

不完整井渗流的近似计算

沙金焯

(南京水利科学研究院)

提 要

一个复杂的渗流问题,只要对其流动图案作出比较确切的解释,那么即使在数学上予以简化,仍然可以获得满意结果。

本文将不完整井的三元流动问题,用加权平均流线长度的概念,来模拟其局部附加阻力而使问题得到解决,从而把这一复杂的渗流问题,从繁琐的数学境界中解脱出来。

文中得到的计算承压不完整井渗流量公式(21)(22),不论在方便实用或计算精确性方面,均优于目前国内外同类近似计算公式。

一、承压不完整井

承压完整井的渗流计算基本成熟,如图1所示,当 $T_0 = 0$ 时,可用下式计算

$$Q = 2\pi kT(H_R - h_0) / \ln \frac{R}{r_0} \quad (1)$$

式中 H_R 为离井轴 R 处之水头; h_0 为井水头; k 为渗透系数; 其他符号示于图1中。

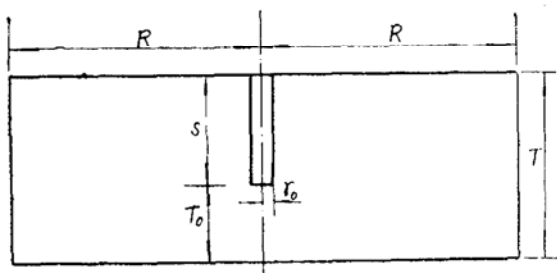


图1

承压不完整井的渗流计算,迄今为止仍未完满解决,关键在于不完整井渗流场内的附加阻力不易计算。

本世纪50年代后期,克尔克姆(D. Kirkham)在他的一篇著名论文《不完整井渗流的精确理论》中,提出了一个严格的理论解,这个公式的结构非常复杂,几乎难以具体运算,但它可用来检验其它一些近似

公式的精确性。此外,由于该公式中所含各项系数,在井的贯入度(s/T)愈小时,收敛甚慢,且当承压层厚度 T 比井半径 r_0 大得多时,这些系数更难收敛,所以这个严格解并不适于计算小井径的不完整井。

在许多近似解中,普遍地运用了井附近的局部阻抗概念^[2,4,6],而采用下列通式

$$Q = 2\pi kT(H_R - h_0) / (\ln \frac{R}{r_0} + f_0) \quad (2)$$

与式(1)相比, 式(2)分母项中多了一个 f_0 项, 它表示了不完整井贯入度 $s/T < 1.0$ 时所引起的附加阻力, 这种阻力是由于渗流行近井附近时, 流线急剧弯曲而产生的。显然, 当 $\frac{s}{T} = 1.0$ 时的完整井流线没有发生急剧弯曲, 故该项附加阻力将等于零 $f_0 = 0$ 。

本世纪30年代, 莫斯卡特(M. Muskat)假定泉点流量沿井轴线均匀分布, 求得了小口径井的流量计算公式, 以之与式(2)相比, 则莫氏的 f_0 当为

$$f_0 = \left[\frac{T_0}{s} \ln \frac{4T}{r_0} - \frac{T}{2s} \ln \frac{\Gamma(0.875 \frac{s}{T}) \Gamma(0.125 \frac{s}{T})}{\Gamma(1 - 0.875 \frac{s}{T}) \Gamma(1 - 0.125 \frac{s}{T})} \right] \quad (3)$$

式中 Γ 为伽玛函数, 其他符号同前, 莫斯卡特将上式制成图2。

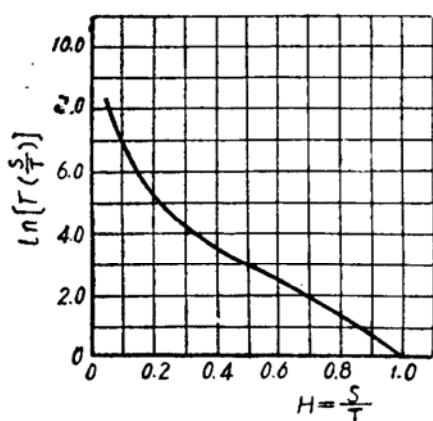


图2

当 $\frac{s}{T} = 1.0$ 时, 式(2)可转化为式(1), 但当 $s = 0$ 或 r_0/T 比值较大时, 按式(2)就会得出不完整井的渗流量大于完整井渗流量这样一个不合理的结果, 产生这一现象的原因是莫斯卡特公式本身是在 $\frac{r_0}{T}$ 比值很小的前提下推导出来的, 故莫斯卡特公式只能适用于小口径的不完整井, 根据西德弗兰克(O. Franke)的电拟试验资料^[2]表明, 莫斯卡特公式在 $\frac{r_0}{T} \leq 0.01$ 时精度较好, 越出这一范围误差甚大, 例如当 $\frac{r_0}{T} = 0.1, \frac{s}{T} = 0.1$ 时, 按此式计算结果要比弗兰克

的电拟试验结果大很多。

七十年代西德英格尔(K. Ingerle), 根据渗流场中远离井轴的缓变流区与井轴附近的急变流区的流动情况, 建立流量表达式^[8], 按流量连续原理导得下式

$$Q = 2 \pi k T (H_R - h_0) / \left[\ln \frac{R}{T_0} + \frac{T}{s} \ln \frac{(s + r_0) T_0}{(s + T_0) r_0} \right] \quad (4)$$

也可将式(4)表为式(2)形式, 此时 f_0 当为

$$f_0 = \ln \frac{r_0}{T_0} + \frac{T}{s} \ln \frac{(s + r_0) T_0}{(s + T_0) r_0} \quad (4')$$

该式以 T_0 为界, 近似地将渗流场分为急变与缓变两区, 而对急变区的等势面, 假定为一具有半球面底部的圆筒, 以区别于一般所作的同心半球形等势面, 当井的贯入度 s/T 较小时, 该式精度较差, 例如当 $\frac{s}{T} = 0.05, \frac{r_0}{T} = 0.1$ 时按此式求得的 Q 要比弗兰克的电拟试验值相差56.2%, 此外当 $T_0 = r_0$ 而不是当 $T_0 = 0$ 时, 该式就转化为式(1), 但此时井底离不适水底层尚有 r_0 之距, 这说明了作者在推导上式时, 假定井底呈半球形而不是平底井。

表示不完整井渗流量的计算公式, 尚有下列一些, 今简介如下:

柯贞尼(J. Kozeny)公式

$$Q = 2\pi kT(H_R - h_0) \cdot \left[\frac{s}{T} (1 + 7\sqrt{r_0/2s} \cdot \cos \frac{\pi}{2} \cdot \frac{s}{T}) \right] / \ln \frac{R}{r_0} \quad (5)$$

这个公式是将完整井渗流量计算公式(1)乘上一个方括号, 其实它并没有什么理论依据, 纯属经验公式, 采用弗兰克的电拟试验资料对比表明, 在各家公式中, 此式精确度最差^[4,5], 当 $\frac{r_0}{T} \geq 0.1$ 时, 误差可达100%以上, 但由于该式发表较早, 故流传甚广, 在一些教科书或手册之类中, 常引用此式。

李, 博克和本通公式^[2] (Li, Bock and Benton)

$$Q = 2\pi kT(H_R - h_0) / [\ln \frac{R}{r_0} + f_0] \quad (6)$$

而
$$f_0 = \ln \frac{T}{r_0} \left[\left(\frac{T}{s} \right)^n - 1 \right] \quad (6')$$

式中 n 为经验指数, 在双对数纸上随 $\frac{T}{r_0}$ 而变, 见图3。

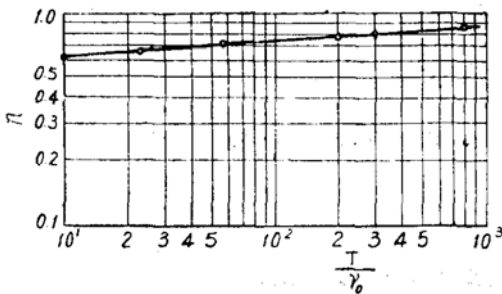


图3

此式精度甚好, 计算也不复杂, 原作者认为此式有效范围为 $800 > \frac{T}{r_0} \geq 25$, $r_0 \geq (T - s)$, $0.1 < \frac{s}{T} \leq 1.0$, 由于这些条件的限制, 特别是 $r_0 \geq (T - s)$, 对于井贯入度 $\frac{s}{T}$ 较小的不完整井就不能应用此式了。此外, 当 $\frac{s}{T} < 0.1$ 以后, 按此式计算结果将明显偏小。

萨姆修(A. Samsioe)公式^[2]

$$Q = 2\pi ks(H_R - h_0) / \ln \left[\frac{r_0}{2s} \left(\frac{4T}{R} \right)^{\frac{s}{T}} \left(\frac{T - 0.72s}{T + 0.72s} \right)^{0.4} \right] \quad (7)$$

上式是将井视为线汇而导得的, 从理论上讲井半径 r_0 小, 井深 s 大时, 可得最佳近似。若当井深 $s = 0$ 之冒水孔口时, 按此式求得之 $Q = 0$, 这当然是不合理的, 除非该井底为不透水。

我国作者吴世余求出线汇在井壁井底的平均位势, 进而导得了一个理论公式, 并进行了简化, 最后得到式(2)分母中之 f_0 为

$$f_0 = \frac{T}{s} \frac{1}{1 + \frac{2s}{r_0}} \left\{ \frac{2s}{r_0} \operatorname{sh}^{-1} \frac{2s}{r_0} + 1 - \sqrt{1 + \left(\frac{2s}{r_0} \right)^2} + \frac{1}{2} \left[\frac{\pi}{2} \frac{s}{r_0} \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{2} \frac{s}{r_0} \right)^2} \right] \right\}$$

$$\begin{aligned}
& -\left(\frac{\pi}{2} \frac{s}{r_0}\right)^2 + \ln \frac{\pi}{2} \frac{s}{r_0} + \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{2} \frac{s}{r_0}\right)^2} \left\{ -\left(\frac{T}{s} \operatorname{sh}^{-1} \frac{s}{2T} + \ln \frac{2T}{r_0}\right) \right. \\
& + 0.037 + \frac{T}{s} \sum_{n=1}^2 \left\{ \frac{1}{1 + \frac{2s}{r_0}} \left[2 \left(n \frac{T}{r_0} + \frac{s}{r_0}\right) \operatorname{sh}^{-1} 2 \left(n \frac{T}{r_0} + \frac{s}{r_0}\right) \right. \right. \\
& + 2 \left(n \frac{T}{r_0} - \frac{s}{r_0}\right) \operatorname{sh}^{-1} 2 \left(n \frac{T}{r_0} - \frac{s}{r_0}\right) - 4n \frac{T}{r_0} \operatorname{sh}^{-1} 2n \frac{T}{r_0} \\
& + 2 \sqrt{1 + (2n \frac{T}{r_0})^2} - \sqrt{1 + 4 \left(n \frac{T}{r_0} + \frac{s}{r_0}\right)^2} - \sqrt{1 + 4 \left(n \frac{T}{r_0} - \frac{s}{r_0}\right)^2} \\
& + \left(n \frac{T}{r_0} + \frac{s}{r_0}\right) \sqrt{1 + 4 \left(n \frac{T}{r_0} + \frac{s}{r_0}\right)^2} - 2 \left(n \frac{T}{r_0} + \frac{s}{r_0}\right)^2 \\
& - \left(n \frac{T}{r_0} - \frac{s}{r_0}\right) \sqrt{1 + 4 \left(n \frac{T}{r_0} - \frac{s}{r_0}\right)^2} + 2 \left(n \frac{T}{r_0} - \frac{s}{r_0}\right)^2 \\
& \left. + \frac{1}{2} \ln \frac{2 \left(n \frac{T}{r_0} + \frac{s}{r_0}\right) + \sqrt{1 + 4 \left(n \frac{T}{r_0} + \frac{s}{r_0}\right)^2}}{2 \left(n \frac{T}{r_0} - \frac{s}{r_0}\right) + \sqrt{1 + 4 \left(n \frac{T}{r_0} - \frac{s}{r_0}\right)^2}} \right\} \\
& \left. - \left[\operatorname{sh}^{-1} \left(n + \frac{s}{2T}\right) - \operatorname{sh}^{-1} \left(n - \frac{s}{2T}\right) \right] \right\} \quad (8)
\end{aligned}$$

吴世余将上式制成下表

表 1

不同 r_0/T 和 s/T 时的附加阻力 f_0

$\frac{r_0}{T}$	s/T						
	0.05	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	0.9
0.001	78.4	42.2	20.7	8.28	3.67	1.30	0.511
0.01	35.6	21.5	11.5	4.78	2.11	0.694	0.255
0.05	12.9	9.07	5.48	2.44	1.07	0.320	0.093
0.2	3.56	2.69	1.77	0.822	0.345	0.082	
0.5	1.26	0.964	0.639	0.290	0.126		

实际应用时，须根据曲线图以曲线插入法求出 f_0 ，但这样做可能会带来某些误差。吴世余公式立论依据和推导过程比较严密，精度可靠，其适用范围，较上述各式为广，据原作者意见，其适用范围为 $\frac{r_0}{T} \leq 0.5$ ， $\frac{s}{T} \leq (1 - \frac{r_0}{T})$ ，一般说来 $\frac{r_0}{T} > 0.5$ 的大口径井在工程中是很少

见的, 而当 $\frac{s}{T} > (1 - \frac{r_0}{T})$ 时, 则 $f_0 < 0.1$ 可忽略之, 故上述吴世余公式的适用范围, 已能满足实际工程的需要。这是继克尔克姆理论解后的又一个理论公式。

我国另一作者陈济生把不完整窄沟的单向渗流场, 看作为不完整井轴向渗流场的一个特例, 应用特定的不完整沟的现成解答, 类比反推而导得了不完整井的计算公式^{4,5}。

陈济生将不完整井的轴向渗流场以 $r_M = r_0 + \xi T$ 为界, 而不象英格尔那样以 T_0 为界, 分为内圈急变区 and 外圈缓变区两个渗流场, 运用流量连续原理而得:

$$Q = 2\pi kT(H_R - h_0) / \left\{ \ln \frac{R}{r_0} + \left[\frac{T_0}{r_0} \ln \left(1 + \frac{\xi T}{r_0} \right) \right] \right\} \quad (9)$$

将上式展开为单宽流量, 并保持渗流场径向尺度 $L = R - r_0$ 不变的前提下, 无限增大井径, 于是得单向不完整沟渗流量公式

$$q = \lim_{r_0 \rightarrow \infty} \frac{Q}{2\pi r_0} = \frac{kT(H_R - h_0)}{\lim_{r_0 \rightarrow \infty} \left\{ r_0 \left[\ln \left(1 + \frac{L}{r_0} \right) + \frac{T_0}{s} \ln \left(1 + \frac{\xi T}{r_0} \right) \right] \right\}} \quad (10)$$

又因 $\lim_{r_0 \rightarrow \infty} \ln \left(1 + \frac{L}{r_0} \right) = \frac{L}{r_0}$, 故得

$$q = \frac{kT(H_R - h_0)}{L + \frac{T_0}{s} \xi T} = \frac{kTH}{L + \frac{T_0}{s} \xi T} \quad (11)$$

这种型式的不完整沟的渗流问题, 已有现成的保角变换数学解, 虽涉及椭圆积分, 但在常见的 $L > T$ 情况下, 可近似简化为普通函数式

$$q = \frac{kT(H_R - h_0)}{L + \frac{2T}{\pi} \ln \frac{1}{\sin \frac{\pi}{2} \frac{s}{T}}} \quad (12)$$

比较(11)(12)两式, 不难得出

$$\xi = \frac{s}{T_0} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \ln \frac{1}{\sin \frac{\pi}{2} \frac{s}{T}} \quad (13)$$

将此 ξ 代入式(9)则得不完整井渗流量公式

$$Q = 2\pi kT(H_R - h_0) / \left[\ln \frac{R}{r_0} + f_0 \right] \quad (14)$$

$$\text{而} \quad f_0 = \frac{T_0}{s} \ln \left(1 + \frac{s}{T_0} \frac{T}{r_0} \frac{2}{\pi} \ln \frac{1}{\sin \frac{\pi}{2} \frac{s}{T}} \right) \quad (15)$$

上述陈济生公式是根据井底为不透水情况而求得，但据原作者意见，在 $\frac{s}{T} > 0.4$ 以后，此式求得之 Q 与弗兰克电拟试验值非常吻合，这也就说明了当具有一定的井的贯入度时。从井壁入渗之流量远大于从井底入渗之流量，故井底透水与否区别不大。一般说来在实际工程中不透水井底的井也是常见的，而当 $\frac{s}{T} > 0.4$ 以后，此式同样可用于透水井底的井，作为一种简化，陈济生建议近似地取 $\xi = 0.2$ ，仍可达到一定的精确度，上述陈济生公式的精度经与电拟试验比较是很好的，现已列入国家规范。

笔者在总结前人工作的基础上，提出了一个更加简便的公式，现推导如下。

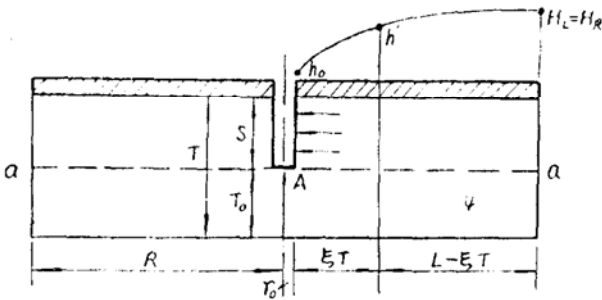


图4

如图4所示，将不完整沟看作不完整井的一个特例，分渗流场为上下两区，以假想的虚线 $a-a$ 作为上部渗流场的底界，由此可得一深度为 s 的完整沟，各流线基本平行，长度为 L 。而 $a-a$ 线下部渗流场，为各流线汇集到对称点 A 的对称流动型式的冒水沟，流线自远而近再转向流入沟底，每一条流线随深度 T_0 方向而变化，是不等长的，今取其平均长度，其值为 $(L + r_0 + 0.5T_0 +$

$\frac{2T_0}{\pi} \ln 2)$ ，其中 $0.5T_0$ 为下部渗流场的半厚度， $\frac{2T_0}{\pi} \ln 2$ 为流线行近沟底时转向而引起的纯转弯损失，是苏联学者根据流体力学方法而导得的，现将上下两个渗流场的流线，取其加权平均值作为整个渗流场沟一侧的流线长度 L_{cp}

$$L_{cp} = \left[Ls + (L + r_0 + 0.5T_0 + \frac{2T_0}{\pi} \ln 2)T_0 \right] / (s + T_0) \approx L + \frac{r_0 T_0 + T_0^2}{T}$$

$$\approx L + \frac{T_0^2}{T}$$

由此可得不完整沟渗流量

$$q = \frac{kT(H_R - h_0)}{L + \frac{T_0^2}{T}} = \frac{kTH}{L + \frac{T_0^2}{T}} \quad (16)$$

另一方面，若将不完整井展开为不完整沟，则其单宽流量的表达式在 $(L - \xi T)$ 和 ξT 段内分别为

$$q = kT(H_L - h') / (L - \xi T) \quad (17)$$

$$q = ks(h' - h_0) / \xi T \quad (18)$$

在上两式中消去 ξT 处之水头 h' 后得到

$$q = kT(H_L - h_0) / (L + \xi T \frac{T_0}{s}) = kTH / (L + \xi T \frac{T_0}{s}) \quad (19)$$

比较式(16)和式(19)得

$$\xi = sT_0/T^2 \quad (20)$$

将此 ξ 值代入式(9)则得不完整井渗流量公式为

$$Q = 2\pi kT(H_R - h_0) / \left[\ln \frac{R}{r_0} + f_0 \right] \quad (21)$$

$$\text{而} \quad f_0 = \frac{T_0}{s} \ln \left(1 + \frac{s}{T} \frac{T_0}{r_0} \right) \quad (22)$$

上式就是本文求得的不完整井渗流量计算公式,较之前述各家公式要简便得多。上式的推导原理也是类比法,与陈济生公式不同之处在于不完整井的附加阻力系数,本文是根据加权平均流线长度来模拟,而陈济生则是采用现成的保角变换数学解。这两个公式的前提都是不透水井底的井。但由于引入附加阻力时又考虑进了井底入流这一因素在内,故这两个公式,不论是透水底盘的井或不透水底盘的井,基本上均能适用,在后面的附表中可以看出这两个公式的精确度是相当高的。也可看出式(21)的适用范围是相当宽的。

今对本文式(21)(22)举例如下:已知某不完整承压井 $\frac{R}{T} = 2$, $\frac{s}{T} = 0.8$, (相应于 $\frac{T_0}{T} = 0.2$), $\frac{r_0}{T} = 0.1$, 试求 Q_r

$$\text{解:} \quad Q_r = Q/kT(H_R - h_0)$$

$$Q_r = 2\pi / \left[\ln \frac{2}{0.1} + \frac{0.2}{0.8} \ln \left(1 + 0.8 \times \frac{0.2}{0.1} \right) \right] = 1.942$$

弗兰克电拟试验值1.970

这样的计算相当简便,不必借助电子计算机。

以上我们讨论了承压不完整井渗流的计算公式,今将各家公式概括如下

$$Q = 2\pi kT(H_R - h_0) / \left[\ln \frac{R}{r_0} + f_0 \right]$$

1. 完整井: $f_0 = 0$

2. 莫斯卡特不完整井: $f_0 = \frac{T_0}{s} \ln \frac{4T}{r_0} - \frac{T}{2s} \ln \frac{\Gamma(0.875 \frac{s}{T}) \Gamma(0.125 \frac{s}{T})}{\Gamma(1 - 0.875 \frac{s}{T}) \Gamma(1 - 0.125 \frac{s}{T})}$, 或查图2

求 f_0

3. 英格尔不完整井: $f_0 = \ln \frac{r_0}{T_0} + \frac{T}{s} \ln \frac{(s+r_0)T_0}{(s+T_0)r_0}$

4. 李·博克, 本通不完整井: $f_0 = \ln \frac{T}{r_0} \left[\left(\frac{T}{s} \right)^n - 1 \right]$, n 查图3

5. 吴世余不完整井: f_0 见公式(8)

6. 陈济生不完整井 $f_0 = \frac{T_0}{s} \left[1 + \frac{s}{r_0} \frac{T}{r_0} \frac{2}{\pi} \ln \frac{1}{\sin \frac{\pi}{2} \frac{s}{T}} \right]$

7. 笔者不完整井 $f_0 = \frac{T_0}{s} \ln \left[1 + \frac{s}{T} \frac{T_0}{r_0} \right]$

在结束本节时, 顺便求一下承压不完整沟的修正系数 α , 由上我们得到了不完整沟的渗流量

$$q_{He} = kTH / (L + \frac{T_0^2}{T})$$

而完整沟为

$$q_c = kTH/L$$

不完整沟的修正系数 $\alpha = q_{He}/q_c$, 将上两式代入得

$$\alpha = 1 / \left[1 + \frac{T_0^2}{TL} \right] \quad (23)$$

此式相当简便, 而按苏联阿韦里亚诺夫(С.Ф.Аверьянов)及吴世余求得的 α 为

$$\alpha = 1 / \left[1 + \frac{2T}{\pi L} \ln \frac{1}{\sin \frac{\pi}{2} \cdot \frac{s}{T}} \right] \quad (24)$$

按式(23)(24)求得的 α 基本相同, 今列表计算如下

表2 α 值 计 算 结 果

$\frac{L}{T} = 1$	s/T	0.2	0.4	0.6	0.8	0.9
	α 式(23)	0.609	0.735	0.862	0.961	0.990
	α 式(24)	0.572	0.747	0.881	0.969	0.992
$\frac{L}{T} = 10$	s/T	0.2	0.4	0.6	0.8	0.9
	α 式(23)	0.940	0.965	0.984	0.996	0.999
	α 式(24)	0.930	0.967	0.986	0.997	0.999

下面列出各家公式计算结果与弗兰克电拟试验^[2]值对比, 见表3

二、潜水不完整井

众所周知, 潜水不完整井的渗流量计算公式为

$$Q = k\pi (H_R^2 - h_0^2) / \ln \frac{R}{r_0} \quad (25)$$

表 3

各家公式计算井渗流量(Q/kT)结果和电拟试验值对比

s/T	r_0/T	弗兰克 电拟试验	莫 斯 卡 特	柯赞尼	萨姆修	李、博克、 本通	英格尔	陈济生	沙金煌	吴世余
0.80	0.100	1.970	2.040	0.580	1.830		2.070	1.960	1.942	1.567
	0.075	1.300					1.869	1.780	1.809	
	0.050	1.570	1.590	1.970	1.470	1.500	1.640	1.570	1.552	
	0.025	1.300	1.310	1.460	1.250	1.250	1.348	1.300	1.287	
	0.010	1.050	1.050	1.110	1.000		1.086	1.060	1.050	
	0.005	0.925	0.920	0.940	0.875		0.946	0.923	0.915	
0.60	0.100	1.680	1.820	2.740	1.550		1.890	1.680	1.648	1.321
	0.075	1.520					1.678	1.510	1.452	
	0.050	1.320	1.360	1.890	1.210	1.270	1.442	1.320	1.295	
	0.025	1.080	1.090	1.370	0.986	1.050	1.153	1.070	1.060	
	0.010	0.854	0.862	0.984	0.796		0.906	0.856	0.844	
	0.005	0.744	0.745	0.790	0.695		0.778	0.741	0.732	
0.40	0.100	1.290	1.530	2.520	1.240		1.591	1.320	1.300	1.025
	0.075	1.170					1.384	1.170	1.156	
	0.050	0.999	1.270	1.660	0.920	1.000	1.159	1.010	0.993	
	0.025	0.816	0.830	1.140	0.736	0.816	0.896	0.802	0.800	
	0.010	0.627	0.639	0.780	0.580		0.682	0.626	0.620	
	0.005	0.542	0.541	0.610	0.499		0.575	0.535	0.531	
0.20	0.100	0.882	1.330	1.820	0.927		1.187	0.876	0.922	0.685
	0.075	0.772					0.998	0.758	0.800	
	0.050	0.654	0.765	1.150	0.614	0.651	0.801	0.635	0.666	
	0.025	0.516	0.540	0.766	0.458	0.527	0.583	0.486	0.507	
	0.010	0.382	0.386	0.488	0.344		0.418	0.365	0.378	
	0.005	0.325	0.318	0.366	0.289		0.342	0.305	0.315	
0.10	0.100	0.648	2.360	1.240	0.920		0.941	0.506	0.716	0.492
	0.075	0.546					0.762	0.507	0.605	
	0.050	0.453	0.655	0.765	0.457	0.418	0.585	0.411	0.485	
	0.025	0.346	0.380	0.493	0.304	0.328	0.395	0.301	0.348	
	0.010	0.240	0.244	0.304	0.211		0.265	0.216	0.241	
	0.005	0.200	0.193	0.219	0.171		0.207	0.176	0.194	
0.05	0.100	0.514					0.803	0.427	0.605	0.378
	0.075	0.493					0.632	0.355	0.498	
	0.050	0.370	1.160		0.458		0.462	0.278	0.383	
	0.025	0.257	0.327		0.228		0.290	0.193	0.255	
	0.010	0.167	0.166		0.137		0.177	0.130	0.163	
	0.005	0.130	0.122		0.105		0.132	0.103	0.124	
平均误差%			25.09	37.00	10.34	组次太 少, 无 法统计	15.00	6.455	2.850	组次太 少, 无 法统计
最大误差%			264.19	106.35	41.97		56.2	28.05	17.76	

而潜水不完整井渗流量计算公式,迄今为止,还没有成熟的计算公式,苏联恰尔内(И. Чарный)曾对莫斯卡特公式进行修正而得下式²¹

$$Q_q = \frac{2\pi kT(s-l)}{\frac{1}{2s/T} \left\{ 2 \ln \frac{4T}{r_0} - \ln \left[\Gamma \left(\frac{s}{T} \right) \right] \right\} - \ln \frac{4T}{R}} \cdot \left(\frac{1 + \frac{l}{s}}{2} \right) \quad (26)$$

弗兰克用电拟试验资料验证上式,并再修正上式,乘上一个系数 c 值,于是得潜水不完整渗流量公式为

$$Q = Q_q \cdot c \quad (27)$$

c 值见下表。

表4

不同 s/T , l/s , r_0/T 时的 c 值

s/T	l/s	r_0/T				
		0.10	0.065	0.055	0.045	0.035
0.80	0.00	1.02	1.04	1.03	1.01	1.02
	0.20	1.01	1.03			1.01
	0.50	1.00	1.01			1.00
0.60	0.00	1.14	1.11	1.11	1.07	1.06
	0.20	1.11	1.08			1.03
	0.50	1.09	1.04			1.02
0.40	0.00	1.29	1.23	1.20	1.16	1.13
	0.20	1.22				1.08
	0.50	1.13	1.07			1.04
0.20	0.00	1.45	1.39	1.34	1.30	1.22
	0.20	1.34	1.26			1.14
	0.50	1.19	1.11			1.08
0.10	0.00	1.57	1.49	1.42	1.39	1.29
	0.20	1.40	1.31			1.18
	0.50	1.23	1.14			1.10

由于恰尔内公式是莫斯卡特公式的变形,故上述莫斯卡特公式在应用上受到的局限性,也将是恰尔内公式的局限性。

现在我们来推求一个新的计算公式,以期能在精度上及简易性方面有所提高。

如图5所示,根据试验表明^[7],流线在 $a-a$ 线附近呈水平状, $a-a$ 线将渗流场分为上下两域,并将 l 等分为二。这样一来,上域是以 $a-a$ 线为不透水层的无压完整井,而下域则是以 $a-a$ 线为顶的承压不完整井,于是按前述方法,可分别得到上下两域的渗流量计算公式

$$\text{上域} \quad Q_{\text{上}} = k\pi \left[\left(H_R - T_0 - \frac{l}{2} \right)^2 - \left(h_0 - T_0 - \frac{l}{2} \right)^2 \right] / \ln \frac{R}{r_0} \quad (28)$$

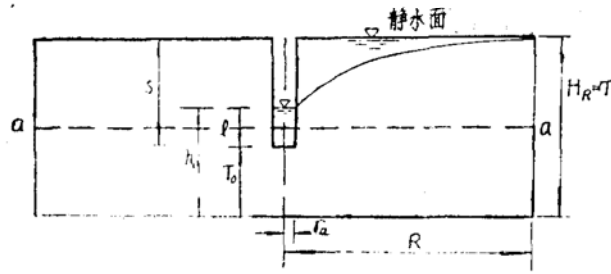


图 5

或写为
$$Q_{\pm} = k\pi H \left[\left(H_R - T_0 - \frac{l}{2} \right) + \left(h_0 - T_0 - \frac{l}{2} \right) \right] / \ln \frac{R}{r_0} \quad (29)$$

式中 $H = H_R - h_0$

下域
$$Q_{\mp} = 2\pi k \left(T_0 + \frac{l}{2} \right) (H_R - h_0) / \left[\ln \frac{R}{r_0} + f_0 \right] \quad (30)$$

而
$$f_0 = \frac{2T_0}{l} \ln \left[1 + \frac{T_0}{r_0} \frac{l}{(2T_0 + l)} \right] \quad (31)$$

$Q_{\pm} + Q_{\mp}$ 即为所求的潜水不完整渗流量公式

$$Q = k\pi H \left[\frac{(H_R + h_0) - (2T_0 + l)}{\ln \frac{R}{r_0}} + \frac{(2T_0 + l)}{\ln \frac{R}{r_0} + f_0} \right] \quad (32)$$

式中 $H = H_R - h_0$; $h_0 = l + T_0$; $f_0 = \frac{2T_0}{l} \cdot \ln \left[1 + \frac{T_0}{r_0} \frac{l}{(2T_0 + l)} \right]$

当为潜水完整井时, 则 $T_0 = 0$, 故 $f_0 = 0$, 于是上式即可转化为式(25), 现在我们再来简化上式, 因为式中 $(H_R + h_0) - (2T_0 + l) = s$ 故式(32)又可化简为

$$Q = k\pi H \left[\frac{s}{\ln \frac{R}{r_0}} + \frac{(2T_0 + l)}{\ln \frac{R}{r_0} + f_0} \right] \quad (33)$$

式(32)或式(33)就是本文求得的潜水不完整井渗流量计算公式, 计算结果与弗兰克的电拟试验资料对比表明, 式(33)的精确性是相当高的, 而计算又很方便实用, 今举例如下

【例】已知 $\frac{R}{T} = 2$, $\frac{s}{T} = 0.1$ (则 $\frac{T_0}{T} = 0.9$), $\frac{r_0}{T} = 0.065$, $\frac{l}{s} = 0.5$,

求 Q

【解】
$$f_0 = \frac{2 \times 0.9}{0.1 \times 0.5} \ln \left[1 + \frac{0.9}{0.065} \times \frac{0.1 \times 0.5}{(2 \times 0.9 + 0.1 \times 0.5)} \right] = 11.44$$

代入式(33)得

$$Q = k\pi H \left[\frac{0.1}{\ln(2/0.065)} + \frac{2 \times 0.9 + 0.1 \times 0.5}{\ln(2/0.065) + 11.44} \right] = 0.4825kH$$

本例 $H = 0.05$, $H = H_R - h_0 = T - h_0 = 1 - (l + T_0) = 1 - (0.05 + 0.9) = 0.05$

故 $Q = 0.4825kH = 0.024k$

弗兰克电拟试验值 $Q = 0.022k$

恰尔内公式 $Q = 0.019k$

由此可见，本文公式在此例中优于恰尔内公式，今将本文公式(33)和弗兰克电拟试验值及恰尔内公式结果一并列入下表。

表5 潜水不完整井渗流量 Q/kH (当 $R/T = 2.0$ 时)

s/T	l/s	r_0/T								
		0.10			0.065			0.035		
		式(33)	恰尔内	试验	式(33)	恰尔内	试验	式(33)	恰尔内	试验
0.80	0.20	0.809	0.767	0.777	0.694	0.652	0.671	0.571	0.550	0.554
	0.50	0.608	0.599	0.600	0.523	0.510	0.514	0.434	0.492	0.430
	0.90	—	0.151	—	—	—	—	—	—	—
0.60	0.20	0.541	0.506	0.577	0.452	0.416	0.450	0.360	0.346	0.354
	0.50	0.397	0.377	0.410	0.336	0.325	0.336	0.273	0.270	0.275
	0.90	0.095	0.095	—	—	—	—	—	—	—
0.40	0.20	0.300	0.247	0.302	0.240	0.215	—	0.185	0.174	0.188
	0.50	0.215	0.193	0.218	0.177	0.168	0.179	0.139	0.136	0.141
	0.90	0.050	0.048	—	—	—	—	—	—	—
0.20	0.20	0.115	0.085	0.114	0.088	0.069	0.088	0.063	0.056	0.064
	0.50	0.079	0.066	0.078	0.062	0.054	0.060	0.046	0.044	0.047
	0.90	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0.10	0.20	0.048	0.031	0.044	0.036	0.025	0.033	0.023	0.018	0.0224
	0.50	0.032	0.024	0.029	0.024	0.019	0.022	0.0165	0.0148	0.0164
	0.90	—	—	—	—	—	—	—	—	—

由上表29个组次统计得下表

	平均误差	最大误差
公式(33)	2.865%	10.34%
恰尔内公式	11.596%	24.24%

参 考 文 献

- [1] 克尔克姆，不完整井渗流的精确理论，美国地球物理研究，1959，Vol. 64. No.9.

- [2] O. L. 弗兰克, 不完整井的水流过程, 南京水利科学研究所渗流译文汇编, 第7辑, 1973。
- [3] K. Ingerle, Zur Berechnung des Unvollkommenen Brunnens. WASSERWIRTSCHAFT Juli/August, 1979。
- [4] 陈济生, 不完整井压力渗流问题的一种近似解, 水利学报, 1980, No. 4。
- [5] Цань Цзю-шэн, Фильтрационный расчёт вертикального дренажа в основании земляной плотины, Гидротехника и мелиорация 1955 No.4。
- [6] 安徽水科所, 多层地基和减压井沟的渗流计算理论, 水利出版社, 1980。
- [7] 薛禹群, 朱学愚, 地下水动力学, 地质出版社, 1979。

The Approximate Calculation of Partially Penetrating Well

Sha Jin-xuan

(Nanjing Hydraulic Research Institute)

Abstract

Complicated seepage problems can be solved satisfactorily with simplified mathematical solutions if correct explanations are made for seepage flow net.

In this paper, a detailed description is given on an easy method which uses weighted mean streamline length to simulate the local additional resistance for three dimensional flow problems of partially penetrating wells in confined and unconfined aquifers, thus simplifying the solutions for complicated seepage problems.

Formulas (21) and (22) for calculating the discharge of partially penetrating wells are not only simple but also accurate as compared with approximate calculating formulas at home and abroad.