$  与  $\delta, D$  的关系提出表达式:

$$\beta = \eta\delta D + m\delta + nD + c \quad (19)$$

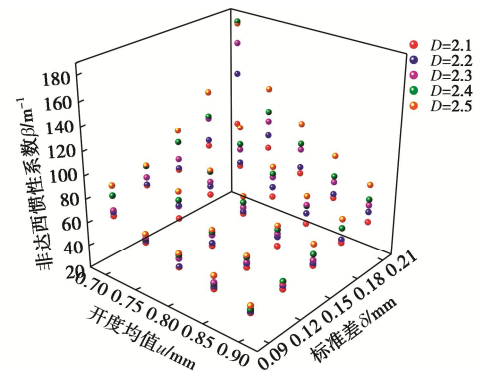


图 8 非达西惯性系数与几何特征的关系

Fig. 8 Relationship between non-Darcy inertia coefficient and geometric characteristics

根据非线性 Levenberg-Marquardt 算法拟合, 拟合参数  $\eta, m, n, c$  和决定系数  $R^2$  如表 3 所示, 随着  $u$  增大, 各拟合参数的绝对值均减小, 说明开度均值越大,  $\beta$  的变化幅度越小, 渗流的 Forchheimer 型渗流演化程度越低。这是因为  $u$  越大, 裂隙开度相对起伏程度和表面相对粗糙度均减小, 弱化了  $\delta$  和  $D$  对渗流非线性特性的影响。

表 3 不同开度均值拟合参数对比

Table 3 Comparison of fitting parameters with different apertures					
开度均值/mm	$\eta$	$m$	$n$	$c$	$R^2$
0.70	1251	-2294	-78.76	197.5	0.8792
0.75	846.2	-1563	-60.45	164.2	0.9763
0.80	603.1	-1084	-34.12	102.4	0.9580
0.85	536.7	-1015	-32.87	100.9	0.9372
0.90	534.5	-1003	-29.43	97.9	0.9432

表 4 岩体裂隙渗流研究中关于临界雷诺数的文献总结

Table 4 Summary of critical Reynolds number of flow in rock fractures in existing literatures

文献	材料	开度/ $\mu\text{m}$	$Re_c$	研究方法
Konzuk 等 <sup>[24]</sup>	石灰岩张拉裂隙	均值=381	2.8~14.3	室内试验
Javadi 等 <sup>[20]</sup>	花岗岩张拉裂隙	—	0.001~25	室内试验
Zhang 等 <sup>[3]</sup>	砂岩张拉裂隙	6.14~18.95	3.5~24.8	室内试验
Zimmerman 等 <sup>[2]</sup>	三维裂隙	均值=149	1~10, 20	数值模拟
Chen 等 <sup>[25]</sup>	沉积岩和侵入岩	—	25~66	现场试验
Qian 等 <sup>[26]</sup>	人工粗糙平行板模型	1000~2500	245~759	室内试验
Rong 等 <sup>[27]</sup>	花岗岩张拉裂隙	—	1.5~13	室内试验
本研究	三维粗糙裂隙	700~900	11.16~39.3	数值模拟

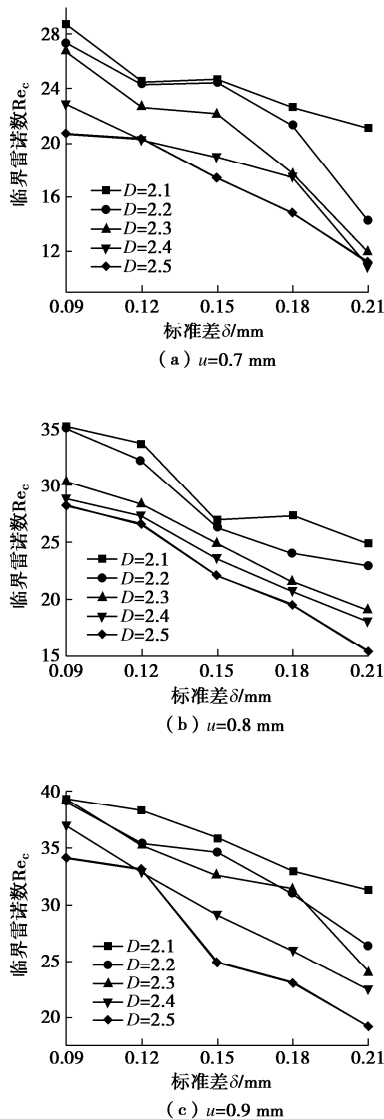


图 9 临界雷诺数与几何特征的关系

Fig. 9 Relationship between critical Reynolds number and geometric characteristics

4.4 临界雷诺数

$Re_c$  代表流动状态由线性流进入非线性流时的雷诺数, 可以用来判断渗流状态: 当  $Re < Re_c$ , 水流惯性效应很小, 黏性作用占主导地位, 满足立方定理; 当

$Re > Re_c$ , 惯性作用控制着流动行为, 表现出 Forchheimer 型非线性流动特性;  $Re$  持续增大至黏性作用相对于惯性效应可忽略不计, 流体呈现出紊流特征。由图 9 可知, 其他条件相同时, 随着  $u$  减小、 $\delta$  和  $D$  的增大,  $Re_c$  总体上呈下降趋势, 说明裂隙开度均值越小、开度分布越不均匀和表面粗糙度越大, 渗流越容易发展为 Forchheimer 型非线性流。这是由于  $u$  减小、 $\delta$  和  $D$  增大使得相同流量条件下局部流速增大导致局部惯性效应加剧, 能量损耗逐渐增加, 致使非线性压降  $BQ^2$  增加, 压降与流量的关系偏离线性的立方定理, 表现出 Forchheimer 型非线性流动特征。

本研究针对  $u=0.7\sim 0.9$  mm,  $\delta=0.09\sim 0.21$  mm,  $D=2.1\sim 2.5$  的粗糙裂隙, 测得  $Re_c$  为 11.16~39.3, 说明雷诺数小于 11.16 时, 渗流规律满足立方定理; 雷诺数较小且大于 39.3 时, 渗流特性符合 Forchheimer 方程。表 4 总结了关于  $Re_c$  的研究成果, 可以看出, 研究方法和裂隙样品材料、开度均值对  $Re_c$  有不同程度的影响。现有的多数研究表明  $Re_c$  大约等于 10, 即使 Javadi 等<sup>[20]</sup>和 Rong 等<sup>[27]</sup>同样采用花岗岩裂隙进行渗流试验研究, 最终得出  $Re_c$  的结果仍不一致, 造成这种差异的主要原因是裂隙几何特征不同, 由 Qian 等<sup>[26]</sup>与表 4 中其他研究结果对比不难发现, 裂隙开度均值对  $Re_c$  的影响较大。

5 结 论

通过进行渗流数值模拟, 研究了岩体粗糙裂隙几何特征对其 Forchheimer 型渗流特性的影响规律, 主要得到 4 点结论。

(1) 分形维数越大, 裂隙表面粗糙程度越大, 局部开度相关性越低; 开度标准差越大, 裂隙表面起伏程度越大, 开度分布越不均匀。

(2) Forchheimer 方程能准确地描述粗糙裂隙流量与压力梯度的非线性关系, 开度均值越小, 流量、标准差和分形维数越大, 偏离立方定理程度越大。

(3) 随着开度均值减小、标准差增大, Forchheimer 方程线性系数增大, 水力开度减小, 裂隙渗流能力下降, 并提出了水力开度与开度均值、标准差的经验关系式, 结果表明水力开度主要由开度均值决定; 流量较小时, 分形维数对裂隙渗透能力影响不大。

(4) 随着开度均值减小、标准差和分形维数的增大, Forchheimer 方程非线性系数增大, 临界雷诺数减小, 并测得  $Re_c$  范围为 11.16~39.3。

#### 参考文献:

- [1] SNOW D T. A parallel plate model of fractured permeable media[D]. Berkeley: University of California of Berkeley, 1965.
- [2] ZIMMERMAN R W, AL-YAARUBI A, PAIN C C, et al. Non-linear regimes of fluid flow in rock fractures[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2004, **41**(3): 163 - 169.
- [3] ZHANG Z Y, NEMCIK J. Fluid flow regimes and nonlinear flow characteristics in deformable rock fractures[J]. Journal of Hydrology, 2013, **477**(16): 139 - 151.
- [4] 姚池, 邵玉龙, 杨建华, 等. 非线性渗流对裂隙岩体渗流传热过程的影响[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(6): 1050 - 1058. (YAO Chi, SHAO Yu-long, YANG Jian-hua, et al. Effect of nonlinear seepage on flow and heat transfer process of fractured rocks[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(6): 1050 - 1058. (in Chinese))
- [5] 张戈, 田园, 李英骏. 不同 JRC 粗糙单裂隙的渗流机理数值模拟研究[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2019, **49**(1): 30 - 39. ZHANG Ge, TIAN Yuan, LI Ying-jun. Numerical study on the mechanism of fluid flow through single rough fractures with different JRC[J]. Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica), 2019, **49**(1): 30 - 39. (in Chinese))
- [6] CHEN Y F, ZHOU J Q, HU S H, et al. Evaluation of Forchheimer equation coefficients for non-Darcy flow in deformable rough-walled fractures[J]. Journal of Hydrology, 2015, **529**: 993 - 1006.
- [7] YIN Q, MA G W, JING H W, et al. Hydraulic properties of 3D rough-walled fractures during shearing: an experimental study[J]. Journal of Hydrology, 2017, **555**: 169 - 184.
- [8] 肖维民, 夏才初, 王伟, 等. 考虑接触面积影响的粗糙节理渗流分析[J]. 岩土力学, 2013, **34**(7): 1913 - 1922. (XIAO Wei-min, XIA Cai-chu, WANG Wei, et al. Analysis of fluid flow through a rough joint considering effect of contact area[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(7): 1913 - 1922. (in Chinese))
- [9] TSANG Y W. The effect of tortuosity on fluid flow through a single fracture[J]. Water Resources Research, 1984, **20**(9): 1209 - 1215.
- [10] 熊峰, 孙昊, 姜清辉, 等. 粗糙岩石裂隙低速非线性渗流模型及试验验证[J]. 岩土力学, 2018, **39**(9): 3294 - 3302, 3312. (XIONG Feng, SUN Hao, JIANG Qing-hui, et al. Theoretical model and experimental verification on non-linear flow at low velocity through rough-walled rock fracture[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, **39**(9): 3294 - 3302, 3312. (in Chinese))
- [11] CHEN Y D, LIAN H J, LIANG W G, et al. The influence of fracture geometry variation on non-Darcy flow in fractures under confining stresses[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2019, **113**: 59 - 71.
- [12] WANG C S, JIANG Y J, LIU R C, et al. Experimental study of the nonlinear flow characteristics of fluid in 3D rough-walled fractures during shear process[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2020, **53**(6): 2581 - 2604.
- [13] 谢和平. 分形几何及其在岩土力学中的应用[J]. 岩土工程学报, 1992, **14**(1): 14 - 24. (XIE He-ping. Fractal geometry and its application to rock and soil materials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1992, **14**(1): 14 - 24. (in Chinese))
- [14] BROWN S R. Fluid flow through rock joints: The effect of surface roughness[J]. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 1987, **92**(B2): 1337 - 1347.
- [15] LIU R C, HE M, HUANG N, et al. Three-dimensional double-rough-walled modeling of fluid flow through self-affine shear fractures[J]. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 2020, **12**(1): 41 - 49.
- [16] 李毅. 岩石裂隙的非饱和渗透特性及其演化规律研究[J]. 岩土力学, 2016, **37**(8): 2254 - 2262. (LI Yi. Unsaturated hydraulic properties of rock fractures and their variation law[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, **37**(8): 2254 - 2262. (in Chinese))
- [17] YE Z Y, LIU H H, JIANG Q H, et al. Two-phase flow properties in aperture-based fractures under normal deformation conditions: analytical approach and numerical simulation[J]. Journal of Hydrology, 2017, **545**: 72 - 87.
- [18] WANG J, NARASIMHAN T, SCHOLZ C. Aperture correlation of a fractal fracture[J]. Journal of Geophysical Research, 1988, **93**: 2216 - 2224.



- [19] ZENG Z W, GRIGG R. A criterion for non-darcy flow in porous media[J]. *Transport in Porous Media*, 2006, **63**(1): 57 - 69.
- [20] JAVADI M, SHARIFZADEH M, SHAHRIAR K, et al. Critical Reynolds number for nonlinear flow through rough-walled fractures: the role of shear processes[J]. *Water Resources Research*, 2014, **50**(2): 1789 - 1804.
- [21] ZOU L C, JING L R, CVETKOVIC V. Shear-enhanced nonlinear flow in rough-walled rock fractures[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2017, **97**: 33 - 45.
- [22] WANG Z H, XU C S, DOWD P, et al. A nonlinear version of the Reynolds equation for flow in rock fractures with complex void geometries[J]. *Water Resources Research*, 2020, **56**(2): 1 - 12.
- [23] 王志良, 申林方, 徐则民, 等. 岩体裂隙面粗糙度对其渗流特性的影响研究[J]. *岩土工程学报*, 2016, **38**(7): 1262 - 1268. (WANG Zhi-liang, SHEN Lin-fang, XU Ze-min, et al. Influence of roughness of rock fracture on seepage characteristics[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2016, **38**(7): 1262 - 1268. (in Chinese))
- [24] KONZUK J S, KUEPER B H. Evaluation of cubic law based models describing single-phase flow through a rough-walled fracture[J]. *Water Resources Research*, 2004, **40**(2): W02402.
- [25] CHEN Y F, HU S H, HU R, et al. Estimating hydraulic conductivity of fractured rocks from high-pressure packer tests with an Izbash's law-based empirical model[J]. *Water Resources Research*, 2015, **51**(4): 2096 - 2118.
- [26] QIAN J Z, ZHAN H B, LUO S H, et al. Experimental evidence of scale-dependent hydraulic conductivity for fully developed turbulent flow in a single fracture[J]. *Journal of Hydrology*, 2007, **339**(3/4): 206 - 215.
- [27] RONG G, YANG J, CHENG L, et al. Laboratory investigation of nonlinear flow characteristics in rough fractures during shear process[J]. *Journal of Hydrology*, 2016, **541**: 1385 - 1394.

### 彩色插图索引

DOI: 10.11779/CJGE202111001 一文彩色插图 .....	(后插 1)
DOI: 10.11779/CJGE202111002 一文彩色插图 .....	(后插 3)
DOI: 10.11779/CJGE202111003 一文彩色插图 .....	(后插 2)
DOI: 10.11779/CJGE202111005 一文彩色插图 .....	(后插 2)
DOI: 10.11779/CJGE202111006 一文彩色插图 .....	(后插 6)
DOI: 10.11779/CJGE202111007 一文彩色插图 .....	(后插 7)
DOI: 10.11779/CJGE202111008 一文彩色插图 .....	(后插 7)
DOI: 10.11779/CJGE202111010 一文彩色插图 .....	(后插 8)
DOI: 10.11779/CJGE202111014 一文彩色插图 .....	(封 3)
DOI: 10.11779/CJGE202111015 一文彩色插图 .....	(封 2)
DOI: 10.11779/CJGE202111016 一文彩色插图 .....	(封 2)