

# 饱和黏土中沉桩挤土形成超静孔压分布理论解答研究

高子坤<sup>1, 3</sup>, 施建勇<sup>2</sup>

(1. 莆田学院土木建筑工程学系, 福建 莆田 351100; 2. 河海大学岩土工程科学研究所, 江苏 南京 210098;

3. 河海大学水利水电学院, 江苏 南京 210098)

**摘 要:** 饱和黏土中沉桩挤土会形成较大的超静孔隙水压力, 其时间及空间分布相关特性影响场地土体工程性质和土木及水利工程设计施工的技术经济的合理性。为得到沉桩挤土形成的超静孔压分布理论解答, 首先根据三维挤土附加总应力解答分析成桩后挤土造成的超静孔隙水压力分布规律, 结合附加总应力计算方法, 采用 Henkel 公式推导三维挤土造成的超静孔隙水压力理论解答; 然后, 结合工程实例, 应用三维固结计算级数解, 对沉桩挤土的位移、应力、超静孔隙压力分布规律和成桩后孔压消散的完整过程进行较为系统地计算和验证, 为桩基工程的设计和施工提供理论依据和计算方法。

**关键词:** 沉桩挤土; 附加应力; Henkel 公式; 超静孔隙水压力; 固结级数解

**中图分类号:** TU47 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2013)06-1109-06

**作者简介:** 高子坤(1973-), 男, 福建福清人, 博士, 副教授, 从事岩土力学和地基基础方面研究。E-mail: gaozikun205@126.com。

## Theoretical solutions of distribution of excess pore pressure due to pile jacking in saturated clay

GAO Zi-kun<sup>1, 3</sup>, SHI Jian-yong<sup>2</sup>

(1. Civil Engineering Department of Putian University, Putian 351100, China; 2. Geotechnical Research Institute of Hohai University,

Nanjing 210098, China, 3. The College of Water Conservancy and Hydropower Engineering of Hohai University, Nanjing 210098, China)

**Abstract:** Pile jacking will produce excess pore water pressure in saturated clay and affects technical and economic rationality of design and construction in civil and hydraulic engineering in time and space. In order to obtain theoretical solution of distribution of excess pore pressure due to pile jacking in saturated clay, the distribution rules of pore water pressure are analyzed, and the Henkel formula is used to calculate the excess pore water pressure caused by 3D soil squeeze based on calculated results of the additional total stress. Finally, based on the engineering practice, the distribution rules of displacement and stress and excess hydrostatic pore pressure are calculated for test and verification of theoretical solutions by means of the consolidation series solution. It may provide methods for design and construction of pile foundation engineering.

**Key words:** soil squeeze due to pile jacking; additional total stress; Henkel formula; excess pore water pressure; consolidation series solution

## 0 引 言

饱和黏土地中沉桩对桩周和桩间土体产生挤压, 在土体中产生附加位移、应变和应力场<sup>[1-3]</sup>, 并产生超静孔隙水压力。超静孔隙水压力的产生、消散或固结过程从沉桩开始时刻就开始, 超静孔压的产生和消散是同时进行的。但为便于理论研究, 本文将沉桩的施工过程分为沉桩过程和成桩后桩周土体的固结或工程性质改变过程两个阶段, 这种假设对于渗透系数较小的饱和黏性土来说是较合理的, 对于砂土等渗透系数较大的土体不适用。

桩基施工完成后, 桩基周围土体的固结对于桩基

础的工程性质有重要影响, 而桩周土体的固结过程除与土的固有性质以及场地边界条件有关外, 还和超静孔隙水压力空间分布规律密切相关, 所以需要研究沉桩结束后桩周土体中的超静孔隙压力分布。Poulos 等<sup>[4]</sup>应用小孔扩张理论分析了基桩周围土体中超孔隙水压力的分布。唐世栋等<sup>[5]</sup>通过对桩基施工过程中实测资料的研究, 分析了沉桩时单桩周围土中产生的超静超孔隙水压力的大小、分布及影响范围。

上述研究具有较大的理论和工程意义, 但假设桩

基金项目: 福建省教育厅 A 类项目 (JA12295)

收稿日期: 2012-08-16

为无限长, 以及桩周土体中因沉桩引起的超静孔隙水压力随埋深的增大一直增加等研究结论与实际工程条件有一定差距<sup>[6-8]</sup>。

饱和土中沉桩挤土造成的超静孔压分布与桩周土体中的附加总应力和应变场的密切相关, 是非常复杂的。本文拟以饱和土中挤土造成的总附加应力空间分布计算为基础, 采用 Henkel 公式分析沉桩三维挤土造成的超静孔隙水压力, 并进一步通过超静孔隙水压力的消散固结计算, 对沉桩挤土的位移、应力、超静孔隙压力分布和消散的完整过程进行较为系统的研究和验证。

## 1 沉桩挤土应力和超静孔隙压力

### 1.1 沉桩挤土总附加应力

假设研究区域内任意点的径向位移为  $u_r$ , 竖向位移为  $w$ , 根据扩孔模型<sup>[3]</sup> (图 1), 可得位移场表达式:

$$\begin{cases} u_r = u_{r0} + \sum_m A_m u_{rm}, \\ w = w_0 + \sum_m B_m w_m, \end{cases} \quad (1)$$

式中  $M_0 = 1 - H/z_0$ ;  $w_0 = \frac{u_0 r_0 \cos \alpha}{z_0 - H + r_0}$ ;  $u_{r0} =$

$\frac{u_0 r_0 \sin \alpha}{z_0 - H + r_0}$ ;  $w_1 = M_0 \frac{u_0 r_0 \cos \alpha}{z_0 - H + r_0}$ ;  $u_{r1} = M_0 \frac{u_0 r_0 \sin \alpha}{z_0 - H + r_0}$ ;

$w_2 = M_0^2 \frac{u_0 r_0 \sin \alpha}{z_0 - H + r_0}$ ;  $u_{r2} = M_0^2 \frac{u_0 r_0 \sin \alpha}{z_0 - H + r_0}$ , ...,  $z_0$  为

覆盖计算区域的曲线族参数;  $\alpha$  为曲线外法线方向与  $z$  轴的夹角;  $H$  为桩长;  $r_0$  为根据 Carter 等<sup>[9]</sup>和 Randolph 等<sup>[10]</sup>确定的初始小孔孔口半径 (上述参数的详细规定参考文献[3]);  $A_m$ ,  $B_m$  为相互独立的  $2m$  个系数;  $u_{r0}$ ,  $w_0$  为位移函数, 在孔壁边界, 其值为已知有限常数;  $u_{rm}$ ,  $w_m$  在孔壁边界处取值为零; 这样不论  $A_m$ ,  $B_m$  如何取值,  $u_r$ ,  $w$  总能满足沉桩扩孔的孔壁位移边界条件。位移函数  $u_r$ ,  $w$  还满足边界条件:  $u_r|_{r=0, z \geq H} = 0$ ;  $u_r, w|_{r=\infty} = 0$ ,  $u_r, w|_{z=\infty} = 0$ 。其中,  $z_0 = H$  所代表曲线为孔壁边界,  $z_0 > H$  表示桩周土体的所占有的区域, 以地面处桩截面中心为原点,  $r$  为径向坐标,  $z$  为竖向坐标 (见图 1)。

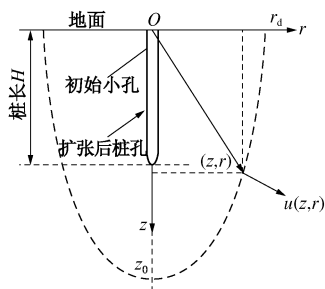


图 1 桩孔扩张模型

Fig. 1 Pile cavity expansion

由于  $u_r$ ,  $w$  中存在参数  $z_0$ , 所以几何方程需写为

$$\begin{cases} \varepsilon_r = -\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z_0} \frac{\partial z_0}{\partial r}\right), \\ \varepsilon_z = -\left(\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial z_0} \frac{\partial z_0}{\partial z}\right), \\ \varepsilon_\theta = -\frac{u_r}{r}, \\ \gamma_{zr} = \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_r}{\partial z_0} \frac{\partial z_0}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z_0} \frac{\partial z_0}{\partial r}. \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{式中 } \frac{\partial z_0}{\partial r} = -\frac{f_r(z, r, z_0)}{f_{z_0}(z, r, z_0)}; \quad \frac{\partial z_0}{\partial z} = -\frac{f_z(z, r, z_0)}{f_{z_0}(z, r, z_0)};$$

$$f_{z_0} = \frac{\partial f(z, r, z_0)}{\partial z_0}.$$

本构关系采用 Duncan-Chang 模型<sup>[11]</sup>, 即

$$\sigma_d = \frac{\varepsilon_1}{\frac{1}{E_i} + \frac{\varepsilon_1}{(\sigma_d)_f} R_f}. \quad (3)$$

式中  $E_i = K p_a (\sigma_3/p_a)^n$  为初始弹性模量;  $\varepsilon_1$  为第一应变;  $(\sigma_d)_f = (2c \cos \varphi + 2\sigma_3 \sin \varphi) / (1 - \sin \varphi)$  为破坏时的抗压强度, 可根据莫尔-库仑准则推得;  $R_f = (\sigma_d)_f / (\sigma_d)_{ult}$  为破坏比, 一般  $R_f$  在 0.75~1.0 之间;  $c$ ,  $\varphi$  为土的黏聚力和内摩擦角;  $\sigma_3$  取土的前期固结压力;  $p_a$  为大气压;  $K$ ,  $n$  为试验常数,  $K$  值可能小于 100, 也可能大于 3500,  $n$  值一般在 0.2~1.0 之间。由式 (3) 可推导得 Duncan-Chang 模型的割线模量:

$$E_{sec} = \frac{\sigma_d}{\varepsilon_1} = \frac{1}{\frac{1}{E_i} + \frac{\varepsilon_1}{(\sigma_d)_f} R_f}. \quad (4)$$

第一和第三主应变  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_3$  可由式 (5) 求得<sup>[12]</sup>, 另外一个主应变为环向应变  $\varepsilon_\theta$ 。

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_r + \varepsilon_z}{2} + \sqrt{\frac{(\varepsilon_r - \varepsilon_z)^2}{4} + \frac{\gamma_{zr}^2}{4}}, \\ \varepsilon_3 = \frac{\varepsilon_r + \varepsilon_z}{2} - \sqrt{\frac{(\varepsilon_r - \varepsilon_z)^2}{4} + \frac{\gamma_{zr}^2}{4}}. \end{cases} \quad (5)$$

Duncan-Chang 模型的模量<sup>[11]</sup>取

$$K_t = K_b p_a (\sigma_3/p_a)^m. \quad (6)$$

式中  $K_b$ ,  $m$  为试验常数,  $m$  在 0~1.0 之间取值。随  $\sigma_3$  改变,  $K_b$  变化幅度较大。根据弹性常数之间的关系<sup>[11]</sup>可确定泊松比:

$$\nu_t = \frac{3K_t - G_t}{6K_t}, \quad (7)$$

式中,  $G_t = 3K_t E_t / (9K_t - E_t)$ 。

根据文献[13]可得附加应力与应变关系式:

$$\begin{cases} \Delta\sigma_r = E_r(\nu_r\varepsilon_v + \varepsilon_r) , \\ \Delta\sigma_\theta = E_r(\nu_r\varepsilon_v + \varepsilon_\theta) , \\ \Delta\sigma_z = E_r(\nu_r\varepsilon_v + \varepsilon_z) , \\ \tau_{zr} = E_r\gamma_{zr}/2 . \end{cases} \quad (8)$$

式中,  $E_r = \frac{E_{\text{sec}}}{1 + \nu_t}$ ,  $\nu_r = \frac{\nu_t}{1 - 2\nu_t}$ ,  $\varepsilon_v = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z$ 。

对应某一孔壁位移值  $\Delta u$ , 势能密度可写为

$$A(\varepsilon_{ij}) = \sum_{k=r,\theta,z} \int_0^{\varepsilon_k} \sigma_k(\varepsilon_{ij}) \, d\varepsilon_k + \int_0^{\gamma_{zr}} \tau_{zr}(\varepsilon_{ij}) \, d\gamma_{zr}$$
$$= \int_0^{\Delta u} \left[ \sum_{k=r,\theta,z} \sigma_k(\varepsilon_{ij}) \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial u_0} + \tau_{zr}(\varepsilon_{ij}) \frac{\partial \gamma_{zr}}{\partial u_0} \right] du_0 .$$

由于位移、应力的表达式中都含有参数  $z_0$ , 所以势能密度是  $z, r, z_0$  函数, 即

$$A(\varepsilon_{ij}) = \int_0^{\Delta u} D(z, r, z_0, u_0, \bar{A}, \bar{B}) du_0 , \quad (9)$$

式中  $D(z, r, z_0, u_0, \bar{A}, \bar{B}) = \sigma_r(\varepsilon_{ij}) \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial u_0} + \sigma_\theta(\varepsilon_{ij}) \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial u_0} + \sigma_z(\varepsilon_{ij}) \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial u_0} + \tau_{zr}(\varepsilon_{ij}) \frac{\partial \gamma_{zr}}{\partial u_0}$ , 且满足约束条件:  $f(z, r, z_0) = 0$ ;  $\bar{A} = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ ,  $\bar{B} = \{B_1, B_2, \dots, B_m\}$ 。

1.2 基于附加应力的超孔压理论解答

研究沉桩引起的桩周土体中的超静孔隙压力分布规律, 主要有理论分析和现场试验两种方法。现场试验测试结果的精度依赖于试验方法的合理性和试验仪器的精度, 所得试验数据和分析结果的适用范围较小, 对于不同场地条件和场地土类型, 需要相应的现场试验。理论分析结果合理性依赖于所采用的分析和计算方法的合理性。本文采用 Henkel 公式<sup>[14]</sup>计算超静孔隙水压力:

$$u_{\text{theory}}(r, z) = \beta \Delta\sigma_0 + \alpha_f \Delta\tau_0 \quad . \quad (10)$$

式中  $\Delta\sigma_0 = (\Delta\sigma_r + \Delta\sigma_\theta + \Delta\sigma_z) / 3$ ;  $\Delta\tau_0 = \sqrt{(\Delta\sigma_r - \Delta\sigma_\theta)^2 + (\Delta\sigma_\theta - \Delta\sigma_z)^2 + (\Delta\sigma_z - \Delta\sigma_r)^2 + 6\Delta\tau_{rz}^2}$ ,  $\Delta\sigma_r, \Delta\sigma_\theta, \Delta\sigma_z, \Delta\tau_{rz}$  为沉桩引起的桩周土体中的应力增量, 由式 (8) 确定;  $\alpha_f = \sqrt{2(3A-1)} / 2$ ;  $A$  为 Skempton 孔压参数;  $\beta$  为 Henkel 孔隙压力系数, 对于饱和黏土  $\beta=1$ 。

根据 Henkel 公式, 孔隙水压力的分布规律与应力增量的分布规律密切相关, 应力增量的计算的准确性决定了计算所得孔隙水压力的准确性。相反, 计算所得超静孔隙水压力的合理性, 也可以验证应力增量计算结果的合理性。

1.3 桩周性土体固结计算

由于桩基承载力随时间变化的规律数据较直观且容易通过试验获得, 本文拟采用超静孔隙水压力的消散计算结果与实测桩基承载力随时间变化数据进行比

较, 验证初始超静孔隙压力理论解答的合理性。根据文献[15]可以计算桩周土体中任意点, 任意时刻的超静孔隙水压力和任意时刻土体的平均固结度:

$$u(r, z, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} C_{k,i} M_i \sin(\sqrt{\mu_k} z) e^{-\lambda_{k,i} C_h t} \quad . \quad (11)$$

式中,  $\lambda_{k,i} = \alpha_i^2 + n\mu_k$ ,  $C_{k,i} = \frac{\int_{r_w}^{r_e} \int_0^H f(r, z) M_i \sin(\sqrt{\mu_k} z) r dr dz}{\int_{r_w}^{r_e} \int_0^H M_i^2 \sin^2(\sqrt{\mu_k} z) r dr dz}$ ,  $M_i = Y_0(\alpha_i r) - Y_0(\alpha_i r_e) J_0(\alpha_i r) / J_0(\alpha_i r_e)$ 。

由式 (11) 可进一步定义研究区域的固结度:

$$U(t) = 1 - \frac{\int_{r_w}^{r_e} \int_0^H u(r, z, t) r dr dz}{\int_{r_w}^{r_e} \int_0^H f(r, z) r dr dz} \quad . \quad (12)$$

式中  $C_h = (1 + \nu) k_h / [3(1 - \nu) m_v \gamma_0]$  为三向固结时水平向固结系数;  $C_v = (1 + \nu) k_v / [3(1 - \nu) m_v \gamma_0]$  为三向固结时竖直向固结系数;  $r_w = r_0$  为桩的半径;  $r_e$  为成桩后初始超静孔隙水压力影响半径<sup>[15]</sup>;  $\gamma_w$  为水的重度;  $m_v$  为土的体积压缩系数;  $\nu$  为泊松比;  $H$  为桩长;  $u$  为超静孔隙水压力;  $r$  为径向坐标;  $z$  为竖直方向坐标, 初始条件:  $u|_{t=0} = f(r, z) = u_{\text{theory}}(r, z)$ 。

2 工程实例

2.1 土性参数和几何参数

工程实例: 浙江省某电厂的试桩<sup>[15]</sup>为一根 45 cm × 45 cm 的预制混凝土方桩, 入土深度 30.9 m。在打桩后第 10, 19, 31, 61, 91 d 各进行了一次桩基承载力试验。以第 91 d 的实测承载力值, 近似取为桩的最终承载力。实测承载力值及由承载力值换算所得等效固结度估算值见表 1。

表 1 实测承载力值和等效固结度

Table 1 Values of measured bearing capacity and equivalent consolidation degree

间歇期/d	0	10	19	31	61	91
实测值 $Q_t$ /kN	1000	3100	3740	4290	4500	4660
换算固结度 $U_c$ /%	0	57.38	74.86	89.89	95.63	100

场 地 土 物 理 力 学 参 数 取 值 :  $\gamma = 18.0 \text{ kN/m}^3$ ;  $C_v = C_h = 0.27 \text{ m}^2/\text{d}$ ;  $\mu=0.25$ ;  $E=10.5 \text{ MPa}$ ;  $\varphi=23^\circ$ ;  $c_a=11 \text{ kPa}$ ;  $c_u=20 \text{ kPa}$ ;  $A=0.85$ 。

几何计算参数取值: 桩长为  $H=30.9 \text{ m}$ ; 终孔半径  $R_0 = \sqrt{d^2/\pi} = 0.2539 \text{ m}$ ; 初始小孔孔口半径<sup>[3]</sup>:  $r_0 = R_0/\sqrt{3}=0.15 \text{ m}$ ;  $\Delta u = r_0 = 0.15 \text{ m}$ 。

本算例的黏性土, 认为其土性介于软黏土和硬黏土之间, 根据文献[11]本构模型参数取值为: 破坏比

$R_f = 0.8$ ; 初始弹性模量  $E_i = K p_a (\sigma_3/p_a)^n$ , 其中  $K = 200$ ,  $n = 0.5$ ; 体积变形模量  $K_t = K_b p_a (\sigma_3/p_a)^m$  中,  $K_b = 50$ ,  $m = 0.5$ 。

## 2.2 附加应力和超静孔压计算分析

根据式 (1) ~ (9) 计算可得本文沉桩挤土造成的位移场的近似理论解答:

$$\begin{cases} u_r = u_0 \left( \frac{r_0}{z_0 - H + r_0} \sin \alpha \right) \left[ 1 - 11.0 \left( 1 - \frac{H}{z_0} \right) \right], \\ w = u_0 \left( \frac{r_0}{z_0 - H + r_0} \cos \alpha \right) \left[ 1 + 21.0 \left( 1 - \frac{H}{z_0} \right) \right]. \end{cases} \quad (13)$$

应变和附加应力场的理论解答公式较为复杂, 但可由式 (13) 简单推导得到。应力等值线图可直观表现应力计算结果和分布规律, 如图 2~5 所示。由于后续计算中没有直接用到应变计算结果, 所以本文不列出应变计算结果图。

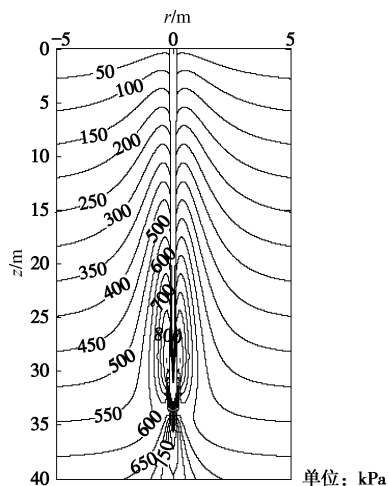


图 2 径向应力等值线

Fig. 2 Contours of radial stress

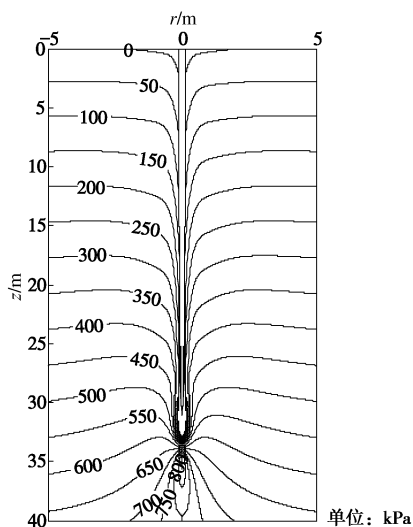


图 3 环向应力等值线

Fig. 3 Contours of hoop stress

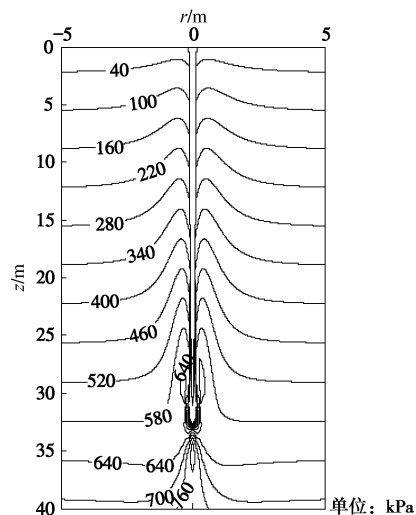


图 4 竖向应力等值线

Fig. 3 Contours of vertical stress

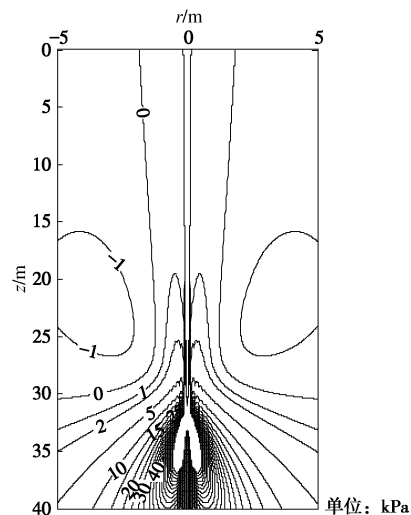


图 5 剪切应力等值线

Fig. 5 Contours of shear stress

结合附加应力计算结果和式 (10) 可得沉桩引起的超静孔隙水压力分布等值线图 6。分析图 6 可知, 桩身段初始超静孔隙水压力在 10 倍桩径处仍然有部分区域超过 15 kPa, 可见黏性土中沉桩挤土产生的超静孔隙压力, 在工程设计和施工过程中必须考虑。

由图 6 可知: ①在 0~20 m 深度范围内, 孔压随深度的增加而增加, 随径向距离的增加而减小; ②在 20~30.9 m 深度范围内, 紧靠桩壁处孔压先增大后减小, 在离桩壁约 1m 处以外区域孔压随深度变化不大, 随径向坐标的增大而减小; ③在 30.9 m 以下, 即桩尖平面以下区域, 本节解答则在桩尖以下小范围内出现很大的负孔压 (见图 6 (b)), 负孔压以外区域仍为正孔压区域, 但随深度的继续增加趋于零。超静孔压的延伸深度可达桩尖以下 10 m 的深度。

超静孔隙水压力不可能随深度的增加而不断地增

加, 在桩尖平面以下一定深度超孔压必趋于零。同时, 为提高挤土桩沉桩施工效率, 桩尖通常是半椭球形或尖锥形的, 所以桩尖以下的对称轴上, 桩对土体作用为挤压和劈裂, 由于劈裂作用, 桩尖以下小范围内出现径向和环向的双向拉应变, 从而引起负孔压。

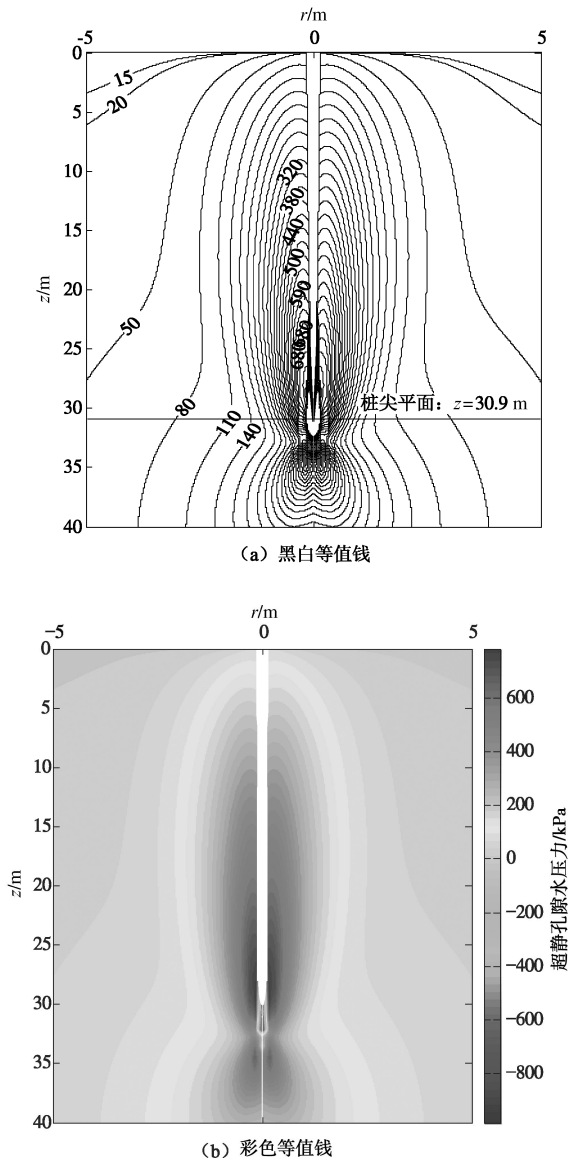


图 6 超静孔隙水压力分布等值线

Fig. 6 Contours of excess pore water pressure

2.3 理论计算值与承载力等效固结度比较

根据式 (10) ~ (12) 计算超静孔隙水压力消散规律, 并将计算结果与实测承载力换算的等效固结度对比, 见图 7。以式 (10) 计算值为初始超静孔隙水压力计算的固结度随时间变化曲线, 符合承载力换算值, 特别在 10~40 d 的拐弯段, 基本上重合, 且其它换算固结度值的点也基本上位于级数解计算结果曲线上。说明基于 Henkel 公式的初始孔压计算结果和桩周土体固结的级数解答计算的固结度是合理的, 可应用于工程中相关问题的估算, 或作为进一步理论研究的

基础。

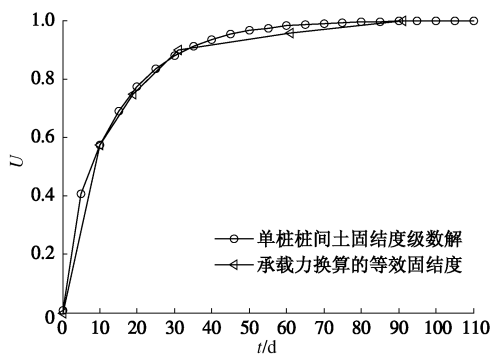


图 7 实测承载力换算固结度与理论计算结果比较

Fig. 7 Comparison of consolidation degree based on field test and theoretical computation

3 结 语

根据沉桩挤土附加总应力计算理论解答, 采用 Henkel 公式, 研究挤土造成的超静孔隙水压力分布和消散规律, 并得到沉桩挤土造成的超净孔隙压力计算的理论解答。

根据上述理论解答, 只要得到必要的桩体几何尺寸、土性参数和几何参数, 就可以对沉桩问题进行求解, 其应用范围不受土性参数和工程规模等因素的限制, 可以针对不同工况的工程问题计算并得出相应结论, 应用范围较广。

采用超静孔隙水压力的消散计算结果与实测桩基承载力随时间变化数据进行比较, 反向验证本文沉桩挤土附加总应力和初始超静孔隙水压力理论解答的合理性。

结合沉桩挤土实例, 本文提出了位移、应力、初始超静孔隙压力分布和超孔压消散固结的完整过程的计算方法, 研究内容可用于指导复杂桩基工程的设计和施工。

参考文献:

[1] 高子坤, 施建勇. 考虑桩体几何特征的压桩挤土效应理论解答研究[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(6): 956 - 962. (GAO Zi-kun, SHI Jian-yong. Theoretical solutions of soil-squeezing effect due to pile jacking considering geometrical characteristics of a pile[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(6): 956 - 962. (in Chinese))

[2] 高子坤, 施建勇. 沉桩挤土位移应力变分解和积分泛函收敛性分析[J]. 力学学报, 2009, 41(4): 555 - 562. (GAO Zi-kun, SHI Jian-yong. Convergence of integral functional and variational solutions of displacement and stress of soil

- due to pile-driving [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2009, **41**(4): 555 – 562. (in Chinese))
- [3] 高子坤, 施建勇. 基于变分原理的静压沉桩挤土效应理论解答研究[J]. 岩土工程学报, 2009, **31**(1): 52 – 58. (GAO Zi-kun, SHI Jian-yong. Theoretical analysis of soil squeezing effect due to jacked piles based on variation principle[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, **31**(1): 52 – 58. (in Chinese))
- [4] POULOS H G, DAVIS E H. Pile foundation analysis and design[M]. New York: John Wiley & Sons, 1980: 6 – 9.
- [5] 唐世栋, 王永兴, 等. 饱和软土地基中群桩施工引起的超孔隙水压力[J]. 同济大学学报, 2003, **31**(11): 1290 – 1294. (TANG Shi-dong, WANG Yong-xing, YE Zhen-hua. Excess pore water pressure caused by installing pile group in saturated soft soil[J]. Journal of Tongji University, 2003, **31**(11): 1290 – 1294. (in Chinese))
- [6] 陈 文. 饱和黏土中静压桩沉桩机理及挤土效应研究[D]. 南京: 河海大学, 1999. (CHEN Wen. Penetration and soil compaction effect of pile jacks in saturated clay[D]. Nanjing: Hohai University, 1999. (in Chinese))
- [7] SAGASETA C. Analysis of undrained soil deformation due to ground loss[J]. Géotechnique, 1987, **37**(3): 301 – 320.
- [8] SAGASETA C. Prediction of ground movements due to pile-driving in clay[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2001, **127**(1): 55 – 66.
- [9] CARTER J P, RANDOLPH M F, WROTH C P. Stress and pore pressure changes in clay during and after the expansion of cylindrical cavity[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1979, **3**(4): 305 – 322.
- [10] RANDOLPH M F, CARTER J P, WROTH C P. Driven piles in clay-the effects of installation and subsequent consolidation[J]. Géotechnique, 1979, **29**(4): 361 – 393.
- [11] 郑颖人, 沈珠江, 龚晓南. 岩土塑性力学原理[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002: 180 – 183. (ZHENG Ying-ren, SHEN Zhu-jiang, GONG Xiao-nan. The principles of geotechnical plastic mechanics[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2002: 180 – 183. (in Chinese))
- [12] 湖南大学《土木工程力学手册》编写组. 土木工程力学手册[M]. 北京: 人民交通出版社, 1990: 268 – 269. (Hunan University Civil Engineering Mechanics Handbook Compiling Group. Civil engineering mechanics handbook[M]. Beijing: China Communications Press, 1990: 268 – 269. (in Chinese))
- [13] 徐芝纶. 弹性力学[M]. 3 版. 北京: 高等教育出版社, 1984: 274 – 278. (XU Zhi-lun. Elastic mechanics[M]. 3rd ed. Beijing: Higher Education Press, 1984: 274 – 278. (in Chinese))
- [14] 施建勇. 地基基础理论及应用[M]. 南京: 河海大学出版社, 2002. (SHI Jian-yong. Theory and application of foundation[M]. Nanjing: Hohai University Press, 2002. (in Chinese))
- [15] 高子坤, 施建勇. 饱和黏土中单桩桩周土空间轴对称固结解[J]. 岩土力学, 2008, **29**(4): 979 – 982. (GAO Zi-kun, SHI Jian-yong. Consolidation solution of soil around single-pile after pile sinking[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, **29**(4): 979 – 982. (in Chinese))