

反拱底板内力分析

葛孝椿

(安徽省水利科学研究所, 蚌埠, 233000)
水利部准委会

提 要

反拱底板是将单拱或连拱倒置于地基之上, 建筑物的荷载主要由墩墙传到拱脚, 再通过拱与墩的共同作用传入地基。本文研究反拱内力与变位(包括拱脚转角、拱脚拱顶竖向变位与水平位移)、墩基与地基变位、地基反力、结构与地基土层性质、各种荷载(包括边荷载)作用、温度变化(包括平均温度变化及上下温差变化)等因素之间的内在联系。通过力的平衡和墩与拱、墩拱与地基变形协调, 求解反拱内力及墩与拱的有关变位。文中用迭代法处理基底摩擦力、凝聚力与水平位移的关系, 并通过二程实践与分析, 对这种结构的特性得出一些新的认识。

一、前 言

水闸、船闸闸首、涵洞、排灌站等建筑物的基础都可以采用反拱底板。反拱底板的弯曲内力较小, 能充分发挥材料的抗压强度, 与平底板相比, 不仅节省材料, 而且增加底板刚度, 减少不均匀沉降。

这种底板曾在江苏、山东、安徽、浙江等省盛行一时, 并且在一些工程中显示出显著的经济效益^[1]。但是, 有不少工程的反拱底板出现裂缝, 甚至发生事故, 因而严重地阻碍这种底板的广泛使用。

造成反拱底板出现裂缝乃至发生事故的原因, 除了施工因素之外, 便是设计中没有正确处理影响反拱底板内力与变位的各种因素的作用以及各种因素与反拱内力、反拱变位之间的内在联系, 导致计算的内力大小乃至方向与实际不符。

本文介绍的方法是通过研究反拱的各种内力、各种变位与其种种影响因素之间的关系来求解反拱内力与变位。该方法编写的程序所需输入数据较少, 占用的计算机容量不大, 曾用于京杭运河谏壁船闸、刘老涧船闸、淮安复线船闸及邵伯复线船闸的上下闸首反拱底板设计^[2,3], 反拱跨度达20~23m, 拱厚仅1.5~1.8m。其简化计算方法^[4](收集在文献[5]中)曾用于安徽上桥节制闸、上桥船闸下闸首、江苏邳县西加河地下涵等建筑物的反拱底板设计。这些反拱底板至今均正常运行。

本文介绍的计算方法, 基本假设为:

1. 将基底应力(或称地基反力)分解为竖向与水平向两部分。其中水平方向为墩拱底面与地基之间的摩擦力与凝聚力, 它们与墩拱水平位移的关系为: 当水平位移小于某值(该值可由试验确定)时, 两者成正比, 大于或等于该值时两者无关(见图5(b)), 忽略摩擦力与凝

聚力对地基变形的影响。以后仅将竖向基底应力称为基底应力,或称地基反力。

对于图1(a)所示的单孔反拱底板,摩擦力与凝聚力应为切向,基底应力应为径向。但是,通常墩基底部总比拱脚底部低(图1(b)),墩基与拱脚之间所夹土体不易沿反拱底面作切向滑动,再加上反拱矢跨比均较小,拱顶附近径向近于竖向,切向近于水平向,因此摩擦力与凝聚力作用面以取水平方向为宜,基底应力以取竖向为宜。对于多孔情况(图1(c))更应如此。

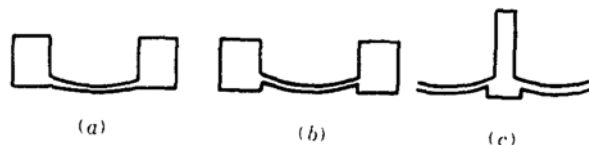


图1

2.为了考虑反拱圆弧面对地基应力与应变的影响,将基底应力下移到拱顶高程上,但要计及拱顶高程以上与墩拱底面之间土体的压缩量。由于反拱矢跨比小,拱顶高程以上土层薄,圆弧底面又阻止水平方向变形,因而其压缩量用有侧限压缩量公式计算^[4],忽略基底应力在拱顶高程以上的扩散作用。

3.基底应力与基底摩擦力、凝聚力分布均以折线代替曲线。这是由于墩基与反拱结构抵抗相对竖向变位的刚度均很大,拱下反力分布较均匀,实测资料^[6,7]与本文方法计算结果均为拱顶反力略大于左右拱脚反力的平均值,与弹性地基梁完全不同。

整个计算过程可分为两大部分。第一部分计算墩基无水平位移的解答,不计水平力的平衡。基底应力当作折线分布,以拱顶拱脚或墩基边缘为转折点,如图2所示。转折点的基底应力作为基本未知值,将转折点的沉降量、各墩基转角、拱脚拱顶内力与竖向变位用基底应力的线性函数表示。根据墩与拱、墩拱与地基的变形协调和力的平衡(水平力的平衡在第二部分考虑)建立基本未知值的线性方程组求解基底应力,进而可求得地基沉降量、反拱内力与变位。这些计算结果尚未考虑水平位移的作用。第二部分是在上述计算的基础上用迭代法计算各墩基水平位移及其作用。

二、地基沉降与拱脚变位

图2(a)为 n 孔反拱底板,图2(b)为基底应力分布图。在其转折点 $1, 2, \dots, (3n+2)$ 中任取一点 j ,假设该点基底应力为1,其余各转折点均为零, j 点与相邻点间的基底应力成直线变化。当 $j=1$ 时,如图3(a)所示;当 $j=3n+2$ 时,如图3(c)所示;其余如图3(b)所示。在图3所示 j 点单位基底应力作用下,对 k 点($k=1, 2, \dots, (3n+2)$)产生的地基沉降用 δ_{kj} 表示。所有边荷载在 k 点产生的地基沉降用 Δ_{qk} 表示。对半无限平面弹性均质地基, δ_{kj} 与 Δ_{qk} 的计算可见文献[4]或[5],分层地基模型的计算可见文献[9],也可用有限深度等地基模型计算。于是 k 点的地基沉降为

$$\Delta_k = \sum_{j=1}^{3n+2} \delta_{kj} p_j + \Delta_{qk} \quad (1)$$

用 $\{p\}, \{\Delta\}, \{\Delta_q\}$ 分别表示 $3n+2$ 个点的地基反力列阵、地基沉降列阵和边荷载产生的沉降列阵。令

$$[\delta_{kj}] = [\delta_{k1} \quad \delta_{k2} \quad \dots \quad \delta_{k(3n+2)}], \quad k=1, 2, \dots, (3n+2) \quad (2)$$

$$[\delta] = [\delta_1 \quad \delta_2 \quad \cdots \quad \delta_{3n+2}]^T \quad (3)$$

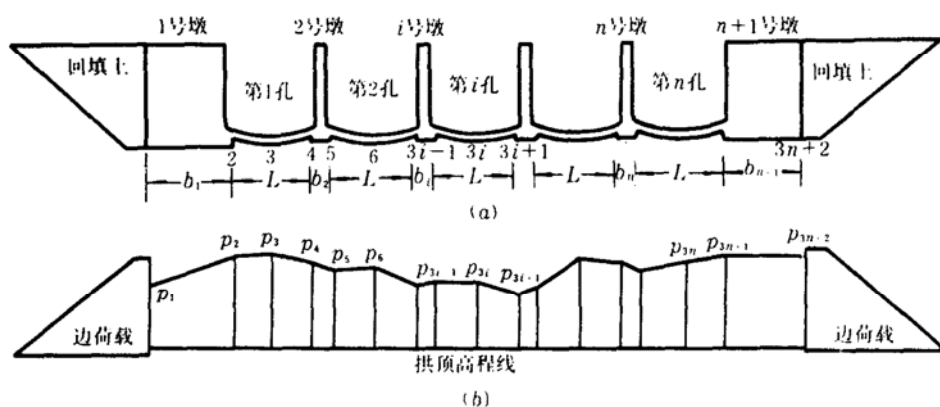


图 2

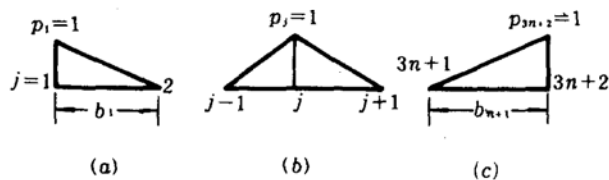


图 3

于是由式(1)得

$$[\Delta] = [\delta][p] + [\Delta_q] \quad (4)$$

用 S_{iA} , S_{iB} , φ_{iA} , φ_{iB} 分别表示第 i 孔反拱 (编号见图 2 (a)) 左右拱脚竖向变位与转角, S_{ic} 表示拱顶竖向变位。竖向变位均以向下为正, 转角均以逆时针为正。第 i 孔左右拱脚竖向变位差用 S_i 表示, 即 $S_i = S_{iA} - S_{iB}$ 。根据地基与拱的变位协调有 $S_{iA} = \Delta_{3i-1}$, $S_{iB} = \Delta_{3i+1}$, 故 $S_i = \Delta_{3i-1} - \Delta_{3i+1}$, $i=1, 2, \cdots, n$, n 为孔数。令

$$[S] = [S_1 \quad S_2 \quad \cdots \quad S_n]^T = [\Delta_2 - \Delta_4 \quad \Delta_5 - \Delta_7 \quad \cdots \quad \Delta_{3n-1} - \Delta_{3n+1}]^T \quad (5)$$

$$[\delta'_j] = [\delta_j] - [\delta_k] \quad (6)$$

$$\Delta_{qk}^j = \Delta_{qj} - \Delta_{qk} \quad (7)$$

考虑到式(2)、(3)、(4)、(6)、(7), 式(5)可表示为

$$[S] = [k_s][p] + [K_g] \quad (8)$$

式中 $[k_s] = \begin{bmatrix} [\delta'_1] \\ \vdots \\ [\delta'_{3i-1}] \\ \vdots \\ [\delta'_{3n-1}] \end{bmatrix}$ (9)

$$[K_g] = \begin{bmatrix} \Delta_{q_1}^2 \\ \vdots \\ \Delta_{q(3i-1)}^{(3i-1)} \\ \vdots \\ \Delta_{q(3n-1)}^{(3n-1)} \end{bmatrix} \quad (10)$$

用 b_i 与 φ_i 分别表示第 i 号墩 (编号见图 2 (a)) 的基底宽度和转角。由墩基与地基的变形协调得 $\varphi_i = (\Delta_{3i-2} - \Delta_{3i-1})/b_i$ 。由墩基与拱脚的变形协调得 $\varphi_{iA} = \varphi_i = (\Delta_{3i-2} - \Delta_{3i-1})/b_i$, $\varphi_{iB} = \varphi_{i+1} = (\Delta_{3i+1} - \Delta_{3i+2})/b_{i+1}$, 其中 $i=1, 2, \dots, n+1$ 。用 $\{\varphi_A\}$, $\{\varphi_B\}$ 分别表示 n 孔左右拱脚转角列阵, 考虑到式 (2), (3), (4), (6), (7) 得

$$\begin{aligned} \{\varphi_A\} &= [k_\varphi^A]\{p\} + \{K_\varphi^A\} \\ \{\varphi_B\} &= [k_\varphi^B]\{p\} + \{K_\varphi^B\} \end{aligned} \quad (11)$$

式中

$$[k_\varphi^A] = \begin{bmatrix} \frac{1}{b_1}[\delta_2^1] \\ \vdots \\ \frac{1}{b_i}[\delta_{3i-1}^{3i-2}] \\ \vdots \\ \frac{1}{b_n}[\delta_{3n-1}^{3n-2}] \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\{K_\varphi^A\} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{b_1}\Delta_{q_2^1} \\ \vdots \\ \frac{1}{b_i}\Delta_{q_{(3i-1)}^{(3i-2)}} \\ \vdots \\ \frac{1}{b_n}\Delta_{q_{(3n-1)}^{(3n-2)}} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

$$[k_\varphi^B] = \begin{bmatrix} \frac{1}{b_2}[\delta_3^4] \\ \vdots \\ \frac{1}{b_{i+1}}[\delta_{3i+2}^{3i+1}] \\ \vdots \\ \frac{1}{b_{n+1}}[\delta_{3n+2}^{3n+1}] \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\{K_\varphi^B\} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{b_2}\Delta_{q_3^4} \\ \vdots \\ \frac{1}{b_{i+1}}\Delta_{q_{(3i+2)}^{(3i+1)}} \\ \vdots \\ \frac{1}{b_{n+1}}\Delta_{q_{(3n+2)}^{(3n+1)}} \end{Bmatrix} \quad (15)$$

三、拱脚拱顶内力

反拱轴线一般均用圆弧形。第 i 孔反拱内力可由该孔左右拱脚变位、作用于反拱上的荷载、

地基反力、温度变化等因素作用产生的内力相迭加。而这些因素产生的内力都可用弹性中心法推求的无铰圆拱内力公式^[4,5,8]计算。由于工程中反拱厚而平,矢跨比均小于1/6,而拱厚与拱轴半径之比均小于1/4,所以计算中载变位与常变位均计及轴向变形作用而略去剪切变形和曲率的作用。本文下面应用的内力与变位综合系数 $\beta_1 \sim \beta_{35}$ 是矢跨比、拱厚 h 、拱轴半径 R 的函数,计算公式见文献[8]附录。

将拱脚变位(拱脚水平位移除外)、各种拱上荷载、地基反力、平均温度变化、上下温差变化产生的各种内力分别叠加,并将式(4)、(8)、(11)代入便得(图4所示内力方向均为正方向):

$$\left. \begin{aligned} \{M_A\} &= [k_M^A] \{p\} + \{K_M^A\} \\ \{M_B\} &= [k_M^B] \{p\} + \{K_M^B\} \\ \{M_C\} &= [k_M^C] \{p\} + \{K_M^C\} \\ \{H_A\} &= [k_H^A] \{p\} + \{K_H^A\} \\ \{H_B\} &= [k_H^B] \{p\} + \{K_H^B\} \\ \{H_C\} &= [k_H^C] \{p\} + \{K_H^C\} \\ \{V_A\} &= [k_V^A] \{p\} + \{K_V^A\} \\ \{V_B\} &= [k_V^B] \{p\} + \{K_V^B\} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式中 $\{M_A\}$, $\{M_B\}$, $\{M_C\}$, $\{H_A\}$, $\{H_B\}$, $\{H_C\}$, $\{V_A\}$, $\{V_B\}$ 分别为1~ n 孔反拱左右拱脚与拱顶的弯矩、水平推力及左右拱脚竖向力的 n 阶列阵。 $[k_M]$, $[k_H]$, $[k_V]$ 为 $n \times (3n+2)$ 阶内力变换阵,按下式计算:

$$\left. \begin{aligned} [k_M^A] &= BE(\beta_1[k_s] + \beta_3[k_\phi^A] - \beta_4[k_\phi^B]) + B(\beta_{37}[J_1] + \beta_{16}[J_2] + \beta_{38}[J_3]) \\ [k_M^B] &= BE(-\beta_1[k_s] + \beta_4[k_\phi^A] - \beta_3[k_\phi^B]) + B(\beta_{38}[J_1] + \beta_{16}[J_2] + \beta_{37}[J_3]) \\ [k_M^C] &= BE\beta_5([k_\phi^B] - [k_\phi^A])B\beta_{39}([J_1] + [J_3]) + B\beta_{17}[J_2] \\ [k_H^A] &= BE\beta_6([k_\phi^A] - [k_\phi^B]) + B\beta_{42}([J_1] + [J_3]) + B\beta_{18}[J_2] \\ [k_H^B] &= BE\beta_6([k_\phi^B] - [k_\phi^A]) + B\beta_{42}([J_1] + [J_3]) + B\beta_{18}[J_2] \\ [k_V^A] &= BE\beta_2[k_s] + BE\beta_1([k_\phi^A] + [k_\phi^B]) + B(\beta_{40}[J_1] + \beta_{11}[J_2] + \beta_{41}[J_3]) \\ [k_V^B] &= -BE\beta_2[k_s] - BE\beta_1([k_\phi^A] + [k_\phi^B]) + B(\beta_{41}[J_1] + \beta_{11}[J_2] + \beta_{40}[J_3]) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

上式中 B 为反拱沿水流方向宽度,平面问题取 $B=1\text{m}$ (或 1cm), E 为拱圈的弹性模量,平面形变问题要除以 $(1-\mu^2)$, μ 为拱圈泊松比; $[J_1]$, $[J_2]$, $[J_3]$ 均为 $n \times (3n+2)$ 阶矩阵,其中 $[J_1]$ 的第 i ($i=1,2,\dots,n$)行第 $3i-1$ 列元素为1,其余均为零; $[J_2]$ 的第 i 行第 $3i$ 列元素为1,其余均为零; $[J_3]$ 的第 i 行第 $3i+1$ 列元素为1,其余均为零。式(16)中最后一项 $\{K_M\}$, $\{K_H\}$, $\{K_V\}$ 均为 n 阶列阵,按下式计算:

$$\left. \begin{aligned} \{K_M^A\} &= BE(\beta_1\{K_s\} + \beta_3\{K_\phi^A\} - \beta_4\{K_\phi^B\}) + \{M_{A0}\} \\ \{K_M^B\} &= BE(-\beta_1\{K_s\} + \beta_4\{K_\phi^A\} - \beta_3\{K_\phi^B\}) + \{M_{B0}\} \\ \{K_M^C\} &= BE\beta_5(\{K_\phi^B\} - \{K_\phi^A\}) + \{M_{C0}\} \\ \{K_H^A\} &= BE\beta_6(\{K_\phi^A\} - \{K_\phi^B\}) + \{H_{A0}\} \\ \{K_H^B\} &= BE\beta_6(\{K_\phi^B\} - \{K_\phi^A\}) + \{H_{B0}\} \\ \{K_H^C\} &= BE\beta_6(\{K_\phi^A\} - \{K_\phi^B\}) + \{H_{C0}\} \\ \{K_V^A\} &= BE\beta_2\{K_s\} + BE\beta_1(\{K_\phi^A\} + \{K_\phi^B\}) + \{V_{A0}\} \\ \{K_V^B\} &= -BE\beta_2\{K_s\} - BE\beta_1(\{K_\phi^A\} + \{K_\phi^B\}) + \{V_{B0}\} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

上式等号右边最后一项 $\{M_0\}$, $\{H_0\}$, $\{V_0\}$ 为反拱固端内力列阵,其余各项为边荷载形成的拱脚变位所产生的内力列阵。固端内力考虑了拱腹填料重、拱圈自重、作用于拱上的均布径向荷

载、均布竖向荷载、平均温差变化、上下温差变化等因素的作用,可按式计算。

$$\left. \begin{aligned} \{M_{A0}\} &= \{M_{B0}\} = B(\beta_{24}\{\gamma_A\} + \beta_{47}\{\gamma\} + \beta_{19}\{q_R\} - \beta_{10}\{q_V\} + E\beta_{28}\alpha\{t\} - \frac{EJa}{Bh}\{\Delta t\}) \\ \{M_{C0}\} &= B(\beta_{26}\{\gamma_A\} + \beta_{50}\{\gamma\} + \beta_{22}\{q_R\} - \beta_{12}\{q_V\} + E\beta_{29}\alpha\{t\} - \frac{EJa}{Bh}\{\Delta t\}) \\ \{H_{A0}\} &= \{H_{B0}\} = B(\beta_{27}\{\gamma_A\} + \beta_{49}\{\gamma\} + \beta_{21}\{q_R\} - \beta_{13}\{q_V\} + E\beta_{30}\alpha\{t\}) \\ \{H_{C0}\} &= B(\beta_{27}\{\gamma_A\} + \beta_{49}\{\gamma\} + \beta_{23}\{q_R\} - \beta_{13}\{q_V\} + E\beta_{30}\alpha\{t\}) \\ \{V_{A0}\} &= \{V_{B0}\} = B(\beta_{27}\{\gamma_A\} + \beta_{48}\{\gamma\} + \beta_{20}\{q_R\} - \beta_7\{q_V\}) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式中 $\{\gamma_A\}$, $\{\gamma\}$, $\{q_R\}$, $\{q_V\}$, $\{t\}$, $\{\Delta t\}$ 分别为1~ n 孔反拱的拱腹填料容重、拱圈容重、均布径向荷载(指向地基为正)、均布竖向荷载(向下为正)、平均温度变化、上下温差变化的 n 阶列阵。 h , J , α 分别为拱圈厚度、惯性矩和线膨胀系数。

四、基底应力的线性方程组与限制墩基水平位移的解答

将作用于第 i 号墩上的外力移至墩基底中心点 O_i (图4),得到作用于 i 号墩基的外力矩 M_i (逆时针方向为正),外水平力 H_i (向右为正),外竖向力 N_i (向下为正)。图4所示外力均表示正方向。 $n+1$ 个墩的外力列阵用 $\{M\}$, $\{N\}$, $\{H\}$ 表示。

用 $[b]$, $[b']$, $[b'']$ 表示三个 $n+1$ 阶对角线方阵,它们第 i 行第 i 列元素分别为 b_i , b'_i , b''_i ,其他元素均为零。其中 b_i 为第 i 号墩基底宽、 b'_i 为拱脚中心到基底中心水平距离的两倍,即 $b'_i = b_i + h \sin \phi_0$ (见图4)。用 $[D_1]$, $[D_2]$ 表示两个 $(n+1) \times (3n+2)$ 阶矩阵, $[D_1]$ 的第 i 行第 $3i-2$ 列与第 $3i-1$ 列元素为1,其余元素均为零; $[D_2]$ 的第 i 行第 $3i-2$ 列元素为1,第 $3i-1$ 列元素为-1,其余元素均为零。

根据作用于墩基的力矩与竖向力平衡(图4)及拱顶与地基的变形协调可得基底应力的线性方程组:

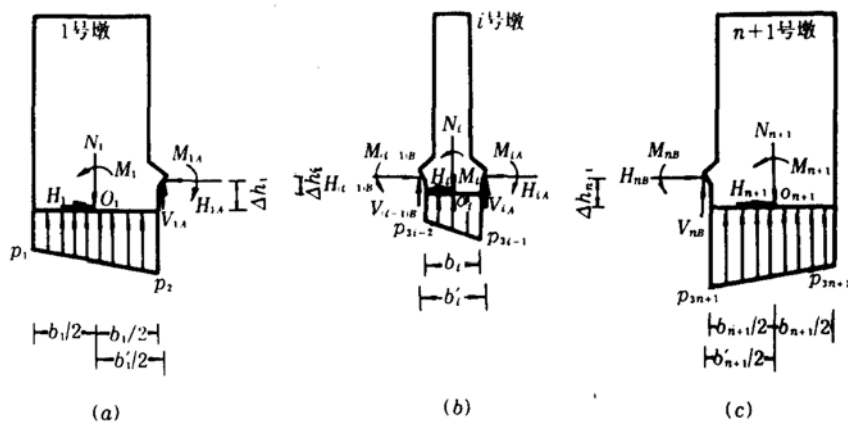


图4

$$\left. \begin{aligned} [a_1]\{p\} &= \{A_1\} \\ [a_2]\{p\} &= \{A_2\} \\ [a_3]\{p\} &= \{A_3\} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中 $[a_1]$, $[a_2]$ 均为 $(n+1) \times (3n+2)$ 阶矩阵, $[a_3]$ 为 $n \times (3n+2)$ 阶矩阵, $\{A_1\}$, $\{A_2\}$ 为 $n+1$ 阶

列阵, $\{A_i\}$ 为 n 阶列阵:

$$[a_1] = \begin{bmatrix} \frac{\Delta M_{\varphi L}}{b_1} [\delta_2^1] \\ [k_M^B] \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} [k_M^A] \\ \frac{\Delta M_{\varphi R}}{b_{n+1}} [\delta_{3n+2}^{3n+1}] \end{bmatrix} - \frac{1}{2} [b'] \left(\begin{bmatrix} \Delta N_{\varphi L} [\delta_2^1] \\ [k_V^B] \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} [k_V^A] \\ \frac{\Delta N_{\varphi R}}{b_{n+1}} [\delta_{3n+2}^{3n+1}] \end{bmatrix} \right) - \frac{B}{12} [b^2] [D_2] \quad (21)$$

$$\{A_1\} = \left\{ \frac{\Delta M_{\varphi L}}{b_{n+1}} \Delta_{q(3n+2)}^{(3n+1)} \right\} - \left\{ \frac{\Delta M_{\varphi R}}{b_1} \Delta_{q_2}^1 \right\} + \frac{[b']}{2} \left(\left\{ \frac{\Delta N_{\varphi L}}{b_1} \Delta_{q_2}^1 \right\} - \left\{ \frac{\Delta N_{\varphi R}}{b_{n+1}} \Delta_{q(3n+2)}^{(3n+1)} \right\} \right) - B[M] \quad (22)$$

$$[a_2] = \begin{bmatrix} \frac{\Delta N_{\varphi L}}{b_1} [\delta_2^1] \\ [k_V^B] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [k_V^A] \\ \frac{\Delta N_{\varphi R}}{b_{n+1}} [\delta_{3n+2}^{3n+1}] \end{bmatrix} + \frac{B}{2} [b] [D_1] \quad (23)$$

$$\{A_2\} = \left\{ \frac{\Delta N_{\varphi L}}{b_1} \Delta_{q_2}^1 \right\} - \left\{ \frac{\Delta N_{\varphi R}}{b_{n+1}} \Delta_{q(3n+2)}^{(3n+1)} \right\} + B[N] \quad (24)$$

$$[a_3] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} [\delta_3^2] + [\delta_3^4] \\ \vdots \\ [\delta_{3i}^{3i-1}] + [\delta_{3i}^{3i+1}] \\ \vdots \\ [\delta_{3n}^{3n-1}] + [\delta_{3n}^{3n+1}] \end{bmatrix} + \frac{1}{BE} (\beta_{31} [k_M^C] + \beta_{32} [k_M^E] - \beta_{11} [k_\varphi^A] + \beta_{11} [k_\varphi^B]) - \frac{\beta_{43}}{E} ([J_1] + [J_3]) - \frac{\beta_{34}}{E} [J_2] \quad (25)$$

$$\{A_3\} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Delta_{q_3}^2 + \Delta_{q_3}^4 \\ \vdots \\ \Delta_{q_{3i}}^{3i-1} + \Delta_{q_{3i}}^{3i+1} \\ \vdots \\ \Delta_{q_{3n}}^{3n-1} + \Delta_{q_{3n}}^{3n+1} \end{bmatrix} - \frac{1}{BE} (\beta_{31} \{K_M^C\} + \beta_{32} \{K_M^E\} + \beta_{11} \{K_\varphi^A\} - \beta_{11} \{K_\varphi^B\}) - \frac{1}{E} (\beta_{35} \{q_R\} + \beta_{33} \{q_V\} + \beta_{36} \{\gamma_A\} - \beta_{65} \{\gamma\}) \quad (26)$$

式(21)~(24)中 $\Delta M_{\varphi L}$, $\Delta N_{\varphi L}$ 与 $\Delta M_{\varphi R}$, $\Delta N_{\varphi R}$ 为左右边墩墩基单位转角使得墙后土压力的变化, 从而引起作用于墩基外侧边缘的附加力矩与竖向力。 $\Delta M_{\varphi L}$ 以逆时针为正, $\Delta M_{\varphi R}$ 以顺时针为正, $\Delta N_{\varphi L}$, $\Delta N_{\varphi R}$ 均以向下为正。如果不计边墩转角引起的土压力变化, 则 $\Delta M_{\varphi L}$, $\Delta M_{\varphi R}$, $\Delta N_{\varphi L}$, $\Delta N_{\varphi R}$ 均以零代入。

由式(20)解得 $\{p\}$, 代入式(8), (11), (16) 得反拱拱脚变位与拱脚拱顶内力, 代入式(4) 得地基沉降。

五、墩拱水平位移作用的计算

以上计算结果相应于墩拱无水平位移的情况, 不能保证作用于墩拱上的水平力平衡。要使水平力平衡, 墩拱必然发生水平位移。墩拱水平位移对结构内力影响很大, 如果忽略它的作用, 会导致拱脚拉应力计算值过大, 浪费材料; 而拱顶拉应力又会算得偏小, 往往引起裂缝。在考虑温度变化的计算中, 这种影响尤为显著。要合理计算水平位移的作用, 必须考虑地基与基底之间摩擦力、凝聚力同水平位移的关系。本文根据现场试验资料假定: 当水平位移 λ 的绝对值分别小于某值 λ_f 与 λ_c (λ_f , λ_c 可由试验确定) 时, 基底摩擦力、凝聚力分别与水平位移成正比; 否则与水平位移无关。摩擦力 pf 与凝聚力 c_0 均取单位面积上的力, 都以向右为正; 水平位移 λ 均以向左为正。图 5 (a) 为某工程现场摩擦试验曲线; 图 5 (b) 为计算假定曲线。上述假定可用下面公式表示。

$$\left. \begin{aligned} \text{摩擦力} &= \frac{\lambda}{|\lambda|} pf & |\lambda| \geq \lambda_f \\ \text{凝聚力} &= \frac{\lambda}{|\lambda|} c_0 & |\lambda| \geq \lambda_c \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{摩擦力} &= pf \frac{\lambda}{\lambda_f} & |\lambda| < \lambda_f \\ \text{凝聚力} &= c_0 \frac{\lambda}{\lambda_c} & |\lambda| < \lambda_c \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

上式中 f 为基底与地基间的摩擦系数; λ_f 尚与基底应力 p 有关, 在基底应力变化范围内 λ_f 变化不大时, 可由平均基底应力确定。

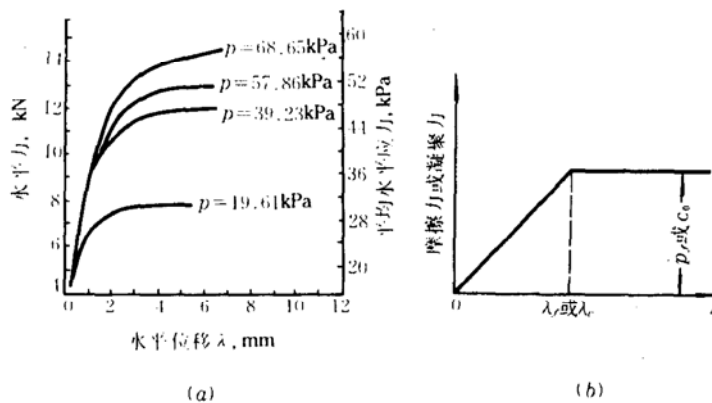


图 5

由于摩擦力与凝聚力随着水平位移不同分别用式 (27) 或 (28) 计算, 因而难以建立包括水平力平衡在内的平衡方程和变形协调方程直接求解, 于是采用迭代法计算。首先用前述方法计算墩拱无水平位移的解答, 相应于每个墩基加一水平链杆, 限制水平位移发生。然后自左至右依次只解除 i 号墩基水平链杆的约束, 由 i 号墩基水平力的平衡计算 i 号墩基的水平位移 λ_i 及其对地基反力、反拱变位与内力的影响。从左侧边墩到右侧边墩完成一轮迭代过程。从第二轮迭代过程起, 每个墩迭代计算前都要扣除前次迭代计算中该墩水平位移的全部作用, 但是要计及其余墩基的水平位移作用。由于每个墩基的水平链杆解除后, 就产生水平位移, 同时产生新增的地基反力, 这种新增的反力与墩基无水平位移情况计算的反力均在该墩基底及其两侧反拱与地基接触面上产生摩擦力。为了满足力矩与竖向力平衡条件和变位协调条件,

考虑这种摩擦力作用在拱上又要增加地基反力, 增加的反力又引起基底摩擦力的增加... 如此循环下去。不过愈往后, 反力与摩擦力增量愈小。如果计算的拱脚和墩基底面水平位移绝对值均小于 λ , 根据式(28)可知, 每次产生的基底摩擦力均要乘以拱脚水平位移 λ 的因子, 所以水平力平衡方程是拱脚水平位移 λ 的高次方程。计算中取4次已远远满足工程设计的精度要求。由于拱脚与墩基底中心高程不等, 加上墩基转角的影响, 所以墩基底与其左右拱脚的水平位移一般不相等。如果两者水平位移绝对值并非同时小于 λ 或同时大于 λ , 则水平力平衡方程为拱脚水平位移的1~3次方程。每次迭代计算前都要假设一种情况, 计算后验证, 如果不符合原先假设, 再假设另一种情况, 直到计算与假设相符为止。计算程序中, 高次方程用二分法求解。

迭代计算结束后可求得考虑水平位移作用的基底应力 $\{p\}$ 以及由于拱脚水平位移、拱下摩擦力及凝聚力产生的固端内力。将这种固端内力与式(19)表示的荷载作用及温度变化产生的固端内力迭加后得总固端内力。用总固端内力与迭代计算后求得的 $\{p\}$ 代入式(4), (8), (11), (16)便得沉降 $\{\Delta\}$, 拱脚相对竖向变位 $\{S\}$, 转角 $\{\varphi_A\}$, $\{\varphi_B\}$ 及拱脚拱顶内力 $\{M_A\}$, $\{M_B\}$, $\{M_C\}$, $\{H_A\}$, $\{H_B\}$, $\{H_C\}$, $\{V_A\}$, $\{V_B\}$ 。任意截面内力可根据平衡关系推求。墩基与拱脚水平位移已在迭代计算中求得。

六、算 例

[例1] 图6为5孔反拱底板, 截取1cm当平面形变问题计算。已知完建期作用于墩上荷载为 $M_1 = -20.77\text{kN} \cdot \text{m}$, M_2, M_3, M_4, M_5 均为零, $M_6 = 20.77\text{kN} \cdot \text{m}$, $N_1 = 12.76\text{kN}$, $N_2 = N_3 = N_4 = N_5 = 7.306\text{kN}$, $N_6 = 12.76\text{kN}$; $H_1 = 8.181\text{kN}$, H_2, H_3, H_4, H_5 均为零, $H_6 = -8.181\text{kN}$ 。作用于反拱上的外荷载为自重, 拱圈容重 $\gamma = 24.517\text{kN/m}^3$, 边荷载见图6。

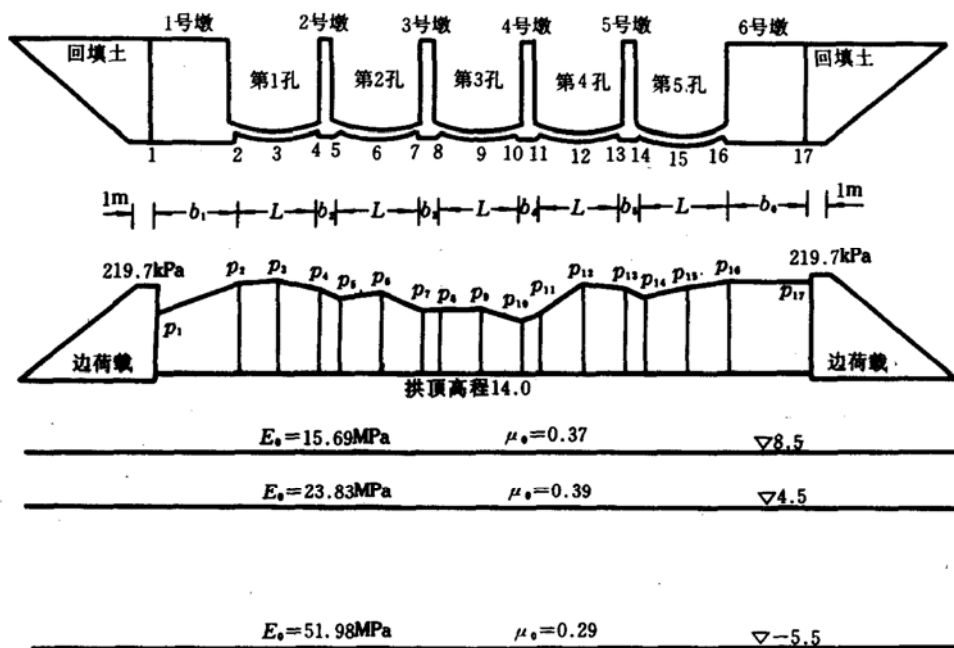


图6

拱厚 $h=40\text{cm}$, 拱轴线跨度 $L=6.61177\text{m}$, 反拱下侧(凸面)跨度为 6.8m , 矢跨比 $f/L=1/4$ 。墩基底宽 $b_1=b_8=7.40\text{m}$, $b_2=b_3=b_4=b_5=2.50\text{m}$ 。拱圈材料 $E=19.61\text{GPa}$, $\mu=0.1667$ 。 $\Delta h=42.647\text{cm}$ (各孔 Δh 相同)。地基与基底摩擦系数 $f=0.33$, 凝聚力 $c_0=0$, 产生最大摩擦力的水平位移 $\lambda_f=0.2\text{cm}$ 。地基土层分布及各土层 E_0 和 μ_0 见图6。不计边墩变位引起土压力的增减。迭代计算的精度要求是水平位移值误差不大于 10^{-5}cm , 或者墩基水平力误差不大于 $9.8\times 10^{-2}\text{N}$ 。

该例经10轮迭代满足上述精度要求, 各轮迭代收敛情况见文[8]。考虑对称关系, 各项计算结果只列出3孔, 分别见表1~4及图7。

表1 [例1]地基反力及地基沉降量

点号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
地基反力(kPa)	102.176	132.576	114.414	79.914	78.385	95.635	78.757	78.934	97.262
沉降量(cm)	6.32	4.86	3.96	3.23	3.00	2.91	2.86	2.85	2.88

表2 [例1]墩基及反拱变位

墩号		1	2	3
水平位移	拱脚中心(mm)	-0.1929	-0.4035	-0.2430
	墩基底面(mm)	-1.0341	-0.7925	-0.2483
转角	(rad)	0.001973	0.000912	0.000013
	(')	6.781	3.136	0.043

表3 [例1]各孔左右拱脚沉降差

孔号	1	2	3
左右拱脚沉降差(mm)	16.334	1.445	0.000

表4 [例1]各孔拱脚拱顶内力与正应力 σ (σ 的正号表示拉, 负号表示压)

项目		力矩 M (kN·m)	水平推力 H (kN)	竖向力 V (kN)	上侧正应力 $\sigma_{\text{上}}$ (MPa)	下侧正应力 $\sigma_{\text{下}}$ (MPa)
第一孔	左拱脚A	-1.086	6.699	4.071	-6.012	2.100
	拱顶C	0.341	6.531	—	-0.355	-2.910
	右拱脚B	1.089	6.345	2.757	2.361	-5.809
第二孔	左拱脚A	0.721	6.086	2.571	1.060	-4.350
	拱顶C	0.079	5.911	—	-1.184	-1.772
	右拱脚B	0.204	5.770	2.677	-0.824	-2.353
第三孔	左拱脚A	0.145	5.690	2.658	-1.026	-2.110
	拱顶C	0.040	5.636	—	-1.257	-1.560
	右拱脚B	0.145	5.690	2.658	-1.026	-2.110

[例2]上例低温蓄水情况荷载为 $M_1=-11.572\text{kN}\cdot\text{m}$, M_2, M_3, M_4, M_5 均为零, $M_6=11.572\text{kN}\cdot\text{m}$, $N_1=12.031\text{kN}$, $N_2=N_3=N_4=N_5=7.061\text{kN}$, $N_6=12.031\text{kN}$, $H_1=4.493\text{kN}$, H_2, H_3, H_4, H_5 均为零, $H_6=-4.493\text{kN}$, 平均温度下降 10°C , 即 $t=-10^\circ\text{C}$, 拱圈线膨胀系数 $\alpha=10^{-5}^\circ\text{C}^{-1}$ 。各孔作用于拱上的外荷载均相同。 $\gamma_f=9.807\text{kN/m}^3$, $\gamma=24.517\text{kN/m}^3$ 。

拱上径向荷载计算如下: 顶面水重产生的 $q_{RT}=58.8399\text{kPa}$, 底面渗浮力产生的 $q_{RB}=-9.8067\text{kPa}$, 顶面半径 $R_T=6.8025\text{m}$, 底面半径 $R_B=7.2250\text{m}$, 故 $q_R=q_{RT}+R_Bq_{RB}/R_T=48.4240\text{kPa}$ 。

该例经 8 轮迭达得到要求的精度, 计算结果见表 5~8。

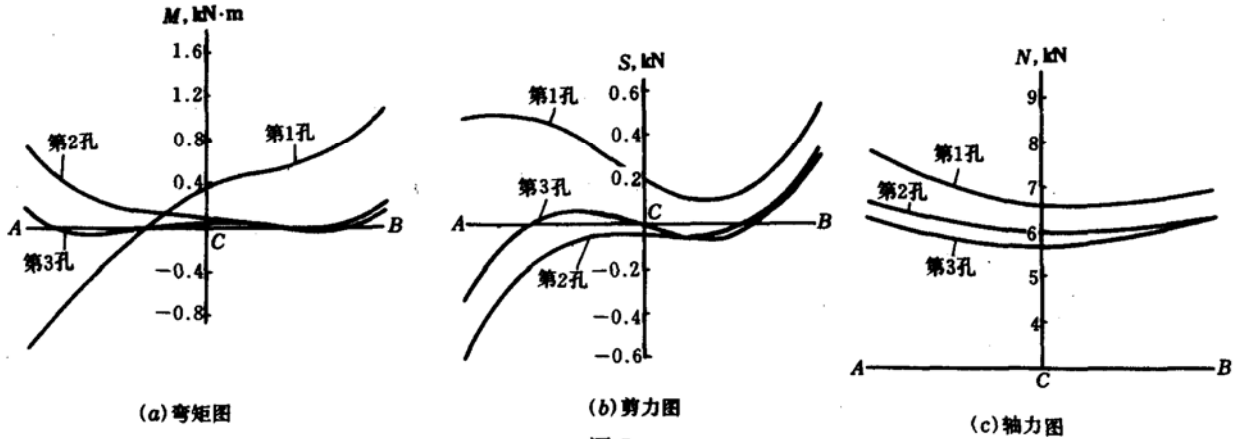


图 7

表 5

[例 2] 地基反力与沉降量

点 号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
地基反力(kPa)	124.554	135.253	131.125	113.865	113.296	130.801	114.061	114.091	130.919
沉降量(cm)	6.576	5.133	4.584	4.408	4.325	4.209	4.266	4.258	4.177

表 6

[例 2] 墩基水平位移与转角

墩 号		1	2	3
水平位移	拱脚中心(mm)	0.1912	-0.2715	-0.1024
	墩基底面(mm)	-0.6402	-0.4119	-0.1158
转 角	(rad)	0.001949	0.000329	0.000032
	(')	6.701	1.131	0.108

表 7

[例 2] 各孔拱脚拱顶内力与正应力 σ (σ 正负规定同 [例 1])

项 目		力矩 M (kN·m)	水平推力 H (kN)	竖向力 V (kN)	$\sigma_{\text{上}}$ (MPa)	$\sigma_{\text{下}}$ (MPa)
第一孔	左拱脚A	-0.427	3.478	2.418	-2.651	0.546
	拱 顶C	0.657	3.147	—	1.677	-3.250
	右拱脚B	-0.357	3.434	2.146	-2.348	0.328
第二孔	左拱脚A	-0.538	3.241	2.075	-2.975	1.940
	拱 顶C	0.508	2.697	—	1.231	-2.579
	右拱脚B	-0.765	2.985	2.108	-3.774	1.960
第三孔	左拱脚A	-0.798	2.930	2.101	-3.885	2.099
	拱 顶C	0.527	2.508	—	1.349	-2.604
	右拱脚B	-0.798	2.930	2.101	-3.885	2.099

表8

[例2]各孔左右拱脚沉降差

孔 号	1	2	3
左右拱脚沉降差(mm)	7.254	0.599	0.000

七、结 语

本文方法在用于工程设计过程中进行了大量计算。根据这些计算分析,一方面表明反拱底板各种内力与各种变位之间关系十分复杂,只有考虑这些复杂关系,对各种受荷情况(包括温度变化)进行合理的分析计算才能确保安全,并可取得显著的经济效益;另一方面,对反拱底板的某些性质获得了新的认识:第一,人们习惯于用无铰拱的性质看待反拱底板,认为这种结构对地基不均匀沉降很不适应。然而本文方法计算结果并非如此,因为一旦某种拱脚变位产生过大内力时,其他变位总会使过大的内力减少;第二,通常认为,在其他条件相同时,拱跨愈大,产生的内力也愈大。然而用本文方法计算的结果并不一定如此,因为反拱底板的内力往往是以拱脚变位产生的为主,而这种内力随拱跨加大而减小。当然,拱跨加大到以荷载产生的内力为主时,则又产生相反情况;第三,在工程设计中,常常忽略拱脚水平位移作用,或者认为它对反拱内力总是产生不利影响。然而本文方法计算结果说明,考虑拱脚水平位移作用会使拱脚拉应力减少,拱顶拉应力略微增大,使得拉应力分布趋于均匀。尤其在温度变化的分析计算中,可使边墩和缝墩附近各孔反拱的拉应力显著减小;第四,上部结构(公路桥与工作桥)与墩墙整浇时,可用迭代法^[10]进行共同作用分析。但是计算说明,这种情况产生的反拱拉应力往往最大,铰接次之,公路桥与工作桥搁置在墩顶的情况最小。

由于反拱底板节省材料的潜力较大,内力分析又比较复杂,对于通过施工程序改善反拱内力的计算^[4,8]、边墩土压力与边墩变位的关系等课题的研究还不成熟(也是平底板有待解决的课题),因此,需要总结以往的工程实践,开展广泛的研究。

本项研究工作得到江苏省交通规划设计院陈文辽、章丕权两位副总工程师,孙学文、张健康两位主任,安徽省水利水电勘测设计院谈松曦总工程师,江苏省水利科学研究所张仲植高工和韩健华、董扶农等同志协助或支持,河海大学岩土力学教研室俞仲泉主任提出许多宝贵意见,一并表示衷心感谢。

参 考 文 献

- [1] 华东水利学院主编.土工原理与计算.北京:水利电力出版社,1981:70~88.
- [2] 陈文辽,孙学文.京杭运河复线船闸首反拱底板.江苏交通工程,1989(2):16~20.
- [3] 王志成,陈文辽.京杭运河邵伯船闸工程设计.江苏交通工程,1988(2):44~50.
- [4] 葛孝椿.弹性均质地基上反拱底板简化计算.安徽水利科技,1979(3):65~91.
- [5] 谈松曦.水闸设计.北京:水利电力出版社,1986:342~367,373~375.
- [6] 江苏交通科学研究所,江苏交通规划设计院.谏壁船闸倒拱底板原型观测报告.1982.
- [7] 南京水利科学研究所.金湾闸原体观测报告.水利水运科技情报,1978(1):14~38.
- [8] 葛孝椿.一种反拱底板计算方法及计算程序简介.第一次全国结构计算应用软件学术会议论文,杭州1984.
- [9] 葛孝椿.反拱底板计算.安徽水利电力学校,1976.
- [10] 华东水利学院编.弹性力学问题的有限元法.北京:水利电力出版社,1982:139.

Analysis of Internal Forces in Inverted-Arch Floor

Ge Xiao-chun

(Water Resources Research Institute of Anhui Province and Huaihe River Committee, Bengbu)

Abstract

Inverted-arch floor laid on the subsoil as foundation of hydraulic structures are discussed. Loads acting on the structure are transmitted from the piers to the springs, then by the concordant action of the arches and piers to the subsoil. Interrelations among following factors: internal forces of arches, rotation angles of spring, vertical and horizontal displacements of springs and crowns, displacements of the base of the piers, foundation settlements, foundation reaction, characters of structural material and soil layers, various loads including the side load, change of average temperature and temperature difference between the extrados and intrados etc. were studied. By means of equilibrium of forces and displacement compatibility of piers, arches and the subsoil, the internal forces and displacements of the inverted arch were solved. Iteration is applied to treatment of horizontal displacements of the piers and arches which are related to the friction and cohesion beneath the foundation base. New knowledge for some characteristics of this kind of structure is obtained from engineering practices and analysis.

请订阅《岩土工程师》

《岩土工程师》是近年新创办的一份面向国家经济建设、贴近工程、理论联系实际的专业性刊物。

《岩土工程师》刊登岩土工程方面的学术论文、研究报告、工程报导和实录、经验总结、专题评论、试验与监测以及技术通讯等文章和报告，还开辟了工程新闻、规范介绍、岩土工程界国内外文摘、问题讨论以及学术活动与会议信息等栏目，形式多样，内容丰富。

《岩土工程师》读者对象为从事岩土工程勘测、设计、施工、监测和科研、教学的广大专业技术人员。《岩土工程师》也将是土建工程技术人员的一份有益的参考读物。

《岩土工程师》为季刊，16开本，每期正文64页。1993年出版4期。每期3元(包括“纸包”、邮寄费)，全年12元。另外，1989年No.2、1990年No.3、No.4和1991年、1992年各期尚有少量余额。欢迎订购。需订者请向宁波市南站东路2号望湖大楼(邮政编码315010)《岩土工程师》编辑部索取订单。