

DOI: 10.11779/CJGE201608015

# 对粗粒料 4 种级配缩尺方法的统一解释

郭万里<sup>1, 2</sup>, 朱俊高<sup>1, 2</sup>, 温彦锋<sup>3</sup>

(1. 河海大学岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 江苏 南京 210098; 2. 江苏省岩土工程技术工程研究中心, 河海大学, 江苏 南京 210098;  
3. 中国水利水电科学研究院岩土工程研究所, 北京 100038)

**摘 要:** 利用连续级配土的级配方程, 对规范建议的剔除法、相似级配法、等量替代法和混合法缩尺后的级配计算进行了理论推导, 并得出了一个统一的计算方程, 同时揭示了该方程的 4 个参数  $d_{\max}$ ,  $b$ ,  $m$  和  $C$  与原级配方程参数  $d_{0\max}$ ,  $b_0$  和  $m_0$  之间存在的定量关系。结果表明: 4 种方法的新参数  $m=m_0$ , 剔除法和相似级配法  $C=0$ , 剔除法和等量替代法  $b=b_0 \times P_{d\max}^0/100$ , 等量替代法  $C$  与  $P_{d\max}^0$  和细颗粒含量  $P_5$  有关; 与规范相比, 可以简化级配缩尺计算, 特别是对于混合法, 可以先直接确定缩尺后的细颗粒含量  $P_5$ , 通过一次计算即可得到缩尺后的级配方程, 且其参数  $b$  和  $C$  都与所确定的  $P_5$  有关; 缩尺后的统一方程揭示了各缩尺后的级配参数与原级配参数间的关系, 在一定程度上使得定量、系统地研究缩尺效应成为可能。最后, 利用该统一方程对糯扎渡堆石料的 4 种缩尺级配进行了计算演示, 本方法与按规范计算结果基本一致。

**关键词:** 粗粒料; 缩尺计算; 级配方程; 缩尺效应

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2016)08-1473-08

**作者简介:** 郭万里(1990-), 男, 博士研究生, 主要从事土体基本性质及本构关系、土石坝工程研究。E-mail: guowlj@s163.com。

## Unified description for four grading scale methods for coarse aggregate

GUO Wan-li<sup>1, 2</sup>, ZHU Jun-gao<sup>1, 2</sup>, WEN Yan-feng<sup>3</sup>

(1. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. Jiangsu Research Center for Geotechnical Engineering Technology, Hohai University, Nanjing 210098, China; 3. Department of

Geotechnical Engineering, China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100038, China)

**Abstract:** A gradation equation is used to describe the four grading scale methods in the Chinese standard, which are exclusion method, similar grading method, equivalent substitution method and hybrid method, and a new and unified equation is put forward to calculate the gradation after reducing the scale. The relationship between the parameters ( $d_{\max}$ ,  $b$ ,  $m$  and  $C$ ) of the new equation and those of the old equation ( $d_{0\max}$ ,  $b_0$  and  $m_0$ ) is studied and revealed. The results show that the new parameter  $m$  of the four methods is  $m=m_0$ , and parameter  $C$  of the exclusion method and the similar grading method is  $C=0$ , and parameter  $b$  of the equivalent substitution method and the hybrid method is  $b = P_{d\max}^0/100 \times b_0$ , and the parameter  $C$  of the equivalent substitution method is decided by  $P_{d\max}^0$  and  $P_5$ . This method is simpler than the methods in the Chinese standard; and especially for the hybrid method, the fine particle content  $P_5$  can be defined firstly. To some extent, the unified equation makes it possible to study the reduced scale effects quantitatively and systematically. At the same time, the reduced scale calculation of soil gradation for rockfill of Nuoqhadu Dam is demonstrated according to this relationship.

**Key words:** coarse-grained material; reduced scale calculation; gradation equation; reduced scale effect

## 0 引 言

粗粒料是工程中广泛应用的一种材料, 比如在土石坝填筑、铁路路基处理等方面更是主要的建筑材料。一直以来, 粗粒料力学性质参数的准确性都是工程界关注的重点, 特别是随着大型机械的应用和施工技术的发展, 超径粗粒料的应用已非常普遍, 这无疑加大了试验获取粗粒料特性参数的难度。目前, 堆石坝中

使用的粗粒料, 最大粒径一般为 600~800 mm, 在水布垭、洪家渡、三板溪等工程中颗粒最大粒径达到了 1200 mm<sup>[1]</sup>, 而室内试验所允许的最大粒径一般为 60

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(“973”计划)项目(2013CB036404); 国家自然科学基金项目(51479052); 江苏省六大人才高峰项目(JZ-011)

收稿日期: 2015-07-03

mm<sup>[2]</sup>, 因此必然要对粗粒料的现场级配进行缩尺, 然后将缩尺后的级配作为试验用料级配。

规范<sup>[2]</sup>推荐的缩尺方法, 即剔除法、相似级配法、等量替代法以及混合法等方法存在两个明显的缺陷:

①根据缩尺规则计算缩尺后各粒组的百分含量时, 有时过程较为繁琐, 比如, 混合法是相似级配法和等量替代法的综合运用, 为了得到满意的细颗粒含量  $P_5$ , 经常需要先选择几组不同的相似级配缩尺比例, 然后再分别经过等量替代法进行试算得到最终的试验级配<sup>[3]</sup>; ②缩尺后的级配及原级配目前都是用各粒组含量或级配曲线表示, 他们之间在“量值”上的内在联系或差异很难定量描述, 使得粗粒料缩尺效应的研究无法全面系统地进行。有学者<sup>[4-5]</sup>利用 Talbot 方程对级配缩尺方法进行了分形解释, 甚至在此基础上提出了新的缩尺方法<sup>[5]</sup>, 由于 Talbot 方程只能描述双曲线型的级配曲线, 研究范围存在一定的局限性。大多数研究则是针对对于强度<sup>[6-7]</sup>、最大干密度<sup>[8]</sup>、渗透性<sup>[9-10]</sup>和变形特性<sup>[11]</sup>等某一个方面, 使得成果难成体系, 有些结论甚至相反<sup>[12]</sup>, 比如 Marachi 等<sup>[13]</sup>认为堆石料内摩擦角  $\varphi$  随着试料最大粒径的减小而增大, 而王继庄<sup>[14]</sup>则认为试样直径小于 300 mm 时, 对强度影响不大。

鉴于此, 笔者将此前提出的一个适用于各种连续级配土的级配方程<sup>[15]</sup>应用于级配的缩尺计算之中, 可以弥补上述缺陷。级配方程可表示为

$$P = \frac{100}{(1-b)\left(\frac{d_{\max}}{d}\right)^m + b}, \quad (1)$$

式中,  $d$  为级配范围内任意粒径 (mm),  $P$  为粒径小于  $d$  的颗粒所占百分比 (%),  $d_{\max}$  为最大粒径 (mm),  $b$  和  $m$  为参数。

本文的思路是通过理论推导得到缩尺后级配方程的新参数  $d_{\max}$ ,  $b$ ,  $m$  与原方程参数之间的关系, 然后直接给出缩尺后的级配方程。这样可以简化级配缩尺计算, 比如对于混合法, 可以先直接确定缩尺后的细颗粒含量  $P_5$ , 只需通过一次计算即可得到缩尺后的级配方程。此外, 缩尺前后的级配都用方程表示, 从而各级配之间的关系可以通过分析级配方程的参数之间的关系得到, 使得对缩尺效应展开定量的、系统的研究成为可能, 进而为工程运用提供理论依据。

## 1 缩尺后的级配方程

试验规范中推荐了 4 种粗粒料级配缩尺方法, 即剔除法、相似级配法、等量替代法和混合法。本节将以规范建议的计算方法为基础, 推导出缩尺前后级配方程参数间的关系式。根据级配方程 (1), 原级配曲

线可以表示为

$$P_0 = \frac{100}{(1-b_0)\left(\frac{d_{0\max}}{d}\right)^{m_0} + b_0}. \quad (2)$$

缩尺后的级配曲线可用式 (1) 表示。

在式 (1)、(2) 中,  $d_{0\max}$ ,  $m_0$ ,  $b_0$  和  $d_{\max}$ ,  $m$ ,  $b$  分别为原级配和缩尺后级配方程的三个参数,  $d_{0\max}$  和  $d_{\max}$  分别为原级配及缩尺后级配的最大粒径。其中,  $d_{0\max}$ ,  $m_0$ ,  $b_0$  和  $d_{\max}$  为已知参数。以下将通过理论推导, 探究缩尺后参数  $b$ ,  $m$  与已知参数之间的关系, 从而得到缩尺后的级配方程。

对于剔除法和等量替代法的缩尺计算中需要确定超粒径含量  $P_{>d_{\max}}^0$ , 如图 1 所示。显然,  $P_{>d_{\max}}^0$  与缩尺后的最大粒径  $d_{\max}$  在原方程中对应的百分比  $P_{d_{\max}}^0$  的关系为

$$P_{>d_{\max}}^0 = 100 - P_{d_{\max}}^0, \quad (3)$$

式中, 根据式 (2)  $P_{d_{\max}}^0$  可表示为

$$P_{d_{\max}}^0 = \frac{100}{(1-b_0)\left(\frac{d_{0\max}}{d_{\max}}\right)^{m_0} + b_0}. \quad (4)$$

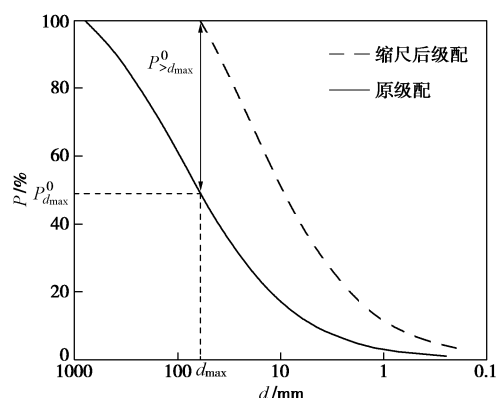


图 1  $P_{d_{\max}}^0$  示意图

Fig. 1 Diagram of  $P_{d_{\max}}^0$

对于等量替代法, 还需要知道原级配中细颗粒的含量  $P_5$ , 根据式 (2),  $P_5$  可以表示为

$$P_5 = \frac{100}{(1-b_0)\left(\frac{d_{0\max}}{5}\right)^{m_0} + b_0}. \quad (5)$$

由于  $P_{d_{\max}}^0$  和  $P_5$  是根据原级配方程直接求得, 在以下的推导过程中,  $P_{d_{\max}}^0$  和  $P_5$  可以当作是两个已知量。

### 1.1 剔除法

规范中利用剔除法进行缩尺时各粒组含量按照下列公式计算:

$$\Delta P_i = \frac{\Delta P_{0i}}{100 - P_{>d_{\max}}^0} \times 100, \quad (6)$$

式中,  $\Delta P_i$  为剔除后某粒组含量 (%);  $\Delta P_{0i}$  为原级配某粒组含量 (%);  $P_{>d_{\max}}^0$  为超粒径颗粒含量 (%). 其中,  $\Delta P_i$ ,  $\Delta P_{0i}$  和  $P_{>d_{\max}}^0$  的示意图如图 2 所示.

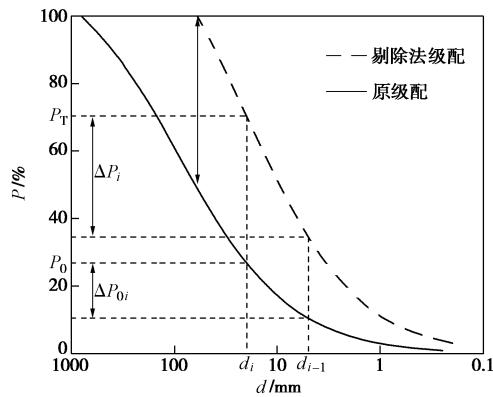


图2 剔除法示意图

Fig. 2 Diagram of exclusion method

将式 (3) 代入式 (6) 可得

$$\frac{\Delta P_i}{\Delta P_{0i}} = \frac{100}{P_{d_{\max}}^0} = k \quad (7)$$

为简化计算, 此处设定了比例系数  $k$ .

一方面, 将式 (4) 代入式 (7) 中  $\frac{100}{P_{d_{\max}}^0} = k$ , 简化后可得

$$(1-b_0)\left(\frac{d_{0\max}}{d_{\max}}\right)^{m_0} + b_0 = k \quad (8)$$

不妨令  $\frac{d_{0\max}}{d_{\max}} = B$ , 代入式 (8) 可得

$$B^{m_0} = \frac{k-b_0}{1-b_0} \quad (9)$$

另一方面, 小于某粒径  $d_i$  的百分含量是由小于  $d_i$  的各个粒组的含量累加而成, 如图 2 所示, 在原级配曲线中表示为  $P_0$ , 在剔除法缩尺后的级配曲线中表示为  $P_T$ , 则  $P_0$  和  $P_T$  可表示为

$$\left. \begin{aligned} P_0 &= \sum_{d < d_i} \Delta P_{0i} \\ P_T &= \sum_{d < d_i} \Delta P_i \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

将式 (10) 代入式 (7) 可得

$$P_T = kP_0 \quad (11)$$

已知  $\frac{d_{0\max}}{d_{\max}} = B$ , 令  $\frac{d_{\max}}{d_i} = A$ , 则  $\frac{d_{0\max}}{d_i} = AB$ , 式 (1)、

(2) 可简化为

$$\left. \begin{aligned} P_0 &= \frac{1}{(1-b_0)A^{m_0}B^{m_0} + b_0} \\ P_T &= \frac{1}{(1-b)A^m + b} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

将式 (12) 代入式 (11), 简化可得

$$(1-b_0)A^{m_0}B^{m_0} - k(1-b)A^m + b_0 - kb = 0 \quad (13)$$

将式 (9) 代入式 (13) 可得

$$(kA^{m_0} - kA^m + kbA^m - b_0A^{m_0}) + b_0 - kb = 0 \quad (14)$$

由于  $d_i$  是任意粒径, 则  $A$  的取值是任意值, 式 (14) 对于任意  $A$  都成立, 因此方程的常数项和关于  $A$  的系数项都为 0, 则可得到  $b$  和  $b_0$ 、 $m$  和  $m_0$  的关系为

$$\left. \begin{aligned} b &= b_0 / k \\ m &= m_0 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

综上所述, 利用级配方程可以对剔除法作出如下解释: 剔除超径颗粒后,  $d_{\max}$  变为缩尺后最大粒径,  $b$  按比例  $P_{d_{\max}}^0/100$  缩小,  $m$  不变。

因此, 剔除法的级配曲线方程可以表示为

$$P_T = \frac{100}{\left(1 - \frac{P_{d_{\max}}^0 b_0}{100}\right)\left(\frac{d_{\max}}{d}\right)^{m_0} + \frac{P_{d_{\max}}^0 b_0}{100}} \quad (16)$$

## 1.2 相似级配法

相似级配法是根据原级配曲线的粒径, 分别按照几何相似条件等比例地将原样粒径缩小至仪器允许的粒径, 缩小后的土样级配应保持不均匀系数和曲率系数不变。

如图 3 所示, 相似级配法粒径和级配应按照下列公式计算:

$$\left. \begin{aligned} d_i &= \frac{d_{0i}}{B} \\ B &= \frac{d_{0\max}}{d_{\max}} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$P_X = P_0 \quad (18)$$

式中  $d_{0i}$  原级配某粒径 (mm);  $d_i$  为原级配某粒径缩小  $B$  倍后的粒径 (mm);  $B$  为粒径缩小系数;  $d_{0\max}$  原级配最大粒径 (mm);  $d_{\max}$  为试样允许最大粒径 (mm);  $P_0$  为原级配相应的大于某粒径含量百分数 (%);  $P_X$  为粒径缩小  $B$  后相应的大于某粒径含量百分数 (%)。

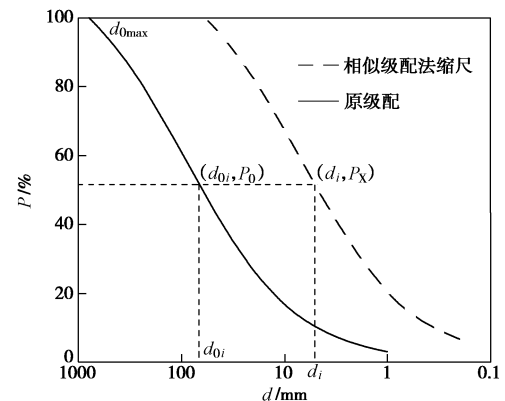


图3 相似级配法示意图

Fig. 3 Diagram of similar grading method

从图3中可以直观地看出,利用相似级配法缩尺前后,曲线形态完全一致,即参数 $b$ 和 $m$ 未变,理论证明如下。

$P_x$ 的表达式为

$$P_x = \frac{100}{(1-b)\left(\frac{d_{\max}}{d_i}\right)^m + b} = \frac{100}{(1-b)A^m + b} \quad (19)$$

将式(17)代入式(2)可得

$$P_0 = \frac{100}{(1-b_0)A^{m_0} + b_0} \quad (20)$$

将式(19)、(20)代入式(18)可得

$$(1-b)A^m + b = (1-b_0)A^{m_0} + b_0 \quad (21)$$

若将式(21)视为关于 $A$ 的方程,方程在 $A$ 为任意值时恒成立,则需关于 $A$ 的系数项对应相等,常数项对应相等,即

$$\left. \begin{aligned} b &= b_0, \\ m &= m_0. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

此外,对于相似级配法缩尺后的级配曲线上任意粒径 $d_i$ ,根据式(19)可以表示为

$$d_i = d_{\max} \left[ \frac{P(1-b)}{100-Pb} \right]^{\frac{1}{m}} \quad (23)$$

将式(23)代入缩尺后级配的不均匀系数 $C_u$ 和曲率系数 $C_c$ 定义式,可得

$$\left. \begin{aligned} C_u &= \frac{d_{60}}{d_{10}} = \left[ \frac{6(1-0.1b)}{1-0.6b} \right]^{\frac{1}{m}}, \\ C_c &= \frac{(d_{30})^2}{d_{60}d_{10}} = \left[ \frac{3(1-0.1b)(1-0.6b)}{2(1-0.3b)^2} \right]^{\frac{1}{m}}. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

由式(24)可知,级配的不均匀系数 $C_u$ 和曲率系数 $C_c$ 都只与参数 $b$ 和 $m$ 有关,式(23)显示相似级配法缩尺前后的参数 $b$ 和 $m$ 保持不变,即 $C_u$ 和 $C_c$ 保持不变,符合规范要求。

因此,相似级配法的级配方程可以表示为

$$P_x = \frac{100}{(1-b_0)\left(\frac{d_{\max}}{d}\right)^{m_0} + b_0} \quad (25)$$

### 1.3 等量替代法

等量替代法是将超径料用粗粒料(5~60 mm)代替,如图4所示,目的是通过控制细料含量来使缩尺料的力学性质最大程度上与原级配料保持一致。

规范中各粒组含量的计算关系式为

$$\Delta P_i = \frac{P_{>5}}{P_{>5} - P_{>d_{\max}}^0} \Delta P_{0i} \quad (26)$$

式中, $P_{>5}$ 为定值,在确定了缩尺后的最大粒径之后,

$P_{>d_{\max}}^0$ 也为定值,则 $\frac{P_{>5}}{P_{>5} - P_{>d_{\max}}^0}$ 为定值,不妨令

$$\frac{P_{>5}}{P_{>5} - P_{>d_{\max}}^0} = s, \text{ 式(26)简化为}$$

$$\Delta P_i = s \Delta P_{0i} \quad (27)$$

其中, $s$ 的表达式可以表示为

$$s = \frac{P_{>5}}{P_{>5} - P_{>d_{\max}}^0} = \frac{100 - P_5}{P_{d_{\max}}^0 - P_5} \quad (28)$$

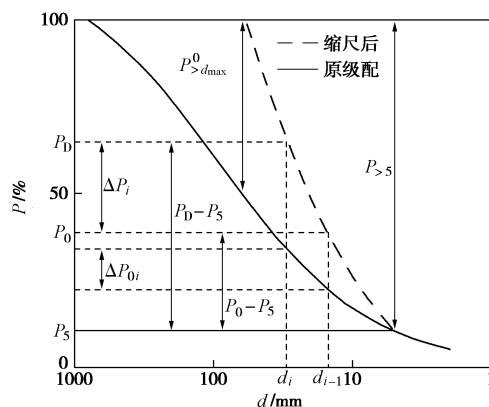


图4 等量替代法示意图

Fig. 4 Diagram of equivalent substitution method

小于某粒径 $d_i$ 的百分含量是由小于 $d_i$ 的各个粒组的含量累加而成,如图5所示,在原级配曲线中表示为 $P_0$ ,等量替代法缩尺后的级配曲线表示为 $P_D$ ,则 $P_0$ 和 $P_D$ 可表示为

$$\left. \begin{aligned} P_0 &= \sum_{5 < d < d_i} \Delta P_{0i} + P_5, \\ P_D &= \sum_{5 < d < d_i} \Delta P_i + P_5. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

将式(29)代入式(27)可得

$$P_D - P_5 = s(P_0 - P_5) \quad (30)$$

将式(30)变形可得

$$P_D = sP_0 + (1-s)P_5 \quad (31)$$

式中, $P_0$ 是以 $d_{0\max}$ ,  $b_0$ ,  $m_0$ 为参数的方程曲线,由剔除法中的推导过程可知, $P_0$ 可以表示成 $P_T = kP_0$ 的形式,其中, $P_T$ 为以 $d_{\max}$ ,  $b_0/k$ ,  $m_0$ 为参数的方程曲线。

将式(11)代入式(31)可得

$$P_D = \frac{s}{k} P_T + (1-s)P_5 \quad (32)$$

以下从数学曲线变换的角度来分析等量替代曲线 $P_D$ 的得到过程,如图5所示:原级配曲线 $P_0$ 经过剔除法缩尺可以得到剔除法的级配曲线 $P_T$ ,将 $P_T$ 横坐标不变,纵坐标扩大 $s/k$ ,得到过渡曲线 $P'$ ,再将 $P'$ 向下平移 $(1-s)P_5$ 个单位得到等量替代缩尺曲线 $P_D$ 。从式(30)可以看出,当原级配中 $P_5=0$ ,则 $s=k$ , $P_D=P_T$ ,即原级配中颗粒粒径都大于5 mm时,剔除法和等量

替代法是相同的。可见, 剔除法本质上是等量替代法的一种特例。

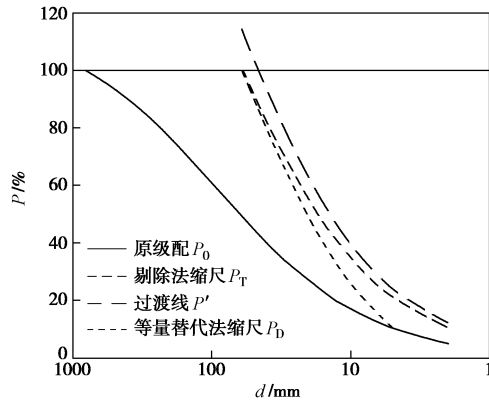


图 5 等量替代法与剔除法的变换关系

Fig. 5 Relationship between equivalent substitution method and exclusion method

进一步, 对于式 (32), 当粒径为缩尺后的最大粒径  $d_{\max}$  时,  $P_T=100$ , 且  $P_D=100$ , 如图 5 所示。则式 (32) 中系数项  $s/k$  和常数项  $(1-s)P_5$  存在如下关系:

$$100 \times \frac{s}{k} + (1-s)P_5 = 100 \quad (33)$$

设  $(1-s)P_5=C$ , 则  $s/k=(100-C)/100$ , 将式 (28) 代入  $(1-s)P_5=C$  可得

$$C = \frac{P_{d_{\max}}^0 - 100}{P_{d_{\max}}^0 - P_5} \times P_5 \quad (34)$$

因此, 式 (32) 可表示为

$$P_D = \frac{100-C}{100} P_T + C \quad (35)$$

将式 (16) 代入式 (35) 可得

$$P_D = \frac{100-C}{\left(1 - \frac{P_{d_{\max}}^0 b_0}{100}\right) \left(\frac{d_{\max}}{d}\right)^{m_0} + \frac{P_{d_{\max}}^0 b_0}{100}} + C \quad (36)$$

值得注意的是, 等量替代法缩尺之后的细颗粒含量  $P_5$  及其组成都与原级配相同, 因此, 式 (36) 表示的范围在  $d \geq 5$  mm; 在  $d < 5$  mm 时, 级配曲线用式 (2) 表示。综合可得, 等量替代法的级配方程可以表示为

$$P_D = \begin{cases} \frac{100-C}{\left(1 - \frac{P_{d_{\max}}^0 b_0}{100}\right) \left(\frac{d_{\max}}{d}\right)^{m_0} + \frac{P_{d_{\max}}^0 b_0}{100}} + C & (d \geq 5 \text{ mm}) \\ P_0 & (d < 5 \text{ mm}) \end{cases} \quad (37)$$

式中,  $C = \frac{P_{d_{\max}}^0 - 100}{P_{d_{\max}}^0 - P_5} \times P_5$ 。

#### 1.4 混合法

从本质上讲, 混合法是等量替代法的延伸, 如图

6 所示, 先将原级配曲线  $P_0$  经过相似级配法缩尺成为过渡曲线  $P_G$ , 使得  $P_G$  上的细颗粒含量  $P_{5k}$  满足规范控制要求, 然后再对  $P_G$  进行等量替代法缩尺。因此要求得混合级配缩尺之后的曲线方程  $P_H$ , 需要先求出  $P_G$  的方程。

$P_G$  是由  $P_0$  经过相似级配法缩尺得到, 则方程 3 个参数中的两个可确定为  $b_0, m_0$ , 唯一待定参数为最大粒径, 设其为  $d_{\max 1}$ , 则  $P_G$  的方程可表示为

$$P_G = \frac{100}{(1-b_0) \left(\frac{d_{\max 1}}{d}\right)^{m_0} + b_0} \quad (38)$$

由于曲线  $P_G$  经过点  $(5, P_{5k})$ , 代入式 (38) 可得

$$P_{5k} = \frac{100}{(1-b_0) \left(\frac{d_{\max 1}}{5}\right)^{m_0} + b_0} \quad (39)$$

式 (39) 化简之后可得  $d_{\max 1}$  的表达式为

$$d_{\max 1} = 5 \times \left[ \frac{100 - P_{5k} b_0}{P_{5k} (1-b_0)} \right]^{\frac{1}{m_0}} \quad (40)$$

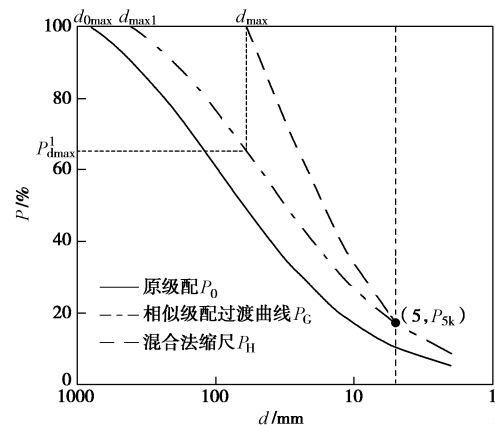


图 6 混合法示意图

Fig. 6 Diagram of hybrid method

混合法的曲线  $P_H$  是在  $P_G$  的基础上进行等量替代法缩尺而得到, 因此, 等量替代法中用到的最大粒径在原方程中对应的百分比实际上是  $d=d_{\max}$  时对应过渡曲线  $P_G$  的百分比, 此处用  $P_{d_{\max}}^1$  表示, 如图 6 所示, 其表达式为

$$P_{d_{\max}}^1 = \frac{100}{(1-b_0) \left(\frac{d_{\max 1}}{d_{\max}}\right)^{m_0} + b_0} \quad (41)$$

由式 (39)、(41) 可知, 若确定了缩尺后的细颗粒的最终含量  $P_{5k}$ , 则  $d_{\max 1}$  随之确定,  $P_{d_{\max}}^1$  也能确定, 因此  $P_{5k}$  和  $P_{d_{\max}}^1$  可以当作已知参数计算  $C$  的值, 则混合法的级配曲线方程可以表示为

$$P_H = \begin{cases} \frac{100-C}{\left(1-\frac{P_{d_{\max}}^I b_0}{100}\right)\left(\frac{d_{\max}}{d}\right)^{m_0} + \frac{P_{d_{\max}}^I b_0}{100}} + C & (d \geq 5 \text{ mm}) \\ \frac{100}{(1-b_0)\left(\frac{d_{\max}}{d}\right)^{m_0} + b_0} & (d < 5 \text{ mm}) \end{cases}, \quad (42)$$

式中,  $C = \frac{P_{d_{\max}}^I - 100}{P_{d_{\max}}^I - P_{5k}} \times P_{5k}$ 。

### 1.5 讨论

综合可得, 4 种方法缩尺后的级配方程可以统一到一个公式之中, 即

$$P = \frac{100-C}{(1-b)\left(\frac{d_{\max}}{d}\right)^m} + C. \quad (43)$$

式中, 缩尺后的最大粒径  $d_{\max}$  实际上是已知量, 则统一方程中有 3 个待定参数, 即  $b$ ,  $m$  和  $C$ 。其中, 对于剔除法和相似级配法,  $C=0$ 。以下用表 1 给出 4 种方法的参数。

表 1 4 种方法缩尺后的方程参数

Table 1 Parameters of four grading scale methods			
方法	$b$	$m$	$C$
原级配	$b_0$	$m_0$	0
剔除法	$\frac{P_{d_{\max}}^0}{100} \times b_0$	$m_0$	0
相似级配法	$b_0$	$m_0$	0
等量替代法	$\frac{P_{d_{\max}}^0}{100} \times b_0$	$m_0$	$\frac{P_{d_{\max}}^0 - 100}{P_{d_{\max}}^0 - P_5} \times P_5$
混合法	$\frac{P_{d_{\max}}^I}{100} \times b_0$	$m_0$	$\frac{P_{d_{\max}}^I - 100}{P_{d_{\max}}^I - P_{5k}} \times P_{5k}$

由表 1 可知, 4 种方法缩尺后的方程参数中,  $m$  都与原参数  $m_0$  相同, 因此计算中只需确定  $b$  和  $C$  两个参数即可。对于选定的某种缩尺方法, 根据给定的最大粒径  $d_{\max}$ , 就能求得对应的一组  $b$  和  $C$ , 从而确定缩尺后的级配方程, 使得计算简洁明了。

进一步地, 原级配和剔除法、相似级配法缩尺后的级配用式 (43) 表示时,  $C=0$ , 即剔除法、相似级配法缩尺后的级配依然满足式 (1) 的形式; 但等量替代法和混合法缩尺后的级配,  $C \neq 0$ , 即不满足式 (1) 的形式。可见, 式 (43) 是式 (1) 的一种变式, 可视为是比式 (1) 更为广义的级配方程, 但在大多数情况下, 土的级配用式 (1) 表示即可满足。

式 (1) 的广泛适用性在文献[15]中已有证实, 比如图 7 中的双江口堆石料<sup>[8]</sup>、糯扎渡堆石料<sup>[6]</sup>和两河口堆石料<sup>[7]</sup>等, 原级配曲线与式 (1) 拟合得到的方程所绘制的曲线基本重合, 因此可利用表 1 进行缩尺计算。同时, 可能会出现某些粗粒料的原级配并不完全

符合式 (1) 的情况, 此时, 利用该方法进行缩尺计算则可能会使得表 1 计算值与规范计算值之间存在误差, 不建议使用该方法进行缩尺计算。

总之, 该方法为缩尺前后的级配曲线确定了一个统一形式的方程式 (43), 并明确给出了缩尺后级配的参数与原方程参数间的关系。因此, 利用表 1 进行缩尺计算是本方法的应用之一, 而更主要的是希望通过大量的试验, 研究粗粒料的强度、变形等性质与方程参数间的关系。比如, 研究黏聚力  $c$ 、内摩擦角  $\varphi$  随  $d_{\max}$ ,  $b$ ,  $m$  和  $C$  变化的定量关系, 可表示成  $c=f_c(d_{\max}, b, m, C)$ 、 $\varphi=f_\varphi(d_{\max}, b, m, C)$  等形式。缩尺之后的参数发生了变化, 通过该定量关系, 即可获知  $c$  或  $\varphi$  在缩尺之后的变化值。可见, 本方法为定量研究缩尺效应提供了一条可行的思路。

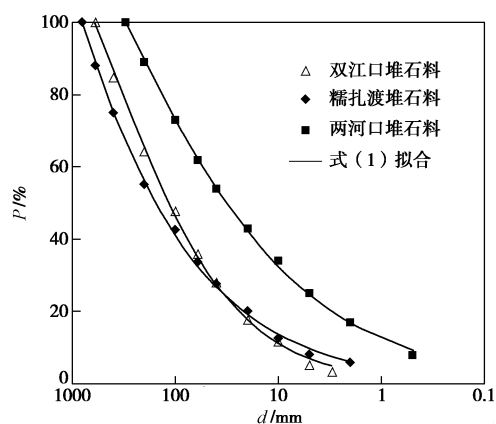


图 7 级配满足级配方程的堆石料举例

Fig. 7 Example of gradation curves of rockfill

## 2 举例计算

以糯扎渡堆石料<sup>[6]</sup>的缩尺计算为例, 经拟合计算 (拟合计算方法已另文介绍<sup>[15]</sup>) 得到原级配最大粒径  $d_{0\max}=800 \text{ mm}$ ,  $b_0=0.236$ ,  $m_0=0.508$ , 缩尺后的最大粒径  $d_{\max}=60 \text{ mm}$ , 则对于剔除法、相似级配法和等量替代法可以求出  $P_{d_{\max}}^0=32.5\%$ , 细颗粒含量  $P_5=9.7\%$ 。根据表 1 给出的参数计算公式, 剔除法的参数  $b=P_{d_{\max}}^0/100 \times b_0=0.077$ ,  $m=m_0$ ,  $C=0$ ; 相似级配法参数  $b=b_0$ ,  $m=m_0$ ,  $C=0$ ; 等量替代法中  $b$  与剔除法相同,  $b=0.077$ ,  $C=(P_{d_{\max}}^0-100)/(P_{d_{\max}}^0-P_5) \times P_5=-26.8$ 。3 种方法缩尺之后的级配方程为

$$P_T = \frac{100}{(1-0.077)\left(\frac{60}{d}\right)^{0.508} + 0.077}, \quad (44)$$

$$P_X = \frac{100}{(1-0.236)\left(\frac{60}{d}\right)^{0.508} + 0.236}, \quad (45)$$

$$P_D = 1.268 \times \frac{100}{(1 - 0.077) \left( \frac{60}{d} \right)^{0.508} + 0.077} - 26.8. \quad (46)$$

需要注意的是, 式(46)表示的是等量替代法在  $d \geq 5 \text{ mm}$  时的曲线,  $d < 5 \text{ mm}$  的部分与原级配曲线重合, 因此不再赘述。

对于混合法, 根据相关规范先确定缩尺之后的细颗粒含量  $P_{5k}=20\%$ , 则根据式(40)可求出经相似级配法缩尺后的过渡最大粒径为  $d_{\max 1}=184 \text{ mm}$ , 根据式(41)可求得  $P_{d_{\max}}^1=32.5\%$ , 则由表1的计算公式可得:  $b=0.149$ ,  $m=m_0$ ,  $C=-17.2$ , 因此混合法缩尺之后的级配方程为

$$P_H = \begin{cases} 1.172 \times \frac{100}{(1 - 0.149) \left( \frac{60}{d} \right)^{0.508} + 0.149} - 17.2 & (d \geq 5 \text{ mm}) \\ \frac{100}{(1 - 0.236) \left( \frac{184}{d} \right)^{0.508} + 0.236} & (d < 5 \text{ mm}) \end{cases}. \quad (47)$$

根据方程(44)~(47)绘制出4种方法缩尺之后的级配曲线, 如图8所示。

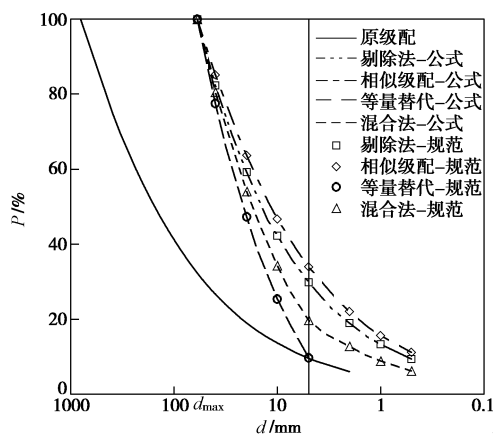


图8 糯扎渡堆石料缩尺计算

Fig. 8 Reduced scale calculation of Nuozhadu Dam rockfill

图8中散点表示的是根据规范计算的各粒组含量, 曲线则是根据式(43)直接得出的缩尺后的级配曲线, 可以看出两种方法的结果基本重合。可见, 本文提出的级配缩尺计算方法具有可靠性。

### 3 结 论

本文利用连续级配土的级配方程, 对剔除法、相似级配法、等量替代法和混合法等四种级配缩尺方法缩尺后的级配提出了一种新的计算方法, 得出3点结论。

(1)规范中建议的4种方法缩尺后的级配曲线可

以用一个统一形式的方程进行表示, 该方程的新参数  $d_{\max}$ ,  $b$ ,  $m$ ,  $C$  与原级配方程参数之间存在定量关系, 若已知原级配曲线方程的参数, 缩尺后的级配方程即可随之确定。

(2)与规范相比, 本方法可以简化级配缩尺计算, 特别是对于混合法, 只要确定缩尺后的细颗粒含量  $P_5$ , 通过一次计算即可得到缩尺后的级配方程。

(3)各缩尺级配及原级配的统一方程中, 参数之间的联系实际上表达了各级配之间的内在联系。从而, 在一定程度上使得定量、系统地研究缩尺效应成为可能。比如, 研究黏聚力  $c$ 、内摩擦角  $\varphi$  随  $d_{\max}$ ,  $b$ ,  $m$  和  $C$  变化的定量关系, 可表示成  $c=f_c(d_{\max}, b, m, C)$ ,  $\varphi=f_\varphi(d_{\max}, b, m, C)$  等形式, 根据该定量关系可直接确定  $c$  和  $\varphi$  值因为级配缩尺而产生的变化量, 并为选用合适的缩尺级配使得其强度指标与原级配指标相等成为可能, 相关工作有待进一步展开。

### 参考文献:

- [1] 王永明, 朱 晟, 任金明, 等. 筑坝粗粒料力学特性的缩尺效应研究[J]. 岩土力学, 2013, 34(6): 1799 - 1807. (WANG Yong-ming, ZHU Sheng, REN Jin-ming, et al. Research on scale effect of coarse-grained materials [J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34(6): 1799 - 1807. (in Chinese))
- [2] SL 237—1999 土工试验规程[S]. 1999. (SL 237—1999 Specification of soil test[S]. 1999. (in Chinese))
- [3] 傅 华, 韩华强, 凌 华. 堆石料级配缩尺方法对其室内试验结果的影响[J]. 岩土力学, 2012, 33(9): 2645 - 2649. (FU Hua, HAN Hua-qiang, LING Hua. Effect of grading scale method on results of laboratory tests on rockfill materials[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(9): 2645 - 2649. (in Chinese))
- [4] 尤培波, 武利强, 宋师奇, 等. 缩尺方法的分形解释[J]. 三峡大学学报 (自然科学版), 2013, 35(4): 37 - 39. (YOU Pei-bo, WU Li-qiang, SONG Shi-qi, et al. Fractal description of scale methods[J]. Journal of the Three Gorges University (Natural Sciences), 2013, 35(4): 37 - 39. (in Chinese))
- [5] 朱 晟, 武利强, 魏匡民, 等. 一种基于分形理论的粗粒料缩尺方法: 中国, 103134906[P]. 2013-06-05. (ZHU Sheng, WU Li-qiang, WEI Kuang-ming, et al. A coarse aggregate scale method based on fractal theory: China, 103134906[P]. 2013. (in Chinese))
- [6] 凌 华, 殷宗泽, 朱俊高, 等. 堆石料强度的缩尺效应试验研究[J]. 河海大学学报 (自然科学版), 2011, 39(5): 540 - 544. (LING hua, YIN Zong-ze, ZHU Jun-gao, et al.

- Experimental study of scale effect on strength of rockfill materials[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2011, **39**(5): 540 - 544. (in Chinese))
- [7] 丁树云, 蔡正银, 凌 华. 堆石料的强度与变形特性及临界状态研究[J]. 岩土工程学报, 2010, **32**(2): 248 - 252. (DING Shu-yun, CAI Zheng-yin, LING Hua. Strength and deformation characteristics and critical state of rock fill[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, **32**(2): 248 - 252. (in Chinese)).
- [8] 朱俊高, 翁厚洋, 吴晓铭, 等. 粗粒料级配缩尺后压实密度试验研究[J]. 岩土力学, 2010, **31**(8): 2394 - 2398. (ZHU Jun-gao, WENG Hou-yang, WU Xiao-ming, et al. Experimental study of compact density of scaled coarse-grained soil[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(8): 2394 - 2398. (in Chinese)).
- [9] 王俊杰, 卢孝志, 邱珍锋, 等. 粗粒土渗透系数影响因素试验研究[J]. 水利水运工程学报, 2013(6): 16 - 20. (WANG Jun-jie, LU Xiao-zhi, QIU Zhen-feng, et al. Experimental studies on influence factors of permeability coefficients of coarse-grained soil[J]. Hydro-Science and Engineering, 2013(6): 16 - 20. (in Chinese))
- [10] 谢定松, 蔡 红, 魏迎奇, 等. 粗粒土渗透试验缩尺原则与方法探讨[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(2): 369 - 373. (XIE Ding-song, CAI Hong, WEI Ying-qi, et al. Scaling principle and method in seepage tests on coarse materials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(2): 369 - 373. (in Chinese))
- [11] 陈志波, 朱俊高, 王 强. 宽级配砾质土压实特性试验研究[J]. 岩土工程学报, 2008, **30**(3): 446 - 449. (CHEN Zhi-bo, ZHU Jun-gao, WANG Qiang. Compaction property of wide grading gravelly soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, **30**(3): 446 - 449. (in Chinese))
- [12] 翁厚洋, 朱俊高, 余 挺, 等. 粗粒料缩尺效应研究现状与趋势[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 2009, **37**(4): 425 - 429. (WENG Hou-yang, ZHU Jun-gao, YU Ting, et al. Status quo and tendency of studies on scale effects of coarse-grained materials[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2009, **37**(4): 425 - 429. (in Chinese))
- [13] MARACHI N D, CHAN C K, SEEDH B. Evaluation of properties of rockfill mechanicals[J]. Journal of Soil Mechanics and Foundations, Division, ASCE, 1972, **98**(1): 95 - 114.
- [14] 王继庄. 粗粒料的变形特性和缩尺效应[J]. 岩土工程学报, 1994, **16**(4): 89 - 95. (WANG Ji-zhuang. Deformation characteristics and reduced scale effect of coarse-grained materials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1994, **16**(4): 89 - 95. (in Chinese))
- [15] 朱俊高, 郭万里, 王元龙, 等. 连续级配土的级配方程及其适用性研究[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(10): 1931 - 1936. (ZHU Jun-gao, GUO Wan-li, WANG Yuan-long, et al. The research on equation of soil gradation curve and its applicability[J]. Chinese Journal of Geotechnical, 2015, **37**(10): 1931 - 1936. (in Chinese))