

基于与围岩相互作用的冻结壁弹性设计理论

杨维好^{1, 2}, 杨志江^{1, 2}, 柏东良¹

(1. 中国矿业大学深部岩土力学与地下工程国家重点实验室, 江苏 徐州 221008; 2. 中国矿业大学力学与建筑工程学院, 江苏 徐州 221008)

摘要: 冻结壁设计理论是冻结法凿井技术的核心之一。传统的冻结壁厚度弹塑性设计公式在冻结壁与围岩的弹性模量之比小于10时有较大的误差。为了更合理地设计冻结壁, 建立了考虑开挖卸载作用的冻结壁与围岩相互作用弹塑性力学模型, 推导了应力与位移解析解, 建立了新的弹塑性冻结壁厚度计算公式, 分析了各因素对冻结壁厚度的影响规律。分析表明, 新公式较传统的多姆克公式更合理, 并建议选用 Coulomb-Mohr 屈服准则进行冻结壁厚度计算。

关键词: 冻结壁; 围岩; 相互作用; 弹塑性分析; 设计理论

中图分类号: TU45; TD265.3 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2013)01-0175-06

作者简介: 杨维好(1966-), 男, 安徽淮南人, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事特殊凿井技术方面的科研与教学工作。E-mail: whyang@cumt.edu.cn。

Elastic-plastic design theory of frozen soil wall based on interaction between frozen wall and surrounding rock

YANG Wei-hao^{1, 2}, YANG Zhi-jiang^{1, 2}, BO Dong-liang¹

(1. State Key Laboratory for Geo-mechanics and Deep Underground Engineering, China University of Mining & Technology, Xuzhou 221008, China; 2. School of Mechanics and Civil Engineering, China University of Mining & Technology, Xuzhou 221008, China)

Abstract: The design theory of frozen soil wall is one of the core technologies for mine shaft freezing sinking. The conventional elastic design formula for the thickness of frozen soil wall has large errors when the modulus ratio of the frozen soil wall to the surrounding rock is less than 10. Considering the excavation unloading effect and the interaction between the frozen soil wall and its surrounding rock, an elastic-plastic mechanical model is established for a more rational design of the frozen soil wall. The stress and displacement analytical solutions are deduced. A new elastic-plastic formula for the thickness of the frozen soil wall is developed on the basis of the solutions. The influences of various factors on the thickness of the frozen soil wall are discussed. The analyses show that the proposed formula is more reasonable than the traditional formula of Domke, and the Coulomb-Mohr yield criterion is suggested to calculate the thickness of the frozen soil wall.

Key words: frozen soil wall; surrounding rock; interaction; elastic-plastic analysis; design theory

0 引言

冻结壁设计理论是冻结法凿井技术的核心之一^[1]。多姆克公式是国内外普遍采用的冻结壁厚度弹塑性计算公式^[2]。它基于围压加载条件下的无限长弹塑性厚壁圆筒公式, 未考虑冻结壁与围岩的相互作用和掘进时冻结壁径向卸载的工况。在冻结壁与围岩的弹模比很大时, 多姆克公式能给出较接近实际的结果, 反之, 则有较大误差。近年来, 在冻结工程中遇到了大量冻结前、后弹性模量变化不明显的地层, 在此情况下采用多姆克公式已不合理, 因此开展了本文研究。文中 u 为位移, σ 为应力, u 和 σ 的下角标1和2分别代表冻结壁和围岩, r , θ 和 z 分别表示径向、切向和竖向分量, 角标 p 表示塑性区。

1 力学模型与求解

1.1 基本假设

(1) 冻结壁是均质、理想弹塑性材料, 围岩是均质、线弹性材料。

(2) 冻结前、后的应力场不变, 均为初始应力场

$$\sigma_r^0 = \sigma_\theta^0 = -p_0, \quad (1)$$

式中, σ^0 以拉应力为正; p_0 为原始水平地压值。

(3) 冻结壁(内、外半径为 r_0 , r_1)和围岩(内、外半径为 r_1 , $r_2 = \infty$)为轴对称双层无限长厚壁圆筒, 在 $r_2 = \infty$ 处围岩水平位移为零。

基金项目: 国家高技术研究发展计划(“863”计划)课题(2012AA06A401); 中央高校基本科研业务费专项资金资助
收稿日期: 2012-03-01

(4) 冻结壁内缘内侧岩体被一次性瞬间挖除。冻结壁塑性区外半径为 r_p 。

1.2 屈服条件与冻结壁塑性区的应力和位移解

认为冻结壁进入塑性后体积不可压缩, 即泊松比 $\mu=0.5$, 故对于本文的轴对称平面应变模型有

$$\sigma_z = (\sigma_r + \sigma_\theta)/2 , \quad (2)$$

此条件下几种常用屈服条件^[3]经推导均可表示为

$$\sigma_\theta = A\sigma_r + B , \quad (3)$$

式中, A , B 的表达式见表 1。

表 1 不同屈服条件下 A 和 B 的表达式

Table 1 The expressions of A and B under some yielding criteria

屈服条件	A 值	B 值
Tresca	1	$-\sigma_c$
Mises	1	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}\sigma_c$
Coulomb-Mohr	$\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}$	$-\frac{2c\cos\varphi}{1-\sin\varphi}$
Druker-Prager $(\alpha I_1 + \sqrt{J_2} = k)$	$\frac{1+3\alpha}{1-3\alpha}$	$-\frac{2k}{1-3\alpha}$
广义 Tresca $(\alpha I_1 + \sqrt{J_2} \cos\theta_\sigma = k)$	$\frac{1+2\sqrt{3}\alpha}{1-2\sqrt{3}\alpha}$	$-\frac{4\sqrt{3}k}{3(1-2\sqrt{3}\alpha)}$

注: σ_c 为冻土的单轴抗压强度; φ 为冻土的内摩擦角; c 为冻土的黏聚力; $\alpha = \frac{\sin\varphi}{\sqrt{3}\sqrt{3+\sin^2\varphi}}$, $k = \frac{\sqrt{3}c\cos\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}}$ 。

塑性区力的平衡方程为

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 . \quad (4)$$

将式 (3) 代入上式有

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{(1-A)\sigma_r - B}{r} = 0 . \quad (5)$$

利用边界条件 $\sigma_r|_{r=r_0}=0$ 求得塑性区应力解为

$$\sigma_{lr}^p = \frac{B}{A-1} \left[\left(\frac{r}{r_0} \right)^{A-1} - 1 \right] , \quad (6)$$

$$\sigma_{l\theta}^p = \frac{AB}{A-1} \left[\left(\frac{r}{r_0} \right)^{A-1} - 1 \right] + B . \quad (7)$$

在 $A=1$ 处对上两式求极限, 即得 $A=1$ 时的解

$$\sigma_{lr}^p = B \ln \frac{r}{r_0} , \quad (8)$$

$$\sigma_{l\theta}^p = B \left(\ln \frac{r}{r_0} + 1 \right) . \quad (9)$$

轴对称应变平面问题的几何方程为

$$\varepsilon_r = \frac{du_r}{dr} , \quad (10)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r} . \quad (11)$$

在塑性区, 体积不变, 故有

$$\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z = \frac{du_r}{dr} + \frac{u_r}{r} = 0 . \quad (12)$$

由上式易求得塑性区的位移解为

$$u_{lr}^p r = C_1 , \quad (13)$$

式中, C_1 为待求常数, 由弹、塑性区位移连续条件有

$$C_1 = u_{lr}|_{r=r_p} r_p , \quad (14)$$

式中, u_{lr} 为冻结壁弹性区位移解, 求解见后文。

1.3 围岩与冻结壁弹性区的应力和位移解

因为在冻结壁弹、塑性区交界处径向位移和径向应力均相等, 故冻结壁弹性区内缘受到的径向力为

$$P_p = \begin{cases} B \ln \frac{r_p}{r_0} & (A=1) , \\ \frac{B}{A-1} \left[\left(\frac{r_p}{r_0} \right)^{A-1} - 1 \right] & (A \neq 1) . \end{cases} \quad (15)$$

注意到初始径向应力为 $\sigma_r^0 = -p_0$, 故冻结壁弹性区内缘径向应力卸载量为

$$p_u = p_p + p_0 . \quad (16)$$

这样, 围岩与冻结壁弹性区的应力和位移解等于初始应力场与位移场加上模型 A 的解 (图 1)。

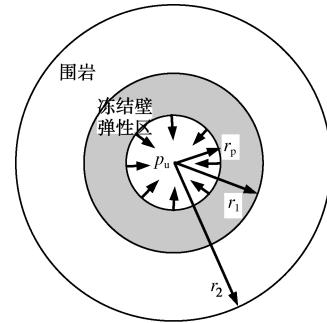


图 1 力学模型 A

Fig. 1 Mechanical model A

根据文献[4], 冻结壁弹性区与围岩的应力解为

$$\sigma_{lr} = p_u - p_u \frac{(1-\zeta_1)r_1^2}{r_1^2 - r_p^2} \left(1 - \frac{r_p^2}{r^2} \right) - p_0 , \quad (17)$$

$$\sigma_{l\theta} = p_u - p_u \frac{(1-\zeta_1)r_1^2}{r_1^2 - r_p^2} \left(1 + \frac{r_p^2}{r^2} \right) - p_0 , \quad (18)$$

$$\sigma_{lz} = 2p_u \mu_l \left[1 - \frac{(1-\zeta_1)r_1^2}{r_1^2 - r_p^2} \right] , \quad (19)$$

$$\sigma_{2r} = p_u \zeta_1 \frac{r_1^2}{r^2} - p_0 , \quad (20)$$

$$\sigma_{2\theta} = -p_u \zeta_1 \frac{r_1^2}{r^2} - p_0 , \quad (21)$$

$$\sigma_{2z} = 0 . \quad (22)$$

式中, $\zeta_1 = \frac{2}{2+M(r_1^2/r_p^2-1)}$, $M = \frac{G_1-G_2}{(1-\mu_1)G_2} + 2$, $G_1 = \frac{E_1}{2(1+\mu_1)}$, $G_2 = \frac{E_2}{2(1+\mu_2)}$, E_1 , μ_1 , E_2 和 μ_2 分别为冻结壁、围岩的弹性模量和泊松比。

冻结壁弹性区与围岩的位移解为

$$u_{1r} = \frac{r p_u}{2G_1} \left[1 - 2\mu_1 - \frac{(1-\zeta_1)r_1^2}{r_1^2 - r_p^2} \left(1 - 2\mu_1 + \frac{r_p^2}{r^2} \right) \right], \quad (23)$$

$$u_{2r} = -\frac{p_u \zeta_1 r_1^2}{2G_2} \frac{r_1^2}{r}. \quad (24)$$

1.4 冻结壁塑性区外半径 r_p 的求解

在 $r=r_p$ 处, 由 $\sigma_{1\theta}=\sigma_{1\theta}^p$ 得 r_p 的迭代求解式

$$r_p = \begin{cases} r_0 e^s & (A=1), \\ r_0 \left[\frac{s}{\frac{p_0}{B} - \frac{1}{A-1}} - 1 \right]^{\frac{1}{A-1}} & (A \neq 1). \end{cases} \quad (25)$$

式中, $s = \frac{(M-2)}{2M} \frac{r_p^2}{r_1^2} - \frac{1}{2} - \frac{p_0}{B}$ 。

如 $A=1$, $M \rightarrow \infty$, $B=-\sigma_c$, 则上式变为

$$\frac{p_0}{\sigma_c} = \ln \frac{r_p}{r_0} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{r_p^2}{r_1^2} \right), \quad (26)$$

式 (26) 与多姆克推导的塑性区半径公式相同^[1]。

1.5 冻结壁的临塑地压与临塑厚度

令 $r_p=r_0$, 且 $r=r_p$ 时, 根据冻结壁塑性区应力解式 (6) ~ (9)、式 (15) 和式 (16), 对于 $A=1$ 和 $A \neq 1$ 两种情况均有: $\sigma_{1\theta}^p=0$, $\sigma_{1\theta}^p=B$, $p_p=0$, $p_u=p_0$; 根据冻结壁弹性区应力解式 (15)、式 (16) 和式 (21) 有

$$\sigma_{1r}=0, \quad (27)$$

$$\sigma_{1\theta}=-2p_0 \frac{Mr_1^2}{2r_0^2+M(r_1^2-r_0^2)}, \quad (28)$$

$$u_{1r}=\frac{r_0 p_0}{2G_1} \left[1 - 2\mu_1 - \frac{Mr_1^2(2-2\mu_1)}{2r_0^2+M(r_1^2-r_0^2)} \right]. \quad (29)$$

因为此时冻结壁内缘刚屈服, 故求①冻结壁尺寸和力学参数已知时 p_0 的临塑值和② p_0 和力学参数已知时冻结壁的临塑厚度的计算公式如下:

$$\sigma_{1\theta}=-2p_0 \frac{Mr_1^2}{2r_0^2+M(r_1^2-r_0^2)}=\sigma_{1\theta}^p=B, \quad (30)$$

化简式 (30) 得

$$\frac{p_0}{B}=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{M}\right)\frac{r_0^2}{r_1^2}-\frac{1}{2}. \quad (31)$$

2 冻结壁厚度设计公式

2.1 公式导出及其求解方法与条件

仿多姆克的做法^[1], 取 $r_p=\sqrt{r_0 r_1}$, 令: $n=\frac{A-1}{2}$,

$$m=1-\frac{2}{M}, \quad b=\frac{mn}{n+1}, \quad q=-\frac{B+2p_0}{B}, \quad a=\frac{qn}{n+1}+1,$$

$y=\frac{r_1}{r_0}=1+t$, 则式 (25) 变为

$$y=\begin{cases} e^{\frac{q+y}{m}} & (A=1), \\ \sqrt[n]{a+by^{n-1}} & (A \neq 1). \end{cases} \quad (32)$$

因 $y \geq 1$, 故取 $y=1$ 为初值, 代入式 (32) 右端, 进行迭代求解, 一般经过 4 次迭代即可得到相对误差小于 1% 的 y 的数值解。由于式 (32) 形式简洁, 求解准确、快速, 因此不必再寻求建立 y 的回归经验公式。

因 $y \geq 1$, $n \geq 0$, 由式 (32) 得冻结壁临塑判据

$$\begin{cases} q+\frac{m}{y} \geq 0 & (A=1), \\ q+my^{n-1} \geq 0 & (A \neq 1). \end{cases} \quad (33)$$

取 $y=1$, 则得式 (32) 能取得有意义解的条件

$$q+m \geq 0. \quad (34)$$

2.2 基于该冻结壁厚度公式的冻结壁内缘位移解

当 $r_p=\sqrt{r_0 r_1}$ 时有 $\zeta_1=\frac{2}{2+Mt}$, 由式 (15) 有

$$p_p^D=\begin{cases} \frac{B}{2} \ln \frac{r_1}{r_0} & (A=1), \\ \frac{B}{A-1} \left[\left(\frac{r_1}{r_0} \right)^{\frac{A-1}{2}} - 1 \right] & (A \neq 1). \end{cases} \quad (35)$$

由式 (16) 有

$$p_u^D=p_p^D+p_0. \quad (36)$$

在冻结壁弹性区内缘 $r=r_p$ 处有

$$u_{1r}=\frac{\sqrt{r_0 r_1} p_u^D}{G_1} \left[\frac{2-M}{2+Mt} (1-\mu_1) - \frac{1}{2} \right]. \quad (37)$$

由式 (14) 知

$$C_1=\frac{r_0 r_1 p_u^D}{G_1} \left[\frac{2-M}{2+Mt} (1-\mu_1) - \frac{1}{2} \right]. \quad (38)$$

由式 (13) 即可求得冻结壁内缘 $r=r_0$ 处的位移

$$u_{1r}^p|_{r=r_0}=\frac{r_1 p_u^D}{G_1} \left[\frac{2-M}{2+Mt} (1-\mu_1) - \frac{1}{2} \right]. \quad (39)$$

3 各因素对 y 的影响规律

$A=1$ 时, y 随 q 按指数关系增大 (图 2); 随 m 线

性增大(图3)。 $A \neq 1$ 时， y 仍随 q 按指数关系增大(图4)；仍随 m 线性增大(图5)；随 n 增大近似呈幂函数关系减小(图6)。对于摩擦型材料， B 与内聚力 c 成正比(表1)，所以 y 也随 $\psi = p_0/(2c)$ 按指数关系增大(表2)。

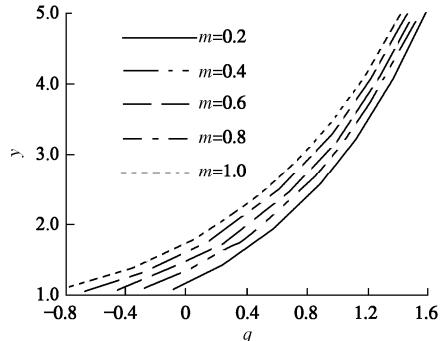
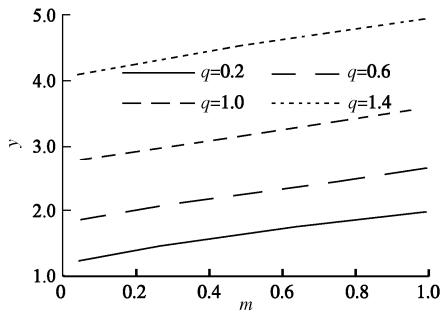
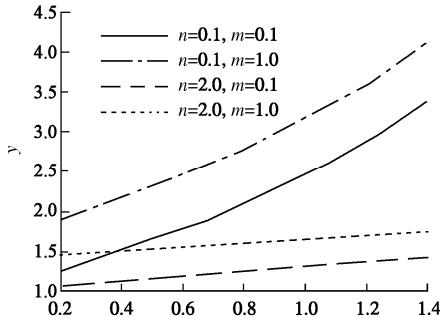
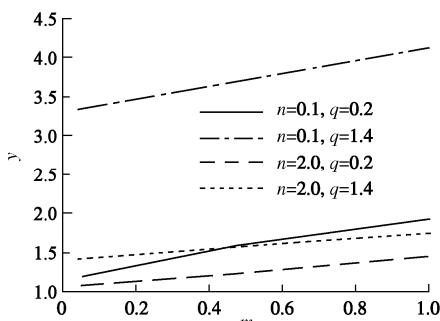
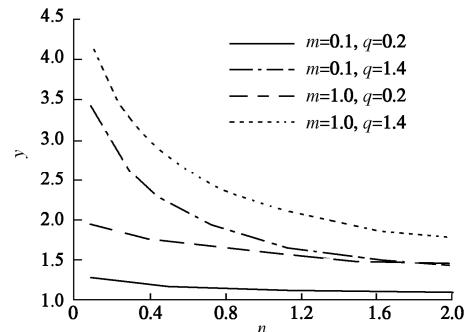
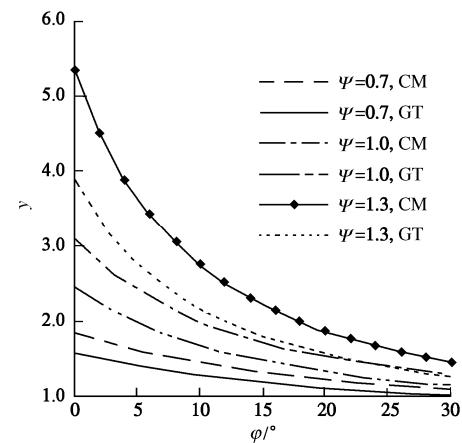
图 2 $y - q$ 曲线 ($A=1$)Fig. 2 Curves of $y - q$ while $A=1$ 图 3 $y - m$ 曲线 ($A=1$)Fig. 3 Curves of $y - m$ while $A=1$ 图 4 $y - q$ 曲线 ($A \neq 1$)Fig. 4 Curves of $y - q$ while $A \neq 1$ 图 5 $y - m$ 曲线 ($A \neq 1$)Fig. 5 Curves of $y - m$ while $A \neq 1$ 图 6 $y - n$ 曲线 ($A \neq 1$)Fig. 6 Curves of $y - n$ while $A \neq 1$

表2、表3和图7中，CM、DP和GT分别代表Coulomb-Mohr、Druker-Prager和广义Tresca屈服条件，可见内摩擦角 φ 对 y 的影响是十分显著的，特别是在 $\varphi=0^\circ \sim 10^\circ$ 范围内！

图 7 $y - \varphi$ 曲线Fig. 7 Curves of $y - \varphi$ 表 2 y 随 $\psi = p_0/(2c)$ 的变化规律Table 2 Variation of y with $\psi = p_0/(2c)$

ψ	$y = r_i/r_0$ (注: $m=0.4$)								
	$\varphi=0.1^\circ$			$\varphi=5^\circ$			$\varphi=10^\circ$		
	CM	DP	GT	CM	DP	GT	CM	DP	GT
0.5	1.34	1.34	1.21	1.25	1.25	1.13	1.17	1.17	1.07
0.6	1.57	1.57	1.38	1.42	1.42	1.26	1.30	1.31	1.17
0.7	1.85	1.85	1.59	1.62	1.62	1.41	1.46	1.46	1.28
0.8	2.18	2.18	1.82	1.85	1.85	1.58	1.62	1.63	1.40
0.9	2.58	2.58	2.10	2.12	2.12	1.76	1.81	1.82	1.53
1.0	3.08	3.08	2.44	2.42	2.43	1.97	2.01	2.02	1.67
1.1	3.67	3.67	2.83	2.78	2.78	2.21	2.23	2.25	1.83
1.2	4.40	4.40	3.29	3.18	3.19	2.47	2.48	2.50	1.99
1.3	5.29	5.29	3.85	3.64	3.65	2.77	2.75	2.77	2.16
1.4	6.37	6.37	4.50	4.17	4.18	3.10	3.04	3.07	2.35
1.5	7.69	7.69	5.27	4.77	4.79	3.46	3.36	3.40	2.56

文献[5]归纳实验结果认为：冻结黏土的内摩擦角多数介于 $3^\circ \sim 8^\circ$ 之间，一般在 $2^\circ \sim 10^\circ$ 内；冻结砂土的内摩擦角介于 $15^\circ \sim 25^\circ$ 之间；土颗粒越粗，内摩擦角越大，反之亦然。因此，在冻结壁设计中，应考虑冻土内摩擦角的影响。

表 3 y 随 φ 的变化规律Table 3 Variation of y with φ

φ ($^{\circ}$)	$y = r_1/r_0$ (注: $m=0.4$)								
	$\psi=0.7$			$\psi=1.0$			$\psi=1.3$		
	CM	DP	GT	CM	DP	GT	CM	DP	GT
0	1.85	1.85	1.59	3.09	3.09	2.45	5.33	5.33	3.87
2	1.75	1.75	1.51	2.78	2.78	2.23	4.51	4.51	3.34
4	1.66	1.66	1.44	2.53	2.54	2.05	3.89	3.90	2.93
6	1.58	1.59	1.38	2.33	2.33	1.90	3.42	3.43	2.62
8	1.52	1.52	1.33	2.15	2.16	1.78	3.05	3.06	2.37
10	1.46	1.46	1.28	2.01	2.02	1.67	2.75	2.77	2.16
12	1.40	1.41	1.24	1.88	1.90	1.58	2.50	2.53	2.00
14	1.35	1.37	1.21	1.78	1.80	1.51	2.30	2.34	1.86
16	1.31	1.33	1.17	1.68	1.71	1.44	2.13	2.18	1.74
18	1.27	1.29	1.14	1.60	1.64	1.38	1.99	2.04	1.64
20	1.24	1.26	1.12	1.53	1.57	1.33	1.86	1.92	1.56
22	1.21	1.23	1.10	1.47	1.51	1.29	1.76	1.82	1.48
24	1.18	1.20	1.07	1.41	1.46	1.25	1.67	1.73	1.42
26	1.15	1.18	1.05	1.36	1.41	1.21	1.58	1.66	1.36
28	1.13	1.16	1.04	1.32	1.37	1.18	1.51	1.59	1.32
30	1.10	1.14	1.02	1.28	1.34	1.15	1.45	1.53	1.27

4 工程算例

某井筒穿过第三系厚黏土层, 冻结壁平均温度为 -20°C 。 -20°C 冻土和未冻土的弹性模量和泊松比分别为: $E_1=300 \text{ MPa}$, $\mu_1=0.2$, $E_2=100 \text{ MPa}$, $\mu_2=0.2$ 。 -20°C 冻土的内摩擦角 $\varphi=8^{\circ}$, 内聚力 $c=3.5 \text{ MPa}$, 屈服强度 $\sigma_c=8.0 \text{ MPa}$ 。已知井筒的掘进半径 $r_0=5 \text{ m}$, 试计算 $400\sim700 \text{ m}$ 深度范围内冻结壁的厚度。

p_0 按重液公式计算^[1]

$$p_0 = 0.013h \quad (40)$$

式中, h 为计算深度 (m)。

表 4 不同屈服条件下的 A 和 B 值Table 4 Values of A and B under some yielding criteria

屈服条件	Tresca	Mises	Coulomb-Mohr	Druker-Prager	广义 Tresca
A	1	1	1.3233	1.3218	1.3811
B/MPa	-8	-9.24	-8.05	-8.02	-9.5

将 φ , c 和 σ_c 的值代入表 1 计算得 A 和 B 值, 见表 4。计算得 $M=4.5$, 故 $m=1-2/M=0.56$ 。由 $q=-\frac{B+2p_0}{B}$, $n=\frac{A-1}{2}$, $a=\frac{qn}{n+1}+1$ 和 $b=\frac{mn}{n+1}$ 计算得到 a , b 和 n 值, 代入式 (32), 可求解得 y 值 (表 5), 进而求出冻结壁的厚度 $T=r_0(y-1)$, 见表 6。为便于对比, 将传统的冻结壁弹塑性计算公式—多姆克公式^[1]列出如下, 并将基于它的计算结果列于表 6。

$$T = r_0 \left[0.29 \frac{p_0}{\sigma_c} + 2.3 \left(\frac{p_0}{\sigma_c} \right)^2 \right] \quad (\text{Tresca 准则}), \quad (41)$$

$$T = r_0 \left[0.56 \frac{p_0}{\sigma_c} + 1.33 \left(\frac{p_0}{\sigma_c} \right)^2 \right] \quad (\text{Mises 准则})。 \quad (42)$$

从表 6 可见:

(1) 考虑冻结壁与围岩间的相互作用时, 所需冻结壁厚度比不考虑相互作用时明显要小, 本算例中减小 $10\%\sim36\%$, 随冻结壁厚度增大, 减小的比例变小。

(2) 采用不同屈服条件所得结果可能有较大差异, 本算例中最大的相差近 1 倍!

(3) 冻结壁厚度随深度呈非线性快速增长关系。

(4) 不考虑冻结壁与围岩间相互作用时(即: $m=1$ 时), 对比拟合公式 (41)、式 (42) 的结果与本文式

(32) 的精确数值解, 二者很接近, 但拟合公式有 $-3\%\sim+6\%$ 的误差, 冻结壁越厚, 相对误差越大。

表 5 y 值计算结果Table 5 Computational results of y

屈服条件	h/m							
	考虑相互作用($m=0.56$)			无相互作用($m=1.0$)				
	400	500	600	700	400	500	600	700
Tresca	1.83	2.37	3.10	4.10	2.15	2.70	3.45	4.47
Mises	1.61	1.99	2.49	3.15	1.91	2.31	2.83	3.51
Coulomb-Mohr	1.71	2.10	2.58	3.17	2.00	2.40	2.90	3.49
Druker-Prager	1.71	2.11	2.59	3.19	2.00	2.41	2.91	3.51
广义 Tresca	1.50	1.77	2.10	2.49	1.78	2.06	2.40	2.79

表 6 冻结壁厚度 T 计算结果Table 6 Computational results of frozen wall thickness $T(\text{m})$

屈服条件	h/m							
	考虑相互作用($m=0.56$)			无相互作用($m=1.0$)				
	400	500	600	700	400	500	600	700
Tresca	4.15	6.85	10.5	15.5	5.75	8.50	12.2	17.3
Mises	3.05	4.95	7.45	10.7	4.55	6.55	9.15	12.5
Coulomb-Mohr	3.55	5.50	7.90	10.8	5.00	7.00	9.50	12.4
Druker-Prager	3.55	5.55	7.95	10.9	5.00	7.05	9.55	12.5
广义 Tresca	2.50	3.85	5.50	7.45	3.90	5.30	7.00	8.95
Tresca (式(41))	—	—	—	—	5.80	8.75	12.3	16.5
Mises (式(42))	—	—	—	—	4.65	6.65	9.05	11.8

5 结论

本文建立了基于开挖卸载的冻结壁与围岩相互作用弹塑性力学模型, 推导了应力与位移解析解。在此基础上导出了 Tresca、Mises、Coulomb-Mohr、Druker-Prager 和广义 Tresca 屈服条件下的冻结壁厚度的计算公式 (32)。有如下结论:

(1) 基于符合实际的开挖卸载工况建立了力学模型, 所得冻结壁位移小于传统的冻结壁加载模型。

(2) 冻土的弹性模量与未冻土的弹性模量之比对冻结壁厚度计算有较大影响, 比值低于 10 时冻结壁与围岩间相互作用显著。考虑该相互作用可减小冻

结壁厚度，在本文算例中可减小冻结壁厚度 10%~36%，冻结壁厚度越薄时减小的百分比越高。因此，与不考虑冻结壁与围岩相互作用的传统公式比较，用本文公式（32）设计冻结壁更合理，可节省大量工程费用。

(3) 采用的屈服准则不同，所得冻结壁厚度相差可能较大。采用 Tresca 准则时所得厚度最大；采用广义 Tresca 准则时所得厚度最小；采用 Coulomb-Mohr 准则和 Druker-Prager 准则所得厚度居中，且十分接近。

(4) 内摩擦角对冻结壁的厚度计算有显著影响，特别是在 $\varphi = 0^\circ \sim 10^\circ$ 范围内！考虑到岩土材料属于摩擦型材料，因此建议选用 Coulomb-Mohr 准则进行冻结壁厚度计算。

(5) 冻结壁厚度随深度呈非线性快速增长关系。

参考文献：

- [1] 翁家杰. 井巷特殊施工[M]. 北京：煤炭工业出版社，1991. (WENG Jia-jie. Special construction engineering of mine shaft and drift[M]. Beijing: Coal Industry Press, 1991. (in Chinese))
- [2] 崔广心，杨维好，吕恒林. 深厚表土层中的冻结壁和井壁

[M]. 徐州：中国矿业大学出版社，1998. (CUI Guang-xin, YANG Wei-hao, LÜ Heng-lin. Frozen soil wall and mining shaft lining in deep alluvium[M]. Xuzhou: China University of Mining & Technology Press, 1998. (in Chinese))

- [3] 郑颖人，沈珠江，龚晓南. 岩土塑性力学原理[M]. 北京：中国建筑工业出版社，2003. (ZHENG Ying-ren, SHEN Zhu-jiang, GONG Xiao-nan. The principles of geotechnical plastic mechanics[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2003. (in Chinese))
- [4] 杨维好，杨志江，韩涛，等. 基于与围岩相互作用的冻结壁弹性设计理论[J]. 岩土工程学报，2012, 34(3): 516 - 519. (YANG Wei-hao, YANG Zhi-jiang, HAN Tao, et al. Elastic design theory of frozen soil wall based on interaction between frozen soil wall and surrounding rock[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(3): 516 - 519. (in Chinese))
- [5] 陈湘生. 人工冻结粘土力学特性研究及冻土地基离心模型实验[D]. 北京：清华大学，1999. (CHEN Xiang-sheng. Study on mechanical characteristics of frozen clays and centrifugal modeling test of frozen soils[D]. Beijing: Tsinghua University, 1999. (in Chinese))

本期广告索引

- 封 2 北京筑信达工程咨询有限公司
- 封 3 北京理正软件设计研究院有限公司
- 封 4 上海分元土木工程科技有限公司