

DOI: 10.11779/CJGE201706023

基于分形理论的堆石料级配设计方法

朱 晟^{1,2}, 邓石德^{1,2}, 宁志远^{1,2}, 王 京^{1,2}

(1. 河海大学水文水资源与水利工程科学国家重点实验室, 江苏 南京 210098; 2. 河海大学水工结构研究所, 江苏 南京 210098)

摘 要: 根据分形理论, 推导了堆石料级配的分形分布公式。利用 6 座心墙坝和 5 座 200 m 级面板坝工程的现场级配检测资料进行验证, 相关系数基本在 0.95 以上, 吻合较好; 相对于不均匀系数 C_u 和曲率系数 C_c 指标, 粒度分形维数可以更客观地反映堆石料填筑级配平均特性; 对英安岩、凝灰岩和混合岩等不同母岩特性的缩尺堆石料进行了室内干密度试验研究, 同时结合水布垭等 4 座大坝原级配堆石料的检测资料, 研究了级配(粒度分形维数)与压实干密度的关系, 认为级配是影响堆石料压实性能的主要因素; 利用粗粒土级配的 C_u , C_c 与分形维数的关系, 首次提出了堆石料、过渡料等大粒径筑坝材料的良好级配范围, 其粒度分形维数在 2.22~2.63 之间。研究结论可为堆石料的级配设计与优化提供依据。

关键词: 堆石坝; 级配; 粒度分形维数; 干密度

中图分类号: TU441; TV641.4 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2017)06-1151-05

作者简介: 朱 晟(1965-), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事土石坝等水工岩土与环境岩土方面的研究。E-mail: szhu@hhu.edu.cn.

Gradation design method for rockfill materials based on fractal theory

ZHU Sheng^{1,2}, DENG Shi-de^{1,2}, NING Zhi-yuan^{1,2}, WANG Jing^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. Institute of Hydraulic Structures, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: According to the fractal theory, the fractal distribution formula of gradation for rockfill materials is deduced. The field gradation data of six dams with clay core and five 200 m-high CFRDs are used to verify the relevant achievements. The result shows that the correlation coefficient is basically above 0.95. Compared to the uneven coefficient C_u and curvature coefficient C_c , the particle fractal dimension can objectively reflect the average characteristics of rockfill gradation. The relationship between gradation (particle fractal dimension) and density is studied by conducting the extreme dry density tests on scaled rockfill materials of different source rocks from dacite, tuff and migmatite. In combination with the field gradation rockfill data of four dams, including Shuibuya Dam, the conclusion is drawn that the gradation is considered as the main factor affecting the compaction properties of rockfill. By means of the relationship among C_u , C_c and the particle fractal dimension, the favorable gradation scope is deduced for the coarse-grained materials such as the rockfill and transition materials, providing the basis for the gradation design and optimization of rockfill materials.

Key words: rockfill dam; gradation; particle fractal dimension; dry density

0 引 言

堆石料颗粒的空间分布, 受料场母岩特性、爆破开采条件、碾压施工过程中颗粒破碎等因素的影响, 具有明显的变异性, 其宏观物理力学性能上表现出较大的不确定性、模糊性和非线性。从材料学的观点看, 这种宏观力学行为的复杂性, 正是堆石料微观结构复杂性的反映。近年来, 将分形理论应用于岩土材料微观结构与宏观性能定量关系的研究中, 取得了不少重要的成果^[1-3]。

对于块石含量较高的筑坝堆石料而言, 规范^[4-5]

仅要求小于 5 mm 颗粒含量不超过 30%, 细粒含量 (小于 0.075 mm) 不超过 5%, 对级配的整体构成没有明确要求; 对于过渡料、垫层料同样没有级配性状要求。对级配评价而言, 目前也只有适用于最大粒径在 60 mm 以内粗粒土的级配指标^[6], 即: 不均匀系数 C_u 小于 5 时级配不良, 大于 5 为良好, 但 C_u 过大表示可能缺少中间粒径, 属不连续级配, 增加规定曲率系数 C_c 在 1~3 时为良好级配。

为此, 本文将借助分形理论, 分析堆石料的分形

行为, 结合室内试验与现场试验, 对其级配确定方法进行研究。

1 基于分形理论的堆石料级配组成

1.1 堆石料颗粒的粒径分形分布

定义堆石料颗粒的粒径分布函数:

$$F(d) = \frac{N}{N_0}, \tag{1}$$

式中, N 为不大于粒径 d 的颗粒总数, N_0 为系统的颗粒总数。

根据分形理论^[7-8], 堆石料颗粒数目与粒径满足分形分布, 有

$$N = C_0 + C_1 \left(\frac{d}{d_{\max}} \right)^{-D}, \tag{2}$$

式中, d_{\max} 为最大粒径, C_0, C_1 为常数, D 为粒径分布的分形维数。

将式 (2) 代入式 (1), 并利用 $F(d_{\min}) = 0$ 和 $F(d_{\max}) = 1$, 有

$$F(d) = \frac{d_{\min}^{-D} - d^{-D}}{d_{\min}^{-D} - d_{\max}^{-D}}, \tag{3}$$

式 (3) 即为级配堆石料粒径分布的分形函数。

1.2 堆石料颗粒质量的分形分布

定义堆石料颗粒质量分布函数

$$P(d) = \frac{m}{m_0}, \tag{4}$$

式中, $P(d)$ 为质量分布函数, m 为粒径不大于 d 的堆石料质量。

对式 (4) 微分有

$$dm = m_0 dP(d), \tag{5}$$

质量和体积的关系为

$$dm = \rho \cdot v(d) dN. \tag{6}$$

其中颗粒体积为

$$v(d) = k_v d^3, \tag{7}$$

式中, ρ 为颗粒密度, $v(d)$ 和 dN 分别为粒径位于区间 $(d, d+dd)$ 的堆石体积和颗粒数目, k_v 为堆石料的体积形状因子。

对式 (1)、(3) 微分, 并联立有

$$dN(d) = N_0 dF(d) = \frac{N_0 \cdot D d^{-D-1}}{d_{\min}^{-D} - d_{\max}^{-D}} dd. \tag{8}$$

将式 (8)、(7) 代入式 (6), 然后将式 (6) 代入式 (5) 并整理得

$$dP(d) = \frac{\rho \cdot k_v \cdot N_0 \cdot D \cdot d^{-D-1}}{m_0 \cdot (d_{\min}^{-D} - d_{\max}^{-D})} \cdot d^3 \cdot dd. \tag{9}$$

将式 (9) 积分并根据 $P(d_{\max}) = 1$ 和 $P(d_{\min}) = 0$, 可得出堆石料颗粒质量的分形分布函数:

$$P(d_i) = \frac{d_{\min}^{3-D} - d_i^{3-D}}{d_{\min}^{3-D} - d_{\max}^{3-D}}. \tag{10}$$

当堆石的最小颗粒粒径较小时, $d_{\min}^{3-D} \rightarrow 0$, 则式 (10) 简化为

$$P(d_i) = \left(\frac{d_i}{d_{\max}} \right)^{3-D}. \tag{11}$$

可见, 式 (11) 与 Talbot 级配公式的形式相同。

1.3 堆石料级配分形分布的现场原型验证

图 1 为 20 世纪 40 年代到 80 年代碾压式心墙堆石坝堆石料的填筑级配范围, 表 1 为根据公式 (11) 计算的粒度分形维数, 可见除 Akosombo 和 Carters 两座坝堆石料的上包线外, 相关系数均大于 0.97, 与分形分布较为吻合。

表 1 心墙堆石坝填筑级配的分形特征

Table 1 Fractal characteristics of gradation of core wall rockfill dam

坝名	Akosombo	Carters	碧口	石头河	Mica	Cougar
粒度上包线	2.323	2.352	2.356			
分形维 D	下包线 2.624	2.632	2.601	2.619	2.432	2.482
相关系数 R^2	上包线 0.882	0.871	0.982	0.998	0.986	0.984
	下包线 0.973	0.986	0.996			

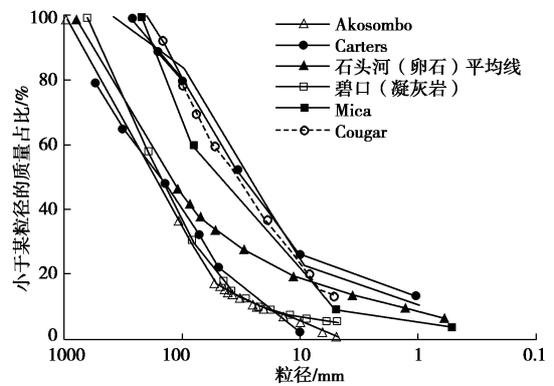


图 1 心墙坝堆石料填筑级配

Fig. 1 Gradation of rockfill materials of dam with soil core

图 2 为中国近期建设的 5 座 200 m 级高面板堆石坝的压实堆石料现场坑检资料, 表 2 为根据式 (11) 计算的粒度分形维数, 可见不同母岩特性堆石料的级配, 均较好地满足分形分布。

表 2 5 座 200 m 级高面板坝现场坑检资料

Table 2 Field pit inspection data of five 200 m-high CFRDs

母岩岩性	灰岩 (24 组坑)	变质砂板岩 (130 组坑)	砂岩 (48 组坑)	凝灰岩 (237 组坑)	流纹岩 (12 组坑)
平均粒度	2.557	2.451	2.479	2.520	2.577
分形维 D					
相关系数 R^2	0.976	0.975	0.985	0.962	0.991

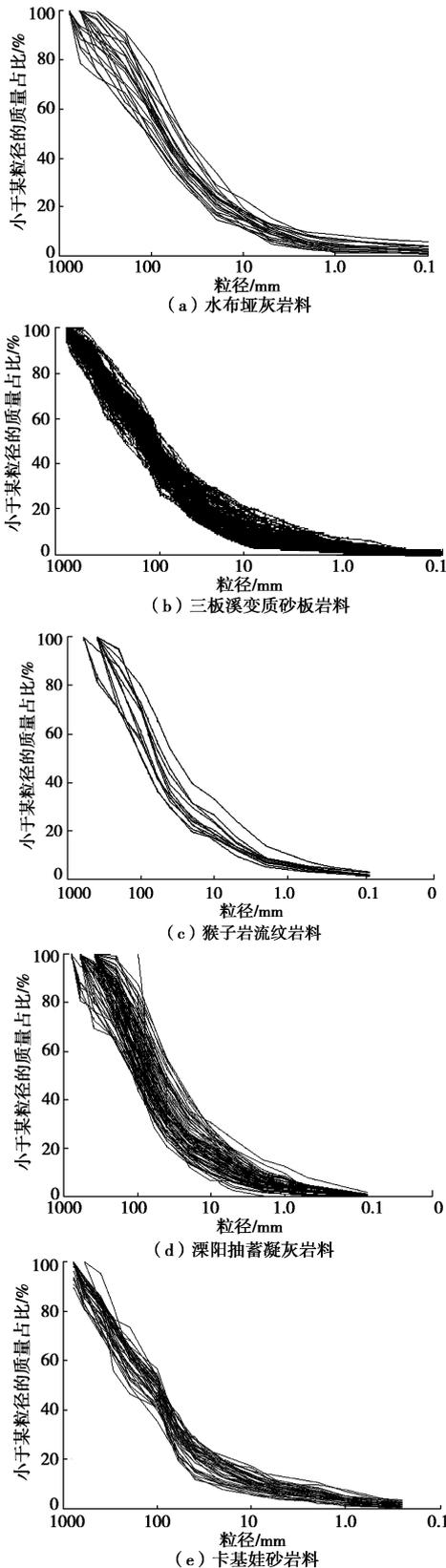


图 2 5 座已建 200 m 级面板坝堆石料填筑级配
Fig. 2 Gradation of rockfill materials of five CFRDs

2 堆石料级配的压实特性

2.1 室内相对密度试验研究

图 3 为根据土工试验规程进行不同母岩堆石料的

相对密度试验成果, 试验料的最大粒径为 60 mm, 每组试验重复 3 次取平均值, 以改善试验结果的离散性。对于英安岩堆石料而言, 随着粒度分形维数由 2.0 增大到 2.8, 对应级配平均粒径由 30 mm 减小到 1.88 mm, 级配颗粒逐步变细; 无论是最大干密度还是最小干密度, 均呈现出先逐步增大, 然后减小的现象, 如最大干密度由 1.923 g/cm³ 增大到 2.311 g/cm³ 时出现拐点, 然后减小到 2.256 g/cm³; 最小干密度由 1.537 g/cm³ 增大到 1.761 g/cm³ 时出现拐点, 然后减小到 1.67 g/cm³, 两者出现拐点的位置一致, 均在粒度分形维数 2.60 附近。

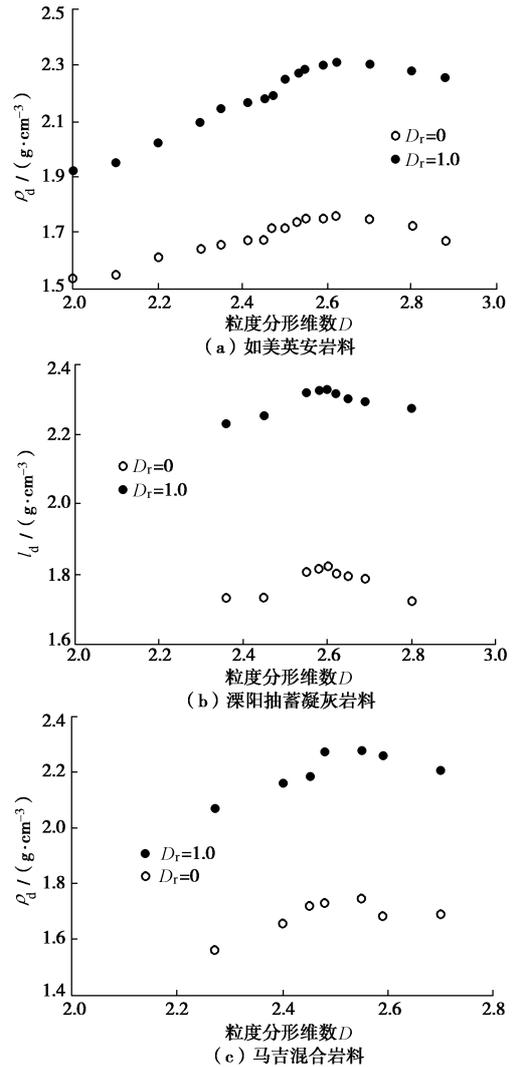


图 3 堆石料级配与干密度的关系

Fig. 3 Relationship between gradation of rockfill materials and the dry density

凝灰岩和混合岩堆石料试验结果的规律与如美英安岩堆石料相同, 都是随着粒度分形维数的增加, 不同母岩堆石料的干密度均表现出先增大、后减小的特点, 存在明显的极值点(最优级配), 只是最优充填关系对应级配的组成, 稍有差异(如最大干密度对应的分形维数分别为 2.60, 2.61, 2.56), 且最大、最小干密度表现的规律基本一致。

2.2 筑坝现场试验

图4为猴子岩大坝堆石料现场碾压试验的压实级配粒度分形维与孔隙率关系曲线。图中上游堆石区为桃花沟料场白云质灰岩料，采用32t振动碾碾压12遍，对应碾压层厚80cm，加水量15%，下游堆石区为色龙沟料场流纹岩料，采用32t振动碾碾压10遍，对应碾压层厚80cm，加水量15%。可见，在相同的压实标准下，无论是白云质灰岩还是流纹岩料，颗粒级配对堆石体的压实程度均具有较好的规律，最优级配的分形维数在2.54~2.56之间。

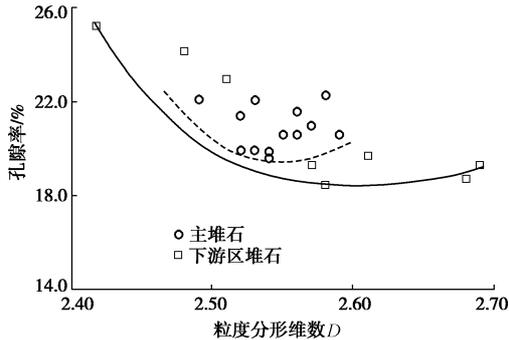
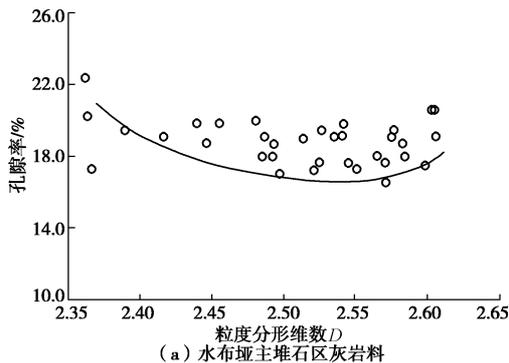


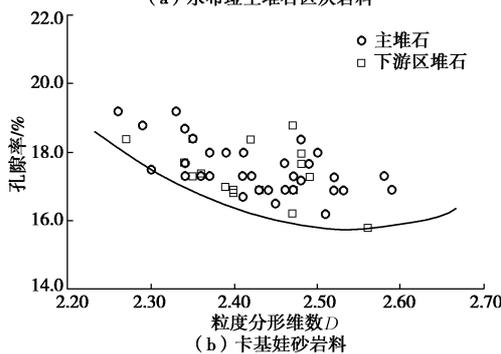
图4 猴子岩碾压试验的堆石料级配粒度分形维与孔隙率关系

Fig. 4 Relationship between fractal dimension of gradation particles and porosity in field compaction tests on Houziyan Dam

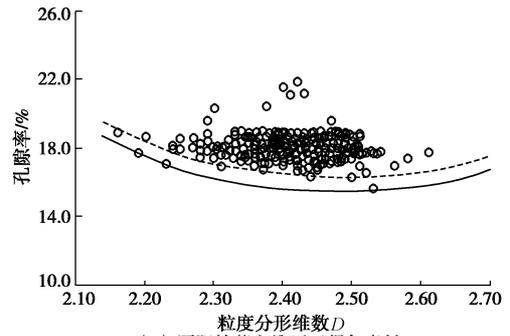
图5为根据水布垭大坝的主堆石区、卡基娃、溧阳抽蓄主堆石区堆石体在填筑过程中的挖坑检测资料，整理得到的粒度分形维与孔隙率的关系。可见，不同工程堆石料级配与压实程度均表现出良好的规律，其最优级配的分形维数在2.55附近；其中图5(c)的溧阳堆石料由于夹杂少量强风化软岩，填筑级配对孔隙率的影响相对较小，但粒度分形维数与检测孔隙率之间仍然具有较好的相关关系。



(a) 水布垭主堆石区灰岩料



(b) 卡基娃砂岩料



(c) 溧阳抽蓄主堆石区凝灰岩料

图5 大坝坑检堆石料级配的粒度分形维与孔隙率关系

Fig. 5 Relationship between fractal dimension of gradation particles and porosity of inspection in pits

3 讨论

3.1 表征级配分形指标的物理含义

当堆石料颗粒满足严格分形分布时，由式(11)可知，级配的不均匀系数、曲率系数与粒度分形维数的关系为

$$\begin{cases} C_u = \frac{d_{60}}{d_{10}} = 6.0^{\frac{1}{3-D}}, \\ C_c = \frac{d_{30}^2}{d_{60} \cdot d_{10}} = 1.5^{\frac{1}{(3-D)^2}}. \end{cases} \quad (12)$$

可见，两者表征堆石料级配的颗粒构成特性是等价的。

图6为水布垭大坝3B区堆石料的现场坑检平均级配示意图，图中实线为依据式(11)拟合的曲线，相关系数为0.99，其分形分布拟合的精度较高。根据图中 d_{10} 、 d_{30} 和 d_{60} 三个特征粒径点，计算得到其不均匀系数 $C_u=23.55$ ，曲率系数 $C_c=1.75$ 。

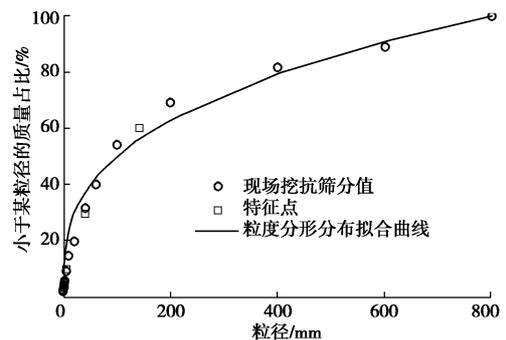


图6 水布垭大坝3B区灰岩堆石料现场坑检级配特征

Fig. 6 Gradation features in field pit inspection of limestone in 3B zone of Shuibuya Dam

根据图6可见，虽然爆破堆石料级配满足分形分布是可以实现的^[9]，但在现场堆石体填筑时，各粒径组的质量百分数仍然未完全位于理论分形曲线上，并不满足严格意义上的分形分布。分析原因可能由于料场岩体存在裂隙、节理而完整性较差，同时实际填筑过程中堆石颗粒级配可能存在一定分离现象，仅具有

统计自相似特性。此时, 采用堆石全级配范围拟合得到的粒度分形指标, 与不均匀系数和曲率系数等传统土力学指标相比, 具有明显优势, 可以更好地描述堆石料级配的整体平均特性。

3.2 坝料级配特性的粒度分形维数评价指标

图 7 为满足分形分布堆石料级配的粒度分形维与不均匀系数、曲率系数关系曲线。参照前述最大粒径在 60 mm 以内粗粒土的 C_u 和 C_c 现有评价指标, 可得粒度分形维 $D = 1.88 \sim 2.63$ 时为级配良好区间, 参考图 3 (a), $C_u > 5$ 作为良好级配分界点, 充填关系差异过大, 故良好级配分界点 C_u 修正为 10, 即 $D = 2.22$, 对应 P5 含量与不同的最大控制粒径有关。

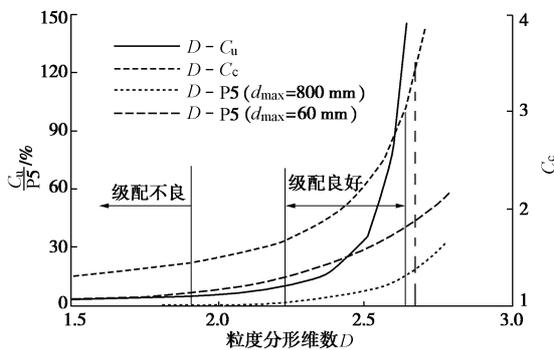


图 7 堆石料级配粒度分形指标与 C_u , C_c 以及 P5 含量的关系
Fig. 7 Relationship between fractal dimension D of particles, C_u , C_c and P5

图 8 给出了满足特征粒径要求的堆石料粒度分形指标与 d_{max} 曲线图。对于垫层料 d_{max} 在 80~100 mm, 良好级配的 P5 含量在 9.7%~35.9%之间; 对于过渡料一般 $d_{max}=300$ mm, 良好级配的 P5 含量在 4.1%~22.1%之间; 对于堆石料, 当 $d_{max}=600$ mm 时, 良好级配的 P5 含量在 2.4%~17.1%之间, 当 $d_{max}=800$ mm 时, 良好级配的 P5 含量在 2%~15%之间。当 D 小于 1.88 时为级配不良。

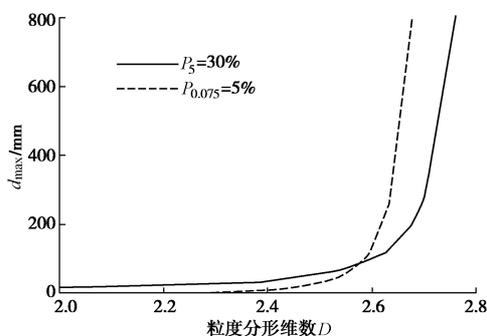


图 8 满足特征粒径要求的堆石料粒度分形指标与 d_{max} 的关系
Fig. 8 Relationship between rockfill's maximum particle diameter and fractal dimension of satisfied feature particle size

4 结 论

(1) 建立了具有分形分布的堆石料级配公式, 与

堆石料的现场级配检测资料吻合较好; 相对不均匀系数 C_u 和曲率系数 C_c 指标, 粒度分形维数可以更全面反映堆石料级配的整体平均特性。

(2) 堆石料孔隙率的差异与母岩特性有关, 但主要取决于级配构成, 存在最优充填关系级配。其中硬岩堆石料最优充填级配的粒度分形维数一般在 2.55~2.60 之间。

(3) 基于粒度分形维数评价指标的堆石料、过渡料等大粒径坝料, 级配良好的范围在 2.22~2.63 之间, 对应的 P5 含量可根据最大控制粒径确定。

参考文献:

- [1] TYLER S W, WHEAT C S W. Fractal scaling of soil particle size distribution: Analysis and limitations[J]. Soil Science Society of America Journal, 1992, **56**: 362 - 369.
- [2] 谢和平. 分形几何及其在岩土力学中的应用[J]. 岩土工程学报, 1992, **14**(1): 14 - 24. (XIE He-ping. Fractal geometry and its application rock and soil materia[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1992, **14**(1): 14 - 24. (in Chinese))
- [3] 朱 晟, 王永明, 翁厚洋. 粗粒筑坝材料密实度的缩尺效应研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, **30**(2): 348 - 357. (ZHU Sheng, WANG Yong-ming, WONG Hou-xiang. Study of scale effect of density of coarse-grained dam materials[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, **30**(2): 348 - 357. (in Chinese))
- [4] DLT 5395—2007 碾压式土石坝设计规范[S]. (DLT 5395—2007 Resign specification for rolled earth-rock fill dams[S]. 2007. (in Chinese))
- [5] DLT5016—2011 混凝土面板堆石坝设计规范[S]. 2011. (DLT5016—2011 Resign specification for concrete face rockfill dams[S]. (in Chinese))
- [6] GB—T 50145—2007 土的工程分类标准[S]. (GB—T 50145—2007 Standard for engineering classification of soil[S]. (in Chinese))
- [7] MANDELBROT B B. The fractal geometry of nature[M]. New York: WH Freeman and Company, 1982.
- [8] 孙 霞, 吴自勤, 黄田匀. 分形原理及应用[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2003. (SUN Xia, WUZi-qin, HUANG Tian-yun. Fractal theory and applied[M]. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 2003. (in Chinese))
- [9] 朱 晟, 冯燕明, 冯树荣. 基于分形理论的爆破堆石料颗粒级配的优化方法: 中国, ZL201110125311.7[P]. 2011-12-14. (ZHU Sheng, FENG Yan-ming, FENG Shu-rong. Optimization method of particle size distribution of blasting rockfill based on fractal theory: China, ZL201110125311.7[P]. 2011-12-14. (in Chinese))