

加载路径对粗粒土非共轴性影响的试验研究

蔡燕燕^{1,2}, 俞 缙^{1,2}, 余海岁³, 郭力群¹

(1. 华侨大学岩土工程研究所, 福建 厦门 361021; 2. 中国矿业大学深部岩土力学与地下工程国家重点实验室, 江苏 徐州 221008;
3. 诺丁汉大学岩土力学研究中心, 诺丁汉 NG7 2RD)

摘要: 采用空心圆柱扭转仪, 对 Portaway 砂进行排水试验, 研究粗颗粒砂土主应力和主应变增量的非共轴性, 以及应力路径(历史)对砂土非共轴性的影响规律。试验分两个系列, 系列 1 中试件在排水固结后直接沿着固定的主应力方向进行加载, 系列 2 中试件在排水固结后先进行轴向压缩, 再沿着与系列 1 同样的加载路径剪切。试验进一步验证了颗粒材料的非共轴特性。试验结果显示: 非共轴度与材料的加载方向密切相关, 加载历史对于非共轴度有一定的影响; 随着试件接近破坏状态, 主应力和主应变增量趋于共轴。

关键词: 非共轴; 粗粒土; 空心圆柱扭转仪; 排水试验

中图分类号: TU411 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2012)06-1117-06

作者简介: 蔡燕燕(1982-), 女, 福建晋江人, 博士, 讲师, 主要从事土力学与地基基础等方面的研究工作。E-mail: yycai@hqu.edu.cn。

Experimental study on effect of loading path on non-coaxiality of granular materials

CAI Yan-yan^{1,2}, YU Jin^{1,2}, YU Hai-sui³, GUO Li-qun¹

(1. Geotechnical Engineering Department, Huaqiao University, Xiamen 361021, China; 2. State Key Laboratory for Geomechanics and Deep Underground Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221008, China; 3. Nottingham Centre for Geomechanics, University of Nottingham, Nottingham NG7 2RD, UK)

Abstract: The non-coaxiality between the major principal stress and the principal strain increment directions is found to be an important feature of granular materials. The conventional constitutive models are based on the theory of coaxiality without considering the effect of non-coaxiality. A hollow cylinder apparatus is used to investigate the non-coaxiality between the axes of the major principal stress and principal strain increment and the effects of loading history on the degree of non-coaxiality. Two series of drained tests are carried out on Portaway sand. In the first series, the specimens are sheared along the fixed principal stress directions. In the second one, the specimens are compressed along the vertical direction before shearing along the same paths of the first series. The results show further evidence of the non-coaxiality. The degree of non-coaxiality has dependence on the loading directions as well as the effect of loading history. It is also found that the degree of non-coaxiality will reduce when the specimen approaches failure.

Key words: non-coaxiality; granular material; hollow cylinder apparatus; drained test

0 引言

砂土的非共轴性是指加载过程中土的主应力方向与主应变增长方向之间的不一致性^[1-3]。传统的土体本构模型均建立在共轴理论上, 即主应变沿着主应力的方向增长。许多研究表明这种理论只适用于各向同性材料, 而岩土材料通常是各向异性的, 传统理论并不能准确的反应颗粒材料的应力应变状态。近年来, 砂土的非共轴性受到了越来越多的关注。有研究者通过数值模拟指出, 在岩土工程设计中若不考虑粗颗粒土

的非共轴特性, 设计的可靠性将会大大降低^[3-7]。

早在 1967 年, Roscoe 等^[1]就在纯剪试验中发现了主应力轴与主应变率轴之间的非共轴关系, 并发现在剪切的开始阶段, 主应变角度和主应力增量角度大小

基金项目: 国家自然科学基金项目(51109084); 福建省自然科学基金项目(2011J01317); 中国矿业大学深部岩土力学与地下工程国家重点实验室开放基金项目(SKLGDUEK1012, SKLGDUEK1111); 重庆交通大学(桥梁)结构工程重点实验室开放基金项目(CQSLBF-Y11-2); 华侨大学侨办基金项目(09QZR03)

收稿日期: 2011-06-30

相差很多, 随着剪切的进行, 试件接近失稳的过程中, 两者慢慢的接近。Wong 等^[2]通过直剪实验也发现随着主应力轴的旋转, 主应力与主应变率的角度偏差可达到 30° 以上。然而, 传统的土工试验仪器如常规三轴仪器属于比例加载, 不能反应粗粒土的共轴性。在纯剪试验中, 主应力方向在加载过程中会发生旋转, 而引起主应力方向与主应变增量方向的不一致, 但由于只能监测水平面的应力, 不能确定完全的应力状态, 因此无法深入的研究非共轴的变化规律。空心圆柱扭转仪(简称 HCA)作为一种新型设备, 可在控制 3 个主应力大小的同时, 使最大主应力沿着竖直平面旋转, 因此可以用于颗粒材料非共轴性方面的研究。在上世纪八十年代, 就有人使用 HCA 进行颗粒材料的非共轴应力行为研究。Symes 等^[7]运用 HCA 做了一系列 Ham Rivers 砂的不排水实验, 结果表明主应力与主应变率的夹角最大可达 20°。Miura 等^[8]在试验中发现了单向加载以及主应力轴旋转加载过程 Toyoura 砂的最大主应力和最大主应变增量方向并不一致。Ishihara 和 Towhata 等^[9]、Pradel 等^[10]也利用 HCA 对 Toyoura 砂的非共轴现象进行更进一步的研究。结果表明主应变增量的角度和主应力的增长速度和方向密切相关。Gutierrez 等^[11]还指出塑性应变增量方向取决于应力大小和方向。此后他们在试验基础上建立了弹塑性本构模型来模拟主应力方向旋转条件下的砂土应力应变行为^[12]。国内学者也进行了与土的非共轴性相关的理论研究^[13-14]。

最近, Alonso-Marroquín 等^[15]、Li 等^[16]利用离散元法, 得到与 Roscoe 相似的研究结果。Li 等^[16]还发现非共轴角度的大小取决于材料的各向异性以及加载历史, 相关结论尚缺乏试验数据验证。本文通过 HCA 对密实 Portaway 砂进行一系列的排水试验, 研究单向加载条件下 Portaway 砂主应力与主应变率方向的变化规律。试验包括直接沿着固定主应力方向加载, 以及先进行轴向压缩后再沿固定主应力方向加载两部分, 依此讨论预加载力对于砂土非共轴角度的影响。

1 试验仪器: 空心圆柱扭转仪 (HCA)

本文试验在英国诺丁汉大学岩土力学研究中心完成, 采用 GDS-SSHCA 仪。HCA 试件的尺寸为内半径 $r_i=30$ mm, 外半径 $r_o=50$ mm, 高度 $H=200$ mm。图 1 所示为 HCA 试件的受力状态。试件所受荷载为轴向力 W , 扭矩 M_T , 内部围压 p_i , 和外部围压 p_0 。这几个荷载可以分别独立进行控制, 因此轴向应力 σ_z , 径向应力 σ_r , 周向应力 σ_θ 以及剪应力 $\tau_{\theta z}$ 也可以独立的进行控制。在加载过程中, 扭矩 M_T 产生竖直方向和

水平方向的剪应力 $\tau_{\theta z}$ 和 $\tau_{z\theta}$; 而轴向应力由轴向荷载 W 生成, 通过改变内外围压 p_i , p_0 来改变径向和周向应力 σ_r , σ_θ 。这两个应力的关系是由内外围压的不同来确定的。图 2 为该试验所使用的空心圆柱体腔体部分以及用于制作试件的模具。在腔体底部, 有 3 个阀门分辨连接到 3 个液压控制器, 用于施加和控制内部围压, 外部围压, 以及试件反压。另外有一个阀门连接到试件内部, 用于添加无气水, 提高试件的饱和度。还有一个阀门连接到数码采集器, 用于测量孔隙水压力。

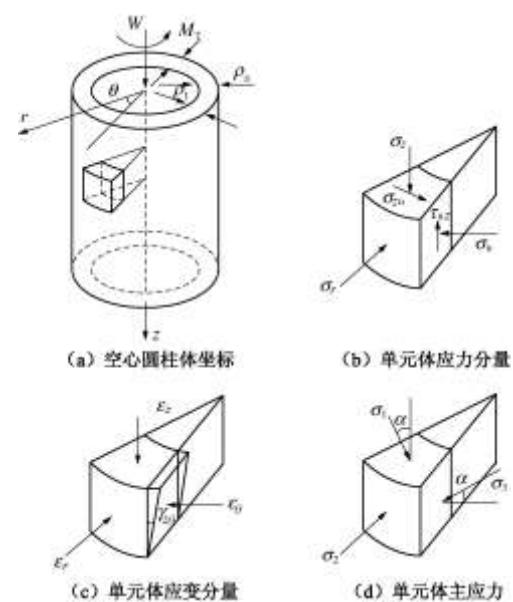


图 1 空心圆柱体受轴向荷载 W 、扭矩 M_T 、内部围压 p_i 、外部围压 p_0 作用下的应力和应变分量

Fig. 1 Stress and strain components within HCA subjected to axial load W , torque M_T , internal pressure p_i and external pressure p_0



图 2 本试验所用的 GDS 空心圆柱扭转仪

Fig. 2 GDS-HCA cell

各主应力可由平均应力分量计算得出

$$\sigma_1 = \frac{\bar{\sigma}_z + \bar{\sigma}_\theta}{2} + \sqrt{\left(\frac{\bar{\sigma}_z - \bar{\sigma}_\theta}{2}\right)^2 + \tau_{\theta z}^2}, \quad (1)$$

$$\sigma_2 = \bar{\sigma}_r, \quad (2)$$

$$\sigma_3 = \frac{\bar{\sigma}_z + \bar{\sigma}_\theta}{2} - \sqrt{\left(\frac{\bar{\sigma}_z - \bar{\sigma}_\theta}{2}\right)^2 + \tau_{\theta z}^2}. \quad (3)$$

平均压力 p 和偏应力 q 分别运用下列公式计算:

$$p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3, \quad (4)$$

$$q = \sigma_1 - \sigma_3. \quad (5)$$

不同的荷载状态可由变量 α 和 b 来描述。其中 α 是最大主应力相对于竖直方向的角度, 可以在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 之间变化。 α 值可由一致的平均应力分量计算:

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tau_{\theta z}}{\sigma_z - \sigma_\theta}. \quad (6)$$

b 为中间主应力相对值, 变化范围在 $0 \sim 1$ 之间:

$$b = \frac{(\sigma_2 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_3)}. \quad (7a)$$

试验中内外围压均保持相等状态 ($p_i = p_o$), 在这种特殊情况下, σ_r 和 σ_θ 假定为和围压相等, 因此 σ_2 也和外部外压 p_i 相等。此时, α 角度的变化将带来相对值 b 的变化, 式 (7a) 可转变为

$$b = \sin^2 \alpha. \quad (7b)$$

主应变增量 α_{de} 相对于竖直方向的角度由下式计算:

$$\tan 2\alpha_{de} = \frac{d\gamma_{\theta z}}{d\varepsilon_z - d\varepsilon_\theta}. \quad (8)$$

2 试验材料及试验过程

试验采用 Portaway 砂, 取自英国谢菲尔德地区。其物理指数: 平均粒径 $D_{50}=0.35$ mm, 有效粒径 $D_{10}=0.16$ mm, 不均匀系数 C_u 为 $D_{60}/D_{10}=2.5$, 比重 $G_s=2.65$, 最小孔隙率 $e_{min}=0.45$, 最大孔隙率 $e_{max}=0.66$ 。Portaway 砂以石英为主要矿物, 混合碳酸盐物质, 颗粒主要是多角形, 颗粒微观扫描图见图 3。

所有试验均在排水条件下进行, 试件相对密度 D_r 约为 90%。试件制作采取加水沉积的方法, 制作过程中利用无气水保证试件的饱和度。试件放置完成后, 施加 20 kPa 的内外围压以支撑试件, 在此之前采用真空抽气的方法保证试件强度。待试件中的空气排除后, 反压力上升到 400 kPa, 内外围压上升到 420 kPa, 放置隔夜以保证试件的充分饱和。饱和度采用 Skempton 的 B 值确定法, B 值大于 0.96 时符合饱和要求。然后反压力保持 400 kPa 不变, 内外围压同时上升到 600 kPa, 试件在有效压力 $p'=200$ kPa 的条件下进行固结。

在所有试验中, 平均应力 p 保持 600 kPa 不变, 反压力保持 400 kPa, 等同于有效平均应力保持为 200 kPa。内外围压保持相等, 所以 $b = \sin^2 \alpha$ 。

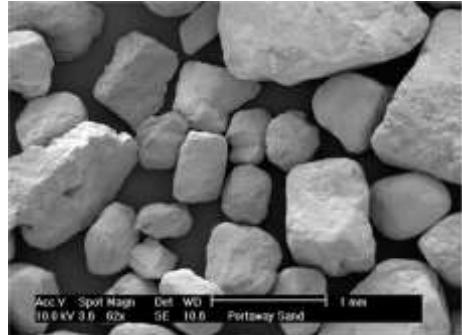


图 3 Portaway 砂的电子微观扫描图

Fig. 3 Scanning electron micrograph of Portaway sand

试验加载路径如图 4 所示。系列 1 是单向加载, 即在保持最大主应力方向与竖直方向成 0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 75° 及 90° 情况下, 增大偏应力。系列 2 在系列 1 的基础上, 沿着最大主应力竖直方向进行剪切, 偏应力差达到 300 kPa 后卸载, 偏应力 q 减少至 8 kPa, 然后沿着主应力轴 45° , 60° 及 75° 对试件进行剪切, 直至破坏。对应的 b 值将分别为 0.5, 0.75 与 0.933。试验中, 加载速率对于 α 采用 $1^\circ / \text{min}$, 偏应力差 q 以 1.5 kPa/min 的速度增加。由于在偏应力为 0 的情况下无法控制主应力的角度, 因此试验过程中首先把偏应力增加到 8 kPa 时再开始。

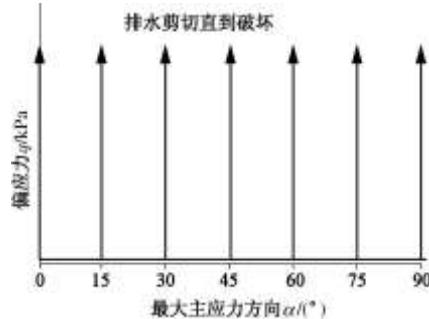


图 4 加载路径

Fig. 4 Design loading paths

3 试验结果及分析

图 5 为试验最终的实际加载路径。受软件限制, 只能采取应力控制的办法来进行, 有部分试验是瞬间终结的, 因此试验的终结点取应力峰值或应变突变点。图中实线表示试件固结完成后直接沿着设定的主应力方向匀速增加偏应力的大小, 虚线表示试件首先沿着最大主应力方向竖直方向, 即纯压缩无剪切的方向施加偏应力直至 300 kPa, 而后匀速卸载至 q 为 8 kPa 后再沿着预定的主应力方向进行加载。从图 5 中可以看出, 大多数的试验都能沿着设计的加载路径进行。而在系列

1—75°、系列2—60° 和系列2—75° 试验的最后阶段, 主应力轴的角度产生了少量的偏差, 大约为1° ~2°。图6为破坏强度和加载方向关系曲线。从图6中可以看出: 当沿着最大主应力处于竖直方向时破坏偏应力最大, 这时试件处于纯压缩状态。而后, 随着主应力轴角度的增大, 破坏时的偏应力逐渐降低, 在60° ~75° 区间达到最低点, 之后又有所回升。值得注意的是, 在0° ~30° 和60° ~90° 之间差别并不明显。但在30° ~60° 时, 偏应力变化很明显, 尤其是30° ~45° 时。当沿着主应力方向60° ~75° 方向加载时, 试件的强度最低。这个结果与Symes等^[7]、Miura等^[8]的结果相似。

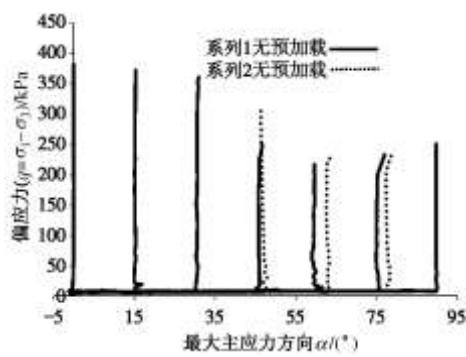


图 5 实际加载路径

Fig. 5 Experimental loading paths

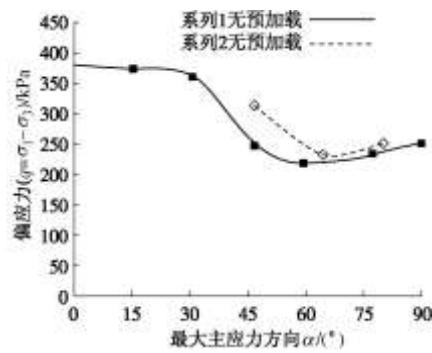


图 6 破坏强度和加载方向关系

Fig. 6 Dependence of failure strength on loading direction

图7为系列1试验应力应变和体变曲线, 由图7 (a) 可见, 在加载的初始阶段, 不同加载方向下的应力应变关系很接近。但随着偏应力的增加, 应力应变关系变化明显, 尤其是应力峰值的大小。由图7 (b) 可见, 所有的试验当中, 比较相似的情况是试件都在初始阶段都有微量的压缩, 随后开始膨胀。在纯压缩试验, 即主应力轴竖直的情况下, 压缩量最大, 而当主应力轴与竖直方向成60° 时, 压缩量非常小。假如材料是各向同性的, 那么试件的强度是不会受到加载方向的影响的。图7所示结果说明了试件在颗粒沉积过程中形

成了各向异性的构造特征。

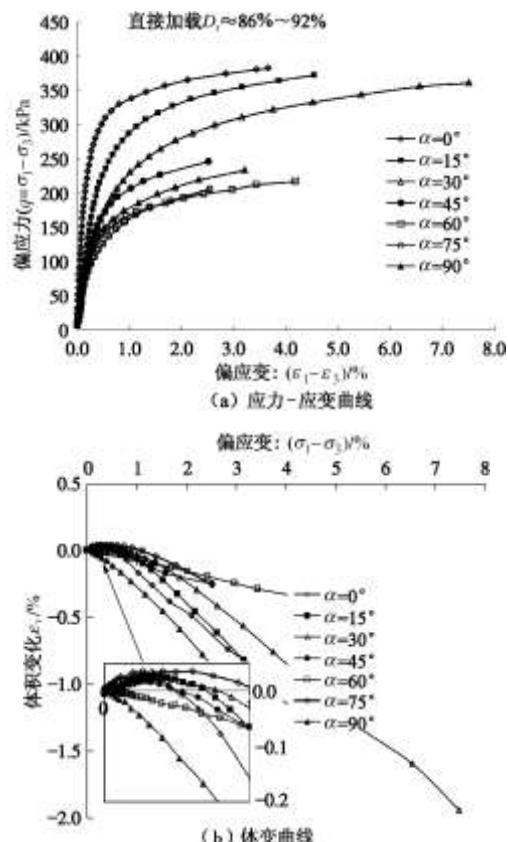


图 7 直接加载试验结果

Fig. 7 Experimental results of non-preloaded tests

这一系列的非共轴性试验见图8。在图8中, X轴代表 $\sigma_z - \sigma_\theta$, $d\epsilon_z - d\epsilon_\theta$, Y轴代表切应力 $2\tau_{\theta z}$ 及切应变增量 $d\gamma_{\theta z}$ 。从式(8)和式(6)可以得出箭头所表示的是一单元的应变增量, 箭头与X轴正方向的角度是主应变增量与竖直方向角度的2倍。实线所表示的是加载路径, 其与X轴正方向的夹角为主应力轴偏离竖直方向角度的两倍。由图8可知, 当主应力方向 $\alpha = 0^\circ$ 和 $\alpha = 90^\circ$ 时, 试件处于纯压缩和纯拉伸状态, 此时砂的主应力与主应变增量是共轴的。但当 $\alpha = 15^\circ$, 45° , 60° 和 75° 时, 主应力方向和主应变增量的方向不一致, 偏差量并不大, 最大只有6°。此时砂的应力应变行为可按共轴来考虑。当 $\alpha = 30^\circ$ 时, 两者偏差较大, 最大可达11°。另外, 当 $\alpha = 15^\circ$, 30° 以

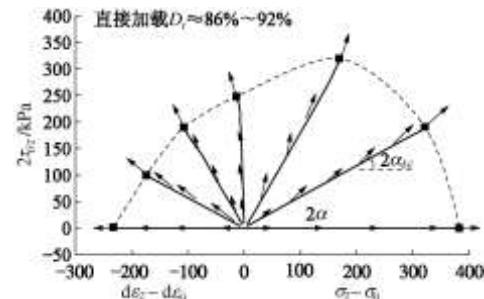
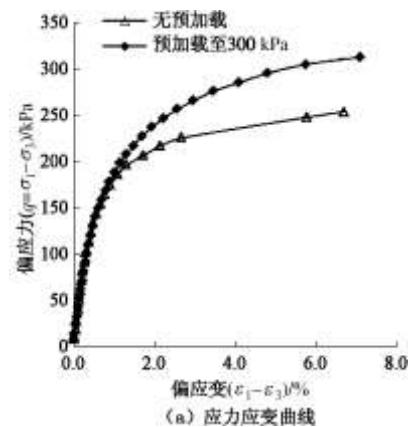


图 8 直接加载试验中的主应变增量方向

Fig. 8 Directions of principal strain increments for non-preloaded tests

及 45° 时, 主应变增量的角度要比主应力的角度大, 而当 $\alpha=60^\circ$ 和 75° 时则相反。从虚线所示的破坏面来看, 在破坏点主应变增量垂直于破坏面。总体而言, 在该系列试验中, 试件破坏时砂的应力行为基本上是共轴的。Miura等^[8]也指出了主应变增量往 45° 方向偏离的特征。

为保证系列2的试验不会在轴向受压过程中就发生破坏, 结合系列1的结果, 采用300 kPa为预加载的一个限值。图9~11为两系列试验的结果比较, 即最大主应变增量角度与最大主应力角度的差值, 从而更直观地展示应力历史对于砂土非共轴性的影响。在图7 (a)中, $\alpha=45^\circ$, 砂的应力发展形势在偏应力从0~200 kPa基本一致。在偏应力大于200 kPa以后, 砂土处于塑性变形阶段, 此时在同等的偏应力水平下, 直接加载试验的偏应变要小于把试件先进行轴向受压的试验。对于 $\alpha=60^\circ$ 及 $\alpha=75^\circ$ 两组试验, 有、无预压缩的砂土应力应变关系非常类似, 尤其是当 $\alpha=75^\circ$ 时 (图10 (a)、图11 (a))。从图9 (b)、10 (b)、11 (b)图所示的非共轴角度曲线当中可以看出, 应力历史对于非共轴角度是有影响的。图9 (b)中, 当 $\alpha=45^\circ$ 时, 经过预压缩后, 试件强度提高, 非共轴角度增大, 主应变增量的角度均大于主应力角度。无预压直接加载的试验当中, 平均非共轴角度仅为 $2^\circ \sim 3^\circ$, 最大也只有 5° 左右。而经过预压缩后, 非共轴角度平均值大概为 10° , 最大值大约为 15° 。图10 (b)中, 当偏应力沿着 $\alpha=60^\circ$ 方向进行加载时, 经过预压缩后, 非共轴角度由负值 (接近于0) 变为正值, 这说明主应变增量角度由小于主应力角度变为大于主应变增量角度。最大值大约为 8° , 随着偏应变的增加而慢慢减少, 直至共轴。图11 (b)中, 预压缩试验的非共轴角度曲线同样位于无预压试验曲线右侧, 在试件接近破坏时, 主应力方向与主应变增量方向渐渐的表现为共轴。而从图9 (a)、10 (a)、11 (a)曲线中可以看出, 预加载对于试件的应力应变影响并不明显, 但却使主应变增量的角度变大。



(a) 应力应变曲线

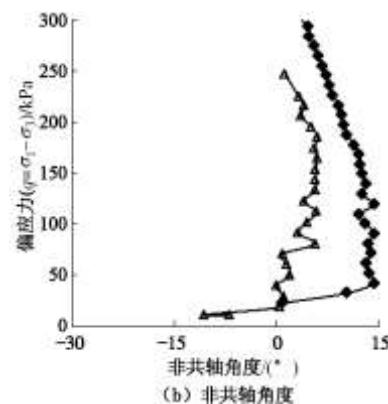
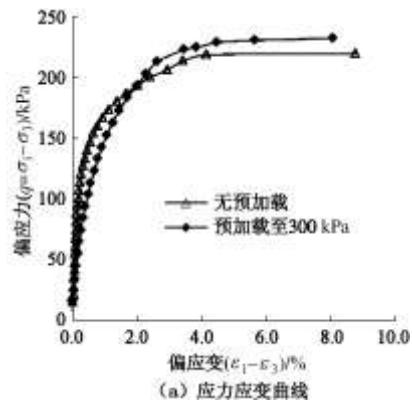


图9 $\alpha=45^\circ$ 时的应力应变曲线对比图和非共轴角度比较

Fig. 9 Experimental results of $\alpha=45^\circ$ stress-strain curves and comparison of non-coaxial degrees



(a) 应力应变曲线

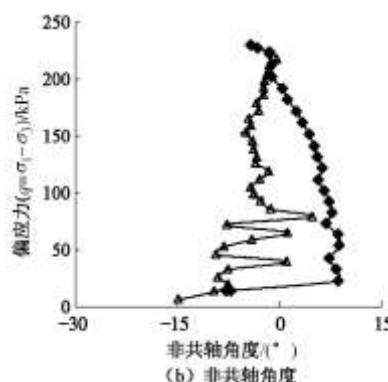


图10 $\alpha=60^\circ$ 时的应力应变曲线对比图和非共轴角度比较

Fig. 10 Experimental results of $\alpha=60^\circ$ stress-strain curves and comparison of non-coaxial degrees

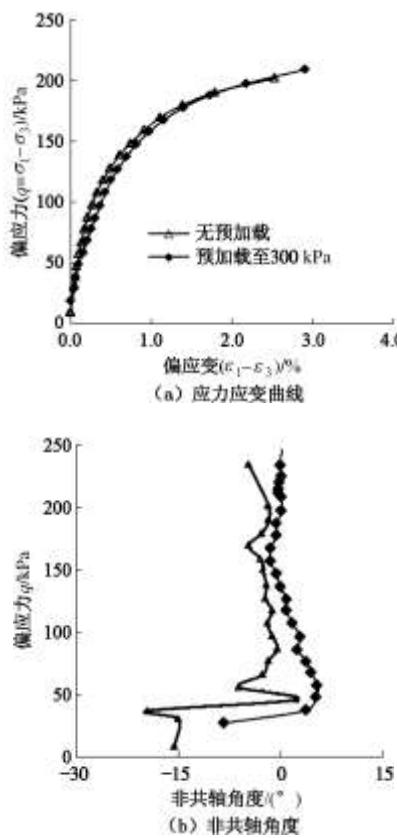


图 11 $\alpha=75^\circ$ 时的应力应变曲线对比图和非共轴角度比较

Fig. 11 Experimental results of $\alpha=75^\circ$ stress-strain curves and comparison of non-coaxial degrees

4 结 论

为了研究单向加载条件下颗粒砂土的主应力和主应变增量的非共轴性, 本文利用空心圆柱扭转试验仪, 采用Portaway砂进行了一系列排水试验。试验过程中, 主应力轴的角度固定不变。有3组试验在沿设计路径加载前预先施加了300 kPa的偏应力, 而后卸载。试验结果表明:

(1) 试件的强度和加载方向有很大的联系, 当最大主应力轴偏离竖直方向 $60^\circ \sim 75^\circ$ 时, 试件可承受的偏应力最小。这较好的体现了试件由于材料本身及制作过程所产生的各向异性。

(2) 在单向加载条件下, 粗颗粒砂的主应力与主应变增量方向之间具有一定的非共轴性, 但非共轴角度并不大。

(3) 非共轴角度的大小和偏向与加载关系有着很大的关系。

(4) 预加载对于材料的应力应变关系影响不明显, 但是对于非共轴角度有着一定的影响。整体上看, 预加载使得主应变增量的角度变大了, 从而影响了非共轴度。

参考文献:

- [1] ROSCOE K H, BASSETT R H, COLE E R L. Principal axes observed during simple shear of a sand[C]// 4th European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Oslo, 1967: 231 - 237.
- [2] WONG R K S, ARTHUR J R F. Sand Sheared by Stresses with Cyclic Variations in Directions[J]. Géotechnique, 1986, 36(2): 215 - 226
- [3] YU H S. Plasticity and Geotechnics[M]. Berlin: Springer, 2006.
- [4] YU H S, YUAN X. The importance of accounting for non-coaxial behaviour in modelling soil-structure interaction[C]// Proceedings of the 11th IACMAG 2005: 709 - 718.
- [5] YANG Y, YU H S. Application of a non-coaxial soil model in shallow foundations[J]. Geomechanics and Geoengineering, 2006, 1(2): 139 - 150
- [6] YU H S. Non-coaxial theories of plasticity for granular materials, Keynote Lecture[C]// Proc of 12th International Conference of IACMAG 2008: 361 - 378.
- [7] SYMES M J, GENS A, HIGHT D W. Undrained anisotropy and principal stress rotation in saturated sand[J]. Géotechnique, 1984, 34(1): 11 - 27.
- [8] MIURA K, MIURA S, TOKI S. Deformation behaviour of anisotropic dense sand under principal stress axis rotation[J]. Soils and Foundations, 1986, 26(1): 36 - 52.
- [9] ISHIHARA K, TWOHATA I. Sand response to cyclic rotation of principal stress directions as induced by wave loads[J]. Soils and Foundations, 1983, 23(4): 11 - 26.
- [10] PRADEL D, ISHIHARA K, GUTIERREZ M. Yielding and flow of sand under principal stress axes rotation[J]. Soils and Foundations, 1990, 30(1): 87 - 99.
- [11] GUTIERREZ M, ISHIHARA K, TWOHATA I. Flow theory for sand during rotation of principal stress direction[J]. Soils and Foundations, 1991, 31: 121 - 132.
- [12] GUTIERREZ M, ISHIHARA K. Non-coaxiality and energy dissipation in granular material[J]. Soils and Foundation, 2000, 40: 49 - 9.
- [13] 孙德安, 姚仰平. 粒状材料的一个实用弹塑性模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(8): 1147 - 1152. (SUN De-an, YAO Yang-ping. Practical elastoplastic model for granular materials[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(8): 1147 - 1152. (in Chinese))
- [14] 黄茂松, 孙海忠, 钱建固. 粗粒土的非共轴性及其离散元数值模拟[J]. 水利学报, 2010, 41(2): 173 - 181. (HUANG Mao-song, SUN Hai-zhong, QIAN Jian-gu. Non-coaxial

- behavior of coarse granular aggregates simulated by DEM[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2010, **41**(2): 173 - 181. (in Chinese))
- [15] ALONSO-MARROQUIN F, LUDING S, HERRMANN H J. Role of anisotropy in the elastoplastic response of a polygonal packing[J]. Physical Review, 2005(E71): 051304.
- [16] LI X, YU H S. Influence of loading direction on the behaviour of anisotropic granular materials[J]. International Journal of Engineering Science, 2009, **47**: 1284 - 1296.