第12卷 第5期 岩土工程学报 Vol.12, No.5
1990年 9月 YANTU GONGCHENG XUEBAO Sept., 1990

FEIPWAPC特征线桩基波动分析程序

陈 凡

（中国建筑科学研究院地基所，北京）

一、前 言

采用重锤动力试桩，用波动理论分析计算桩的垂直承载力，是目前国际上唯一一项受到较普遍承认的动测技术。近十年来，该项实用技术之所以发展迅速，也许不光是由于它与静载试验相比具有快速、经济和简便的优点，更主要的是在物理概念上明确，即在土的极限强度一定时，桩周与桩尖土阻力发挥的程度均依赖于位移。

80年代，打桩分析仪(如PDA)在国内外推广使用，已较好地解决了动测信号的现场实测、采集等环节；并经过对桩、土模型的简化，利用波动理论建立了一套适合现场实时分析的简便计算方法——CASE法[1]。尽管它仍不失为一种较有效的方法，但由于桩和土模型过于简化，常造成承载力的精度以及分析结果的客观性难以满足要求。特别当缺乏地区性经验时，由于地质条件、施工工艺和桩型变异，造成桩身截面变化，以及长桩或大直径灌注桩[2]自身具有的特殊性，都会直接影响CASE法桩尖无量纲经验阻尼系数的取值，降低预示承载力的精度。因此，为弥补CASE法之不足，需要考虑更符合实际的桩和土模型，选择更实用计算方法，提高和完善分析软件功效，推广室内软件分析技术。为实现此目标，在FEIPWAPC程序发展过程中，作了以下几方面的工作[3]：与一定数量的静载试验结果对比；与国际著名的CAPWAPC程序进行考题验证；对部分桩、土模型(特别是土的静阻力模型)和程序功能作了改进和补充；主要模型和基本参数采用目前公认的定义；对硬件要求与CAPWAPC兼容。

二、Maxwell体细长杆中应力波传播的特征线解

(一)特征线关系推导

视桩为Maxwell材料(弹簧与粘壶串联)构成的均匀粘弹性杆，长度为L，截面积为A，弹性模量为E，密度为ρ，粘性系数为η。取杆轴为x轴。若杆变形时平截面假设成立，则杆中各运动参量只是x和时间t的函数。位移u，应变$\varepsilon=\frac{\partial u}{\partial x}$，质点速度$v=\frac{\partial u}{\partial t}$和力$F$均为$x$方向的量。为研究杆的纵向运动，利用下列基本方程

连续方程 $$\frac{\partial v}{\partial x}=\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \tag{1}$$

到稿日期：1989年5月2日。

平衡方程 $$\rho A\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{\partial F}{\partial x} \tag{2}$$

物理方程 $$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}=\frac{1}{EA}\cdot\frac{\partial F}{\partial t}+\frac{F}{\eta A} \tag{3}$$

以位移 u 作为未知函数时，有

$$\rho\frac{\partial^3 u}{\partial t^3}-E\frac{\partial^3 u}{\partial x^2\partial t}-\frac{\rho E}{\eta}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=0 \tag{4}$$

式(4)属于双曲型偏微分方程，通过自变量平面(x，t)任一点有三条相异的实特征线。

关于特征线的概念[4]可用方向导数来定义，如果能把三阶偏微分方程或等价的一阶偏微分方程组化为只含沿自变量平面(x，t)上某曲线的方向导数时，此曲线为特征线。

以系数α_1，α_2和α_3分别乘以式(1)，(2)和(3)，相加构成线性组合

$$(\alpha_3-\alpha_1)\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}+\left(\alpha_2\rho A\frac{\partial}{\partial t}+\alpha_1\frac{\partial}{\partial x}\right)v+\left(-\frac{\alpha_3}{EA}\frac{\partial}{\partial t}-\alpha_2\frac{\partial}{\partial x}\right)F$$

$$-\frac{\alpha_3}{\eta A}F=0 \tag{5}$$

式(5)中所出现的所有导数都应与相同方向dx/dt上取的方向导数成比例

$$\frac{dx}{dt}=\frac{0}{\alpha_3-\alpha_1}=\frac{\alpha_1}{\alpha_2\rho A}=\frac{\alpha_2 EA}{\alpha_3} \tag{6}$$

利用式(5)和(6)可导出三条特征线方程

$$dx=\sqrt{\frac{E}{\rho}}dt=Cdt \tag{7}$$

$$dx=-\sqrt{\frac{E}{\rho}}dt=-Cdt \tag{8}$$

$$dx=0 \tag{9}$$

分别沿特征线方程(7)，(8)和(9)上成立的特征线相容方程

$$dv=\frac{dF}{Z}-\frac{C}{\eta A}Fdt \tag{10}$$

$$dv=-\frac{dF}{Z}-\frac{C}{\eta A}Fdt \tag{11}$$

$$d\varepsilon=\frac{dF}{EA}-\frac{F}{\eta A}dt \tag{12}$$

式中　$C=\sqrt{\frac{E}{\rho}}$为波速；$Z=\rho CA$为阻抗。

这样，求解三阶偏微分方程(4)或等价的一阶偏微分方程组(1)，(2)和(3)的问题就转换成求解特征关系式(7)—(12)的常微分方程组问题，使问题求解得到简化。此外，采用差分形式求解式(7)—(12)时由于不存在高阶差分，从而使计算精度比集中质量法[5]高。

(二)初值与边值问题

设粘弹性杆原来处于静止状态，在杆端部$x=0$处受到撞击，杆端力随时间变化$F_0(\tau)$是已知的，于是问题归结为在初始条件

$$v(x,0)=F(x,0)=\varepsilon(x,0)=0$$

$$0<x\leqslant L \qquad (15)$$

及边界条件

$$F(0,t)=F_0(\tau) \qquad t\geqslant 0 \qquad (16)$$

下求解式(7)—(12)。

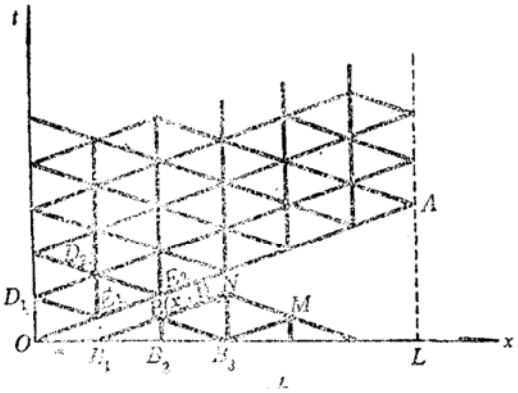

图 1　x-t平面图

由图 1 可见，从Aox区域任一点$B(x,t)$出发的三条特征线分别交ox轴于B_1，B_2和B_3。由式(10)—(12)有

沿BB_1：$F(x,t)-Z\cdot v(x,t)=F(x_{B1},t_{B1})-Z\cdot v(x_{B1},t_{B1})-\frac{Z}{\eta A}(x-x_{B1})\cdot F(x_{B1},t_{B1})$

沿BB_2：$F(x,t)-EA\varepsilon(x,t)=F(x_{B2},t_{B2})-EA\varepsilon(x_{B2},t_{B2})+\frac{E}{\eta}(t-t_{B2})\cdot F(x_{B2},t_{B2})$

沿BB_3：$F(x,t)+Z\cdot v(x,t)=F(x_{B3},t_{B3})+Z\cdot v(x_{B3},t_{B3})-\frac{Z}{\eta A}(x-x_{B3})\cdot F(x_{B3},t_{B3})$

由初始条件式(15)可解出

$$v(x,t)=F(x,t)=\varepsilon(x,t)=0 \qquad (17)$$

类似有

$$v(x_M,t_M)=F(x_M,t_M)=\varepsilon(x_M,t_M)=0$$

$$v(x_N,t_N)=F(x_N,t_N)=\varepsilon(x_N,t_N)=0$$

显然式(17)对整个Aox区域成立，则OA线上的值是确定的。

对于Aot区域，D_1点的边界值$F(0,t_{D1})$是已知的，该点的v和ε值可由下面两式求出

$$v(0,t_{D1})=v(x_{E1},t_{E1})-\frac{1}{Z}[F(0,t_{D1})-F(x_{E1},t_{E1})]$$

$$+\frac{1}{\eta A}(x_{D1}-x_{E1})\cdot F(x_{E1},t_{E1})$$

$$\varepsilon(0,t_{D1})=\varepsilon(0,0)+\frac{1}{EA}[F(0,t_{D1})-F(0,0)]$$

$$-\frac{1}{\eta A}(t_{D1}-0)\cdot F(0,0)$$

而内点D_2的v，F和ε值可由下列三式求出

$$Z\cdot v(x_{D2},t_{D2})-F(x_{D2},t_{D2})=Z\cdot v(x_{D1},t_{D1})-F(x_{D1},t_{D1})$$

$$-\frac{Z}{\eta A}(x_{D2}-x_{D1})\cdot F(x_{D1},t_{D1})$$

$$Z\cdot v(x_{D2},t_{D2})+F(x_{D2},t_{D2})=Z\cdot v(x_{E2},t_{E2})+F(x_{E2},t_{E2})$$

$$-\frac{Z}{\eta A}(x_{D2}-x_{E2})\cdot F(x_{E2},t_{E2})$$

$$\varepsilon(x_{D2},t_{D2})-\frac{F(x_{D2},t_{D2})}{EA}=\varepsilon(x_{E1},t_{E1})-\frac{F(x_{E1},t_{E1})}{EA}$$

$$-\frac{1}{\eta A}(t_{D2}-t_{E1})\cdot F(x_{E1},t_{E1})$$

这样，求解桩受冲击荷载的单值解问题，就归结为求解Aox区中的初值问题和解Aot区中初值与边值的混合问题。

三、桩 模 型

图2是按差分要求将实际桩分成n个单元，每个单元的截面积、波速和模量均可不等，而单元长度则按等时原则划分，即应力波通过每个单元所需时间相等。桩单元上的侧壁摩阻力R_i作用在相邻单元界面处，第$n+1$个土阻力R_{n+1}代表桩尖阻力。

为模拟接桩或桩身裂隙，在桩单元相邻界面增设了桩身拉压裂隙模型。由图3可见，加载

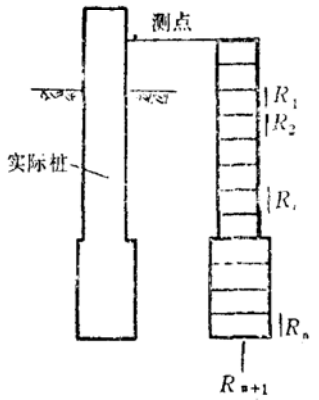

图2 桩模型

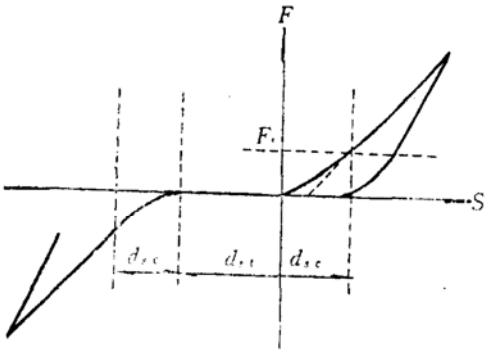

图3 拉压裂隙模型

时，若相邻两单元间的相对位移S小于压缩裂隙宽度d_{sc}，裂隙处压力F与相对位移S呈抛物线变化；当S超过d_{sc}($F \geqslant F_s$)，裂隙闭合，F与S呈线性变化。卸载时，F与S线性变化，但卸载刚度增加$1/C_s^2$倍($0 < C_s \leqslant 1$，称为恢复系数)；当F下降至F_s后，F与S又按抛物线变化。F随位移减小至零后，将一直保持到S的绝对值等于拉伸裂隙宽度d_{st}，此间将没有拉应力通过单元界面；而S的绝对值大于d_{st}后，裂隙处F与S的变化趋势正好是压缩裂隙工作的反对称形式。除局部微裂隙(一般不超过0.5mm)外，较大裂隙的存在使该断面不能承受任何拉应力，这相当于$d_{st} \to \infty$。

对于开口管桩或异型桩，土塞的形成使桩在贯入时产生较大的排土量，为了近似模拟这一特性，把土塞的土质量等量地折算成相邻桩单元的附加质量。

四、土　模　型

(一)粘-弹-塑土阻力模型

若单元土阻力R只与其相邻单元的运动有关，则用下式表示土阻力

$$R = R_s + R_d \tag{18}$$

式中　R_s和R_d分别为土的静阻力和土的动阻力。

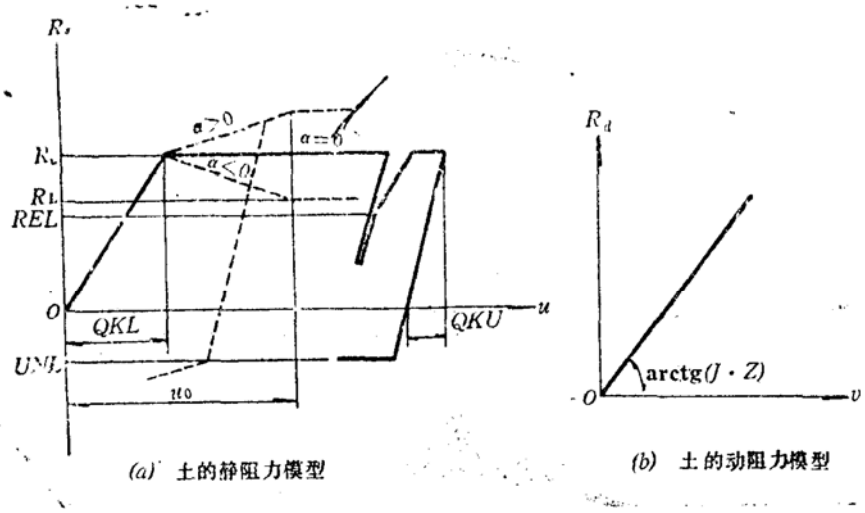

图4　土的静、动阻力模型

1.土的静阻力与单元位移有关，其模型见图4(a)。图4(a)中：R_u为土的极限强度，R_L为残余强度；α为加工硬化($\alpha > 0$)或加工软化($\alpha < 0$)系数；u_0为达到残余强度所需位移，超过u_0后，$\alpha = 0$；QKL和QKU分别为加载与卸载最大弹性变形值；REL为重加载水平，当土弹簧按卸载刚度R_u/QKU卸载后又重新加载，且静阻力R_s超REL，则土弹簧刚度变为R_u/QKL；UNL为卸载弹性限，即负向屈服强度，在桩尖，由于土弹簧不能受拉，则UNL恒为零。

与CAPWAPC程序不同，FEIPWAPC程序考虑了土的加工硬化或软化性质。对于密实砂、硬粘土、超固结土和灵敏粘土，一般在较小剪切变形时即可达到峰值强度，历经较大变形后达到低于峰值的残余强度；而通常对于松砂或软粘土，其剪切变形曲线常表现为加工硬化，虽历经较大变形，却不会出现峰值(见图5)。当桩下沉量较大，或者桩较长、桩身弹性

压缩较大时(见图6)，正确考虑硬化或软化特性无疑比理想弹塑性模型更符合实际[6]。

2.土的动阻力与相邻桩单元运动速度成正比，即

$$R_d = J \cdot Z \cdot v \tag{19}$$

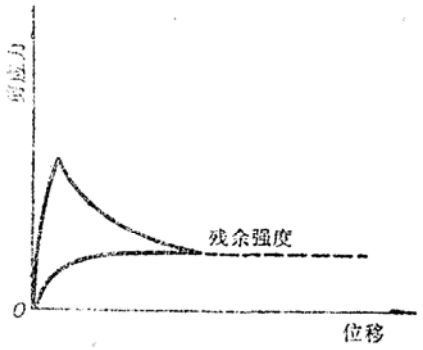

图5 剪应力-位移曲线

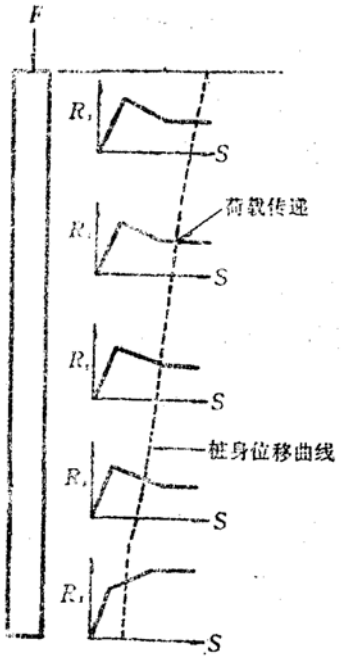

图6 荷载传递曲线

式中 J 为CASE无量纲阻尼系数。

式(19)关于动阻力的定义与CASE法承载力计算公式对动阻力的定义形式相同[1]，只不过在CASE法中，J 只与桩尖土层有关。至于为何要采用这种定义形式，一方面是出自计算简便的考虑，另一方面，就象土工试验搓土条确定塑限那样，这种定义已习惯地延用多年。

(二)桩尖缝隙模型

灌注桩施工有时会出现桩尖沉渣过厚。模拟这种情况的一般做法是在桩尖设置一定厚度的缝隙(GAP)。当桩尖下沉小于GAP值时，桩尖的静、动阻力均为零。不过若桩未曾受过上拔，真正的桩尖缝隙就不会存在。为此，程序在桩尖另增设了一种非线性缝隙模型(见图7)，以便考虑土体刚度的非线性。当桩尖沉降小于GAP值时，土阻力-位移曲线呈抛物线，超过后呈线性变化。一般，灌注桩的桩尖常选择在较好的持力层上，且有一定的嵌固深度，可以认为沉渣的压缩是在一维应变条件下进行的，而土阻力与位移的抛物线变化恰好近似反映了这一特征。

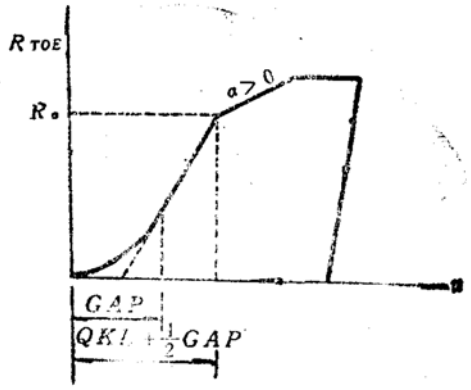

图7 桩尖缝隙模型

（三）Smith阻尼的选择

一旦CASE形式的阻尼系数给定，土的动阻力只与桩身运动有关。但有时这种定义就不尽合理。例如当桩尖下沉量小于GAP值时，桩尖土的静、动阻力本来均应很小（真实的缝隙存在时则全为零）。而由于缺乏桩尖静阻力，桩尖的运动速度比无缝隙时高，即动阻力比无缝隙时来得大，显然与桩尖缝隙的概念相违背。为此，桩尖缝隙模型还提供了另一种桩尖阻尼形式——Smith阻尼，相应的动阻力定义为

$$R_d = J \cdot Z \cdot v\,(R_s/R_u) \tag{20}$$

显而易见，Smith形式的动阻力与式(19)相比，不同之处在于前者使桩尖动阻力产生滞后。

此外，有时在$2L/C$一个周期后虽历经较长一段时间，但桩仍以较高速度回弹，CASE阻尼的使用会使计算速度曲线在一个$2L/C$周期后迅速趋于零。因此程序为各单元土弹簧卸载后的阻尼形式选择提供了两种方式。

五、计算方法

（一）曲线拟合

特征线法计算的基本要点是通过对实测信号进行"拟合"实现的。这些信号是力、速度、下行力波和上行力波。具体做法是：假定各桩单元参数（如A，C，E和桩身阻尼，并根据实测波形看是否设置裂隙）和与其相邻的土模型参数（如R_u，QKL，J，α，QKU，UNL和REL等），然后以实测的速度（或力或下行力波或上行力波）作为桩顶边界条件输入。通过求解特征线方程，反算出桩顶的力（或速度或上行力波或下行力波）。若计算曲线与实测曲线不符，说明假定的桩、土参数不合理，有针对性地调整某些参数后重新计算，直至计算曲线与实测曲线的符合程度不能进一步改善为止。

（二）锤击数校核

校核计算锤击数（贯入度的倒数）是否与实测的吻合也很重要。当两者出入较大时，必须重复曲线拟合的步骤。特别当需要对同一场地的其它打入桩进行可打性评估（习惯上称为"波动方程分析"）时，必须保证计算锤击数与实测吻合。

六、关于参数的选取和结果的唯一性

桩土参数的合理选择是FEIPWAPC分析是否成功的关键。对于完好均匀截面桩，R_u，J和QKL这三类值的大小与分布在拟合时占主导地位。初次输入时主要根据对实测波形的正确判断和经验；并利用些经验数据和资料作为参考。如静阻力输入可参考地质勘察报告、打桩记录和CASE法承载力。桩尖阻尼系数取值大致为：砂性土0.1—0.25；粉土0.25—0.4；粉质粘土0.4—0.7；粘土0.7—1.0[1]；QKL的典型值为2.5mm[5]。

不同的人对参数选择不可能一样，则曲线符合程度也各异，但前提是必须保证拟合效果，特别是在土阻力响应区段达到较好的拟合。各类桩土参数在波形反映上均有其各自特征，如何做到有的放矢，极大程度上取决于使用者对波动理论、土的动力响应特征的理解程度

以及长期实践经验的积累，同时还受到土参数取值范围必须合理的制约。譬如某一桩段产生微裂隙或土塞，就不可无限制地减小或增加该段的静阻力去追求波形的局部符合，因为这既不符合实际，又会使拟合波形顾此失彼。正确的做法是在调整静阻力的同时，调节裂隙或土塞模型参数，以达到在保证拟合质量前提下的静阻力合理选择。否则，很难判断预示承载力的可靠程度。

至于不同人对同一信号分析是否能得到唯一结果的问题，只要所选参数有差异，则回答是否定的。不过，由于被拟合(实测)曲线唯一，只要各自的拟合曲线相似，则得到的结果相近。因此，就拟合法的唯一性而言，即对其结果在工程上应用的可靠性讨论，只能限定在一定误差范围内才有意义，况且弹-粘-塑本构关系也只是对土的动力性质的一种近似模拟。

七、工程实例

(一)23-01-03F号桩

该桩为钻孔灌注桩，长13.4m，设计桩径0.6m。上部土层为填土、亚粘土、淤泥质粘土和中粗砂，桩尖持力层为强风化(长石大部分已风化成高岭土)。由图8的实测波形可见，除桩中上部有明显颈缩外，桩尖出现很强的反射。当桩尖CASE阻尼系数大于0.1时就明显地削弱桩尖($2L/C$)处的计算速度。因此，计算时选用了非线性桩尖缝隙和Smith形式的阻尼，其中GAP=0.55mm，相应的J值提高到0.49。此外，考虑到$2L/C$后土阻力反射的滞后，在桩尖和桩尖附近的四个桩侧单元考虑了土的加工硬化($\alpha=0.3$)。计算的力和速度曲线，动载预示的和静力试验得到的P-S曲线以及桩身土阻力和内力分布图均绘于图8中。

(二)01-03-03F号桩和03-01-04F号桩

这两根桩均为300×300mm预制桩，相距约50m。01-03-03F号桩桩长为10.1m，03-01-04F号桩桩长为8.8m。这两根桩静力试验均加荷至1079kN，动力试验预示的极限承载力分别为1261kN和1190kN；反算出的桩尖阻尼系数分别为0.60和0.65，比CASE法建议的桩尖阻尼经验取值范围上限高出1倍左右。作为比较，动力和静力试验的P-S曲线分别绘于图9(a)(b)。两桩的地质柱状图见图10。

八、FEIPWAPC的主要功能及其对硬件的要求

FEIPWAPC除完成特征线求解外，还配有丰富的辅助功能，它们包括各种计算结果的图形和动画屏幕输出，图形或全屏幕方式的参数输入，手动和自动参数优化，参数调节，在打印机和绘图仪上输出，信号的采集处理和选择，曲线修正和进行FEIPWEAP可打性分析等功能。作为功能的概括，FEIPWAPC程序框图见图11。

本程序可在IBM-PC/XT/AT及其兼容机上运行。要求内存至少为512K字节，并配有打印机、HP7400系列绘图仪、RS-232接口和数学协处理器(选件)，支持MGA，CGA，EGA和VGA。

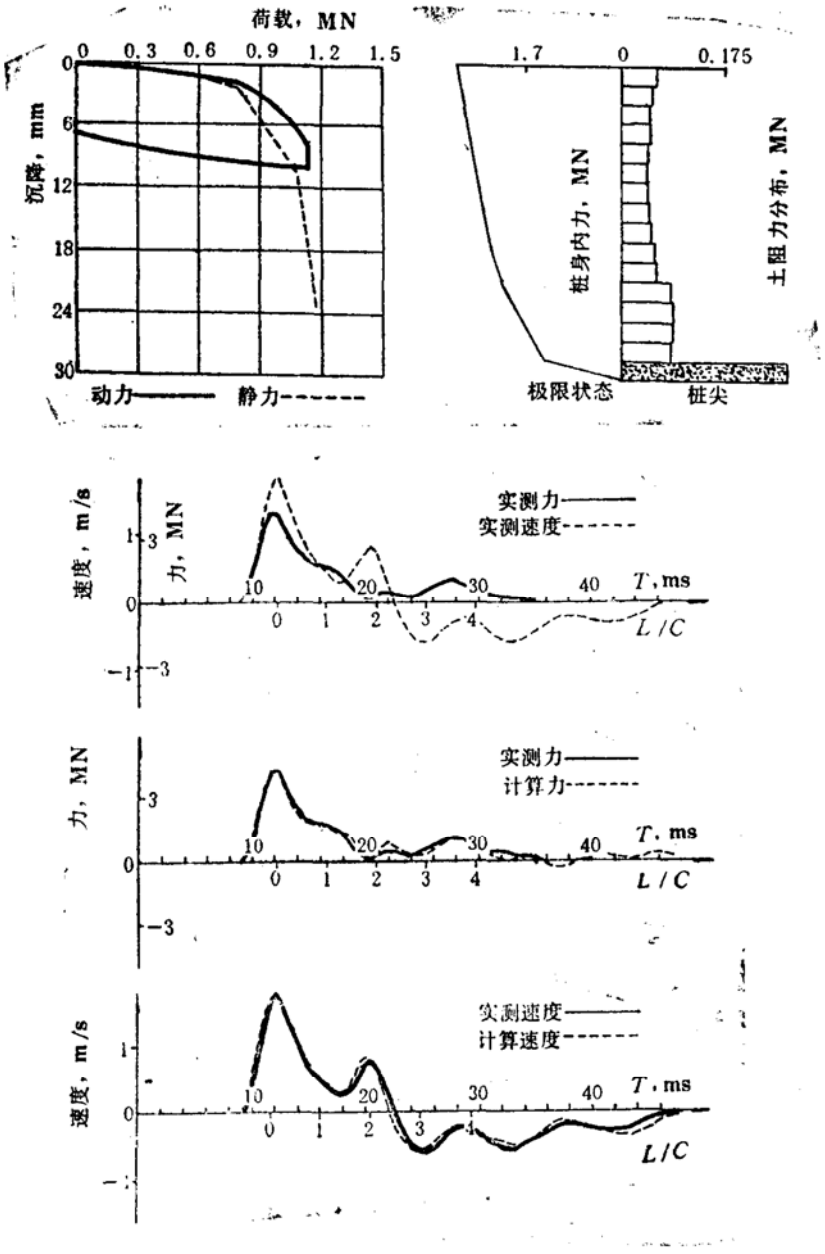

图 8　23-01-03*F*号桩

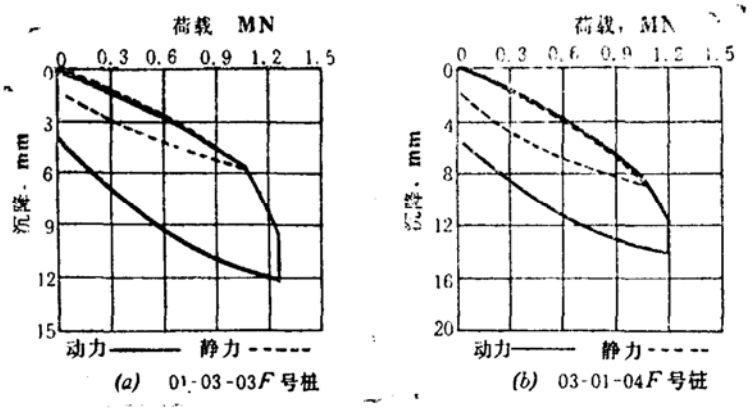

图 9　动力和静力试验的*P-S*曲线

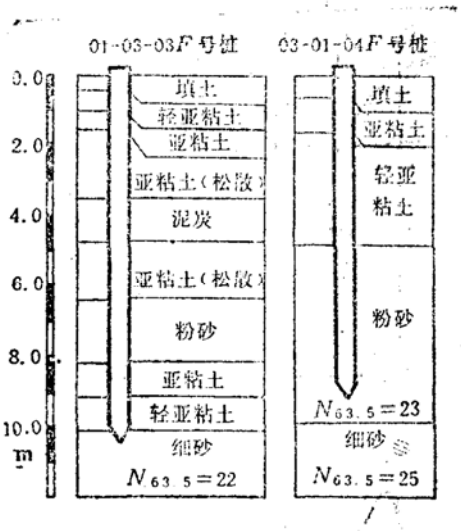

图10 地质柱状图

九、结 论

1.采用特征线求解桩基波动问题在数学上是一种最佳选择；

2.由于计算过程采用的是计算曲线与实测信号曲线拟合的办法，在很大程度上消除了人为或客观因素引起的误判；

3.采用FEIPWAPC程序预示单桩承载力可以满足工程使用要求；

4.FEIPWAPC不仅较全面地体现了CAPWAPC的效能，而且对部分桩、土模型和功能得到了发展与完善。

参加试验工作的有李大展、刘兴录、修朝英、刘艳玲、李培元和刘传林等同志.

参 考 文 献

[1] Rausche, F., Goble, G.G., Likins, G., Dynamic Determination of Pile Capacity, J. of Geotechnical Eng. Div., ASCE, Vol. 111, No. GT3, March, 1985, pp. 367-383.

[2] Seidel, J., Rausche, F., Correlation of Static and Dynamic Pile Tests on Large Diameter Shaft, Presented at the Second Int. Conf. on the Application of Stress Wave Theory on Pile, Stockholm, May, 1984.

[3] 陈凡，桩的特征线波动分析程序，中国建筑科学研究院地基基础研究所，1989年2月。

[4] Chou, P. C., Hopkins, A. K., Dynamic Responce of Material to Intense Impulsive Loading, AFML, Wright-patterson AFB, Ohio: AF Material Laboratory, 1972.

[5] Smith, E. A. L., Pile Driving Analysis by the Wave Equation, J. of Soil Mechanics and Foundation, ASCE, Vol. 86, No. 8, August, 1960.

[6] Kraft, L. M., Jr., Focht, J. A., Jr., Amerasinghe, S.F., Friction Capacity of Pile Driven into Clay, J. of Geotechnical Eng. Div., ASCE, Vol. 107, No. GT11, Nov., 1981, pp. 1521-1541.

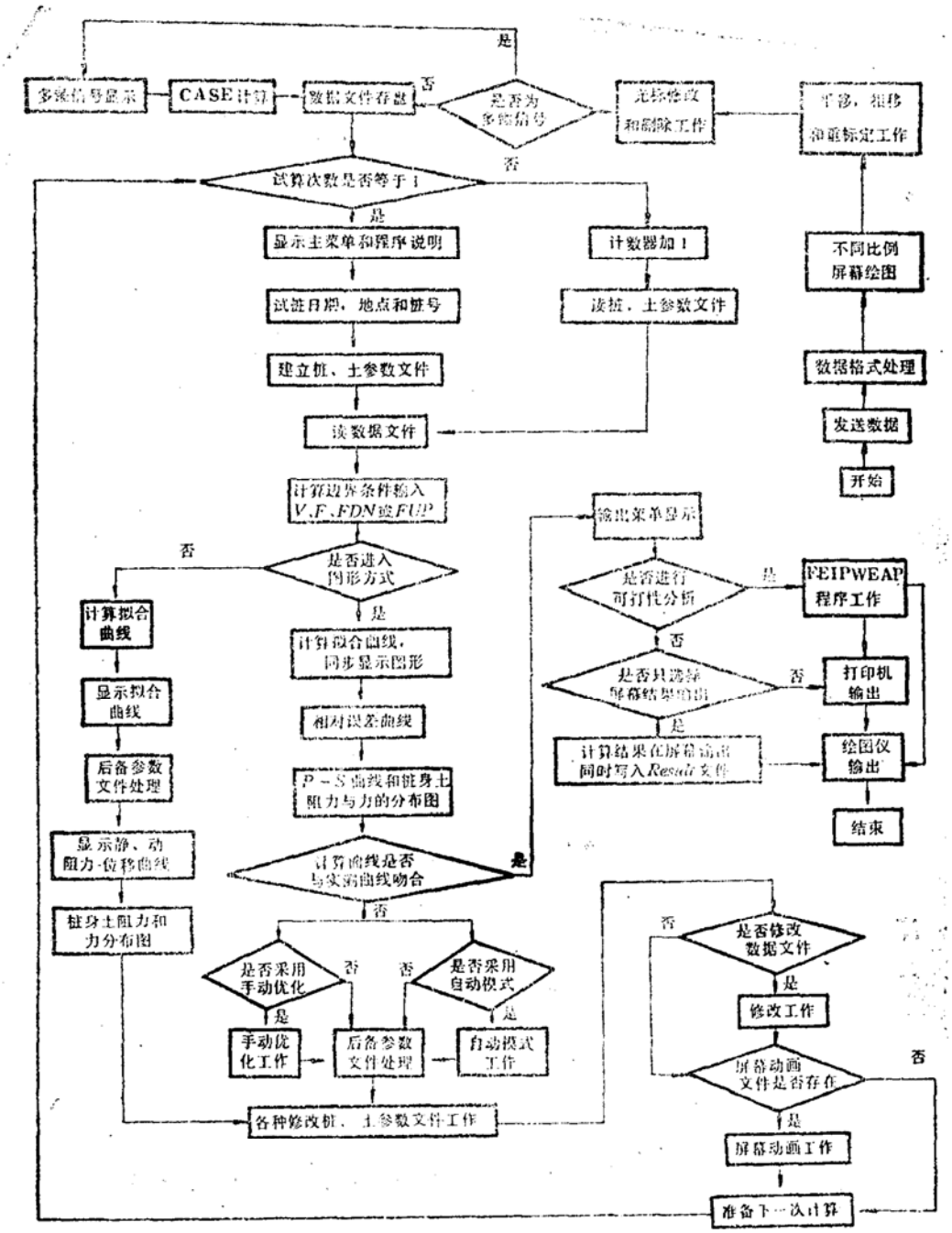
多级信号显示
CASE计算
数据文件存盘
是否为多级信号
是
否
光标修改和删除工作
平移，相移和重标定工作
试算次数是否等于1
是
否
显示主菜单和程序说明
试桩日期，地点和桩号
建立桩、土参数文件
读数据文件
计数器加1
读桩、土参数文件
不同比例屏幕绘图
数据格式处理
发送数据
开始
计算边界条件输入V、F、FDN或FUP
是否进入图形方式
否
是
计算拟合曲线
显示拟合曲线
后备参数文件处理
显示静、动阻力-位移曲线
桩身土阻力和力分布图
计算拟合曲线，同步显示图形
相对误差曲线
P－S曲线和桩身土阻力与力的分布图
计算曲线是否与实测曲线吻合
是
否
是否采用手动优化
是否采用自动模式
手动优化工作
后备参数文件处理
自动模式工作
各种修改桩、土参数文件工作
输出菜单显示
是否进行可打性分析
是
FEIPWEAP程序工作
否
是否只选择屏幕结果输出
否
打印机输出
是
计算结果在屏幕输出同时写入Result文件
绘图仪输出
结束
是否修改数据文件
否
是
修改工作
屏幕动画文件是否存在
否
是
屏幕动画工作
准备下一次计算

图11　程序框图