

专题综述

岩土工程的可靠性分析(续二)

高大钊

(同济大学, 上海)

七、优化的基本概念

系统分析的目的在于给出方案间的优劣比较。按逻辑推理程序由系统概念形成问题,由问题产生目标,然后依照目标去寻求最佳方案。目标可用目标函数把可控因素和不可控因素的影响表示出来。

$$\text{目标函数} \quad S = \phi(x_i, y_i) \quad (63)$$

$$\text{约束条件} \quad a_i \leq x_i \leq b_i$$

式中 x_i, y_i ——分别为可控因素及不可控因素。

优化时有两种情况,一种是用等量的耗费取得最大的效果,另一种是以最少的耗费取得相同的效果。可见优化问题总是与工程造价、经济分析联系在一起的,近代的优化是建立在概率方法的基础上的。

评价方案优劣时,如果只涉及一个因素称为单因素优化,如果涉及几个因素就称为多因素优化,有时因素之间互相矛盾而不能同时达到各自的最优状态,只能采取折衷的办法。

下面讨论保持系统功能相同的条件下,用造价来表示目标函数的方法。

岩土工程的造价由三个部分组成:①基本造价 I ;②正比例于平均能力的造价 $\lambda \bar{C}$;③系统破坏时需付出的代价 E_f 。在上述三项中最难估计的是 E_f ,假如大坝一旦毁坏就会造成巨大的生命财产损失;铁路干线一旦中断就会造成连锁反应的经济损失,这些都要作专门的经济分析,至于工程事故所造成威信的损失更难以用经济指标来表示,研究经济问题是可靠性工程学中的一个专门课题。

有两种估计破坏代价的简化方法,第一种是以年破坏概率 P_a 为基础,考虑使用年限和贴现率的方法。

$$E_f = f \cdot n \cdot P_a \cdot k \cdot E_c \quad (64)$$

式中 P_a ——年破坏概率,根据事故调查得出;

n ——工程使用年限;

f ——为贴现率有关的系数,如 $f = 1$ 表示不贴现;

k ——表示事故潜在危险的系数;

$E_c = I + \lambda \bar{C}$, 为施工造价。

第二种是以计算破坏概率为基础乘以综合系数 η 的方法。

$$E_f = \eta P_f E_c \quad (65)$$

式中的 η 可以看作是第一种方法中 f 与 k 的乘积,它是一个综合反映工程所处的条件与贴现率的系数,对于不贴现的情况, η 就只表示事故潜在的危险性。

总造价是前述三项的总和。

$$E = (I + \lambda \bar{C})(1 + \eta P_f) = E_c(1 + \eta P_f) \quad (66)$$

公式(66)就是目标函数的一般表达式。我们举一个基坑开挖边坡稳定的例子,在坡高和基坑底面积一定的条件下,坡角 β 是决定技术经济条件的可控因素。 β 愈小,土坡愈安全,但挖方工程量,造价

也愈高, β 愈大, 土坡愈陡愈不安全, 但挖方工程量少、施工造价低。为了简化计算, 令 E_0 为坡角 45° 时的额定施工造价, 并取 $E^* = \frac{E}{E_0}$, $E_c^* = \frac{E_c}{E_0}$ 则目标函数可表达为

$$E^* = E_c^* (1 + \eta P_f) \quad (67)$$

在公式(67)中, E_c^* 仅与断面几何形状及施工定额有关, 仅仅是可控因素 β 的函数, η 是个常数, 而 P_f 则是可控因素 β 和不可控因素 c, ϕ 的函数。约束条件可取为

$$30^\circ \leq \beta \leq 70^\circ$$

假定能力服从正态分布, 需求作为确定性的数值, 则破坏概率由下式给出:

$$P_f = \frac{1}{2} - \psi \left[\frac{CFS - 1}{CFS \cdot V_{Mc}} \right] \quad (68)$$

如取抗滑力矩 M_c 的变异系数 $V_{Mc} = 0.10$, 则中心安全系数取不同数值时破坏概率的计算值如表 6 所示。

表 6

CFS	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
u	0	0.91	1.67	2.31	2.86	3.33
P_f	0.500	0.181	0.047	0.010	2.1×10^{-3}	4.3×10^{-4}

按公式(67)计算(取 $\eta = 10$)所得的优化曲线见图11, 从图可以看出, 最优坡角在 50° 左右, 最优中心安全系数约 1.28。优化曲线还表明, 盲目减少中心安全系数并不会带来经济的后果, 因为虽然降低了施工费用, 但土坡的破坏概率很快增大, 总造价反而上升。

下面讨论多因素优化问题。同时存在 n 个破坏模式, 如每一种破坏模式都会使系统失效, 应当用串联元件的计算公式(54)。若各个破坏模式互相独立, 则可忽略交叉积, 故 $P_f = \sum P_i$, 公式(66)可写成

$$E = (I + \sum_{i=1}^n \lambda_i \bar{D}_i CFS_i) (1 + \sum_{i=1}^n \eta_i P_i) \quad (69)$$

式中 $\bar{D}_i$ ——每一种破坏模式的平均需求;

CFS_i ——每一种破坏模式的中心安全系数;

P_i ——每一种破坏模式的破坏概率。

优化的目的是要找出总期望造价最小的最优组合, 两个因素优化的概念如图12所示, 曲面的最低点就是最优点。三个以上因素的优化就无法用图形表示了。

挡土墙设计时一般要分别验算地基承载力、倾覆稳定和抗滑稳定性, 这时有三个破坏模式, 三个不同的安全系数和破坏概率, 属于三因素优化问题。

【例10】挡土墙高 6 m, 填土表面水平, 填土内摩擦角均值 $\bar{\phi} = 35^\circ$, 标准差 3° , 地基土内摩擦角均值 $\bar{\phi}_F = 37^\circ$, 标准差 2° , 填土和地基土均为无粘性土($c = 0$), 挡土墙和填土之间的摩擦角均值 $\bar{\delta} = 29^\circ$, 标准差 2.8° , 挡土墙和地基土之间的摩擦角均值 $\bar{\delta}_F = 30^\circ$, 标准差 3° , 填土和地基土的容重相等, $\gamma = 1.73 \text{ t/m}^3$ 。如改变挡土墙的顶宽、底宽及墙背倾角这三个可控因素进行不同组合的计算, 在用公式(69)计算总期望造价时, 假定倾复情况的 $\eta_1 = 5$, 承载力的 $\eta_2 = 3$, 滑动时 $\eta_3 = 1$, 最少配筋的混凝土单价为填土单价的 6 倍^[5]。

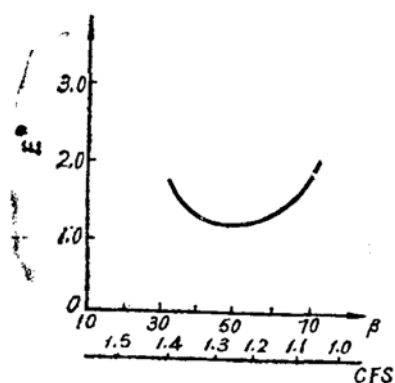


图11

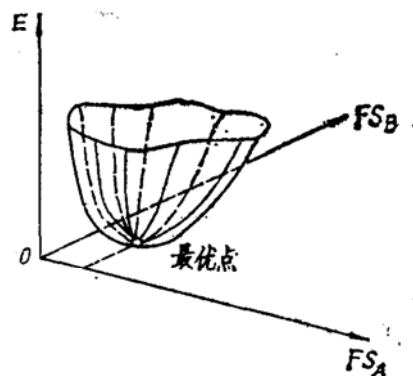


图12

表7给出了不同组合的总期望造价,对于其中第2号方案三种破坏模式的破坏概率计算结果列于表8中。

从表7可以看出,总期望造价最小的方案是13号,但三种破坏模式的破坏概率都是比较高的,因此并不可取。而16号方案的总期望造价虽比13号方案稍大一些,但三个破坏概率都较小而且较均衡,尽管施工造价比13号方案高,但可预料工程质量会较好;处理费用较低。13号方案虽然施工造价最低,但因破坏概率较高,预期工程质量较差,化在处理上的费用较高。如果仅仅从施工造价来考虑,15号方案的造价不高,所用安全系数较小,但从工程可靠性分析来看,15号方案并不是一个经济的方案,总期望造价比13和16号方案高得多,而且倾覆破坏概率很高,三个破坏概率非常不均衡。

表7

方案号	情况	墙顶宽 (m)	墙底宽 (m)	倾角 (°)	中心安全系数			施工 造价	$\eta P_f E_c$			总期望 造价 E
					倾覆	承载力	滑动		倾覆	承载力	滑动	
1		0.3	1.5	90	1.2	1.9	1.4	64.8	56.1	20.8	1.0	142.7
2		0.3	1.8	90	1.9	3.7	1.6	69.8	0.1	2.7	0.2	72.8
3		0.3	2.1	90	2.9	5.7	1.8	74.5	≈0	1.4	0.1	76.0
4		0.3	2.4	90	4.3	8.0	2.0	79.7	≈0	1.2	≈0	80.9
5		0.6	1.8	90	2.1	3.9	1.8	74.8	≈0	2.1	0.1	77.0
6		0.6	2.1	90	3.2	5.8	2.0	79.7	≈0	1.3	≈0	81.0
7		0.6	2.4	90	4.7	8.0	2.2	84.9	≈0	1.2	≈0	86.1
8		0.9	2.1	90	3.4	5.7	2.2	84.4	≈0	1.3	≈0	85.7
9		0.9	2.4	90	5.0	7.9	2.3	89.7	≈0	1.2	≈0	90.9
10		0.3	1.8	93	1.7	2.8	1.6	70.8	0.7	4.5	0.2	76.2
11		0.3	2.1	93	2.7	4.6	1.8	75.3	≈0	1.6	0.1	77.0
12		0.3	2.4	93	4.2	6.7	1.9	80.6	≈0	1.3	0.1	82.0
13		0.3	1.5	84	1.6	3.6	1.5	63.3	1.3	4.0	0.8	69.4
14		0.6	1.5	84	1.8	4.2	1.7	68.1	0.1	2.7	0.1	71.0
15		0.3	1.5	87	1.4	2.7	1.4	63.7	12.1	7.8	0.9	84.5
16		0.3	1.8	87	2.1	4.7	1.6	68.9	≈0	0.4	0.2	69.5
17		0.6	1.5	87	1.6	3.0	1.6	69.2	1.4	4.6	0.1	75.3
18		0.6	1.8	87	2.3	5.0	1.8	73.9	≈0	1.8	0.1	75.8

注:表中施工造价及总期望造价的单位均为美元/英尺。

表 8

破坏模式	平均安全储备 $\overline{SM}$	安全储备标准差 $\hat{\sigma}_{SM}$	$\frac{\overline{SM}}{\hat{\sigma}_{SM}}$	破坏概率 P_f	中心安全系数
倾 覆	8.85 t·m/m	2.32 t·m/m	3.81	0.7×10^{-4}	1.9
承 载 力	52.1 t/m	23.2 t/m	2.24	126×10^{-4}	3.7
滑 动	4.2 t/m	1.5 t/m	2.80	26×10^{-4}	1.6

八、决策论在岩土工程中的应用

决策就是对若干个可行的方案进行选择,以期优化地达到目标。决策的基本概念包括四个方面:①决策总是为了达到一个既定的目标,没有目标就无从决策;②决策总是要付诸实施的,不准备实施的决策是多余的;③决策总是在一定条件下寻求优化目标和优化地达到目标,不追求优化,决策是没有意义的;④决策总是在若干个可行的方案中进行选择,只有一个方案就无从选择、无从优化。

决策分为确定性决策、风险决策和未定性决策三类。下面讨论有关决策的一些主要问题。

(一)支付矩阵和决策树

决策者面临的各种可能发生的天然状态记作 θ_j ,而可供选择用以对付 θ_j 的各种方案或策略记为 A_i 。例如在沉井施工中,流砂、倾侧、超沉等都是可能发生的天然状态,至于是否发生则取决于地质条件、施工方法和施工管理等许多因素,决策者可以采取一些对策来对付这几种可能发生的情况。由 A_i 与 θ_j 构成的决策模型 $V = F(A_i, \theta_j)$ 可用表 9 所示的支付矩阵来表示。对应于每一种策略和状态的组合将有一个支付,这支付可能是得利或损失。如将每一种组合的造价记为 E_{ij} ,再取任一组合的造价作为额定造价 E_0 ,则取 $E_0 - E_{ij} = V_{ij}$, V_{ij} 即为支付,正值表示相对于 E_0 而言是得利的,负值则表示损失。表 10 是一个支付矩阵的数例。

表 9

θ_j	未 知 因 素			
	θ_1	θ_2		θ_n
A_1	V_{11}	V_{12}		V_{1n}
A_2	V_{21}	V_{22}		V_{2n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
A_m	V_{m1}	V_{m2}		V_{mn}

表 10

θ_j	θ_1	θ_2	θ_3
A_i			
A_1	0	600	1,000
A_2	200	400	200
A_3	-400	400	1,000
A_4	1,000	-1,000	1,400

树图是一种有用的表示方法,它能使复杂的关系逻辑化和条理化。图 13 是树图的一个例子,从原点开始有二个分叉表示二种状态 θ ,每一种状态 θ 又有两个输出 Z , θ 的概率分别为 0.4 和 0.6,图上注的 $P[Z|\theta]$ 称为条件概率,表示在 θ 出现的条件下 Z 的概率。根据树图所表示的相互关系我们可以分别计算 Z_1 和 Z_2 的全概率:

$$P[Z_1] = P[Z_1|\theta_1]P[\theta_1] + P[Z_1|\theta_2]P[\theta_2]$$

$$P[Z_2] = P[Z_2|\theta_1]P[\theta_1] + P[Z_2|\theta_2]P[\theta_2]$$

下面我们讨论一个算例。

【例11】根据经验得知在砂层下面可能是粘土也可能是粉土,机会各占一半;如果找到粘土或粉土后,则有一半的可能是变层,其中出现砂的可能性又是一半,问在第三层找到砂的概率是多少?

这样多层次的概率计算可用图14所示的树图来表示,原点为砂,有两个分叉各为粘土和粉土,其概率均为0.50,粘土和粉土又各分为三个分叉,不变层的概率是0.50,变为其余二类土的概率各为0.25。根据题意,顺着砂-粘土-砂和砂-粉土-砂两条路线计算全概率。

$$P[S] = 0.25 \times 0.50 + 0.25 \times 0.50 = 0.25$$

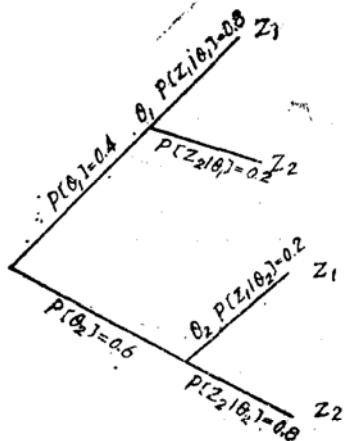


图13

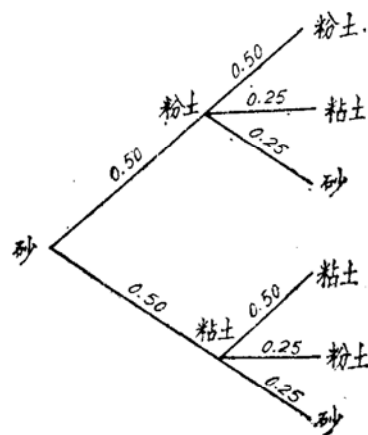


图14

用于决策的树图称为决策树,它实质上仍是一种概率的运算,这在下面还要具体讲到。

(二)决策准则

科学决策的成败在很大程度上依赖于决策者的科学素养,包括直观判断,逻辑推理,经验分析等,同时亦依赖于决策者所遵循的决策准则。概括来说,有五种不同的决策准则,

1.最大最大准则,又称为大中取大准则或乐观准则。这是赫维兹(Hurwicz)提倡的,他基于对自然状态作最乐观的估计,认为应当选取最大得利的方案。当然这要冒很大的风险,如果事与愿违,就可能损失惨重。我们通过一个例子来说明如何运用这个准则。

在一个特定的场地考虑有三种可能的状态 θ_1 , θ_2 和 θ_3 。 θ_1 表示存在着一个未被发现的高压缩性透镜体; θ_2 表示有一个深度不明的基岩; θ_3 表示地下水位的随机波动。有四种可供选择的方案, A_1 表示将所有的柱荷载都支承在打到基岩的桩上; A_2 表示用独立的浅基础; A_3 表示用片筏基础; A_4 表示部分重的柱荷载通过桩传递给基岩,而将轻的柱荷载支承于独立基础之上。对每一种组合,按造价计算得利,并列出如表10所示的支付矩阵。

根据乐观准则对表10的支付矩阵进行决策将会选择 A_4 方案。这是因为 A_1 方案的最大得利为1,000, A_2 方案为400, A_3 方案为1,000, A_4 方案为1,400,以 A_4 方案的得利为最大。但如果碰到的状态是 θ_2 而不是 θ_3 ,将会损失1,000,因此这种准则是一种冒险的方针。

2.最大最小准则,又称小中取大准则或悲观准则。这是悲观主义者沃尔德(Wald)提出的。他对大自然的估计总是最悲观的,凡事作最保守的估计,因此每种策略只敢取最小支付。当然,人们总是在不利的条件下去寻找最好的结果,也就是努力从最坏中去追求较好的后果。按这个准则在表10中得 A_1 方案最小得利为零, A_2 方案为200, A_3 方案为-400, A_4 方案为-1,000,在这四个最小得利中200为最大值,因此取 A_2 方案。这是一种稳妥的,冒险性最小的方针。

3.最小最大准则,又称为大中取小准则或后悔准则。这是萨维奇(Savage)提出的。他认为处事以憾事

愈小愈好。因为在作出决策以后总会与事实有一些出入,问题在于出入有多大,如果出入很小当然感到高兴,如出入很大,遭到损失就会感到后悔。这种后悔如加以定量化就是由后悔指数构成的后悔矩阵。我们仍以表10为例,在 θ_1 列中,最大得利是 A_4 方案的1,000,如选择 A_4 而碰上 θ_1 当然一点不后悔,就取后悔指数为 $1,000 - 1,000 = 0$;如果不幸选择了 A_1 方案,得利为零,其后悔指数为 $1,000 - 0 = 1,000$;更为糟糕的是选择 A_3 ,非但不能得利反而要损失400,这时后悔指数为 $1,000 - (-400) = 1,400$ 。对于其它组合,也可以用同样方法计算后悔指数,并列出后悔矩阵于表11中。根据后悔矩阵决策时,先写出每一方案的最大后悔,然后从中选取最小值的方案,在这个例子中选取 A_1 方案,因为在最大后悔中的最小值是1,000。

表11

A_i	θ_1	θ_2	θ_3	最大后悔
A_1	1,000	0	400	1,000 ←最小值
A_2	800	200	1,200	1,200
A_3	1,400	200	400	1,400
A_4	0	1,600	0	1,600

4. 期望值准则。由于乐观准则过分地估计了自然状态,有时会出现事与愿违的情况。为了减少盲目性,提出了乐观系数的概念。在岩土工程中,乐观系数是根据野外勘探、原位试验及室内试验的数据及其可靠性来选择的。如果在许多钻孔中都没有发现软弱透镜体,可以给 θ_1 以较小的乐观系数,如果在很多钻孔中发现了,应当给以较高的乐观系数。归根到底,还是根据工程师的经验以及他对勘探资料的判断,给各种状态出现的概率作一经验估计。假如给表10中各个状态的乐观系数为

$$P[\theta_1] = 0.60, P[\theta_2] = 0.10, P[\theta_3] = 0.30,$$

乐观系数构成了一个概率向量。对于表10的支付矩阵,

$$V(A_1) = 0 \times 0.60 + 600 \times 0.10 + 1,000 \times 0.30 = 360$$

$$V(A_2) = 220, V(A_3) = 100, V(A_4) = 920$$

然后按最大期望支付选择方案 A_4 。

5. 状态等概准则。当决策者没有理由相信某种状态比另一种状态更有希望出现时,一般的信念和惯例是假设各种状态具有同等的可能性,这相当于对每一种状态都取乐观系数为 $\frac{1}{n}$, n 为状态数目。对于表10的支付矩阵,

$$V(A_1) = 0 \times \frac{1}{3} + 600 \times \frac{1}{3} + 1000 \times \frac{1}{3} = 533$$

$$V(A_2) = 267, V(A_3) = 333, V(A_4) = 467$$

因而选择 A_1 方案。

(三) 贝斯法则①(Bayes Theorem)的应用

在采用期望值决策准则时,决策者要根据自己的经验对各种状态发生的可能性作出概率估计,这样的信息称为先验概率,假如再作一些试验或观测来进一步验证先验概率并加以修正,就能得到后验概率应用于决策。这就要应用贝斯法则计算后验概率。

设状态为 θ_i ,先验概率用 $P'[\theta_i]$ 表示,后验概率以 $P''[\theta_i]$ 表示,试验输出记为 Z ,以状态 θ_i 为条件的试验输出 Z 的概率称为试验概率 $P[Z | \theta_i]$,则后验概率由下式求得:

① Bayes 习惯译为“贝叶斯”,现按辛华编“英语姓名译名手册”(修订本)译为“贝斯”。

$$P''[\theta_i] = \frac{P[Z | \theta_i] P'[\theta_i]}{\sum_{i=1}^n P[Z | \theta_i] P'[\theta_i]} \quad (70)$$

【例12】钻孔记录表明在剖面上砂层为30%，粉质砂土层为25%，粉质粘土为25%，粘土为20%，在各层土中按土层厚度比例取土。根据土样质量检查发现砂样中只有27%是合格的，粉质砂土只有10%，粉质粘土为30%，粘土合格率为50%。如果我们希望描述某一特定深度处的土层，问随机取样中能提供合格土样的概率是多少？

这个问题可以用贝斯公式计算，将剖面上各类土出现的概率作为先验概率 $P'[\theta_i]$ ，令合格土样为 Z ，则在各类土中的合格率作为试验概率 $P[Z | \theta_i]$ ，分别代入公式(70)。

$$\text{对砂土 } P''[\theta_1] = \frac{0.30 \times 0.27}{0.30 \times 0.27 + 0.25 \times 0.10 + 0.25 \times 0.30 + 0.20 \times 0.50} = \frac{0.08}{0.28} = 0.29$$

$$\text{对粉质砂土 } P''[\theta_2] = \frac{0.25 \times 0.10}{0.28} = 0.09$$

$$\text{对粉质粘土 } P''[\theta_3] = \frac{0.25 \times 0.30}{0.28} = 0.27$$

$$\text{对粘土 } P''[\theta_4] = \frac{0.20 \times 0.50}{0.28} = 0.36$$

贝斯法则还可以用于预测设计参数的后验概率。

(四) 贝斯决策①(Bayesian Decision)

贝斯决策是基于概率基础上的一个著名决策方法，它有三个分析部分，下面结合一个例子来讨论它的步骤和方法。

1. 事前分析

为了决策，需要得到经验概率分布，这种概率分析工作是在开始决策以前进行的，故称事前分析。它包括获得先验概率和试验概率二个内容。

例如，有一个土坡要进行设计，根据已经积累的无侧限抗压强度试验资料，可以求得先验概率，其中三个区间的分布概率如表12所示。如果对这项工程要补做单剪试验，其结果为三角形的经验分布如图15所示^[6]。

表12

θ_i	$S_i \text{ kg/cm}^2$	$P'[\theta_i]$
θ_1	0.34	0.33
θ_2	0.42	0.13
θ_3	0.51	0.02

① Bayesian Decision 是应用 Bayes Theorem 的一种决策方法 (见 Operations Research, An Annotated Bibliography, 1959.No.9018)。

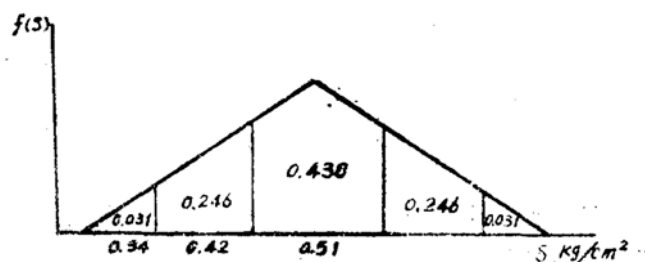


图15

2. 事后分析

在得到先验概率和试验概率之后, 用贝斯公式求后验概率 $P''[\theta_i]$, 这个后验概率实际上就是以 Z 为条件的 θ_i 出现的条件概率, 即 $P''[\theta_i] = P[\theta_i | Z]$ 。

根据表12, 我们可以取 $S = 0.51 \text{ kg/cm}^2$ 进行设计, 与先验概率比较, 用得可能过高, 亦可用 $S = 0.42 \text{ kg/cm}^2$ 或 $S = 0.34 \text{ kg/cm}^2$ 进行设计, 令这种取值记为 Z_i , 以 Z_i 为条件求得各种天然状态 θ_i 的条件概率组合如表13所示。在计算表13中各项时, 贝斯公式中各项 $P[Z | \theta_i]$ 由表14给出。例:

$$P[\theta_1 | Z_1] = P[0.34 | 0.34] = \frac{0.438 \times 0.33}{0.438 \times 0.33 + 0.246 \times 0.13 + 0.031 \times 0.02} = 0.816$$

其余各项计算结果均示于表13中。

表13

$Z_i \backslash \theta_i$	0.34 kg/cm ²	0.42 kg/cm ²	0.51 kg/cm ²
	$P'[\theta_1] = 0.33$	$P'[\theta_2] = 0.13$	$P'[\theta_3] = 0.02$
0.34 kg/cm ²	$P[\theta_1 Z_1] = 0.816$	$P[\theta_2 Z_1] = 0.181$	$P[\theta_3 Z_1] = 0.003$
0.42 kg/cm ²	$P[\theta_1 Z_2] = 0.568$	$P[\theta_2 Z_2] = 0.398$	$P[\theta_3 Z_2] = 0.034$
0.51 kg/cm ²	$P[\theta_1 Z_3] = 0.200$	$P[\theta_2 Z_3] = 0.628$	$P[\theta_3 Z_3] = 0.173$

表14

$Z_i \backslash \theta_i$	0.34 kg/cm ²	0.42 kg/cm ²	0.51 kg/cm ²
0.34 kg/cm ²	$P[Z_1 \theta_1] = 0.438$	$P[Z_1 \theta_2] = 0.246$	$P[Z_1 \theta_3] = 0.031$
0.42 kg/cm ²	$P[Z_2 \theta_1] = 0.246$	$P[Z_2 \theta_2] = 0.438$	$P[Z_2 \theta_3] = 0.246$
0.51 kg/cm ²	$P[Z_3 \theta_1] = 0.031$	$P[Z_3 \theta_2] = 0.246$	$P[Z_3 \theta_3] = 0.438$

不同的试验输出 Z_i 出现的概率计算如下

$$\begin{aligned}
 P[Z_1] &= \frac{0.438 \times 0.33 + 0.246 \times 0.13 + 0.031 \times 0.02}{(0.438 \times 0.33 + 0.246 \times 0.13 + 0.031 \times 0.02) + (0.246 \times 0.33 + 0.438 \times 0.13 + 0.246 \times 0.02) + 0.031 \times 0.02} \\
 &= \frac{0.177}{0.177 + 0.143 + 0.051} = 0.477;
 \end{aligned}$$

$$P[Z_2] = \frac{0.143}{0.371} = 0.385;$$

$$P[Z_3] = \frac{0.051}{0.371} = 0.137$$

3. 预事后分析

预事后分析可利用决策树进行。将前面二步计算的结果画到如图16所示的决策树上。从原点开始有二种选择,一种是按先验概率立即进行设计,这称为反应,另一种是取得试验输出后再分三个分叉,各按不同的输出 Z_i 为条件计算后验概率然后进行设计,各得不同的造价,造价按下式计算:

$$E = (I + \lambda CFS) + P_f E_f \quad (71)$$

在这个算例中, I 取0.4, λ 取2, $P_f = 4 \times 10^{-3}$, E_f 取25。按公式(71)计算的造价亦画在决策树上。

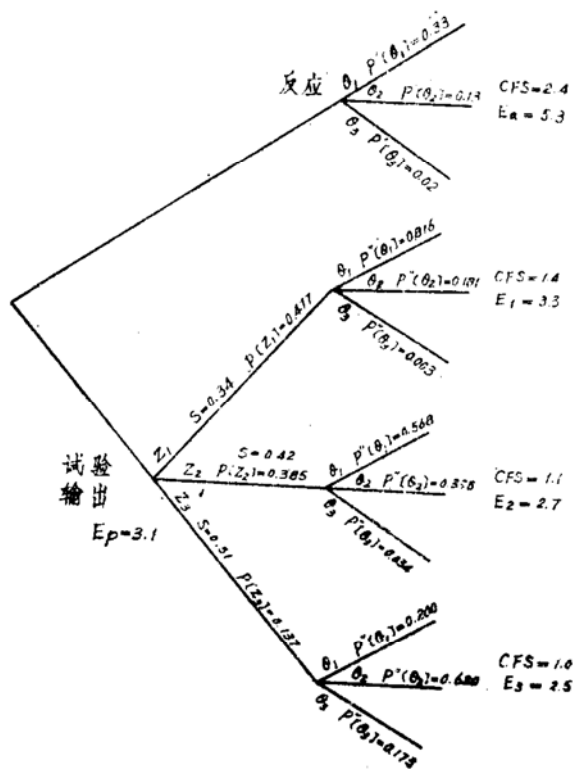


图16

对于试验输出的分支,造价 E_P 包括三个不同输出 Z_i 的期望值和试验费用 E_c , 取 $E_c = 0.2$, 则

$$E_P = E_1 P[Z_1] + E_2 P[Z_2] + E_3 P[Z_3] + E_c = 3.1$$

与反应的分叉比较 $E_P < E_R$, 因此决定采取再做单剪试验的方案使总造价降低。

参 考 文 献

- [1] Meyerhof, G. G., Safety Factors in Soil Mechanics, Canadian Geotechnical Journal, Vol. 7, No.4, 1970, pp. 349~355.
- [2] Bowles, J. E., Foundation Analysis and Design, Second Edition, McGraw Hill Book Company, 1977, p. 141.
- [3] Harr, M. E., Mechanics of Particulate Media——A Probabilistic Approach, McGraw Hill Book Company, 1977.
- [4] Tang, W. H., Probabilistic Evaluation of Loads, J. Geotech. Div., ASCE, Vol. 107, No. SM3, 1981, pp. 287~304.
- [5] Höeg, K. and Murarka, R. P., Probabilistic Analysis and Design of a Retaining Wall, J. Geotech. Div., ASCE. Vol. 100, No. GT3. 1974, pp. 349~366.
- [6] Wu, T. H., Uncertainty, Safety and Decision in Soil Engineering, J. Geotech. Div., ASCE, Vol. 100, No. GT3. 1974, pp. 329~348.

(完)