

设集中排水的水工压力隧洞 含水围岩弹塑性应力分析

蔡 晓 鸿

(江西省吉安地区水利电力局)

提 要

本文依据《水工隧洞设计规范 SDB 4—84》，将外水压力作场力处理，且注意到水荷载有着荷载历史这一特点，系统地讨论了水工压力隧洞含水围岩渗透水压力分布规律，建立了设集中排水的水工压力隧洞衬砌与围岩在施工期和运行期的弹塑性应力分析方法，给出了相应的解析计算公式。

一、前 言

随着地下工程实践和岩石力学的发展，围岩在水荷载作用下产生的渗透水压力日益受到工程技术人员的关注^[1]。

渗透水压力是体积力，只有衬砌为不透水材料(如钢板)或是隧洞突然充水时才能形成边界力，对隧洞而言，体积力是水荷载的一般形态，而边界力是它的特殊形态。这是隧洞水荷载的一个重要特点。

根据渗透场的观点，隧洞开挖、衬砌及运行过程都属于边界条件的变化。即使水头不改变，渗透场也要随边界条件的变化而变化，于是隧洞的水荷载也在变化。就是说，水荷载与隧洞施工、运行阶段有关，有自己的荷载历史。这是水荷载不同于自重等体积力的另一个重要特点。

本文根据水荷载的上述特点，视含水围岩为两相介质，按设集中排水的水工压力隧洞在施工期、运行期的不同渗透水压力分布规律，分别建立隧洞衬砌、含水围岩的弹塑性应力分析方法，给出相应解析表达式。鉴于目前尚未见到关于本课题的专题报告，因此本文介绍的方法对于工程实践来说是有意义的。对于未设集中排水的水工压力隧洞衬砌、含水围岩的弹塑性应力分析已另文介绍。

二、围岩渗透水压力分布规律

(一)施工期

水工压力隧洞一般埋藏较深。当地下水位高时，在施工期，渗透水压力往往成为衬砌的主要荷载。它与初始地应力联合作用使围岩塑性区向岩体深部扩展，这就有可能使隧洞应力

状态恶化。

对于深埋压力隧洞(图1), 设半径 R_0 以外形成的稳定渗透场水压力与原始渗透场水压力 p_0 相同, 又在围岩半径 r_H 与 r_c 之间沿隧洞轴向每隔2—5m设置一条环向集中排水。根据渗流理论, 隧洞围岩衬砌渗透水压力 p_w 分布规律为

$$p_w = \begin{cases} p_0 & (R_0 \leq r < +\infty) \\ p_0 \frac{\ln(r/r_c)}{\ln(R_0/r_c)} & (r_c \leq r \leq R_0) \\ 0 & (r_m \leq r \leq r_c) \end{cases} \quad (1)$$

式中 r_c 为围岩环向集中排水外半径; R_0 为保持原始渗透场水压力 p_0 的围岩半径。

(二) 运行期

此时隧洞衬砌内半径 r_m 处渗透水压为 p_m , 围岩环向集中排水内半径 r_H 处水压为零(图2), 于是有

$$p'_w = \begin{cases} p_0 & (R_0 \leq r < +\infty) \\ p_0 \frac{\ln(r/r_c)}{\ln(R_0/r_c)} & (r_c \leq r \leq R_0) \\ 0 & (r_H \leq r \leq r_c) \\ p_m \frac{\ln(r/r_H)}{\ln(r_m/r_H)} & (r_m \leq r \leq r_H) \end{cases} \quad (2)$$

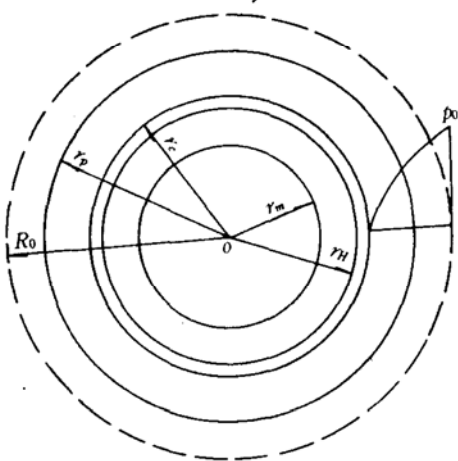


图 1

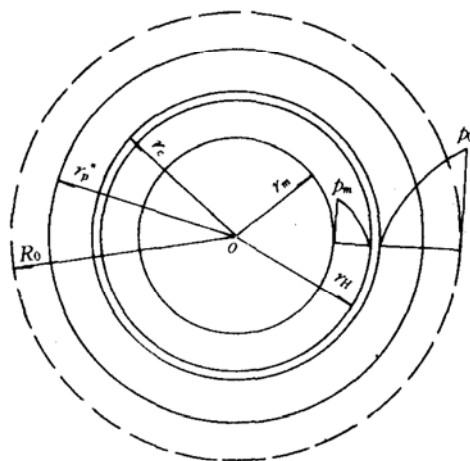


图 2

三、施工期含水围岩的弹塑性应力计算

(一) 塑性区应力

视含水围岩为两相介质体, 于是满足平衡微分方程

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} - \alpha \frac{dp_w}{dr} = 0 \quad (3)$$

式中 α 为渗透水压力的作用面积系数, 它与材料的孔隙率有关, 对于混凝土, 一般取 $\alpha = \frac{2}{3}$ —1; 对于接近破坏的岩石, $\alpha = 1.0^{[2]}$ 。

假定岩体服从莫尔-库仑屈服条件, 设 c 为岩石的凝聚力, ϕ 为岩石的内摩擦角, 则有

$$\frac{\sigma_r + \alpha p_w - c \operatorname{ctg} \phi}{\sigma_\theta + \alpha p_w - c \operatorname{ctg} \phi} = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} \quad (4)$$

将式(1)、(4)代入式(3), 整理有

$$\frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{2 \sin \phi}{1 - \sin \phi} \cdot \frac{\sigma_r}{r} + \left[\frac{2c \cos \phi}{1 - \sin \phi} - \frac{\alpha p_0}{\ln(R_0/r_c)} \right] \frac{1}{r} + \frac{2\alpha p_0 \sin \phi}{(1 - \sin \phi) \ln(R_0/r_c)} \frac{1}{r} \ln \frac{r_c}{r} = 0 \quad (5)$$

以边界条件(图3)

$$\sigma_r|_{r=r_0} = -P \quad (6)$$

为定解条件, 求解微分方程式(5), 并利用式(4), 得

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -(p + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r}{r_c} \right)^\xi + c \operatorname{ctg} \phi + \beta \ln \frac{r_c}{r} + \frac{2\beta}{\xi} \left[\left(\frac{r}{r_c} \right)^\xi - 1 \right] \\ \sigma_\theta &= -\frac{\xi}{\eta} (p + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r}{r_c} \right)^\xi + c \operatorname{ctg} \phi + \beta \ln \frac{r_c}{r} + 2\frac{\beta}{\eta} \left[\left(\frac{r}{r_c} \right)^\xi - 1 \right] \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中 $\xi = \frac{2 \sin \phi}{1 - \sin \phi}$; $\eta = \frac{2 \sin \phi}{1 + \sin \phi}$; $\beta = \frac{\alpha p_0}{\ln(R_0/r_c)}$

当无渗透水压力时, $p_0 = 0$, 式(7)与文献[2]所述公式一致。

(二) 塑性区外半径

设围岩塑性区与弹性区交界面的半径为 r_p ; 界面上的径向应力为 σ_p , 作用在无穷远处的初始地应力为 q , 渗透水压力为 αp_w , 于是围岩弹性区应力表达式为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -q \left(1 - \frac{r_p^2}{r^2} \right) + \sigma_p \left(\frac{r_p}{r} \right)^2 - \alpha p_w \\ \sigma_\theta &= -q \left(1 + \frac{r_p^2}{r^2} \right) - \sigma_p \left(\frac{r_p}{r} \right)^2 - \alpha p_w \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

由接触条件

$$(\sigma_r + \sigma_\theta)^e|_{r=r_p} = (\sigma_r + \sigma_\theta)^p|_{r=r_p} \quad (9)$$

$$r_p = r_c \left[\frac{(1 - \sin \phi) \left(q + c \operatorname{ctg} \phi - \frac{\beta}{\sin \phi} \right)}{p + c \operatorname{ctg} \phi - \frac{2\beta}{\xi}} \right]^{1/\xi} \quad (10)$$

或改写成

$$p = (1 - \sin \phi) \left(q + c \operatorname{ctg} \phi - \frac{\beta}{\sin \phi} \right) \left(\frac{r_p}{r_c} \right)^{-\xi} - c \operatorname{ctg} \phi + \frac{2\beta}{\xi} \quad (11)$$

式(11)实际上就是含水围岩产生部分塑性区时, 内压力与隧洞特性参数之间必需满足的充要条件。

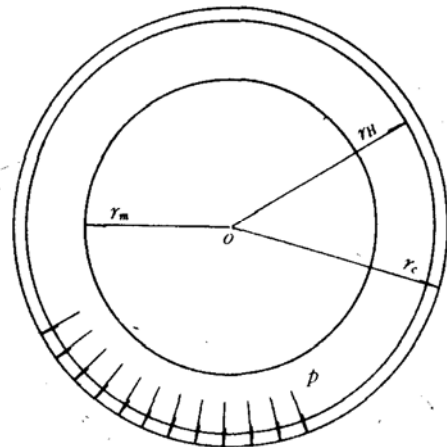


图3

若不计渗透水压力, 则据式(10)有

$$\bar{r}_p = r_c \left[\frac{(1 - \sin \phi)(q + c \operatorname{ctg} \phi)}{p + c \operatorname{ctg} \phi} \right]^{1/\xi} \quad (12)$$

比较式(10)、(12)不难证得 $r_p \geq \bar{r}_p$ 。这便表明, 在施工期计及渗透水压力作用, 塑性区半径将得到扩展。

(三) 塑性区变形

塑性区岩体应变为弹性应变与塑性应变之和^[3], 即

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \varepsilon_r^e + \varepsilon_r^p = \frac{du}{dr} = \frac{1}{E} \left[\left(1 - \frac{1}{2}\mu \right) \sigma_r - \frac{3}{2}\mu \sigma_\theta \right] - \frac{\psi}{4G} (\sigma_\theta - \sigma_r) \\ \varepsilon_\theta &= \varepsilon_\theta^e + \varepsilon_\theta^p = \frac{u}{r} = \frac{1}{E} \left[\left(1 - \frac{1}{2}\mu \right) \sigma_\theta - \frac{3}{2}\mu \sigma_r \right] + \frac{\psi}{4G} (\sigma_\theta - \sigma_r) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中 ψ 为塑性系数, 在弹性变形阶段 $\psi = 0$ 。

据式(13)第二式及式(7)可得塑性区外半径 r_p 处的变位

$$\begin{aligned} u_{r_p} &= \frac{r_p}{E} \left\{ (1 - 2\mu) \left[(1 + \mu)q + c \operatorname{ctg} \phi + \beta \ln \left(\frac{r_c}{r_p} \right) \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{(1 - 2\mu) + (1 + \mu) \sin \phi}{1 - \sin \phi} (p + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r_p}{r_c} \right)^\xi \right. \\ &\quad \left. + \frac{(1 - 2\mu) + (1 + \mu) \sin \phi}{\sin \phi} \beta \left[\left(\frac{r_p}{r_c} \right)^\xi - 1 \right] \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

又据式(13)及式(7)得

$$\begin{aligned} \frac{du}{dr} + \frac{u}{r} &= -\frac{2(1 - 2\mu)}{E} \left\{ \frac{1}{1 - \sin \phi} (p + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r}{r_c} \right)^\xi \right. \\ &\quad \left. - c \operatorname{ctg} \phi - \beta \ln \frac{r_c}{r} - \frac{\beta}{\sin \phi} \left[\left(\frac{r}{r_c} \right)^\xi - 1 \right] \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

以塑性区与弹性区边界上变形连续(即式(14))为微分方程(15)的定解条件, 积分求解得

$$\begin{aligned} u &= \frac{r}{E} \left\{ (1 - 2\mu) c \operatorname{ctg} \phi - (1 - 2\mu) (p + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r}{r_c} \right)^\xi + \frac{2(1 - 2\mu)}{\xi} \beta \left(\frac{r}{r_c} \right)^\xi \right. \\ &\quad \left. + (1 - 2\mu) \beta \left(\frac{1}{2} + \ln \frac{r_c}{r} - \frac{1}{\sin \phi} \right) + (1 + \mu)(1 - 2\mu) q \left(\frac{r_p}{r} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + (1 - 2\mu) \beta \left(\frac{r_p}{r} \right)^2 \left[\left(\frac{r_p}{r_c} \right)^\xi - \frac{1}{2} \right] - \frac{(2 - \mu)\xi}{2} \left(\frac{r_p}{r} \right)^2 (p + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r_p}{r_c} \right)^\xi \right. \\ &\quad \left. + \frac{1 + \mu}{\beta} \left(\frac{r_p}{r} \right)^2 \left[\left(\frac{r_p}{r_c} \right)^\xi - 1 \right] \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

围岩半径 r_c 处的变形为

$$\begin{aligned} u_{r_c} &= u|_{r=r_c} = \frac{r_c}{E} \left\{ -(1 - 2\mu)p - \frac{(1 - 2\mu)\beta}{2} + (1 + \mu)(1 - 2\mu)q \left(\frac{r_p}{r_c} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + (2 - \mu)\beta \left(\frac{r_p}{r_c} \right)^{1 - \frac{2}{1 - \sin \phi}} - \frac{3}{2}\beta \left(\frac{r_p}{r_c} \right)^2 - \frac{(2 - \mu)\xi}{2} (p + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r_p}{r_c} \right)^{1 - \frac{2}{1 - \sin \phi}} \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

四、隧洞集中排水区的应力计算

(一) 集中排水区应力

在隧洞环向集中排水区, 渗透水压力 $p_w=0$, 据式(7), 其应力表达式可写成

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -(p + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r}{r_c} \right)^\xi + c \operatorname{ctg} \phi \\ \sigma_\theta &= -\frac{\xi}{\eta} (p + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r}{r_c} \right)^\xi + c \operatorname{ctg} \phi \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

(二) 集中排水区的位移

据微分方程式(15), 注意到 $p_w=0$; 以式(17)作定解条件, 可得集中排水区位移。

$$\begin{aligned} u &= \frac{r}{E} \left\{ (1-2\mu) c \operatorname{ctg} \phi - (1-2\mu) (p + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r}{r_c} \right)^\xi + (1+\mu)(1-2\mu) q \left(\frac{r_p}{r} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{\beta}{2} \left[(1-2\mu) \left(\frac{r_c}{r} \right)^2 + 3 \left(\frac{r_p}{r} \right)^2 \right] + (2-\mu) \left(\frac{r_p}{r_c} \right)^{1-\frac{2}{\sin \phi}} \left(\frac{r_c}{r} \right)^2 \left[\beta - \frac{\xi}{2} (p + c \operatorname{ctg} \phi) \right] \right\} \end{aligned} \quad (19)$$

围岩与衬砌接触面半径 r_H 处的位移为

$$\begin{aligned} u_{r_H} &= u|_{r=r_H} = \frac{r_H}{E} \left\{ (1-2\mu) c \operatorname{ctg} \phi - (1-2\mu) (p + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r_H}{r_c} \right)^\xi + (1+\mu)(1-2\mu) q \left(\frac{r_p}{r_H} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{\beta}{2} \left[(1-2\mu) \left(\frac{r_c}{r_H} \right)^2 + 3 \left(\frac{r_p}{r_H} \right)^2 \right] + (2-\mu) \left(\frac{r_p}{r_c} \right)^{1-\frac{2}{\sin \phi}} \left(\frac{r_c}{r_H} \right)^2 \left[\beta - \frac{\xi}{2} (p + c \operatorname{ctg} \phi) \right] \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

五、施工期隧洞衬砌应力计算

对于平面应变问题可以求得施工期隧洞衬砌的应力和位移

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{r^2 - r_m^2}{r_H^2 - r_m^2} \left(\frac{r_H}{r} \right)^2 \sigma_{rH} \\ \sigma_\theta &= \frac{r_H^2}{r_H^2 - r_m^2} \left(1 + \frac{r_m^2}{r^2} \right) \sigma_{rH} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{1+\mu_0}{E_0} \cdot \frac{r_H^2}{r_H^2 - r_m^2} \cdot \frac{r_m^2 + (1-2\mu_0)r^2}{r} \sigma_{rH} \\ \sigma_{r_H} &= -(p + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r_H}{r_c} \right)^\xi + c \operatorname{ctg} \phi \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

式中 E_0, μ_0 分别为衬砌的弹性模量和泊松系数。

在衬砌外半径 r_H 处的位移为

$$u_{r_H} = u|_{r=r_H} = \frac{1+\mu_0}{E_0} \left[c \operatorname{ctg} \phi - (p + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r_H}{r_c} \right)^\xi \right] M r_H \quad (23)$$

$$\text{式中 } M = \frac{r_m^2 + (1-2\mu_0)r_H^2}{r_H^2 - r_m^2}$$

联立求解式(20)、(23), 可得围岩半径 r_c 处的压力 p

$$p = -c \operatorname{ctg} \phi + \frac{\frac{1+\mu_0}{E_0} M c \operatorname{ctg} \phi - \frac{1-2\mu}{E} c \operatorname{ctg} \phi - \frac{(1+\mu)(1-2\mu)q}{E} \left(\frac{r_p}{r_H}\right)^2}{\frac{1+\mu_0}{E_0} \left(\frac{r_H}{r_c}\right)^\xi M - \frac{1-2\mu}{E} \left(\frac{r_H}{r_c}\right)^\xi} \rightarrow$$

$$\left\{ \begin{aligned} & + \frac{\beta}{2E} \left[(1-2\mu) \left(\frac{r_c}{r_H}\right)^2 + 3 \left(\frac{r_p}{r_H}\right)^2 \right] - \frac{2-\mu}{E} \left(\frac{r_p}{r_c}\right)^{1-\frac{2}{1-\sin \phi}} \left(\frac{r_c}{r_H}\right)^2 \beta \\ & - \frac{2-\mu}{2E} \left(\frac{r_p}{r_c}\right)^{1-\frac{2}{1-\sin \phi}} \left(\frac{r_c}{r_H}\right)^2 \xi \end{aligned} \right. \quad (24)$$

六、运行期含水围岩及衬砌的弹塑性应力计算

围岩在施工期可能处于弹性或弹塑性变形两种状态。因此, 对运行期含水围岩和衬砌的应力分析, 也分两种状态讨论。

(一) 施工期含水围岩处于弹性状态时

这时, 可援用前述应力分析方法, 但须注意此时莫尔-库伦屈服条件为^[4]

$$\frac{\sigma_\theta + \alpha p'_w - c \operatorname{ctg} \phi}{\sigma_r + \alpha p'_w - c \operatorname{ctg} \phi} = \frac{\xi}{\eta} \quad (25)$$

将式(2)、(25)、代入式(3), 并以边界条件

$$\sigma_r|_{r=r_c} = -p' \quad (26)$$

为定解条件进行求解, 整理后有应力表达式

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -(p' + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r}{r_c}\right)^{-\eta} + c \operatorname{ctg} \phi + \beta \ln \frac{r_c}{r} + \frac{2\beta}{\eta} \left[1 - \left(\frac{r}{r_c}\right)^{-\eta} \right] \\ \sigma_\theta &= -\frac{\xi}{\eta} (p' + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r}{r_c}\right)^{-\eta} + c \operatorname{ctg} \phi + \beta \ln \frac{r_c}{r} + \frac{2\beta}{\xi} \left[1 - \left(\frac{r}{r_c}\right)^{-\eta} \right] \end{aligned} \quad (27)$$

类似可求得运行期塑性区外半径 r'_p 为

$$r'_p = r_c \left[\frac{(1+\sin \phi) \left(q + c \operatorname{ctg} \phi + \frac{\beta}{\sin \phi} \right)}{p' + c \operatorname{ctg} \phi + \frac{2\beta}{\eta}} \right]^{-\frac{1}{\eta}} \quad (28)$$

若不计渗透水压力作用, 则塑性区外半径为

$$\bar{r}'_p = r_c \left[\frac{(1+\sin \phi) (q + c \operatorname{ctg} \phi)}{p' + c \operatorname{ctg} \phi} \right]^{-\frac{1}{\eta}} \quad (29)$$

比较式(28)、(29), 不难得到 $r'_p \leq \bar{r}'_p$ 。即在运行期, 计及渗透水压力作用, 将使塑性区“退化”。

运行期, 隧洞围岩塑性变形计算公式为

$$\begin{aligned} u &= \frac{r}{E} \left\{ (1-2\mu) c \operatorname{ctg} \phi - (1-2\mu) (p' + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r}{r_c}\right)^{-\eta} - (1-2\mu) \frac{2\beta}{\eta} \left(\frac{r}{r_c}\right)^{-\eta} \right. \\ &+ (1-2\mu) \beta \left(\frac{1}{2} + \ln \frac{r_c}{r} + \frac{1}{\sin \phi} \right) + (1+\mu) (1-2\mu) q \left(\frac{r'_p}{r}\right)^2 + (1-2\mu) \beta \left(\frac{r'_p}{r}\right)^2 \left[\left(\frac{r'_p}{r_c}\right)^{-\eta} - \frac{1}{2} \right] \\ &\left. + \frac{(2-\mu)\eta}{2} \left(\frac{r'_p}{r}\right)^2 (p' + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r'_p}{r_c}\right)^{-\eta} + (1+\mu) \beta \left(\frac{r'_p}{r}\right)^2 \left[\left(\frac{r'_p}{r_c}\right)^{-\eta} - 1 \right] \right\} \quad (30) \end{aligned}$$

塑性区内半径 r_c 处的变形为

$$u_{r_c} = u|_{r=r_c} = \frac{r_c}{E} \left\{ -(1-2\mu)p' - \frac{1-2\mu}{2}\beta + (1+\mu)(1-2\mu)q \left(\frac{r'_p}{r_c} \right)^2 \right. \\ \left. + (2-\mu)\beta \left(\frac{r'_p}{r_c} \right)^{1+\frac{2}{\sin\phi}} - \frac{3}{2}\beta \left(\frac{r'_p}{r_c} \right)^2 + \frac{2-\mu}{2}\eta(p' + c \operatorname{ctg}\phi) \left(\frac{r'_p}{r_c} \right)^{1+\frac{2}{\sin\phi}} \right\} \quad (31)$$

隧洞集中排水区应力、位移表达式分别为

$$\sigma_r = -(p' + c \operatorname{ctg}\phi) \left(\frac{r}{r_c} \right)^{-\eta} + c \operatorname{ctg}\phi \quad (32)$$

$$\sigma_\theta = -\frac{\xi}{\eta} (p' + c \operatorname{ctg}\phi) \left(\frac{r}{r_c} \right)^{-\eta} + c \operatorname{ctg}\phi$$

$$u = \frac{r}{E} \left\{ (1-2\mu)c \operatorname{ctg}\phi - (1-2\mu)(p' + c \operatorname{ctg}\phi) \left(\frac{r}{r_c} \right)^{-\eta} + (1+\mu)(1-2\mu)q \left(\frac{r'_p}{r} \right)^2 \right. \\ \left. - \frac{\beta}{2} \left[(1-2\mu) \left(\frac{r_c}{r} \right)^2 + 3 \left(\frac{r'_p}{r} \right)^2 \right] + (2-\mu) \left(\frac{r'_p}{r_c} \right)^{1+\frac{2}{\sin\phi}} \left(\frac{r_c}{r} \right)^2 \left[\beta + \frac{\eta}{2}(p' + c \operatorname{ctg}\phi) \right] \right\} \quad (33)$$

于是, 集中排水区内半径 r_H 处的变形为

$$u_{r_H} = u|_{r=r_H} = \frac{r_H}{E} \left\{ (1-2\mu)c \operatorname{ctg}\phi - (1-2\mu)(p' + c \operatorname{ctg}\phi) \left(\frac{r_H}{r_c} \right)^{-\eta} \right. \\ \left. + (1+\mu)(1-2\mu)q \left(\frac{r'_p}{r_H} \right)^2 - \frac{\beta}{2} \left[(1-2\mu) \left(\frac{r_c}{r_H} \right)^2 + 3 \left(\frac{r'_p}{r_H} \right)^2 \right] \right. \\ \left. + (2-\mu) \left(\frac{r'_p}{r_c} \right)^{1+\frac{2}{\sin\phi}} \left(\frac{r_c}{r_H} \right)^2 \left[\beta + \frac{\eta}{2}(p' + c \operatorname{ctg}\phi) \right] \right\} \quad (34)$$

类似可得运行期隧洞衬砌应力、位移计算式

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -p_i + \frac{\alpha p_m}{2(1-\mu_0)\ln \frac{r_m}{r_H}} \ln \frac{r}{r_m} + \left[p_i + \sigma_{r_H} + \frac{\alpha p_m}{2(1-\mu_0)} \right] r_H^2 \frac{1 - \frac{r_m^2}{r^2}}{r_H^2 - r_m^2} \\ \sigma_\theta &= -p_i + \frac{\alpha p_m}{2(1-\mu_0)\ln \frac{r_m}{r_H}} \ln \frac{r}{r_m} - \frac{\alpha(1-2\mu_0)p_m}{2(1-\mu_0)\ln \frac{r_m}{r_H}} + \left[p_i + \sigma_{r_H} + \frac{\alpha p_m}{2(1-\mu_0)} \right] r_H^2 \frac{1 + \frac{r_m^2}{r^2}}{r_H^2 - r_m^2} \\ u &= \frac{N}{1-\mu_0} r \ln \frac{r}{r_m} - N r - \frac{(1+\mu_0)(1-2\mu_0)}{E_0} p_i r \\ &\quad + \frac{1+\mu_0}{E_0} \cdot \frac{r_H^2 [r_m^2 + (1-2\mu_0)r^2]}{r(r_H^2 - r_m^2)} \left[p_i + \sigma_{r_H} + \frac{\alpha p_m}{2(1-\mu_0)} \right] \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

$$\quad (36)$$

式中, $N = \frac{\alpha(1+\mu_0)(1-2\mu_0)}{2E_0 \ln(r_m/r_H)} p_m$; p_i 为均匀内水压力

隧洞衬砌半径 r_H 处的变形为

$$u_{r_H} = u|_{r=r_H} = -\frac{N}{1-\mu_0} r_H \ln \frac{r_m}{r_H} - N r_H - \frac{(1+\mu_0)(1-2\mu_0)}{E_0} p_i r_H \\ + \frac{1+\mu_0}{E_0} M \left[p_i + \sigma_{r_H} + \frac{\alpha p_m}{2(1-\mu_0)} \right] \quad (37)$$

利用式(34)、(37), 并将 σ_{r_H} 的表达式代入, 可得衬砌与围岩间的接触压力 p' 。

$$p' = -c \operatorname{ctg}\phi + \frac{1}{E} \left\{ (1-2\mu)c \operatorname{ctg}\phi + (1+\mu)(1-2\mu)q \left(\frac{r'_p}{r_H} \right)^2 \right.$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\beta}{2} \left[(1-2\mu) \left(\frac{r_c}{r_H} \right)^2 + 3 \left(\frac{r'_p}{r_H} \right)^2 \right] + (2-\mu) \beta \left(\frac{r'_p}{r_H} \right)^{1+\frac{2}{\sin\phi}} \left(\frac{r_c}{r_H} \right)^2 + \frac{E}{1-\mu_0} N \ln \frac{r_m}{r_H} + EN \\
& + \frac{(1+\mu_0)(1-2\mu_0)}{E_0} E p_i - \frac{(1+\mu_0)E}{E_0} M \left[p_i + \sigma_{r_H} + \frac{\alpha p_m}{2(1-\mu_0)} \right] \Bigg\} / \left\{ \frac{1}{E} \left[(1-2\mu) \left(\frac{r_H}{r_c} \right)^{-\eta} \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{2-\mu}{2} \eta \left(\frac{r'_p}{r_c} \right)^{1+\frac{2}{\sin\phi}} \left(\frac{r_c}{r_H} \right)^2 \right] \right\} - \frac{1+\mu_0}{E_0} \left(\frac{r_H}{r_c} \right)^{-\eta} M \quad (38)
\end{aligned}$$

当运行期围岩出现塑性变形, 则隧洞因正常检修放空之后岩体就有残余应力和残余变形, 其值可根据内水压力变化 Δp_i 的弹性解求得, 而放空过程中作用于集中排水区内半径 r_H 处的压力 Δp_H 可按以下推导出的式(41)求算。

用上角标 R 和 L 分别表示围岩和衬砌, 则由卸载服从弹性理论得

$$\Delta u_{r_H}^R = \frac{(1+\mu)r_H}{E} \Delta p_H \quad (39)$$

隧洞衬砌外半径 r_H 处变形为

$$\Delta u_{r_H}^L = \frac{(1+\mu_0)r_H}{E_0(r_H^2 - r_m^2)} \left\{ 2(1-\mu_0)r_m^2 \Delta p_i - [(1-2\mu_0)r_H^2 + r_m^2] \Delta p_H \right\} \quad (40)$$

由变形接触连续条件 $\Delta u_{r_H}^R = \Delta u_{r_H}^L$ 得

$$\Delta p_H = \frac{2(1-\mu_0^2)r_m^2}{\frac{E_0(1+\mu)}{E}(r_H^2 - r_m^2) + (1+\mu_0)[(1-2\mu_0)r_H^2 + r_m^2]} \Delta p_i \quad (41)$$

求出 Δp_H 后, 则可由厚壁圆筒公式计算卸载衬砌应力增量解, 即

$$\left. \begin{aligned} \Delta \sigma_r^L &= \frac{\Delta p_i r_m^2 - \Delta p_H r_H^2}{r_H^2 - r_m^2} + \frac{r_m^2 r_H^2 (\Delta p_H - \Delta p_i)}{(r_H^2 - r_m^2) r^2} \\ \Delta \sigma_\theta^L &= \frac{\Delta p_i r_m^2 - \Delta p_H r_H^2}{r_H^2 - r_m^2} - \frac{r_m^2 r_H^2 (\Delta p_H - \Delta p_i)}{(r_H^2 - r_m^2) r^2} \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

相应围岩卸载应力增量解为

$$\left. \begin{aligned} \Delta \sigma_r^R &= -\frac{r_H^2}{r^2} \Delta p_H \\ \Delta \sigma_\theta^R &= \frac{r_H^2}{r^2} \Delta p_H \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

将式(35)、式(42)所得应力值叠加则得衬砌残余应力; 据式(27)、(32)、(43)可得围岩残余应力。

(二) 施工期隧洞含水围岩处于弹塑性状态时

若隧洞围岩在施工期产生塑性变形, 则可采用变位谐调法来求算衬砌和围岩在运行期的应力。设此时围岩半径 $r = r_c$ 处的约束力为 p^* , 其计算简图如图4所示。

1. 围岩塑性区在内半径 r_H 处的径向变位

由于均匀内水压力 p_i 及运行期渗透水压力 p_w 的联合作用, 围岩塑性区半径 r_c 的内压力由 p' 变成 p^* , 应用式(34)有

$$\begin{aligned}
u_{r_H}^* &= \frac{r_H}{E} \left\{ (1-2\mu) c c t g \phi - (1-2\mu) (p^* + c c t g \phi) \left(\frac{r_H}{r_c} \right)^{-\eta} + (1+\mu) (1-2\mu) q \left(\frac{r_p^*}{r_H} \right)^2 \right. \\
& \left. - \frac{\beta}{2} \left[(1-2\mu) \left(\frac{r_c}{r_H} \right)^2 + 3 \left(\frac{r_p^*}{r_H} \right)^2 \right] + (2-\mu) \left(\frac{r_p^*}{r_c} \right)^{1+\frac{2}{\sin\phi}} \left(\frac{r_c}{r_H} \right)^2 \left[\beta + \frac{\eta}{2} (p^* + c c t g \phi) \right] \right\} \quad (44)
\end{aligned}$$

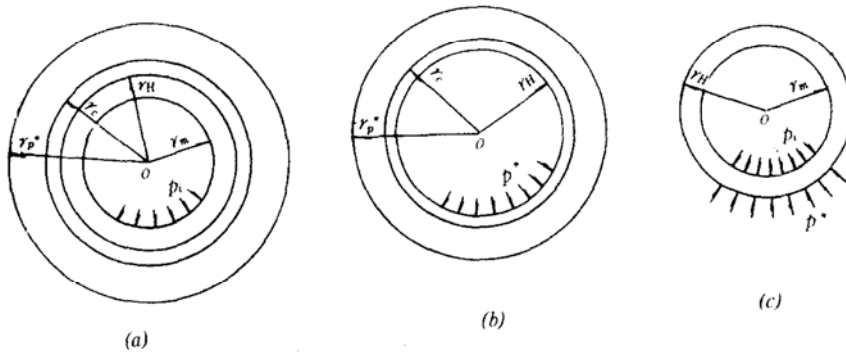


图4

2. 衬砌在 r_H 处的径向变位

衬砌计算简图如图4(c)所示, 是内外边界分别受有均匀压力 p_i , p_o 及渗透水压力 p_w 作用的弹性厚壁圆筒, 其径向变位 $u_{r_H}^{0*}$ 的计算式为

$$u_{r_H}^{0*} = -\frac{1}{1-\mu_0} N r_H \ln \frac{r_m}{r_H} - N r_H - \frac{(1+\mu_0)(1-2\mu_0)}{E_0} p_i r_H + \frac{1+\mu_0}{E_0} M r_H \left[p_i + c \operatorname{ctg} \phi + \frac{\alpha p_m}{2(1-\mu_0)} - (p^* + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r_H}{r_c} \right)^{-\eta} \right] \quad (45)$$

3. 围岩半径 r_c 处约束力 p^* 及塑性区外半径 r_p^* 的确定

围岩在半径 r_H 处径向变位的最大值应是运行期与施工期两个应力状态下径向变位之差, 据式(20)、(44)有

$$\begin{aligned} \delta u_{r_H}^* = \frac{r_H}{E} & \left\{ -(1-2\mu) \left[(p^* + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r_H}{r_c} \right)^{-\eta} - (p + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r_H}{r_c} \right)^{\eta} \right] - \frac{3}{2} \beta \cdot \frac{r_p^{*2} - r_p^2}{r_H^2} \right. \\ & + (1+\mu)(1-2\mu) q \frac{r_p^{*2} - r_p^2}{r_H^2} + (2-\mu) \beta \left(\frac{r_c}{r_H} \right)^2 \left[\left(\frac{r_p^*}{r_c} \right)^{1+\sin \phi} - \left(\frac{r_p}{r_c} \right)^{1-\sin \phi} \right] \\ & \left. + (2-\mu) \sin \phi \left(\frac{r_c}{r_H} \right)^2 \left[\frac{p^* + c \operatorname{ctg} \phi}{1+\sin \phi} \left(\frac{r_p^*}{r_c} \right)^{1+\sin \phi} + \frac{p + c \operatorname{ctg} \phi}{1-\sin \phi} \left(\frac{r_p}{r_c} \right)^{1-\sin \phi} \right] \right\} \quad (46) \end{aligned}$$

衬砌在半径 r_H 处径向变位的最大值应是运行期与施工期两个应力状态下衬砌径向变位之差, 据式(23)、(45)有

$$\begin{aligned} \delta u_{r_H}^{0*} = -\frac{(1+\mu_0) r_H}{E_0} & \left[\frac{\alpha(1-2\mu_0) p_m}{2(1-\mu_0)} + \frac{\alpha(1-2\mu_0) p_m}{2 \ln \frac{r_m}{r_H}} + (1-2\mu_0) p_i \right] + \frac{(1+\mu_0) r_H}{E_0} M \\ & \times \left[p_i + \frac{\alpha p_m}{2(1-\mu_0)} + (p + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r_H}{r_c} \right)^{\xi} - (p^* + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r_H}{r_c} \right)^{-\eta} \right] \quad (47) \end{aligned}$$

由接触面变位连续, 即

$$\delta u_{r_H}^* = \delta u_{r_H}^{0*} \quad (48)$$

及运行期围岩产生塑性区内压力与隧洞特性关系式

$$p^* = (1+\sin \phi) \left(q + c \operatorname{ctg} \phi + \frac{\beta}{\sin \phi} \right) \left(\frac{r_p^*}{r_H} \right)^{\eta} - c \operatorname{ctg} \phi - \frac{2\beta}{\eta} \quad (49)$$

可求解 p^* 和 r_p^* 。

4. 围岩、衬砌应力计算

(1) 围岩应力计算

求得 p^* , r_p^* 后, 只需将式(27)中的 p' 用 p^* 置换, 便可得围岩塑性区应力表达式

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{1r} &= -(p^* + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r}{r_c} \right)^{-\eta} + c \operatorname{ctg} \phi + \beta \ln \frac{r_c}{r} + \frac{2\beta}{\eta} \left[1 - \left(\frac{r}{r_c} \right)^{-\eta} \right] \\ \sigma_{1\theta} &= -\frac{\xi}{\eta} (p^* + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r}{r_c} \right)^{-\eta} + c \operatorname{ctg} \phi + \beta \ln \frac{r_c}{r} + \frac{2\beta}{\xi} \left[1 - \left(\frac{r}{r_c} \right)^{-\eta} \right] \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

围岩弹性区应力表达式为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{2r} &= -q \left[1 - \left(\frac{r_p^*}{r} \right)^2 \right] + \sigma_p^* \left(\frac{r_p^*}{r} \right)^2 - \alpha p'_w \\ \sigma_{2\theta} &= -q \left[1 - \left(\frac{r_p^*}{r} \right)^2 \right] - \sigma_p^* \left(\frac{r_p^*}{r} \right)^2 - \alpha p'_w \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

式中 p'_w 为渗透水压力由式(2)确定; σ_p^* 为隧洞运行期围岩塑性区与弹性区接触面 r_p^* 处径向应力, 由下式给出

$$\sigma_p^* = \sigma_{1r}|_{r=r_p^*} = -(p^* + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r_p^*}{r_c} \right)^{-\eta} + c \operatorname{ctg} \phi + \beta \ln \frac{r_c}{r_p^*} + \frac{2\beta}{\eta} \left[1 - \left(\frac{r_p^*}{r_c} \right)^{-\eta} \right] \quad (52)$$

(2) 衬砌应力计算

将式(35)中的 σ_{r_H} 用 $\sigma_{r_H}^*$ 置换, 则得隧洞衬砌应力表达式

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{0r}^* &= -p_i + \frac{\alpha p_m}{2(1-\mu_0) \ln \frac{r_m}{r_H}} \ln \frac{r}{r_m} + \left[p_i + \sigma_{r_H}^* + \frac{\alpha p_m}{2(1-\mu_0)} \right] r_H^2 \frac{1 - \left(\frac{r_m}{r} \right)}{r_H^2 - r_m^2} \\ \sigma_{0\theta}^* &= -p_i + \frac{\alpha p_m}{2(1-\mu_0) \ln \frac{r_m}{r_H}} \ln \frac{r}{r_m} - \frac{2(1-2\mu_0)p_m}{2(1-\mu_0) \ln \frac{r_m}{r_H}} + \left[p_i + \sigma_{r_H}^* + \frac{\alpha p_m}{2(1-\mu_0)} \right] r_H^2 \frac{1 - \left(\frac{r_m}{r} \right)^2}{r_H^2 - r_m^2} \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

式中 $\sigma_{r_H}^* = -(p^* + c \operatorname{ctg} \phi) \left(\frac{r_H}{r_c} \right)^{-\eta} + c \operatorname{ctg} \phi$

据式(41)~(43)可求出隧洞检修放空之后围岩、衬砌卸载应力增量解, 将其分别与式(50)、(51)、(53)所得应力叠加, 则得围岩、衬砌残余应力。

七、算 例

压力隧洞洞室半径 $r_H=2.5\text{m}$, 岩体力学参数为: $E=20\text{GPa}$, $\mu=0.3$, $c=250\text{kPa}$, $\phi=30^\circ$, 初始地应力 $q=1\text{MPa}$ 。

衬砌内半径 $r_m=2\text{m}$, 外半径即 r_H , 衬砌承受内水压力 $p_i=6\text{MPa}$, $E_0=30\text{GPa}$, $\mu_0=0.15$ 。

集中排水区外半径 $r_c=2.7\text{m}$, 内半径即 r_H 。

围岩与上复岩体有水力联系, $p_0=1\text{MPa}$, $p_m=40\text{kPa}$, $\alpha=1.0$ 。由钻孔实测及抽水试验 $R_0=12r_H=30\text{m}$ 。

据式(11)及式(24)可得施工期围岩塑性区外半径 r_p 满足

$$0.026 \left(\frac{r_p}{r_H} \right)^4 + 3.096 \left(\frac{r_p}{r_H} \right)^2 - 3.513 \left(\frac{r_p}{r_H} \right)^{-2} + 1.644 = 0$$

据上式, 可以看出 $r_p < r_H$, 即施工期围岩不产生塑性区。

据式(28)及式(38)可得运行期围岩塑性区外半径 r'_p 满足

$$0.342\left(\frac{r'_p}{r_H}\right)^{4/3} + 8.218\left(\frac{r'_p}{r_H}\right)^2 + 41.932\left(\frac{r'_p}{r_H}\right)^{2/3} = 138.082$$

用试算法求解上式得

$$r'_p = 2.63 r_H = 6.58 \text{ m}$$

从而衬砌所受外压力

$$p_H = 4.728 \text{ MPa}$$

若不计渗透水压力, 有 $\alpha=0$ 。利用式(29)及式(38)可得此时围岩塑性区外半径 $\overline{r'_p}$ 满足

$$8.129\left(\frac{\overline{r'_p}}{r_H}\right)^2 + 26.545\left(\frac{\overline{r'_p}}{r_H}\right)^{2/3} = 120.718$$

用试算法求解得

$$\overline{r'_p} = 2.87 r_H = 7.18 \text{ m}$$

衬砌所受外压力可按式(32)第1式确定

$$\overline{p_H} = 3.901 \text{ MPa}$$

将上述两种情况下衬砌所受外压力值代入式(35), 便得如表1所表示应力结果。

表1 受均匀内水压力作用时衬砌应力计算成果表

半径 (cm)		200	225	250
应力 (MPa)				
计及渗透水压力作用	σ_r	-6	-4.780	-3.910
	σ_θ	5.668	4.423	3.530
不计渗透水压力作用	σ_r	-6	-4.781	-3.910
	σ_θ	5.611	3.933	3.521

若隧洞检修放空, 则有 $\Delta p_i = -6 \text{ MPa}$, 据式(41)得 $\Delta p_H = -3.35 \text{ MPa}$, 将 Δp_i , Δp_H 值代入式(42), 可计算出卸载衬砌应力增量值 $\Delta \sigma_r^L$, $\Delta \sigma_\theta^L$, 并将其与表1应力值叠加, 最后有放空检修时隧洞衬砌残余应力如表2所示。

表2 放空检修时隧洞衬砌残余应力值

半径 (cm)		200	225	250
应力 (MPa)				
计及渗透水压力作用	σ_r	0	-0.325	-0.560
	σ_θ	-3.054	-2.754	-2.541
不计渗透水压力作用	σ_r	0	-0.326	-0.560
	σ_θ	-3.111	-3.243	-2.551

八、结 语

1. 含水围岩中渗透水压力是以场力作用于岩体的, 只有衬砌是不透水材料(如钢板), 或是隧洞突然充水才能形成边界力, 故以往视外水压力为边界力显然欠妥。

2. 本文论证了在隧洞施工期计及渗透水压力作用, 将使塑性区扩展, 而在隧洞运行期计

及渗透水压力作用下, 将使塑性区“退化”, 了解这一结论, 并作出定量计算对工程师是有实际意义的。

3. 本文系统地讨论了设集中排水的水工压力隧洞含水围岩渗透水压力分布规律, 建立了隧洞含水围岩在施工期、运行期和检修期的弹塑性应力分析方法, 给出了相应的解析表达式, 具有实用价值。

本文得到万仁玉工程师、吕有年总工程师的帮助, 谨致谢忱。

参 考 文 献

- [1] 魏 伟, 地下洞室围岩裂隙与外水压力关系的试验及分析, 水利水电技术, 1986年第7期。
- [2] 徐志英等, 岩石力学, 水利电力出版社, 北京, 1986年。
- [3] 杨桂通, 弹塑性力学, 人民教育出版社, 北京, 1980年。
- [4] 蔡晓鸿, 莫尔-库仑屈服条件在水工压力隧洞弹塑性应力计算中的应用分析, 工程勘察, 1988年第3期。

Elastoplastic Stress Analysis for Water-bearing Surrounding Rock of Water Pressure Tunnels under Concentrate Drainage Working Conditions

Cai Xiaohong

(Water Conservancy and Hydroelectric Power Bureau of JiAn Prefecture Jiang Xi Province)

Abstract

According to "The Design Standard SDB 4—84 for Hydraulic Pressure Tunnels" and Consider the Water pressure being field force, more over, the loading history of hydraulic pressure on the surrounding rock is taken into account. A thorough discussion on the pressure distribution is given in this paper. The writer presents a stress analysis method of tunnel lining and surrounding rock with concentrate drains under construction stage and operating period by elastoplastic theory. The corresponding Calculation formulas are recommended.