

岩石强度准则的真三轴压力 试验检验与分析

高延法

陶振宇

(山东矿业学院, 山东泰安, 271019) (武汉水利电力大学, 430072)

文 摘 本文探讨了脆性破坏岩石的强度准则。根据应力空间岩石强度极限曲面的特征, 选择能够反映岩石强度极限曲面特征的双剪应力和八面体剪应力两类强度准则, 进行岩石强度极限曲面的回归分析, 并做了红砂岩真三轴压力强度试验。根据真三轴压力强度试验资料, 通过对八种岩石强度准则的回归分析对比, 推荐两种三参数的双剪应力和八面体剪应力强度准则。

1. 前 言

工程岩体中岩石多呈现脆性破坏, 建立脆性破坏岩石的强度准则具有重要的实用意义。以往的岩石强度准则多是根据常规三轴试验资料建立的, 因而不能反应中间主应力对岩石强度的影响。真三轴压力试验表明: 中间主应力可使最大主应力的强度极限增大30%^[1]。所以, 根据真三轴压力强度试验资料, 进一步探讨更完善的岩石强度准则是很有必要的。

2. 应力空间岩石强度极限曲面的形态

应力空间岩石强度极限曲面的形态(图1)一般具有如下特征:

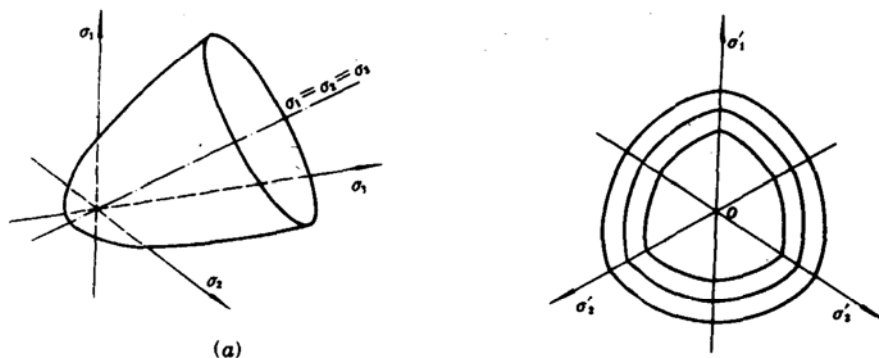


图1 岩石强度极限曲面示意图

(1) 关于静水压力轴线对称, 在第Ⅶ象限内闭合, 在第Ⅰ象限内张开。

(2) 对于各向同性材料的岩石, 在 π 平面上, 强度极限曲面与 π 平面的交线关于 σ'_1 , σ'_2 和 σ'_3 轴对称。

(3) 随着第一应力不变量 I_1 的增大, 强度极限曲面与平面 ($\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = I_1$) 的交线向外扩展, 类似于弹塑性材料塑性变形时的等向强化。

3. 岩石强度极限曲面函数(强度准则)的选择

常规三轴试验早已证明: 岩石的强度是围压 σ_3 的函数, 且随 σ_3 的增大而增大, 具有摩尔包络线的曲线函数形态。真三轴压力试验又证明: 中间主应力也影响岩石的强度, 统计分析表明, σ_2 可使岩石强度极限增大30%。所以, 进行岩石强度极限曲面回归, 选择岩石强度准则的标准为: ①准则中应包含 σ_1 , σ_2 和 σ_3 三个主应力; ②准则中 σ_1 , σ_2 和 σ_3 之间应该非线性的关系。

根据上述标准, 选择双剪应力和八面体剪应力两类强度准则, 并取其8种简化形式予以优选。

(1) 双剪应力强度准则

该准则的一般形式如下:

$$\left. \begin{aligned} F &= \tau_{13} + \alpha\tau_{12} + \beta(\sigma_{13} + \alpha\sigma_{12}) + f(\sigma_m) = 0 & (F \geq F') \\ F' &= \tau_{13} + \alpha\tau_{23} + \beta(\sigma_{13} + \alpha\sigma_{23}) + f(\sigma_m) = 0 & (F < F') \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 τ_{12} , τ_{23} 和 τ_{13} 分别为主剪应力; σ_{12} , σ_{23} 和 σ_{13} 分别为主剪应力面上的正应力; α 和 β 为材料常数; $f(\sigma_m)$ 是关于平均压力 σ_m 的一般函数形式。在上式中, 由于正应力 σ_{12} (或 σ_{23}) 的系数为 $\beta \cdot \alpha$, 不便于回归运算。取 $f(\sigma_m)$ 为 σ_m 的二次函数。故将(1)式改写为如下形式:

$$\left. \begin{aligned} F &= \tau_{13} + \alpha\tau_{12} + \beta(\sigma_{13} + \sigma_{12}) + b_0 + b_1\sigma_m + b_2\sigma_m^2 = 0 & (F \geq F') \\ F' &= \tau_{13} + \alpha\tau_{23} + \beta(\sigma_{13} + \sigma_{23}) + b_0 + b_1\sigma_m + b_2\sigma_m^2 = 0 & (F < F') \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

回归分析表明, 式(2)对任何数据的回归计算结果都是唯一的, 即: $b_0 = 0$, $b_1 = 6$, $b_2 = 0$, $\alpha = 1$, $\beta = -3$ 。可以证明这一组参数使(2)式成为恒等式, 这样就无法求出实际的岩石强度极限曲面函数。因此, 将(2)式化为如下形式:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{13} + \alpha\tau_{12} + b_0 + b_1\sigma_m + b_2\sigma_m^2 &= 0 & (\tau_{12} \geq \tau_{23}) \\ \tau_{13} + \alpha\tau_{23} + b_0 + b_1\sigma_m + b_2\sigma_m^2 &= 0 & (\tau_{12} < \tau_{23}) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

(2) 八面体剪应力强度准则

考虑到岩石强度的静水压力 (σ_m) 效应和中间主应力 (σ_2) 效应, 假定强度准则为如下形式:

$$\tau_8 = f_1(\sigma_m) + f_2(\mu_\sigma) \quad (4)$$

式中 $\tau_8 = \frac{1}{3}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{\frac{1}{2}}$, 是八面体剪应力; $\mu_\sigma = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}$, 是Lode参数。

又考虑到曲面的非线性性质, 进一步假定 τ_8 是 σ_m 和 μ_σ 的二次函数。则八面体剪应力强度准则为:

$$\tau_8 = b_0 + b_1\sigma_m + b_2\sigma_m^2 + b_3\mu_\sigma + b_4\mu_\sigma^2 \quad (5)$$

虽然茂木也曾应用八面体剪应力强度准则来描述中间主应力对岩石强度的影响。但其基本假设和准则形式都与本文不同。

(3) 强度准则及其简化形式

根据式(3)和式(5),并简化其形式,共提出如下八种形式的双剪应力和八面体剪应力强度准则:

$$\text{I-1: } \tau_{13} = b_0 + b_1 \sigma_m + b_2 \sigma_m^2 + b_3 \tau_{12} \quad (\text{当 } \tau_{12} < \tau_{23} \text{ 时, 取 } \tau_{12} = \tau_{23})$$

$$\text{I-2: } \tau_{13} = b_0 + b_1 \sigma_m + b_2 \sigma_m^2 + b_3 \tau_{12}$$

$$\text{I-3: } \tau_{13} = b_0 + b_1 \sigma_m + b_2 \tau_{12}$$

$$\text{I-4: } \tau_{13} = b_0 + b_1 \sigma_m + b_2 \tau_{23}$$

$$\text{II-1: } \tau_8 = b_0 + b_1 \sigma_m + b_2 \sigma_m^2 + b_3 \mu_\sigma + b_4 \mu_\sigma^2$$

$$\text{II-2: } \tau_8 = b_0 + b_1 \sigma_m + b_2 \sigma_m^2 + b_3 \mu_\sigma$$

$$\text{II-3: } \tau_8 = b_0 + b_1 \sigma_m + b_2 \mu_\sigma$$

$$\text{II-4: } \tau_8 = b_0 + b_1 \sigma_m$$

4. 真三轴压力强度与试验资料统计

真三轴压力试验采用的试验仪器是电液伺服刚性真三轴压力机。试件是红砂岩岩样,岩石的密度: 2.34 t/m^3 , 单轴抗压强度: 56.4 MPa , 弹性模量: $2.43 \times 10^4 \text{ MPa}$, 波松比: 0.34 。由不同 σ_3 条件下的三组试验, 获得了不同应力状态下的岩石极限强度值和岩石的三向全应变曲线。试验得出的最大主应力强度极限 σ_{1c} 与中间主应力 σ_2 的关系曲线如图2所示, 其规律与茂木等的实验成果是一致的。

笔者收集了多种岩石不同试验条件下得出的真三轴压力强度试验资料, 并进行了规一化处理, 如图3和表1。

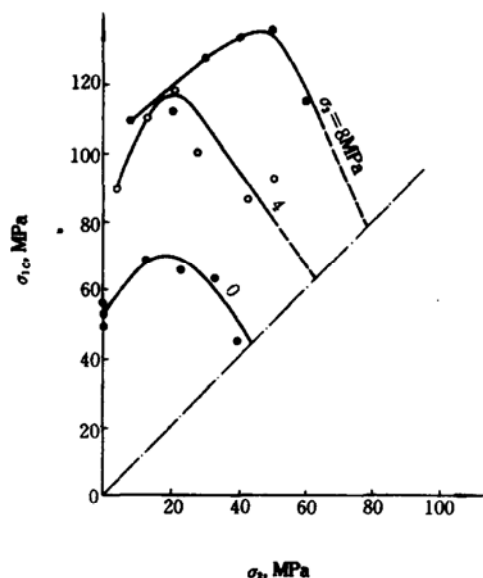


图2 真三轴压力试验 σ_{1c} - σ_2 曲线

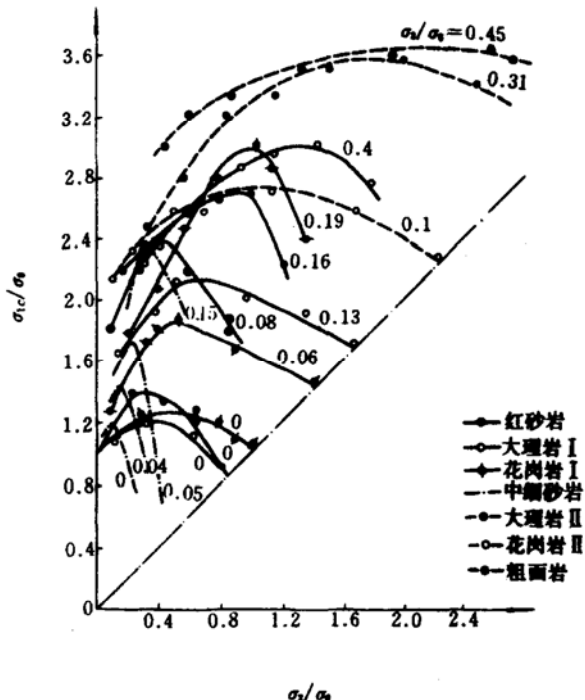


图3 规一化的真三轴压力试验 σ_{1c} - σ_2 曲线

统计分析表明: 各种岩石都存在中间主应力效应; 中间主应力一般可使岩石极限强度增大30%; 中间主应力对岩石极限强度的影响程度与最小主应力的大小有关。

表1 岩石极限强度与中间主应力影响系数

岩石名称	σ_3/σ_0	$(\sigma_2/\sigma_0, \sigma_{1c}/\sigma_0)$							β	文献
红砂岩	0	0, 1	0.24, 1.38	0.44, 1.34	0.65, 1.28	0.79, 0.92	—	—	0.38	[1]
大理岩 I	0	0, 1	0.1, 1.07	0.2, 1.07	0.3, 1.20	0.63, 1.1	—	—	0.22	[2]
花岗岩 I	0	0, 1	0.3, 1.2	0.63, 1.23	0.77, 1.18	0.9, 1.1	1.08, 1.03	—	0.27	[2]
中细砂岩	0	0, 1	0.05, 1.07	0.1, 1.18	0.16, 1.07	0.22, 0.77	0.26, 0.86	—	0.18	[3]
中细砂岩	0.04	0.11, 1.36	0.16, 1.43	0.16, 1.36	0.2, 1.37	0.29, 1.07	—	—	0.20	[3]
中细砂岩	0.05	0.1, 1.5	0.22, 1.7	0.26, 1.7	0.37, 1.08	0.42, 0.64	—	—	0.23	[3]
花岗岩 I	0.06	0.08, 1.26	0.33, 1.7	0.4, 1.8	0.52, 1.88	0.9, 1.68	1.44, 1.44	—	0.51	[2]
红砂岩	0.08	0.08, 1.8	0.24, 2.2	0.54, 2.01	0.4, 2.42	0.84, 1.78	0.98, 1.86	—	0.34	[1]
花岗岩 II	0.10	0.12, 2.14	0.25, 2.31	0.51, 2.55	1.14, 2.71	1.67, 2.59	2.22, 2.27	—	0.26	[4]
大理岩 I	0.13	0.13, 1.63	0.37, 1.93	0.47, 2.1	0.75, 2.0	0.97, 2.03	1.33, 1.93	1.67, 1.63	0.31	[2]
中细砂岩	0.15	0.21, 2.0	0.26, 2.23	0.31, 2.39	0.4, 2.25	0.46, 2.12	—	—	0.41	[3]
红砂岩	0.16	0.16, 2.18	0.39, 2.22	0.59, 2.54	0.79, 2.67	0.98, 2.71	1.19, 2.25	—	0.25	[1]
花岗岩 I	0.19	0.2, 1.7	0.38, 2.08	0.58, 2.47	0.3, 2.8	1.03, 3.0	1.13, 2.87	1.33, 2.4	0.75	[2]
大理岩 II	0.31	0.31, 2.4	0.55, 2.8	0.85, 3.20	1.15, 3.35	1.5, 3.5	2.0, 3.55	2.5, 3.4	0.50	[4]
大理岩 I	0.40	0.4, 2.4	0.7, 2.57	0.92, 2.85	0.93, 2.87	1.13, 2.93	1.4, 3.0	1.75, 2.75	0.25	[2]
粗面岩	0.45	0.45, 3.0	0.6, 3.2	0.87, 3.33	1.25, 3.47	1.93, 3.56	2.6, 3.63	2.73, 3.55	0.21	[5]

注：① σ_0 为单轴抗压强度； σ_{1c} 为最大主应力的极限强度； β 为中间主应力影响系数。

② $\beta=(\sigma_{1\max}-\sigma_{1c})/\sigma_{1c}$ ，式中： σ_{1c} 是当 $\sigma_2=\sigma_3$ 时的最大主应力极限载荷； $\sigma_{1\max}$ 是 σ_2 由 σ_3 的值逐渐增大至 σ_1 的值的
过程中 σ_{1c} 取得的极大值。

③各种岩石的单轴抗压强度如下：红砂岩，56.4MPa；中细砂岩，30.0MPa；花岗岩 II，210MPa；大理岩 II，150MPa；
粗面岩，100MPa。

5. 试验资料检验与分析

根据表1的真三轴压力强度试验资料，对上述八种强度准则分别进行强度极限曲面的回
归分析，计算得出的复相关系数列于表2。

表2 多元回归分析复相关系数表

准则编号	参数个数	复相关系数			
		全体资料	红砂岩	大理岩	花岗岩
I-1	4	0.7063	0.9869	0.9616	0.9580
I-2	4	0.5921	0.9969	0.9931	0.9960
I-3	3	0.4640	0.9969	0.9925	0.9958
I-4	3	0.8365	0.9903	0.9839	0.9887
II-1	5	0.9659	0.9862	0.9946	0.9885
II-2	4	0.9433	0.9759	0.9932	0.9857
II-3	3	0.9422	0.9690	0.9810	0.9850
II-4	2	0.9001	0.8181	0.9202	0.9014

从表2可以明显看出,除了双剪应力类准则对于全体资料的综合回归效果较差外,其余回归效果都很好。八面体剪应力类准则适用范围相对较大,不仅对于表列中每个岩类的岩石,而且对于全体资料的综合回归计算效果也令人满意。

双剪应力类的各种准则中,Ⅰ-2准则对三种岩石试验资料的回归计算效果最好。Ⅰ-2准则与Ⅰ-1准则的区别在于,前者公式中应用了 τ_{12} ;后者当 τ_{12} 小于 τ_{23} 时,要改用 τ_{23} ,虽然对于具体岩类来说Ⅰ-1准则的做法没有必要,但从全体资料的综合效果来看,是有必要的。

双剪应力类准则的第四种准则Ⅰ-4是三参数准则,相对比较简单。对于全体资料的综合回归计算效果也较好,可见其适用范围较宽。剪应力 τ_{23} 的系数多数为负(仅全体资料综合回归计算得出的 τ_{23} 的系数为正,)符合双剪应力准则的基本思想——两个剪应力共同作用导致材料破坏;而其它几个准则求出的 τ_{23} (或 τ_{12})的系数全为正,不符合双剪应力准则的基本思想。从上述几个方面来看,Ⅰ-4准则相对是最优的。

八面体剪应力类准则,回归效果最好的是五参数的Ⅱ-1准则,但该准则参数较多,应用不方便。三参数的Ⅱ-3准则, τ_8 是 σ_m 和 μ_σ 的线性函数,准则相对比较简单,但回归效果不如Ⅱ-1准则,不过相差不大。所以笔者认为Ⅱ-3准则更具有实用价值。

综合上述分析,笔者认为如下两种三参数的双剪应力和八面体剪应力强度准则是可供选择的:

$$\tau_{13} = b_0 + b_1 \sigma_m + b_2 \tau_{23} \quad (6)$$

$$\tau_8 = b_0 + b_1 \sigma_m + b_2 \mu_\sigma \quad (7)$$

式中 b_0 , b_1 和 b_2 是取决于材料性质的三个材料参数。公式(6)和(7)的回归分析计算详细成果见表3。

表3

回归分析成果表

公 式		$\tau_{13} = b_0 + b_1 \sigma_m + b_2 \tau_{23}$				$\tau_8 = b_0 + b_1 \sigma_m + b_2 \mu_\sigma$			
岩石种类		全体资料	红砂岩	大理岩	花岗岩	全体资料	红砂岩	大理岩	花岗岩
参 数	b_0	0.4213	0.1569	0.2766	0.1288	0.1657	0.0763	0.1742	0.1015
	b_1	0.2422	1.0954	0.7605	1.0626	0.6640	0.7139	0.5580	0.7013
	b_2	0.9333	-0.7424	-0.4325	-0.6289	-0.0849	-0.2465	-0.1535	-0.1470
统计量	u	18.77	1.02	1.28	1.49	6.76	0.73	0.86	0.96
	R	0.8365	0.9903	0.9839	0.9887	0.9422	0.9690	0.9810	0.9850
	Q	8.06	0.02	0.04	0.03	0.85	0.05	0.03	0.03
	F	103.8	354.2	242.9	346.8	368.0	107.7	205.0	260.3
	F_1	13.6	700.3	416.8	670.8	673.1	168.9	410.0	473.3
	F_2	214.2	125.7	41.3	98.4	64.3	61.8	49.3	84.6
统计	$F_{0.001}$	7.32	9.73	9.00	9.00	7.32	9.73	9.00	9.00
推断	显著性	显著	显著	显著	显著	显著	显著	显著	显著

三参数的双剪应力准则, σ_1 , σ_2 和 σ_3 各主应力之间的关系是线性的。而三参数的八面体剪应力准则,各主应力间的关系是非线性的。所以,三参数的八面体剪应力准则能反映岩石中间主应力效应的非线性,而三参数的双剪应力准则却不能反映。从这一点来说,八面体剪应力准则较优。

下面讨论两个三参数准则的适用范围。

首先, 回归分析计算所应用的真三轴压力强度试验资料, 其应力大小是有限的, 一般 $\sigma_3 < 0.5\sigma_0$ 。这样, 三参数准则也只有在 $\sigma_3 < 0.5\sigma_0$ 的条件下, 才能保证其有效性。

其次, 分析利用真三轴压力实验资料求出的岩石力学参数, 能否求出准确的单轴抗压强度值。在单轴压力条件下, 式(6)和式(7)分别变为如下形式:

$$\sigma_1 = \frac{6b_0}{3-2b_1}$$

$$\sigma_1 = \frac{3}{\sqrt{2}-b_1}(b_0-b_2)$$

因为式(6)和式(7)是强度准则, 当然由此求出的 σ_1 也就是单轴抗压强度值。又因真三轴压力试验资料进行过归一化处理, 所以上面两式求出的 σ_1 实际上是 σ_1/σ_0 , 且 σ_1/σ_0 此时应等于1。根据表3中的 b_0 , b_1 和 b_2 三个材料参数求出 σ_1/σ_0 值(表4), 其中除八面体剪应力准则求出的红砂岩的单轴抗压强度过大外, 其余都基本接近于1。

表4

由回归参数求出的单轴抗压强度

准 则	应 力	红砂岩	大理岩	花岗岩	全体资料
双剪应力	σ_1/σ_0	1.055	1.125	0.883	1.005
八面体剪应力	σ_1/σ_0	1.383	1.148	1.046	1.002

综合上述分析, 三参数的双剪应力和八面体剪应力准则适用于 $0 \leq \sigma_3 < 0.5\sigma_0$ 的范围。在该范围内应用真三轴压力强度试验成果, 通过回归分析求出的岩石强度准则具有较高的置信度。超出上述应力范围, 如拉伸破坏、高围压条件下剪切破坏, 三参数准则是否适用还有待进一步研究。此时可以试用四参数或五参数的八面体剪应力准则, 或者试用四参数的双剪应力准则。

最后, 分析两种三参数准则对于软、硬各岩类的适用性, 由表2和表4可以看出两种三参数准则对于软、硬各岩类计算效果的差异。初步分析认为, 三参数的双剪应力准则更适用于软弱岩类; 而三参数的八面体剪应力准则更适用于坚硬岩类, 这一结论还需要更多实验资料的验证。

6. 结 论

(1) 岩石真三轴压力强度试验成果统计分析表明, 各种岩石都存在中间主应力效应; 中间主应力一般可使岩石的极限强度增大30%; 中间主应力对岩石极限强度的影响程度与最小主应力的大小有关。

(2) 三参数的双剪应力和八面体剪应力强度准则为

$$\tau_{13} = b_0 + b_1\sigma_m + b_2\tau_{23}$$

$$\tau_8 = b_0 + b_1\sigma_m + b_2\mu_\sigma$$

公式较简单, 且回归效果也较好, 可供实际应用。

(3) 上述两准则适用于 $0 \leq \sigma_3 \leq 0.5\sigma_0$ 的应力范围。初步分析认为, 三参数的双剪应力准则适用于软弱岩类, 而三参数的八面体剪应力准则更适用于坚硬岩类。

参 考 文 献

1. 高延法. 岩石强度理论与采场底板变形破坏规律研究[博士学位论文]. 武汉水利电力学院, 1991. 33~53.
2. 李小春. 岩石中间主应力效应研究及强度理论的验证与发展[硕士学位论文]. 中国科学院武汉岩土力学研究所, 1990.
3. 张金铸, 林天健. 三轴试验中岩石的应力状态和破坏性质. 力学学报, 1979, (2): 99~105.
4. 许东俊, 耿乃光. 岩石强度随中间主应力变化规律. 固体力学学报, 1985, (2): 72~80.
5. 茂木清夫. 一般三轴压缩下岩石的流动和破坏. 许东俊译. 岩石力学, 1980, (1): 1~14.

Examination and Analysis of True Triaxial Compression

Testing of Strength Criteria of Rock

Gao Yan-fa

(Shandong Institute of Mining and Technology)

Tao Zhen-yu

(Wuhan University of Hydraulic and Electric Engineering)

Abstract

The strength criteria of rock fragile fracture are discussed. According to the surface characteristics of rock ultimate strength in stress space, strength criteria of the twin and octahedral shear stress, which reflect the surface characteristics of rock ultimate strength, were applied to regression analysis of ultimate surface of rock strength. On the basis of data of true triaxial compression strength from experiment of red sandstone, the strength criteria of twin and octahedral shear stress with three parameters are recommended by the regression analysis for eight kinds of strength criteria.