

# 利用变系数差分法分析吹填土固结特性

闫澍旺<sup>1, 2</sup>, 贾沼淋<sup>1, 2</sup>, 郭炳川<sup>1, 2</sup>, 孙立强<sup>1, 2</sup>

(1. 天津大学建筑工程学院, 天津 300072; 2. 天津大学水利工程仿真与安全国家重点实验室, 天津 300072)

**摘要:** 按照真空预压规范设计的吹填土固结时间, 经常发生吹填土固结度达不到设计要求。规范是根据井径比对固结系数进行折减来考虑吹填土固结特性, 而吹填土的固结特性会受到加固过程中土体的孔隙比、渗透系数、压缩系数等因素随时间变化的影响。针对工程中出现的问题, 结合模型试验的结果以及对土体的固结特性进行研究, 用差分法对土体的固结情况进行数值计算。经与试验结果和差分法模拟结果对比, 验证了方法的合理性, 可作为实际工程的借鉴。

**关键词:** 真空预压; 巴隆理论; 变固结系数; 有限差分法

中图分类号: TU47 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2013)S2-0496-05

作者简介: 闫澍旺(1950-), 男, 教授, 主要从事岩土工程软土研究方面的工作。E-mail: yan\_shu旺@126.com。

## Consolidation characteristics of fillings by variable coefficients finite difference method

YAN Shu-wang<sup>1, 2</sup>, JIA Zhao-lin<sup>1, 2</sup>, GUO Bing-chuan<sup>1, 2</sup>, SUN Li-qiang<sup>1, 2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China; 2. State Key Laboratory of Hydraulic Engineering Simulation and Safety, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** In engineering practice, when using the vacuum preloading technique to improve the hydraulic filled slurry, the consolidation degree usually cannot reach the expected value calculated by the current design code in China within the construction period. In the current design code, the consolidation behavior of the slurry is considered by discounting the consolidation coefficient. The observed data show that the consolidation procedure is influenced by several factors, such as the void ratio, permeability and compressibility. Practical engineering problems are discussed combined with the results of model tests by using the finite difference method. The test data agree well with the numerical calculation, indicating that the proposed numerical method is reasonable and can be used to guide the practical design.

**Key words:** vacuum preloading; Barron's theory; variable consolidation coefficient; finite difference method

## 0 引言

过去真空预压加固对象为天然沉积土层, 吹填土厚度为2 m左右, 采用Barron提出的砂井理论作为设计依据<sup>[1-2]</sup>, 与实测结果吻合较好。近年来, 为了缓解用地紧张, 围海造陆的面积逐年扩大, 不断向海中推进, 海床标高降低, 而地面标高(+6 m)不变, 导致需要加固的吹填土越来越厚<sup>[3]</sup>。已经发现原计算方法误差较大, 原固结理论用于这种土的适用性亟需讨论。研究固结度随时间改变的适用性时, 发现吹填土的渗透系数在固结过程降低非常快, 造成固结系数比常系数有很大降低。如果按照传统的计算时间而停止抽真空, 会引起固结度不足, 进而造成工程质量问题。

对于固结系数的变化, 邱长林等<sup>[4]</sup>提出渗透系数对固结速率的影响, 叶正强等<sup>[5]</sup>研究了渗透系数与孔隙比之间的非线性关系, 证实了在真空预压初期靠近

排水处的土体渗透性减弱, 固结速率减慢。谢新宇等<sup>[6]</sup>提出一维大变形固结的近似解, 但不适用于轴对称的真空预压模型, 高长胜应用常量井阻因子和涂抹因子来进一步完善Barron解等<sup>[7]</sup>, 只是将固结系数进行折减, 不能解释固结初期快后期慢的问题。本文结合巴隆理论, 通过运用差分法, 考虑固结系数变化来分析吹填土在真空预压下的固结规律。

## 1 理论分析

参照巴隆研究排水工作特性的方法, 取单根排水板作为研究对象, 见图1。

如图1所示, 取排水板有效排水半径 $r_e$ 范围土体

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(41272323); 天津市重点项目基金(11JCZDJC23900)

收稿日期: 2013-07-17

为一个单元, 土体上部为透水的砂垫层, 排水板长度为  $H$ , 坚直向下插在土中, 下层为不透水边界。

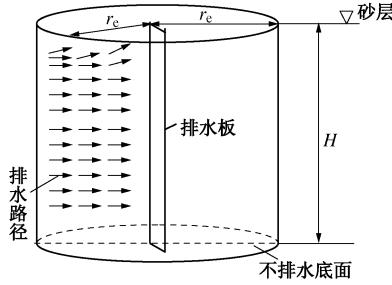


图 1 轴对称固结模型

Fig. 1 Axisymmetric consolidation model

### 1.1 传统方法

巴隆 (Barron) 结合达西定律和固结变形机理给出了三维问题的轴对称形式固结方程:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C_{vz} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + C_{vr} \left( \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right), \quad (1)$$

式中,  $C_{vr}$ ,  $C_{vz}$  分别为水平径向和竖直方向的固结系数。

假设固结系数为常数, 根据一维太沙基固结理论和巴隆理论可以分别求出竖向固结和径向固结的理论解。

竖向固结理论解, 超静孔隙压力表达式为

$$u_z(z, t) = u_0 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{M} \sin \frac{Mz}{H} e^{-M^2 T_z}, \quad (2)$$

竖向固结度

$$U_z(t) = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{-M^2 T_z}, \quad (3)$$

式中,  $M = \frac{(2m-1)\pi}{2}$ ,  $T_z$  为竖向时间因素,  $T_z = \frac{C_{vz} t}{H^2}$ 。

真空预压规范计算径向固结超静孔隙压力表达式为

$$u_r(r, t) = \frac{\bar{u}_0 e^{-\lambda}}{r_0^2 - F(n)} \left[ r_e^2 \ln \left( \frac{r}{r_w} \right) - \frac{r^2 - r_w^2}{2} \right], \quad (4)$$

$$\bar{u}_r = \bar{u}_0 e^{-\lambda}, \quad (5)$$

径向固结度为

$$U_r = 1 - e^{-\frac{8}{F(n)} T_r}. \quad (6)$$

式中  $F(n) = \frac{n^2}{n^2 - 1} \ln(n) - \frac{3n^2 - 1}{4n^2}$ ;  $n$  为井径比,

$$n = \frac{d_e}{d_w} = \frac{r_e}{r_w}; \quad T_r \text{ 为径向时间因数, } T_r = \frac{C_{vr} t}{4r_e},$$

分别求出竖向固结度和径向固结度后, 根据固结度定义求出地基的平均固结度  $U_{rz}$

$$U_{rz} = 1 - (1 - U_r)(1 - U_z). \quad (7)$$

### 1.2 变系数差分法

巴隆在计算上述固结方程时, 假设水平径向和竖向的固结系数为常数, 不随时间和固结压力的改变而变化, 这与实际工程不符。采用真空预压方法加速地基的固结时, 孔隙水由于受到负压作用, 流向排水板进而被抽出。靠近排水板位置的中心土体因排水路径短, 首先被排出, 先发生固结, 中心土体的固结度较高, 孔隙比较小, 渗透系数降低, 阻碍了远离排水板处的孔隙水排出, 从而降低了外层土体的固结速率。

这些都反映在固结方程中的固结系数上, 固结系数的表达式为

$$C_v = \frac{k(1+e)}{\gamma_w a}. \quad (8)$$

土体的渗透系数  $k$  和孔隙比  $e$  越小, 固结系数越小,  $\gamma_w$  为水的重度, 压缩系数  $a$  越小, 固结系数越大。

研究人员建立了大量的渗透系数和孔隙比之间存在相应的关系, 其中多数学者普遍认同  $k - e$  为指数关系, 即有

$$k = k_1 \cdot \exp(k_2 \cdot e), \quad (9)$$

式中,  $k_1$  和  $k_2$  为与土体塑性指数相关的拟合系数。

根据土体压缩系数和压缩指数的定义, 可以得到它们之间的关系为

$$a = \frac{1}{2.303} \frac{C_c}{\sigma'}, \quad (10)$$

式中,  $C_c$  为压缩指数,  $\sigma'$  为固结有效压力。

结合式 (8)、(9)、(10) 得到

$$C_v = 2.303 \frac{k_1 \cdot \exp(k_2 \cdot e) \cdot (1+e)}{\gamma_w C_c} \sigma', \quad (11)$$

对于正常固结黏土, 根据固结试验可知, 孔隙比和固结压力的对数呈线性关系。因此, 在真空荷载作用下, 孔隙比的变化可以写成

$$e = e_0 - \frac{C_c}{2.303} \cdot \ln \sigma' \quad (12)$$

式中,  $e_0$  为土体在固结压力为 1 kPa 时的孔隙比。将式 (12) 代入式 (11), 可得

$$C_v = 2.303 \frac{k_1 \cdot \exp \left[ k_2 \cdot \left( e_0 - \frac{C_c}{2.303} \ln \sigma' \right) \right] \cdot \left( 1 + e_0 - \frac{C_c}{2.303} \ln \sigma' \right)}{\gamma_w C_c} \sigma'. \quad (13)$$

从式 (13) 可以看出  $C_v$  是有效应力  $\sigma'$  的函数, 随着固结过程超孔压转化为有效应力, 土体的固结系数发生变化, 这种变化具有很强的非线性, 传统的分离变量法不能求出理论解, 只有通过差分法来解答, 江辉煌曾给出了一种砂井固结有限差分计算方法<sup>[8]</sup>, 但不能解决变固结系数问题。

使用差分法首先要设计差分计算网格, 设径向微小距离  $\Delta r$ , 坚向微小距离  $\Delta z$ , 时间间隔  $\Delta t$ 。分别用  $t$ ,  $i$  和  $k$  三个角标代表时间、径向距离和坚向距离。

然后将微分方程化为差分表达式:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_{t+1,i,k} - u_{t,i,k}}{\Delta t}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{u_{t,i,k+1} + u_{t,i,k-1} - 2u_{t,i,k}}{(\Delta z)^2}. \quad (15)$$

将式(14)、(15)代入式(1), 整理得到迭代方程为

$$u_{t+1,i,k} = \beta \left( u_{t,i,k} + u_{t,i,k-1} + u_{t,i-1,k} + \frac{1+i}{i} u_{t,i,k} \right) + \left( 1 - 4\beta - \frac{\beta}{i} \right) u_{t,i,k}, \quad (16)$$

式中,  $\beta = \frac{C_{vz} \cdot \Delta t}{(\Delta z)^2} = \frac{C_{vr} \cdot \Delta t}{(\Delta r)^2}$ 。

如果固结系数不变,  $\Delta t$  不变,  $\beta$  不变, 通过上式求得的结果与 Ballon 理论的解析解一致。当固结系数变化时, 还需对孔隙压力进行判断, 进而改变固结系数  $C_{vr}$ 。

对于每次计算  $u_{t+1,i,k}$  时, 首先要对上一时刻  $u_{t,i,k}$  进行判断, 求出上一时刻的有效应力, 再根据有效应力  $\sigma'$  求出新的固结系数  $C_{vr}$ , 这样就可以改变固结系数。由于固结系数的改变, 时间增量  $\Delta t$  不变, 会引起收敛系数  $\beta$  的变化, 为了迭代收敛必须要选择合适的时间增量  $\Delta t$ 。增量  $\Delta t$  的选取会影响  $\beta$  的变化, 而为了使迭代收敛, 必须使得  $0 < \beta < 1/4$ 。

增量  $\Delta t$  需要满足

$$0 < \Delta t < \frac{1}{4} \frac{(\Delta r)^2}{C_{vr}} = \frac{1}{4} \frac{(\Delta z)^2}{C_{vz}}. \quad (17)$$

最后通过求得的孔压值来计算土层固结度

$$U(t) = 1 - \frac{\bar{u}}{u_0} = 1 - \frac{\int_0^H \int_{r_w}^{r_e} \pi u(t, r, z) r dr dz}{\int_0^H \int_{r_w}^{r_e} \pi u_0 r dr dz}. \quad (18)$$

对于不同工程, 固结系数的变化也有很大差异, 下面以一个算例来分析吹填土的固结特性。

## 2 模型试验

为了验证变系数的方法真实性, 通过一个模型试验加以验证。

### 2.1 模型试验装置及试验用土

模型试验用土为原状土, 土样为淤泥质土, 含水率为 85%, 液限 50%, 塑限 25%, 塑性指数 25, 重度为  $14.8 \text{ kN/m}^3$ , 孔隙比  $e$  为 2.16, 压缩指数  $C_c$  为 0.55。模型试验装置如图 2 所示。

### 2.2 试验结果

试验测得膜下和排水板在深度为 30, 60, 90 cm

处真空压力时程曲线(图 3), 初始 100 h 增速较快, 之后稳定在 84~92 kPa, 与实际工程加载方式相似, 符合规范要求。

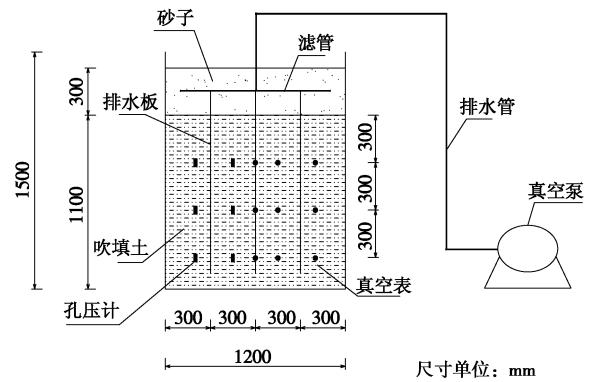


图 2 试验模型及测量设备装置

Fig. 2 Model tests and measurement devices

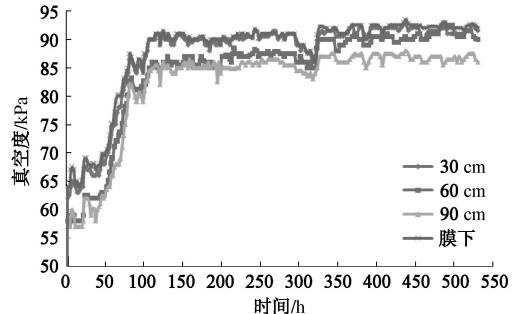


图 3 排水板和砂垫层中的真空压力

Fig. 3 Vacuum pressure in drain board and sand mat

不同深度(30, 60, 90 cm)排水板间土体真空压力和沉降(s)结果见图 4。固结前 50 h, 真空度迅速增加, 沉降速率最快; 随后真空度增速变缓, 沉降速率减小, 此趋势持续至 450 h, 之后土体的真空度和沉降均趋于稳定。550 h 沉降速率小于 2 mm/d, 停止抽真空, 此时真空度不到 70 kPa, 平均固结度小于 80%。

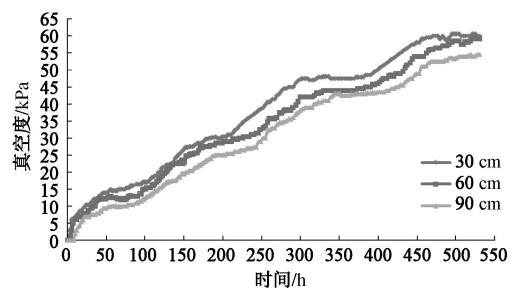


图 4 土中真空压力

Fig. 4 Vacuum pressure in soils

## 3 计算结果分析

### 3.1 模型计算和试验的孔压结果对比

本文采用两种方法计算土体中的真空间度, 一种是传统的常系数方法, 设固结系数为  $5 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$ ; 另一种为本文提出的变系数方法。根据试验模型, 选取一个排水板的影响范围进行计算, 取值如下: 土层厚度为 1.1 m, 以下为不透水边界。排水板长度为 1.1 m, 排水板宽 100 mm, 厚 4 mm, 等效半径  $r_w=3 \text{ cm}$ , 排水板间隔 30 cm, 有效排水半径  $r_e=15 \text{ cm}$ ; 顶层抽真空为 -92 kPa, 随深度衰减, 底部真空压力为 -86 kPa; 土体的孔隙比  $e=2.16$ , 压缩指数  $C_c=0.55$ , 通过渗透试验拟合得到的渗透参数  $k_1=2.5 \times 10^{-10} \text{ m/s}$ ,  $k_2=7$ 。根据上述条件自编程序, 分析 530 h 内的土体固结特性。

通过计算得到不同深度处两排水板中间位置土体的孔压如图 5 所示。

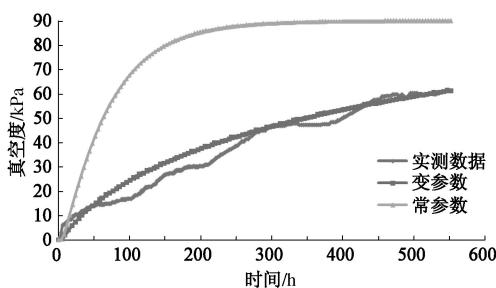


图 5 计算和实测孔压结果比较

Fig. 5 Comparison between calculated and test pore pressures

对比变参数法和常参数法可以看出, 常参数法由于假定的固结系数不变, 所以固结速度较快, 以开始的固结速度很快完成固结, 在 200 h 后, 固结度能够达到 90% 以上, 土体真空间度几乎达到 80 kPa, 与实测数据相差甚远。而变参数法, 在开始的 30 小时与常参数一致, 固结较快, 甚至开始固结速度要超过常参数法, 但随着固结的进行, 固结速度明显减慢, 在 530 h 后真空间度达到 60 kPa, 更接近实测数据。

### 3.2 渗透系数、压缩系数和固结系数变化规律

图 6~9 是以 30, 60, 90 cm 深度处土体为研究对象。在固结初期, 靠近排水板位置的中心土体排水路径短, 超孔压很快消散, 有效应力迅速增大, 孔隙比缩小, 中心处土体固结速率快, 首先被压密, 渗透系数也因此减小, 出现中间区域土体密实渗透性低的特点。随着固结的逐步进行, 土体的平均孔隙比也在逐渐变小, 土体变得更加密实, 土体的压缩系数和固结系数都开始减小, 而且土体的渗透系数由  $0.5 \times 10^{-4} \text{ cm/s}$  降为  $1 \times 10^{-7} \text{ cm/s}$ , 降低幅度较大, 相差 500 倍, 土体的压缩系数由 0.1 降为  $0.005 \text{ kPa}^{-1}$ , 降低幅度较大, 相差 20 倍。由于渗透系数降低更快, 表现为固结系数由最大值  $1.2 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$  降低为  $0.5 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$ , 相差 24 倍左右。这就是试验结果在后期与常参数法不吻合的原因。而变参数法能够更加真实地反映土体的固结特性。

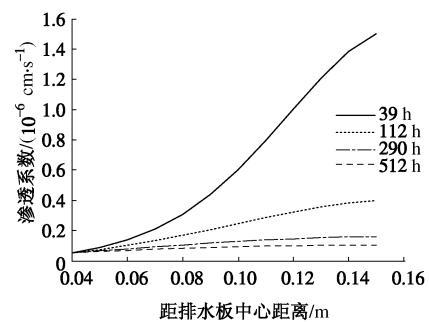


图 6 渗透系数沿径向距离的分布

Fig. 6 Permeability coefficient along radial direction

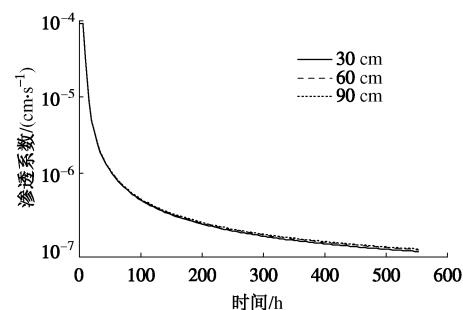


图 7 真空固结过程中土体渗透系数随时间的变化

Fig. 7 Change of permeability coefficient with time

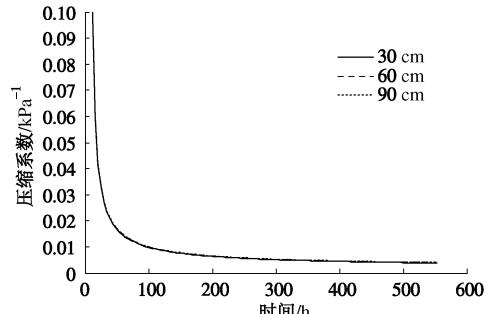


图 8 真空固结过程中土体压缩系数随时间的变化

Fig. 8 Change of compression coefficient with time

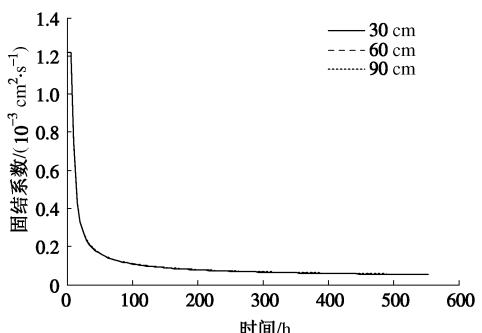


图 9 吹填土真空预压过程中固结系数随时间的变化

Fig. 9 Change of compression coefficient with time

## 4 结 论

(1) 土体在固结初期速率快, 随着固结时间增加, 土体的平均固结系数在逐渐降低, 固结速率逐渐减慢。

(2) 越靠近排水板和土体表层, 土体固结速率越快, 固结系数降低的越快。

(3) 对比变系数与常系数的固结规律, 变系数方法只在初期固结速度要快于常系数, 随后固结速度明显慢于常系数方法, 最终固结速度要慢于常系数方法。

(4) 根据两种方法与模型试验的对比, 变系数的方法可以更加接近真实的固结状况。

## 参 考 文 献:

- [1] 钱家欢, 殷宗泽. 土工原理与计算[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1996. (QIAN Jia-huan, YIN Zong-ze. Earthwork principle and calculation[M]. Beijing: China Water and Power Press, 1996. (in Chinese))
- [2] JTS 147—2—2009 真空预压加固软土地基技术规程[S]. 2009. (JTS 147—2—2009 Technical specification for vacuum preloading technique to improve soft soils[S]. 2009. (in Chinese))
- [3] 董志良, 张功新, 周琦, 等. 天津滨海新区吹填造陆浅层超软土加固技术研发及应用[J]. 岩石力学与工程学报. 2011, **30**(5): 1073 – 1080. (DONG Zhi-liang, ZHANG Gong-xin, ZHOU Qi, et al. Research and application of improvement technology of shallow ultra-soft soil formed by hydraulic reclamation in Tianjin Binhai New Area[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, **30**(5): 1073 – 1080. (in Chinese))
- [4] 牛飞, 邱长林, 闫澍旺, 等. 真空预压下考虑渗透系数变化的吹填土地基固结分析[J]. 中国港湾建设, 2013(1): 29 – 34. (NIU Fei, QIU Chang-lin, YAN Shu-wang, et al. Analysis on consolidation of hydraulically reclaimed soil under vacuum preloading with change of permeability[J]. China Harbour Engineering, 2013(1): 29 – 34. (in Chinese))
- [5] 叶正强, 李爱群, 杨国华, 等. 黏性土的渗透规律性研究[J]. 东南大学学报, 1999(5): 121 – 125. (YE Zheng-qiang, LI Ai-qun, YANG Guo-hua, et al. Study of permeability for cohesive soil[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 1999(5): 121 – 125. (in Chinese))
- [6] 谢新宇, 朱向荣, 谢康和, 等. 饱和土体一维大变形固结理论新进展[J]. 岩土工程学报, 1997, **19**(4): 30 – 38. (XIE Xin-yu, ZHU Xian-grong, XIE Kang-he, et al. New development of saturated soil one-dimensional large-strain consolidation theories[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1997, **19**(4): 30 – 38. (in Chinese))
- [7] 高长胜, 汪肇京, 魏汝龙. 井阻和涂抹作用在排水板地基设计中的应用[J]. 水利水运科学研究, 1999(3): 213 – 221. (GAO Chang-sheng, WANG Zhao-jing, WEI Ru-long. Application of well resistance and smear effect in foundation design using prefabricated drains[J]. Journal of Nanjing Hydraulic Research Institute, 1999(3): 213 – 221. (in Chinese))
- [8] 江辉煌. 砂井处理超软地基的固结计算[J]. 岩石力学与工程学报, 2010(2): 433. (JIANG Hui-huang. Consolidation calculation of super-soft ground with vertical drains[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010(2): 433. (in Chinese))

(本文责编 孙振远)