

动力固结的理论与实践

钱家欢 钱学德 赵维炳 帅方生

(河海大学农水系, 南京)

提 要

土的动力固结(强夯法)是加固地基的一种方法。目前,国内外尚处于经验累积的阶段。本文首先介绍新设计及试制的土的动力固结仪以及试验的方法和成果。其次,根据室内试验的参数,用几种数值解法求解强夯后地基中的应力、孔隙水压力和变形,并与工地量测结果相校核。最后,在边界元计算的基础上,给出图表,供强夯加固地基的设计应用。

一、前 言

动力固结是由法国工程师梅那(L. M'enard)于1969年首创的地基加固新技术。它是将8~30 t(约80~300 kN)的钢或钢筋混凝土重锤,起吊到高6~30 m的空中,让其自由落下冲击地面。冲击作用使地基内出现强大的应力波,地基土的孔隙被压缩,孔隙水压力急剧上升。砂土局部液化;粘土在夯点周围产生辐射状的铅直裂缝,使孔隙水得以顺利逸出。土体经过动力固结后,地基的压缩性降低,承载力提高。动力固结法在我国简称为“强夯法”。

强夯法加固地基,施工简单,费用低,在许多情况下能满足工程要求,目前已在全世界几百项工程得到应用。自1979年潘千里^[1]著文介绍这项新技术后,国内开始推广使用。但到目前为止,不论国内或国外,强夯法都停留在累积经验阶段。法国的甘宾^[2]以及我国第一和第三航务工程局^[3,4]所属科研所都做了大量的工地实测工作,但理论研究还没有跟上。本文目的,是据室内室外试验及理论计算结果,对强夯加固的机理、加固深度及压实效果进行探讨,从而制定适应中小型工程的强夯设计方法,笔者认为这对节省工地试验费用和时间,对强夯法的进一步推广都是有益的。对于大型工程,笔者仍建议采用本文的试验及计算方法。

本文是最近五年来在第一作者的指导下,土工研究生们先后从事强夯科研工作的总结^[5~7]。天津一航局科研所钱征副总工程师大力支持了这项工作,并提供了经费及工地实测资料,我们表示十分感谢。

二、室 内 试 验

(一)室内动力固结试验仪

动力固结仪(或称强夯仪)研制目的是借助室内试验来研究强夯机理,并为理论计算提供可靠的参数。

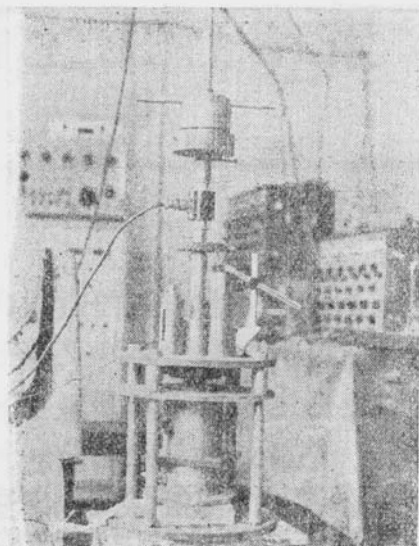


图 1

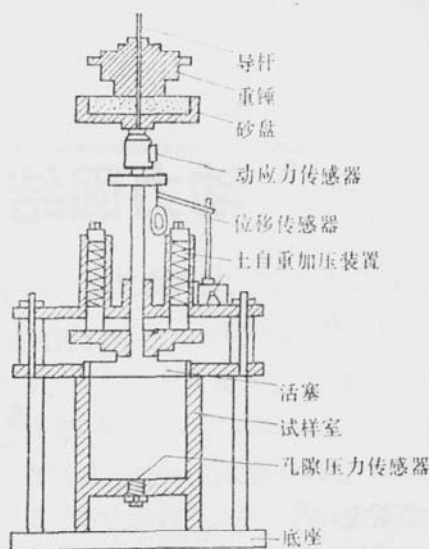


图 2

仪器外形及内部构造见图 1 和图 2。它是由底座、试样室、加静压装置、活塞、导杆、砂盘、重锤等组成。另有三种量测装置，即动应力、动位移和动孔隙压力传感器，同时用光线记录仪拍摄试样在夯击过程中的动应力、动位移和动孔隙压力的变化，如图 3。

试样室是圆筒形的，直径和高度同为 10cm。加静压装置是弹簧式的，可模拟土样在现场受到的自重压力，压力范围为 $0.1 \sim 2.0 \text{ kg/cm}^2$ (约 $10 \sim 2000 \text{ kN/m}^2$)，最大落锤高度为 90cm，落锤为组合式，重量 $0.5 \sim 0.8 \text{ kg}$ (约 $5 \sim 8 \text{ N}$)。砂盘的作用是使夯击击中在盘中的砂土上，避免金属与金属直接接触，得到类似于现场情况的单脉冲荷载波形，从而改进了国外同类仪器。国外仪器也没有动应力传感器。

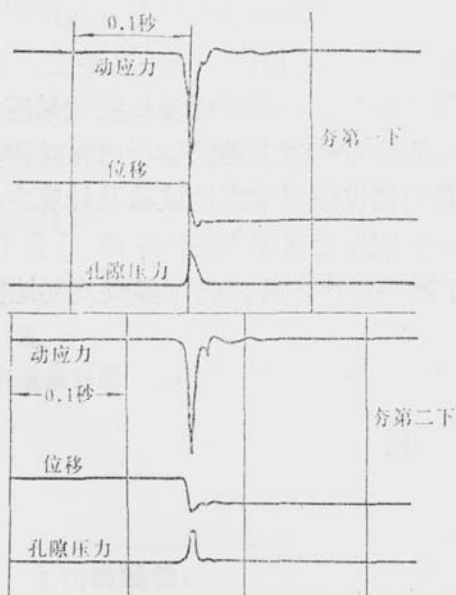


图 3

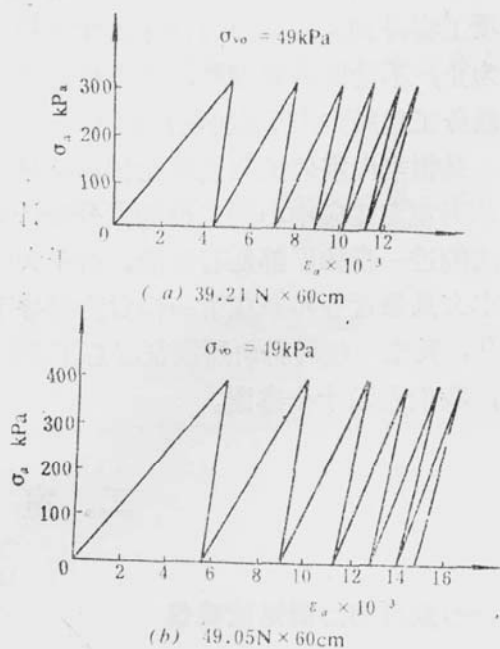


图 4

(二)室内试验的一些成果

1. 饱和砂土

秦皇岛码头地基的细砂夯前容重为 19.5g/cm^3 (1.95kN/m^3)。在室内动力固结试验下,其应力-应变关系基本上是双线性关系(图4)。在某一静固结压力 σ_{v0} 下,土体的加荷模量随夯击次数的增加而增大,卸荷模量则逐次减小,永久变形也逐渐减小。从图4也可以看出,对于某一种土,强夯次数有一极限,超过这一极限,增加强夯次数对于压实地基是无效的,此时应增加每次夯击的能量。

通过各种静、动荷载组合下动力固结试验成果的整理和分析,得到秦皇岛细砂在冲击荷载下的无侧向变形压缩模量 E_s (Pa)。在加荷情况下的经验公式

$$E_s = 5710 \times \frac{(2.973 - e)^2}{1 + e} \times \sigma_{v0}^{0.5} N^{0.468} T^{-0.584} \quad (1)$$

式中 σ_{v0} ——静固结压力(Pa); N ——夯击次数; e ——孔隙比; T ——冲击荷载与地面接触历时(ms)。

无侧向变形卸荷模量 E_{sul} 可由下式求得

$$E_s \times E_{sul} = C \quad (2)$$

对于秦皇岛细砂, $C = 4.04 \times 10^8 \text{N}^2/\text{cm}^4$ 。

动孔隙水压力变化的经验公式为

$$\Delta u_N = f(N)(5.263 - 1.789 \ln \sigma_{v0}) \left(\frac{\Delta \sigma_1}{9.81} \right)^{(0.0476 \sigma_{v0} + 1.414)} \quad (3)$$

$$\text{式中 } f(N) = \begin{cases} N^{-0.4142}, & (N \leq 3) \\ 0.63 - 0.0004N, & (N > 3) \end{cases} \quad (4)$$

$\Delta \sigma_1$ ——附加第一主应力增量(Pa)。

2. 饱和粘土

塘沽粘土在冲击荷载下,动力固结仪所得应力-应变关系见图5。

无侧向变形的加荷压缩模量(Pa)

$$E_s = 15740 \frac{(2.973 - e)^2}{1 + e} \cdot \sigma_{v0}^{0.5} N^{0.12} T^{-0.62} \quad (5)$$

加荷与卸荷模量的关系为

$$E_{sul} = 15.21N^{-0.28} \cdot E_s \quad (6)$$

上升的动孔隙水压力(见图6)为

$$u_{max} = 12.326(\sigma_{smax})^{1.10} \quad (7)$$

式中 σ_{smax} ——最大球动应力(Pa)

在土体中, 动应力达到峰值后即下降, 造成土体膨胀所引起的动孔隙水压力下降值(见图6)为

$$u_s = 15.488(\Delta\sigma_{sd})^{1.20} \quad (8)$$

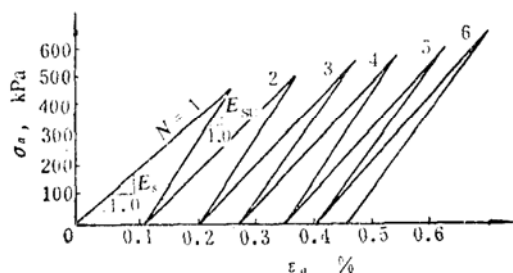


图 5

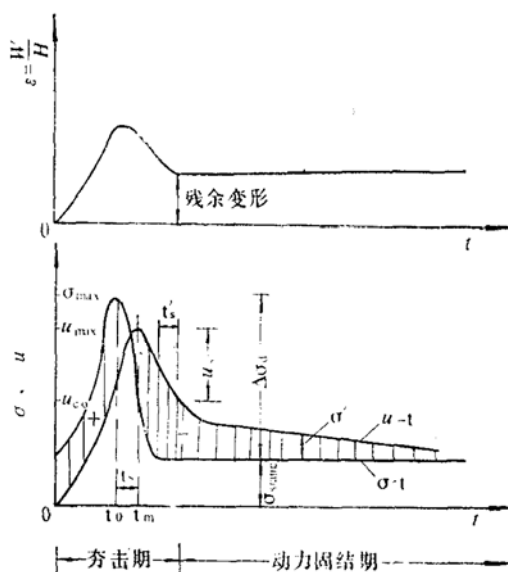


图 6

以上两式中 σ_{sd} 为球动应力, 与试验所得轴向动应力 σ_{ad} 之间的关系为

$$\sigma_{ad} = \frac{3(1-\mu)}{1+\mu} \sigma_{sd} \quad (9)$$

三、理论计算

(一)集中质量法

对于秦皇岛煤码头细砂地基的强夯加固工程, 采用集中质量法进行验算。该方法的基本原理可参阅图7。图7的节点排列呈轴对称, 其中质量点与应力点间隔放置。土体介质的质量全部集中于质量点上。质量点只考虑位移、速度和加速度, 而应力点仅发生应力和应变。图8为作用于质量点“O”为中心的微分单元体上的力(O点位置请参阅图7), 转化为应力后, 可得下列平衡方程:

$$\rho u_0'' = \frac{\sigma_r^b - \sigma_r^a}{\lambda} + \frac{\tau_{rz}^d - \tau_{rz}^c}{\lambda} + \frac{\sigma_\theta^e - \sigma_\theta^f}{r_0}$$

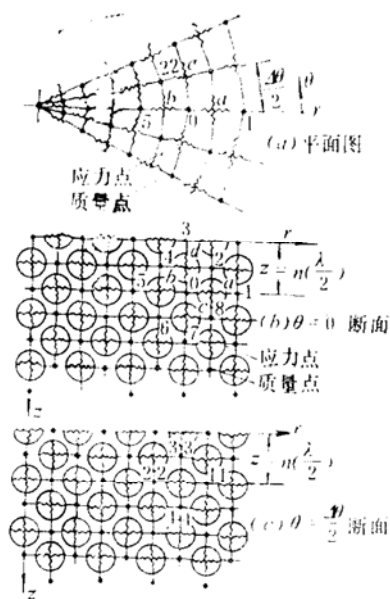


图 7

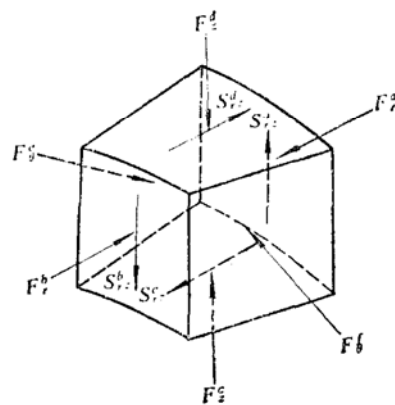


图 8

$$\rho \ddot{w}_0 = \frac{\sigma_z^d - \sigma_z^c}{\lambda} + \frac{\tau_{rz}^b - \tau_{rz}^a}{\lambda} - \frac{\tau_{rz}^e}{r_0} \quad (10)$$

其中

$$\sigma_r^e = \frac{1}{2}(\sigma_r^a + \sigma_r^b), \quad \tau_{rz}^e = \frac{1}{2}(\tau_{rz}^a + \tau_{rz}^b) \quad (11)$$

设质量点O的坐标为 (i, j, k) ，以上公式可写成：

$$\begin{aligned} \rho \ddot{u}(i, j, k) &= \frac{\sigma_r(i, j-1, k) - \sigma_r(i, j+1, k)}{\lambda} \\ &\quad + \frac{\tau_{rz}(i-1, j, k) - \tau_{rz}(i+1, j, k)}{\lambda} \\ &\quad + \frac{\sigma_\theta(i, j, k+1) - \sigma_\theta(i, j, k-1)}{r(i, j, k)} \\ \rho \ddot{w}(i, j, k) &= \frac{\sigma_z(i-1, j, k) - \sigma_z(i+1, j, k)}{\lambda} \\ &\quad - \frac{\tau_{rz}(i, j-1, k) - \tau_{rz}(i, j+1, k)}{\lambda} \\ &\quad - \frac{\tau_{rz}(i, j, k+1) - \tau_{rz}(i, j, k-1)}{r(i, j, k)} \end{aligned} \quad (12)$$

按(12)得 t 时刻的加速度后，可利用向前差分公式推导出质量点 (i, j, k) 在 t 时刻的速度和位移的表达式

$$\dot{u}^t(i, j, k) = \dot{u}^{t-1}(i, j, k) \frac{\Delta t}{2} [\ddot{u}^{t-1}(i, j, k) + \ddot{u}^t(i, j, k)], (\dot{u}, \dot{w}) \quad (13)$$

$$u^t(i, j, k) = u^{t-1}(i, j, k) + \Delta t \cdot \dot{u}^{t-1}(i, j, k) + \frac{(\Delta t)^2}{4} [\ddot{u}^{t-1}(i, j, k) + \ddot{u}^t(i, j, k)], (u, w) \quad (14)$$

知道各质量点某一时刻的位移, 即可求得该时刻的应变和应力。计算中所用参数为上节中公式(1)~(4)。注意无侧向变形模量应转化为杨氏模量 E , 即

$$E = \frac{(1 + \mu)(1 - 2\mu)}{(1 - \mu)} E_s \quad (15)$$

加荷或卸荷状态的判别需依据应力强度

$$\sigma_t = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_r)^2 + 6\tau_{rz}^2} \quad (16)$$

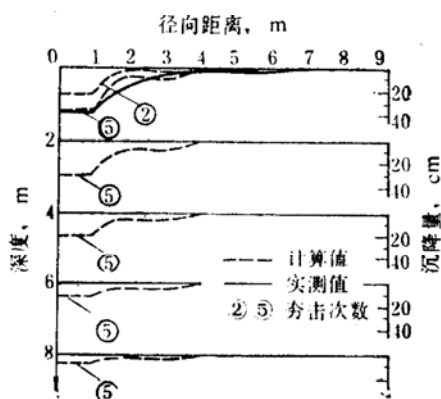


图 9

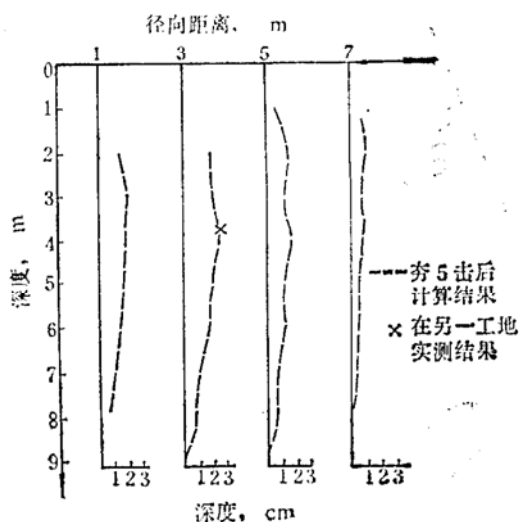


图 10

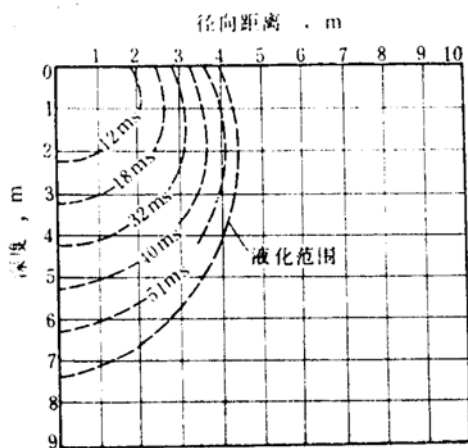


图 11

若 $\sigma_t^t(i, j, k) > \sigma_t^{t-1}(i, j, k)$, 土体处于加荷状态, 反之处于卸荷状态。关于地表面的夯击应力, 是重要的边界条件, 在附录中详细讨论。

图 9 和图 10 分别为强夯后地面及地基内部的垂直和水平位移, 图 11 为夯后液化区随着时间的扩散, 液化是按超重等于孔隙水压力来定义的。

秦皇岛工地采用锤重10 t (约98.1 kN), 落高13 m, 每个夯点连击五下, 夯点间距为 6×6 m正中再加一点。从图9、10和11可以看出, 这种夯击的平面布置和能量是合适的, 同时对计算有效深度的梅那公式, 应乘以0.65的校正系数。对于这个系数采用多少, 国内外文献中有争论。笔者认为, 要正确决定这系数值, 首先要根据土类不同特点给出“有效深度”的定义。例如上述系数0.65是根据细砂在强夯时的液化深度来决定。对细砂来讲, 以消灭今后在某一震级下液化可能性的深度是强夯的有效深度; 黄土应以消灭今后湿陷可能性的深度作为有效深度; 粘土应以消灭今后有害沉降可能性的深度为有效深度。

(二) 差分法

天津新港软粘土地基并不适用于强夯法加固, 但设置袋装砂井并在地表面铺设砂垫层后用强夯法处理, 也可得到较好的加固效果。袋装砂井直径为7 cm, 长度为14.5 m, 间距1.3 m, 砂垫层厚1 m, 采用锤重12 t (约118 kN), 落高16 m, 夯点间距3.5 m中到中, 正方形布置, 共夯击四遍(其中第四遍为满夯), 每遍夯三下。

由应力平衡方程、几何方程及物理方程, 可得如下以位移为基本未知量的平衡方程

$$\left. \begin{aligned} & \frac{2(1-\mu)}{1-2\mu} \cdot \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{1-2\mu} \cdot \frac{\partial^2 u_z}{\partial r \partial z} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} \\ & + \frac{2(1-\mu)}{1-2\mu} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} \right) = \frac{2(1+\mu)\rho}{E} \ddot{u}_r \\ & \frac{2(1-\mu)}{1-2\mu} \cdot \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \frac{1}{1-2\mu} \cdot \frac{\partial^2 u_r}{\partial r \partial z} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{1-2\mu} \\ & \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_z}{\partial r} = \frac{2(1+\mu)\rho}{E} \ddot{u}_z \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

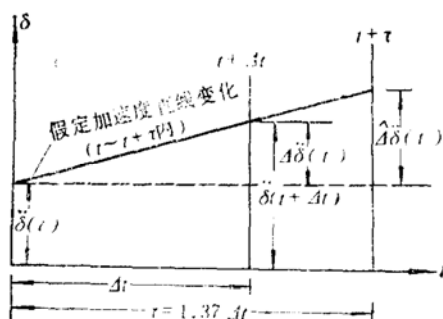


图 12

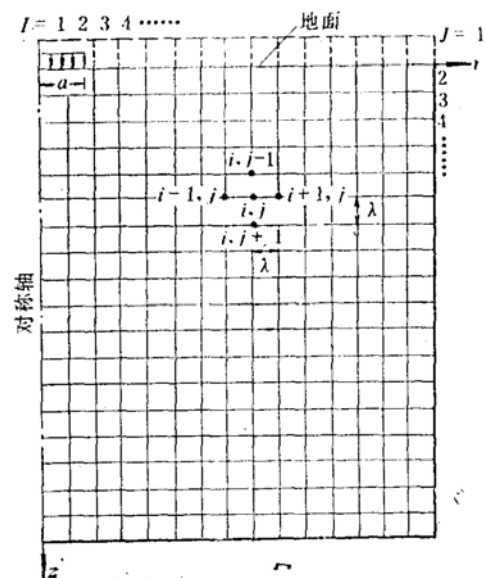


图 13

上式中的加速度可按Wilson- θ 法用已知的速度、加速度及待求的位移增量表达其增量为(参阅图12)

$$\{\hat{\Delta} \ddot{\delta}\} = \frac{6}{\tau} \{\hat{\Delta} \delta\} - \frac{6}{\tau} \{\dot{\delta}\} - 3 \{\ddot{\delta}\} \quad (18)$$

这里 $\{\hat{\Delta} \delta\} = \begin{Bmatrix} \hat{\Delta} u_r \\ \hat{\Delta} u_z \end{Bmatrix}$ 。

轴对称的差分平面网格如图13, 式(17)可转化成如下计算位移增量 $\hat{\Delta} u_r$ 及 $\hat{\Delta} u_z$ 的公式:

$$\begin{aligned} \hat{\Delta} u(i, j) = & \frac{1}{2(1-\mu) \left[2 + \frac{1}{(i-1)^2} \right] + (1-2\mu) \left(2 + \frac{6\rho\lambda}{G\tau^2} \right)} \\ & \cdot \left\{ (1-\mu) \left[\left(2 + \frac{1}{i-1} \right) \hat{\Delta} u_r(i+1, j) + \left(2 - \frac{1}{i-1} \right) \hat{\Delta} u_r(i-1, j) \right] \right. \\ & + (1-2\mu) [\hat{\Delta} u_r(i, j+1) + \hat{\Delta} u_r(i, j-1)] \\ & - \frac{1}{4} [\hat{\Delta} u_z(i+1, j+1) - \hat{\Delta} u_z(i+1, j-1) \\ & - \hat{\Delta} u_z(i-1, j+1) + \hat{\Delta} u_z(i-1, j-1)] \\ & \left. + \frac{6(1-2\mu)\rho\lambda^2}{G\tau} [\dot{u}_r(i, j) + \frac{\tau}{2} \ddot{u}_r(i, j)] \right\} \quad (19a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{\Delta} u_z(i, j) = & \frac{1}{4(1-\mu) + (1-2\mu) \left(2 + \frac{6\rho\lambda^2}{G\tau^2} \right)} \\ & \cdot (1-\mu) [\hat{\Delta} u_z(i, j+1) + \hat{\Delta} u_z(i, j-1)] \\ & + (1-2\mu) \left[\left(1 + \frac{0.5}{i-1} \right) \hat{\Delta} u_z(i+1, j) + \left(1 - \frac{0.5}{i-1} \right) \hat{\Delta} u_z(i-1, j) \right] \\ & - \frac{1}{4} [\hat{\Delta} u_r(i+1, j+1) + \hat{\Delta} u_r(i-1, j-1) \\ & - \hat{\Delta} u_r(i-1, j+1) + \hat{\Delta} u_r(i-1, j-1)] \\ & + \frac{0.5}{i-1} [\hat{\Delta} u_r(i, j+1) - \hat{\Delta} u_r(i, j-1)] \\ & + \frac{6(1-2\mu)\rho\lambda^2}{G\tau} [\dot{u}_z(i, j) + \frac{\tau}{2} \ddot{u}_z(i, j)] \quad (19b) \end{aligned}$$

求得 $\{\hat{\Delta}\delta\}$ 之后, 由式(18)求 $\{\dot{\hat{\Delta}}\ddot{\delta}\}$, 而 $\{\Delta\ddot{\delta}\} = \frac{1}{1.37} \{\hat{\Delta}\ddot{\delta}\}$, 所以可进一步求得

$t + \Delta t$ 时刻的 $\{\ddot{\delta}\}$ 、 $\{\dot{\delta}\}$ 及 $\{\delta\}$

$$\{\ddot{\delta}^{t+\Delta t}\} = \{\ddot{\delta}^t\} + \{\Delta\ddot{\delta}^t\} \quad (20a)$$

$$\{\dot{\delta}^{t+\Delta t}\} = \{\dot{\delta}^t\} + \{\ddot{\delta}^t\}\Delta t + \{\Delta\ddot{\delta}^t\}\frac{\Delta t}{2} \quad (20b)$$

$$\{\delta^{t+\Delta t}\} = \{\delta^t\} + \{\dot{\delta}^t\}\frac{(\Delta t)^2}{2} + \{\ddot{\delta}^t\}\frac{(\Delta t)^2}{6} \quad (20c)$$

再利用几何方程和物理方程求出应变和应力。

地表面夯击面的边界应力计算见附录, 不是对称面的边界条件可利用直线外插法求得。所有计算参数见第二节公式(5)与(6), 当用式(7)求得的地基内任何一点的最大孔隙水压力 $u_{max} \geq \sigma_{sd} + k\sigma_{v0} + \sigma_t$ 时, 即最大孔压超过最小动主应力和侧向静应力以及粘土的抗拉强度三者之和时, 认为在该点土体发生水力劈裂。破裂后 $u_{max} = \sigma_{sd} + k\sigma_{v0}$, 且随着动应力的消失, 孔隙水压力从 u_{max} 下降到 $u_{c0} = u_{max} - u_s$ 。 u_s 是土体膨胀所引起孔压的下降值 (见图6)。

由于有袋装砂井存在, 需要进行孔压消散计算以验证砂井的效果。空间问题的动力固结比奥方程为

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} - \frac{1}{1-2\mu} \cdot \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial x} - \frac{1}{G} \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (x, y, z) \quad (21)$$

连续性方程为

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{E}{(1-2\mu)\gamma_w} \left(k_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3} \frac{\partial \Theta}{\partial t} \quad (22)$$

其中 $\Theta = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$, $k_x = mk \left| \frac{1}{r_m} \frac{\partial u}{\partial x} \right|^{m-1}$, (x, y, z) 。这里所采用的达赛定律形式是

$$u_x = -k \left(\frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial x} \right)^m \quad (x, y, z) \quad (23)$$

空间差分网格如图14。式(21)和(22)相应的差分公式为

$$\begin{aligned} \Delta u_x(i, j, k) = & \frac{1}{8-12\mu} \{ (2-2\mu) [\Delta u_x(i+1, j, k) + \Delta u_x(i-1, j, k)] \\ & + (1-2\mu) [\Delta u_x(i, j-1, k) + \Delta u_x(i, j+1, k)] \end{aligned}$$

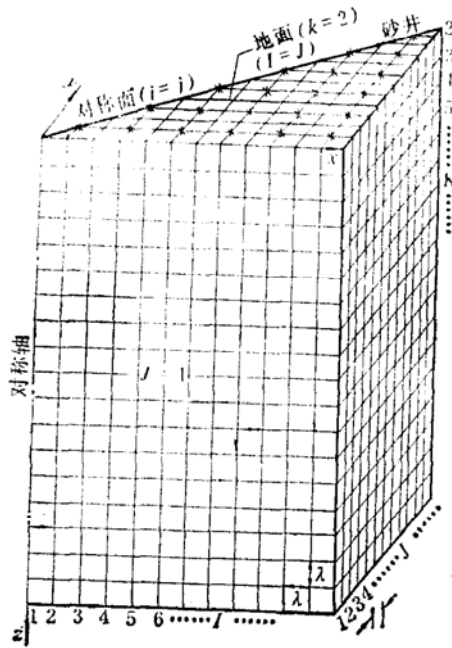


图 14

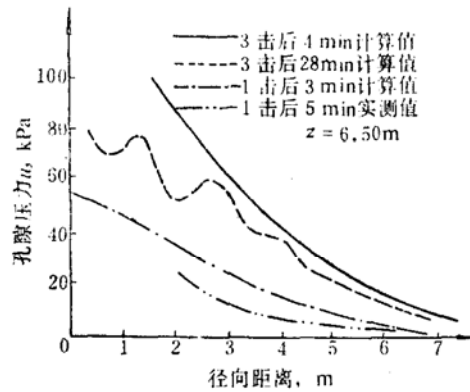


图 15

$$\begin{aligned}
 & + \Delta u_x(i, j, k-1) + \Delta u_x(i, j, k+1) \\
 & \frac{1}{4} [\Delta u_y(i+1, j+1, k) - \Delta u_y(i+1, j-1, k) \\
 & - \Delta u_y(i-1, j+1, k) + \Delta u_y(i-1, j-1, k) \\
 & + \Delta u_x(i+1, j, k+1) - \Delta u_x(i+1, j, k-1) \\
 & - \Delta u_x(i-1, j, k+1) + \Delta u_x(i-1, j, k-1)] \\
 & + \frac{(1-2\mu)\lambda}{2G} [\Delta u(i-1, j, k) - \Delta u(i+1, j, k)], \\
 & (x, y, z) \quad (24)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta u(i, j, k) = & \frac{\Delta t}{3} \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial t} + \frac{E \Delta t}{(1-2\mu)\gamma_w \lambda^2} \{ k_x [u(i+1, j, k) \\
 & - 2u(i, j, k) + u(i-1, j, k)] \\
 & + k_y [u(i, j+1, k) - 2u(i, j, k) + u(i, j-1, k)] \\
 & + k_z [u(i, j, k+1) - 2u(i, j, k) + u(i, j, k-1)] \} \\
 & (25)
 \end{aligned}$$

在离地面6.5m深处切取图14中土体的一个水平面，其孔压沿径向分布曲线如图15。可以看出砂井排水对夯后孔压消散产生的效果是极为显著的。

(三)边界元法

边界元法的基本概念可见勃里别(Brebbia)的有关专著^[8]。应用边界元法解动力固结问题，可分四个步骤：

1. 基本积分方程

对于一个轴对称的半无限体的积分方程, 经过拉氏变换之后, 计算内点 $p(\varepsilon\Omega)$ 的 l 方向位移的积分表达式为

$$\begin{aligned} \bar{u}_l(p) = & \int_{\Gamma} \bar{t}_l(Q) u_{lj}^*(Q, p) d\Gamma(Q) - \int_{\Gamma} \bar{u}_j(Q) t_{lj}^*(Q, p) d\Gamma(Q) \\ & + \int_{\Omega} \bar{x}_j(Q) u_{lj}^*(Q, p) d\Omega \end{aligned} \quad (26)$$

其中 $t_{lj}^*(Q, P)$ 和 $u_{lj}^*(Q, P)$ 称为基本解, 分别为内点 p 的 l 方向作用单位力时, 在点 Q 沿 j 方向产生 t 的应力和位移。当单位荷载作用点 p 无限趋近于边界点 $P (P \in \Gamma)$ 时, 对于光滑边界, 式(26)的极限形式为

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \bar{u}_l(P) = & \int_{\Gamma} \bar{t}_l(Q) u_{lj}^*(Q, P) d\Gamma(Q) - \int_{\Gamma} \bar{u}_j(Q) t_{lj}^*(Q, P) d\Gamma(Q) \\ & + \int_{\Omega} \bar{x}_j(Q) u_{lj}^*(Q, P) d\Omega \end{aligned} \quad (27)$$

或用矩阵形式简写成:

$$\frac{1}{2} \bar{u}^p = \int_{\Gamma} \bar{t} u^* d\Gamma - \int_{\Gamma} \bar{u} t^* d\Gamma + W \quad (28)$$

将区域的边界离散成 n 个单元, 每个单元的中心即为结点。假定每一单元的 $\bar{u}$ 和 $\bar{t}$ 均为常量, 则对于某一边界结点 i , 由式(28)得

$$\frac{1}{2} \bar{u}^i + \sum_{k=1}^n \bar{u}_k \int_{\Gamma_k} t^* d\Gamma = \sum_{k=1}^n \bar{t}_k \int_{\Gamma_k} u^* d\Gamma + W \quad (29)$$

2. 代数方程组

记 $\bar{A}_{ik} = \int_{\Gamma_k} t^* d\Gamma$, $B_{ik} = \int_{\Gamma_k} u^* d\Gamma$, 则式(29)成为

$$\frac{1}{2} \bar{u}^i + \sum_{k=1}^n \bar{A}_{ik} \bar{u}_k = \sum_{k=1}^n B_{ik} \bar{t}_k + W \quad (30)$$

再记 $A_{ik} = \bar{A}_{ik} + \frac{1}{2} \delta_{ik}$ (若 $i = k$, $\delta_{ik} = 1$; $i \neq k$, $\delta_{ik} = 0$), 则有

$$\sum_{k=1}^n A_{ik} \bar{u}_k = \sum_{k=1}^n B_{ik} \bar{t}_k + W \quad (31)$$

使 i 点按边界结点 $1, 2, 3, \dots, n$ 改变位置, 便得基本代数方程组

$$A\bar{u} = B\bar{t} + W \quad (32)$$

3. 边界接触应力

与上述集中质量法和差分法不同, 在边界元法中, 边界接触应力独立成为一必要的方

程。设上述 n 个边界单元中,与锤底接触的单元有 n_1 个,各单元面积分别为 $A_1, A_2, \dots, A_{n_1}$, 夯击时重锤刚体的运动方程为

$$M \ddot{u}_z = F = - \sum_{k=1}^{n_1} A_k t_{zk} \quad (33)$$

其中 t_{zk} 为 k 单元上的正交接触应力。由于假定地基与夯锤接触面是光滑的,切向接触应力为零。对式(33)作拉氏变换

$$M (s^2 \bar{u}_z - s u_{z0} - \dot{u}_{z0}) = - \sum_{k=1}^{n_1} A_k \bar{t}_{zk} \quad (34)$$

因为 $k=0$ 时, $u_{z0}=0$, $\dot{u}_{z0} = \bar{V} = \sqrt{2gh}$, 故移项后得

$$M \dot{u}_{z0} = M s^2 \bar{u}_z + \sum_{k=1}^{n_1} A_k \bar{t}_{zk} \quad (35)$$

现在,光滑锤底下每个单元有 $\bar{u}_z$ 、 $\bar{u}_r$ 及 $\bar{t}_z$ 三个未知量,其中 $\bar{u}_z$ 各单元均相同,不与锤底接触的每个单元仅有两个未知量,所以 n 个结点共有 $2n+1$ 个未知量,而式(32)和(35)正好组成 $2n+1$ 个方程,求解后可得这 $2n+1$ 个未知量。

4. 拉氏数值逆换

为了对解得的未知量恢复与时间的关系,必须进行拉氏数值逆变换。派泊里斯(Papoulis)逆换方法^[9]是仅利用实数的三角级数展开方法,简单易行,且对于短历时动力问题,具有较好的精度。

已知某个原函数(位移和应力分量等) $r(t)$ 的拉氏变换 $R(s)$ 在若干离散点的值 $R(s_1)$ 、 $R(s_2)$ 、 $\dots$ 、 $R(s_M)$, 要求出该原函数 $r(t)$ 在指定时刻 t 的值。这里,拉氏变换 $R(s)$ 的定义是

$$R(s) = \int_0^\infty e^{-st} r(t) dt \quad (36)$$

引进一个新的变量 θ , 其定义为:

$$e^{-bt} = \cos \theta \quad (37)$$

这里 b 为大于零的数。区间 $(0, \infty)$ 映射成区间 $(0, \frac{\pi}{2})$,

$$r(t) = r\left(-\frac{1}{b} \ln \cos \theta\right) \quad (38)$$

为简化符号,仍将上式记为 $r(\theta)$ 。由式(36)得:

$$bR(s) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos \theta)^{\left(\frac{s}{b}\right)-1} \sin \theta \cdot r(\theta) d\theta \quad (39)$$

$$\text{令} \quad s = (2k + 1)b, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (40)$$

$$\text{则有} \quad bR[(2k + 1)b] = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos\theta)^{2k} \sin\theta \cdot r(\theta) d\theta \quad (41)$$

将原函数 $r(\theta)$ 按三角级数展开, 即令

$$r(\theta) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k \sin(2k + 1)\theta \quad (42)$$

$$\text{由尤拉公式} \quad (\cos\theta)^{2n} \sin\theta = \left(\frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2} \right)^{2n} \cdot \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i} \quad (43)$$

将方程右边展开并整理后得

$$\begin{aligned} 2^{2n} (\cos\theta)^{2n} \sin\theta &= \sin(2n + 1)\theta + \dots + \left[\binom{2n}{k} - \binom{2n}{k-1} \right] \sin[2(n-k) + 1]\theta \\ &\quad + \dots + \left[\binom{2n}{n} - \binom{2n}{n-1} \right] \sin\theta \end{aligned} \quad (54)$$

将式(44)和(42)代入式(41), 利用正交性, 得到

$$\begin{aligned} bR[(2n + 1)b] &= 2^{-2n} \cdot \frac{\pi}{4} \left\{ \left[\binom{2n}{n} - \binom{2n}{n-1} \right] C_0 \right. \\ &\quad \left. + \dots + \left[\binom{2n}{k} - \binom{2n}{k-1} \right] C_{n-k} + \dots + C_n \right\} \end{aligned} \quad (45)$$

这里, 利用了 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} [\sin(2n + 1)\theta]^2 d\theta = \frac{\pi}{4}$ 。于是令 $n = 0, 1, 2, \dots, N$, 由式(45)得

$$\begin{aligned} C_0 &= \frac{4}{\pi} bR(b) \\ C_1 &= 2^2 \frac{4}{\pi} bR(3b) - C_0 \\ &\dots\dots\dots \\ C_N &= 2^{2N} \frac{4}{\pi} bR[(2N + 1)b] - \left\{ \left[\binom{2N}{N} - \binom{2N}{N-1} \right] C_0 + \dots \right. \\ &\quad \left. + \left[\binom{2N}{k} - \binom{2N}{k-1} \right] C_{N-k} + \dots + (2N - 1) C_{N-1} \right\} \end{aligned} \quad (46)$$

实际上, 级数(42)收敛很快, 只要计算前面六项, 即可达到精度要求。求得系数 $C_0, C_1, \dots, C_6$ 后, 可用式(42)求得 $t = -\frac{1}{b} \ln \cos\theta$ 时函数 $r(t)$ 的值。

图16是秦皇岛煤码头强夯工地夯五击后的实测夯坑形状与考虑加荷和卸荷模量不同的计算得到夯坑形状的比较。

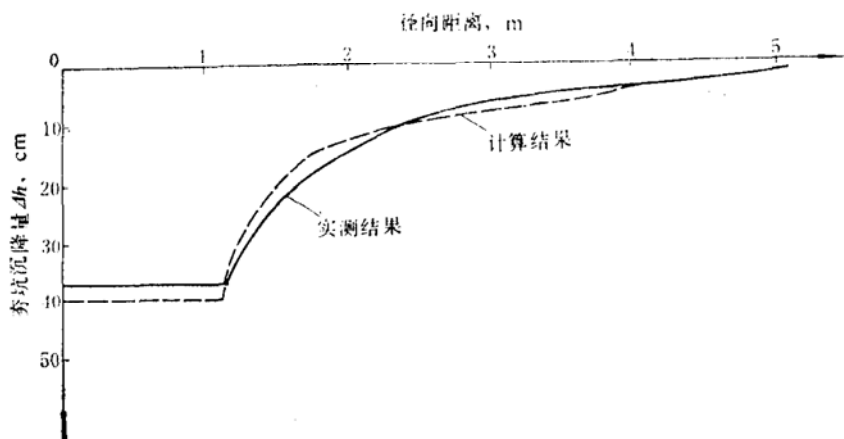


图 16

四、实际应用

对于每一夯的能量在 $100 \sim 200 \text{ t} \cdot \text{m}$ (约 $1000 \sim 2000 \text{ kN} \cdot \text{m}$)^①范围内的强夯, 应用上述边界元法可得到下列图17, 供中小型工程设计强夯法加固地基时参考。该图是夯坑沉降量 Δh 与夯锤底面上平均夯击能量 F 以及弹模 E 三者之间的关系曲线。

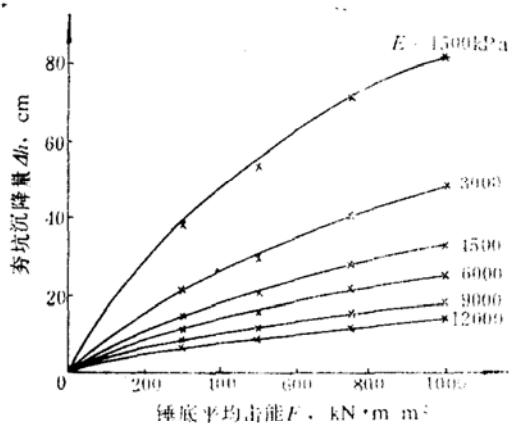


图 17

〔例1〕 南京扬子乙烯工程污水处理站

现场为压实镇土, 实测压缩模量 $E_s = 114 \text{ kg/cm}^2$ (11180 kPa) 取泊桑比为 0.42 , 推算出初始变形模量 $E_0 = 45 \text{ kg/cm}^2$ (4410 kPa)。锤重 15 t (133.5 kN), 落距 16 m , 锤底面积为 3.63 m^2 , 锤底平均夯击能 $F = 66 \text{ t} \cdot \text{m/m}^2$ (587 kNm/m^2)。

根据动力固结仪试验, 粘土经强夯后的变形模量经验公式为

$$E = E_0 N^{0.12} \quad (48)$$

N 为夯击次数, 计算结果见表 1, 求得 $\Delta h = \sum_{N=1}^N \Delta h_N = 1.35 \text{ m}$ 实测结果为 $1.1 \sim 1.7 \text{ m}$ 。

① 或 $1000 \sim 2000 \text{ kJ}$

表 1

夯击次数 N		1	2	3	4	5	6	合 计
弹 模	(kg/cm ²)	45.9	48.9	51.3	53.1	54.6	55.8	
	(kPa)	4503	4797	5033	5209	5356	5474	
沉降量	(cm)	25.0	23.0	22.5	22.0	21.0	21.0	134.5

〔例 2〕 河北秦皇岛煤码头堆场工程

现场为回镇细砂, 初始变形模量 $E_0 = 65 \text{ kg/cm}^2 (6380 \text{ kPa})$, 加固深度 H' 要求 7.5 m , 已知煤堆场计算所得沉降量 $s = 41 \text{ cm}$ 。根据修正的梅那公式 $H' = 0.65 \sqrt{W \cdot h}$, 求得 $W \cdot h = \left(\frac{H'}{0.65} \right)^2 = 133 \text{ t} \cdot \text{m}$, (约 $118 \text{ kN} \cdot \text{m}$)。考虑到施工机械性能要求, 确定锤重 $W = 10 \text{ t}$ (8.9 N), 落高 $h = 13 \text{ m}$ 。锤底面积为 4 m^2 , 锤底平均夯击能为 $32.5 \text{ t} \cdot \text{m/m}^2 (289 \text{ kN} \cdot \text{m/m}^2)$ 。

取夯击的设计沉降量 $\sum \Delta h = 0.9 \times S = 0.9 \times 41 = 37 \text{ cm}$, 采用砂土的经验公式

$$E = E_0 N^{0.516} \quad (48)'$$

并查图15中曲线得表2的结果, 由此定出设计夯击次数为5击。实测平均值也是 37 cm 。

表 2

夯 击 次 数 N		1	2	3	4	5	合 计
弹 模	(kg/cm ²)	65	93	115	133	149	
	(kPa)	6377	9123	11282	13047	14617	
沉 降 量	(cm)	11	8	7	6	5	37

由于以上两例没有考虑接触应力历时对弹模的影响等因素, 所以只能推荐中小型工程设计用。

附 录

(一)斯科特(scott)公式(见Geotechnique, Vol.25, No. 1, 1975 pp. 19-30)

设锤底接触面应力 σ 与锤体下沉位移 w 之间存在如下关系

$$\pi a^2 \sigma = R \dot{w} + S w \quad (a)$$

式中 a ——夯锤半径; $R = 0.6 \pi a^2 \sqrt{\rho E_s}$ (阻尼系数); $S = \frac{2aE}{1-\mu^2}$ 弹性常数;

ρ ——土的密度。

将夯锤的运动方程 $M \ddot{w} = -\pi a^2 \sigma$ 代入式(a), 得到基本方程

$$M \ddot{w} + R \dot{w} + S w = 0 \quad (b)$$

式中 M ——夯锤质量。在 $t = 0$ 时, $w = 0, \dot{w} = V = \sqrt{2gh}$ 条件下求式(b), 再代入式(a), 得

$$\sigma = \frac{SV}{\pi a^2 \omega} e^{-\frac{Rt}{2M}} \cos(\omega t - \cos^{-1} \frac{R\omega}{S}) \quad (c)$$

这里 $\omega = \sqrt{\frac{S}{M} - \frac{R^2}{4M^2}}$, 为角频率。由于式(c),

$$\sigma_{\max} = \frac{SV}{\pi a^2 \omega} e^{-\frac{Rt_0}{2M}} \cos(\omega t_0 - \cos^{-1} \frac{R\omega}{S}) \quad (d)$$

$t_0 = \frac{1}{\omega} \left(\cos^{-1} \frac{R\omega}{S} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{R}{2M\omega} \right)$ 达到 $\sigma_{\max}$ 的时间。

(二) 本文的修正公式

在斯科特公式中没有考虑土的性质在加荷与卸荷阶段的不同。且在 $t=0$ 时, $\sigma = \frac{RV}{\pi a^2} \neq 0$ 。文献 [6] 提出的公式对这些问题作了改进, 但又出现 $\omega|_{t=0} \neq 0$ 的问题。

当加荷阶段 $0 \leq t \leq t_0$ 时, 为冲击阶段。根据结构动力学理论, 冲击荷载作用下粘滞力对动力反应的影响可不计。故类似于式(b), 加荷基本方程为

$$M\ddot{\omega} + S\omega = 0 \quad (e)$$

当 $t=0$ 时, $\omega=0, \dot{\omega}=V=\sqrt{2gh}, \ddot{\omega}=0$ ($\sigma=0$) 初始条件下, 解

$$\sigma = \frac{V\sqrt{MS}}{\pi a^2} \sin \sqrt{\frac{S}{M}} t \quad (f)$$

$$\omega = V\sqrt{\frac{M}{S}} \sin \sqrt{\frac{S}{M}} t \quad (g)$$

这里, 计算 S 时 E 用加荷模量。

当 $t > t_0 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{S}{M}}$ 时, 夯锤作用阻尼振动, 基本方程为

$$M\ddot{\omega} + R'\dot{\omega} + S'(\omega - \omega_f) = 0 \quad (h)$$

这里, 计算 R' 和 S' 时 E 改用卸荷弹模 E_{ul} , 记 $t' = t - t_0$, $\omega' = \sqrt{\frac{S'}{M} - \frac{(R')^2}{4M^2}}$ 。

在 $t' = 0$ 时, $\omega, \dot{\omega}$ 和 $\ddot{\omega}$ 保持连续性的条件下, 解得

$$\sigma = \frac{V\sqrt{MS}}{\pi a^2} e^{-\frac{R't'}{2M}} \left(\cos \omega' t' - \frac{R'}{\sqrt{4MS' - R'^2}} \sin \omega' t' \right) \quad (i)$$

$$\omega = V\sqrt{\frac{M}{S}} \left[1 - \frac{S}{S'} + \frac{S}{S'} e^{-\frac{R't'}{2M}} \left(\cos \omega' t' + \frac{R'}{\sqrt{4MS' - (R')^2}} \sin \omega' t' \right) \right] \quad (j)$$

$$\text{残余沉降} \quad \omega_f = V \sqrt{\frac{M}{S}} \left(1 - \frac{S'}{S} \right) \quad (k)$$

$$\text{另由式(f)和(i)得} \quad \sigma_{\max} = \frac{V \sqrt{MS}}{\pi a^2} \quad (l)$$

$$\text{接触应力历时为} \quad T = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{M}{S}} + \frac{1}{\omega'} \operatorname{th}^{-1} \sqrt{\frac{4MS'}{(R')^2} - 1} \quad (m)$$

应该指出, 该历时 T 与强夯时土的弹模很有关系。

参 考 文 献

- [1] 潘千里, 国外一种经济而简便的地基加固方法——强夯法, 港工译丛, 1979年, 第1期, 天津一航局科研所。
- [2] Gambin, M. P., The Menard Dynamic Consolidation Method at Nice Airport, 8th European Conf. on S. M. and F. E., Vol 1. p. 231 1983, Helsinki.
- [3] Qian, Z. (钱征) and Li, G. W. (李广武), Pack-drain Dynamic Consolidation for Strengthening Soft Foundation, 同(2) p. 293.
- [4] 高宏兴, 强夯法加固软土地基的研究与实践, 1980. 三航局科研所; 尚世佐, 强夯法加固软基几个问题的探讨, 1981, 三航局科研所。
- [5] Chien, S. T. (钱学德) and Chien, C. H. (钱家欢), On Dynamic Consolidation, 同文献[2], p. 353.
- [6] Qian, J. H. (钱家欢), Zhao, W. B. (赵维炳) and Qian, Z. (钱征), Dynamic Consolidation for a Clay Foundation with Sand Package, 5th Int. Conf. on Numerical Methods in Geomechanics, Vol. 1, 1985, Nagoya, p. 637.
- [7] Qian, J. H. (钱家欢) and Shuai F. S. (帅方生), Application of B. E. M. to Dynamic Consolidation, Proc. 2nd Symposium on Marine Geotechnology and Nearshore offshore Structures, Oct. 1985, Shanghai, p. 196.
- [8] Brebbia, C. A., The Boundary Element Method for Engineers, 1978, Pentech.
- [9] Papoulis, A., A New Method for Inversion of the Laplace Transform, Quart. Appl. Math., 14, 1957.

Theory and Practice of Dynamic Consolidation

Qian Jiahuan, Qian Xuede, Zhao Weibing and Shuai Fangsheng

(East China Tech. Univ. of Water Resources, Nanjing)

Abstract

Dynamic consolidation (heavy tamping) is one of recent methods for foundation, improvent. Up to the present time, this method still retains in experience accumulation stage. This paper firstly introduces the new apparatus of dynamic consolidation and its testing method and results. Secondly, by these laboratory parameters, stress, pore pressure and deformation in foundation after heavy tamping were obtained by three numerical methods. The calculated results were checked with those from field measurements. Finally, based on boundary element computation, a chart was plotted for design purpose of dynamic consolidation.