

类岩石裂纹压剪流变断裂与亚临界扩展实验及破坏机制

赵延林^{1,2}, 万文^{1,2}, 王卫军^{1,2}, 赵伏军^{1,2}, 曹平³

(1. 湖南科技大学能源与安全工程学院, 湖南 湘潭 411201; 2. 湖南科技大学煤矿安全开采技术湖南省重点实验室, 湖南 湘潭 411201;
3. 中南大学资源与安全工程学院, 湖南 长沙 410083)

摘要: 进行双轴压缩条件下类岩石裂纹的压剪流变断裂实验, 采用双扭试件的常位移松弛法对类岩石材料进行亚临界裂纹扩展与断裂韧度试验。在实验室尺度上证实了类岩石裂纹流变断裂现象的存在, 并且得到了翼形裂纹-翼形裂纹贯通、翼形裂纹-原生裂纹贯通和翼形裂纹-翼形裂纹-剪切裂纹贯通的3种流变断裂贯通模式。类岩石材料的流变断裂是一种稳定的裂纹扩展, 其本质原因是类岩石裂纹的亚临界扩展。以黏弹性断裂力学、流变力学和能量准则为理论依据, 推导以应力强度因子、翼形裂纹长度和时间为内变量的相应势函数, 建立多种破坏机制的压剪岩石裂纹的流变断裂判据和计算模型。利用流变断裂实验对计算模型进行验证, 得出裂纹流变贯通的理论时间与实验时间较为吻合, 当翼形裂纹的扩展方向与最大压应力方向偏离较大时实验结果与理论模型误差较大。提出的计算方法和理论判据为研究岩石裂纹的流变断裂的细观机理及岩体工程流变破坏的宏观机制提供了一个新而实用的研究手段。

关键词: 岩石力学; 应力强度因子; 流变断裂; 翼形裂纹; 破坏机制

中图分类号: TU452 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2012)06-1050-10

作者简介: 赵延林(1973-), 男, 湖南湘潭人, 博士, 副教授, 主要从事岩体流变断裂理论研究。E-mail: yanlin_8@tom.com。

Compressive-shear rheological fracture of rock-like cracks and subcritical crack propagation test and fracture mechanism

ZHAO Yan-lin^{1,2}, WAN Wen^{1,2}, WANG Wei-jun^{1,2}, ZHAO Fu-jun^{1,2}, CAO Ping³

(1. School of Energy and Safety Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China; 2. Hunan Provincial Key Laboratory of Safe Mining Techniques of Coal Mines, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China; 3.

School of Resources and Safety Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: Based on the experiments of creep fracture of rock-like cracks under compressive-shear load and biaxial compression, a subcritical propagation fracture toughness test on rock-like materials is made by using the constant displacement load relaxation method of double torsion specimens. The presence of creep fracture is confirmed on a laboratory-scale, and three creep fracture coalescence patterns are obtained: wing crack to wing crack, wing crack to primary crack, and wing crack to wing crack to shear crack. The creep fracture of rock-like materials is a stable crack growth essentially due to the subcritical propagation of rock-like cracks. Subcritical propagation occurs in rock-like cracks. Based on viscoelastic fracture mechanics, rheologic mechanics and energy principles, the corresponding potential functions are deduced in which inner variables are stress intensity factor, wing crack length and time. The creep fracture criterion and computational model for various damage effects and rock cracks under compressive-shear load are established. Using the experiments of creep fracture to verify these computational models, the theoretical time agrees with the experimental one of creep coalescence. The error between the experimental results and theoretical models will be larger when the propagation direction of wing crack is far away from the direction of the maximum pressure stress. The proposed method and theoretical criterion will provide a new and practical tool for studying the microscopic mechanism of creep fracture of rock cracks and the macro-mechanism of creep fracture in rock engineering.

Key words: rock mechanics; stress intensity factor; rheological fracture; wing crack; fracture mechanism

基金项目: 国家自然科学基金项目(51174088, 51074071, 50974059);
湖南省自然科学基金项目(10JJ3007); 湖南省教育厅项目(11C0539);
湖南省高校科技创新团队支持计划项目; 湖南省优秀博士学位论文获奖作者科研资助项目(YB2011B040)

收稿日期: 2011-04-15

岩体裂纹在荷载作用下张开、闭合、滑移起裂、分支扩展、相互作用及贯通等渐进破坏过程中, 同时存在着流变的发展和断裂的累积破坏。在载荷作用下由于岩体介质的黏弹性性质, 岩体裂纹能量释放率将随持荷时间的增长而增加, 因而根据持荷水平可能发生裂纹体的延迟起裂、流变扩展和延迟失稳破坏等形式。

自从 Griffith 提出脆性材料裂纹扩展的能量准则以来, 人们对黏弹性材料流变断裂进行了大量研究, Knauss^[1]提出了黏弹性体中裂纹失稳扩展的临界裂纹速度转变判据; Christensen^[2]将 Griffith 能量判据推广到时间相依的裂纹扩展判据; 袁龙蔚^[3]通过非平衡不可逆热力学过程, 对流变断裂问题进行了解释和数学论证。而对岩体的流变断裂的研究只是近几十年才开始。研究主要集中在蠕变裂纹扩展的宏细实验研究、非线性流变断裂本构模型和流变断裂准则的研究上。Kranz^[4]用 SEM 方法对 Barre 花岗岩在 87% 的断裂强度荷载作用下裂纹的蠕变扩展进行了研究, 发现在外荷载作用下, 裂纹长度和裂纹数随时间增加, 在加速蠕变阶段, 裂纹之间的连接、归并比单一裂纹的扩展更为明显; 陈有亮等^[5-6]采用直接拉伸试验方法, 对红砂岩进行了拉伸断裂和拉伸流变断裂试验, 研究了蠕变条件下岩石裂纹的起裂和扩展机理; 邓广哲等^[7]应用实验手段, 从宏观、细观等角度进行了对比研究, 得到了裂隙岩体强度弱化与裂隙扩展过程之间的基本关系。杨延毅^[8]通过研究裂隙岩体非线性变形与裂隙损伤扩展过程的相互关系, 推求了具有损伤耦合效应的岩体非线性流变状态方程; 陈卫忠等^[9]建立了岩体非弹性变形过程中的损伤演化方程和考虑节理裂隙蠕变损伤耦合的率本构方程; 赵延林等^[10]探讨了渗透压作用下黏弹性压剪岩石裂纹的起裂、流变扩展规律, 并建立了渗透压作用下岩体的流变断裂贯通判据。

工程岩体裂纹产生流变断裂的本质原因在于岩体裂纹在低于断裂韧度的长期荷载作用下, 裂纹将会以一定的速度扩展^[11-14], 即岩体的亚临界裂纹扩展。影响亚临界裂纹扩展的因素很多, 如应力强度因子、压力、温度、环境介质的活性等。

岩体的破坏实际上是岩体裂纹扩展、连接的结果, 是一种与时间相依的流变破坏的过程, 岩石的瞬时加载破坏试验研究已有许多报道, 而已有的岩石流变试验多是以探求流变参数, 获得岩石的宏观流变响应为目的^[15-17]。岩石裂纹流变扩展研究相对较少, 特别是由于翼形裂纹萌生、扩展和相互连接引起的岩石流变破坏尚需深入研究。

本文进行双轴压缩条件下类岩石裂纹的压剪流变断裂实验, 采用双扭试件的常位移松弛法对类岩石材

料进行亚临界裂纹扩展与断裂韧度试验。在实验研究的基础上以断裂力学、流变力学和能量准则为理论依据, 推导以应力强度因子、翼形裂纹长度和时间为内变量的相应势函数, 建立多种破坏机制的流变断裂判据。

1 类岩石裂纹压剪流变断裂实验

1.1 试件制备

为了模拟裂隙岩体内岩桥的脆性破坏, 试验采用与岩石相似(脆性、剪胀)的模型材料(由白水泥、沙子、水组成)制作类岩石模型试样^[18]。采用的模型材料配比为白水泥:沙子:水=26:25:10(重量比), 沙子由粗细不同的两级清洁粒组(0.15~0.30 mm)试验模具各组件全部采用8~10 mm厚的有机玻璃制作, 成型模具内部尺寸为长×宽×高=20 cm×15 cm×3 cm。

在类岩石试件中预制裂纹, 将模具中浇注好试件, 在室温环境下养护2~2.5 h后, 将擦拭机油的0.1 mm厚的薄钢片插入预定刻槽位置(不同的裂纹布置)继续养护至12 h左右, 脱模, 并将薄钢片抽出; 试件脱模后, 检查试件表面及端部平整度, 并对裂纹的贯穿性进行检查, 对出现形状不规整、端部不平的试件进行打磨, 保证试件的不平整度满足试验要求; 对于出现的破损试样进行剔除。将脱模后的试件放入自来水中养护28 d。

1.2 裂隙空间布置及试验设备

为研究类岩石裂纹体的流变贯通模式, 对含两条雁形预制裂纹的流变扩展、贯通过程进行研究。裂纹的空间布置见图1, 试件尺寸为长×宽×高=20 cm×15 cm×3 cm; 预制裂纹长度 $2a=4$ cm, 岩桥长 $2b=8$ cm, 预制裂纹倾角 α 和岩桥倾角 β 的布置见表1。每种试件各加工5个。

表1 预制裂纹的展布方式

Table 1 Distribution patterns of pre-cracks

裂隙倾角 α /(°)	岩桥倾角 β /(°)
25	25
25	45
25	75
25	90
25	105
45	45
45	75
45	90
45	105

类岩石雁形裂纹试件的流变断裂试验在湖南科技大学岩石力学实验室的长春朝阳公司生产的 RYL-600 微机控制岩石剪切流变仪上进行, 试验机采用 DOLI 全数字交流伺服测试系统, 压力长时间稳定度 $\leq \pm 2\%$, 变形测量精度在 $\pm 0.5\%$ 以内, 用数码相机对类岩

石雁形裂纹试件的流变断裂过程进行实时观测并进行视频输出。图 2 为正在 RYL-600 微机控制岩石剪切流变仪进行双轴压缩条件下类岩石雁形裂纹试件的流变断裂破坏试验图和流变断裂实验系统示意图。

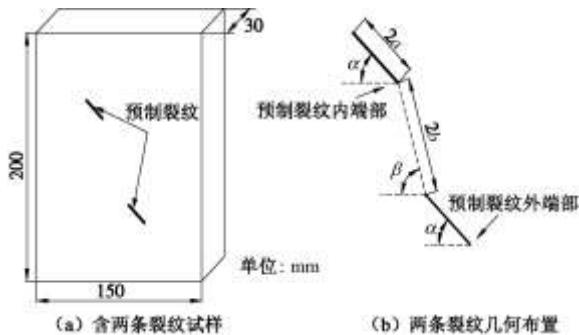


图 1 类岩石雁形裂纹试件及裂纹几何布置

Fig. 1 Rock-like sample with echelon pattern cracks and geometrical arrangement of cracks

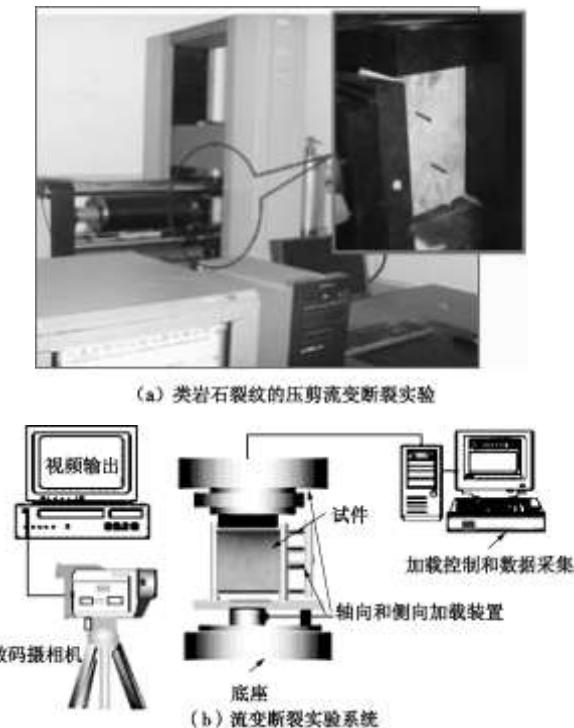


图 2 双轴压缩条件下类岩石雁形裂纹试件的流变断裂试验

Fig. 2 Creep fracture test upon rock-like sample with echelon pattern cracks

流变断裂试验轴向加载应力, 通过多次尝试后采用预制裂纹尖端开始起裂的应力水平 $\sigma_i + 1.5 \text{ MPa}$, 侧向加载应力固定为 1 MPa。在此应力水平下翼形裂纹已萌生。

1.3 流变断裂贯通模式

下面以裂纹倾角 45°, 岩桥倾角 90° 的试件#1、裂纹倾角 45°, 岩桥倾角 105° 的试件#2 和裂纹倾角 25°, 岩桥倾角 75° 的试件#3 为例, 来研究类岩石裂纹流变断裂贯通模式。

(1) 第一类流变断裂贯通模式

当岩桥倾角为 90° 时, 翼形裂纹相互贯通, 形成翼形裂纹—翼形裂纹流变断裂贯通模式(第一类贯通模式)。图 3 为试件#1, 在轴压 26.1 MPa, 侧压 1 MPa 的应力水平下, 流变时刻 $t = 0$ 和 55.6 h 的裂纹扩展图。可以看出在 $t = 0$ 时翼形裂纹已萌生扩展, 其瞬时扩展长度约为 2~3 cm; $t = 55.6 \text{ h}$ 时翼形裂纹相互贯通, 在 55.6 h 内翼形裂纹流变扩展长度约为 4.27 cm。

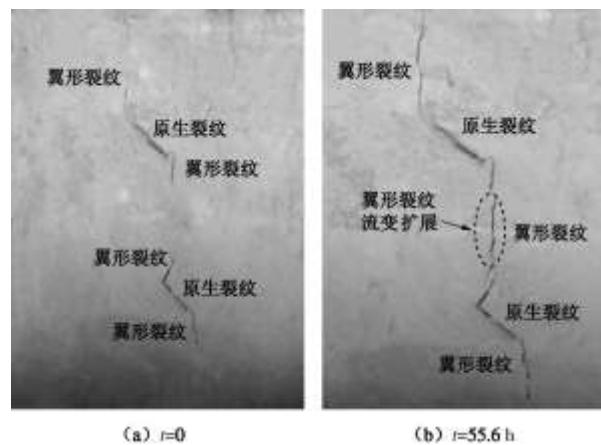


图 3 翼形裂纹 - 翼形裂纹流变断裂贯通

Fig. 3 Creep fracture coalescence of wing crack to wing crack

(2) 第二类流变断裂贯通模式

当岩桥倾角小于 90° 时, 随着翼形裂纹流变扩展, 翼形裂纹最终与预制原生裂纹贯通, 形成翼形裂纹—原生裂纹流变断裂贯通模式(第二类贯通模式)。图 4 为试件#2 在轴压 29.2 MPa、侧压 1 MPa 下, 不同流变时刻 $t = 0$ 和 98.3 h 的裂纹扩展图。可见看出, 在 $t = 0$ 时原生裂纹萌生的翼形裂纹扩展长度约为 2.5~3.7 cm, 随时间的增长, 翼形裂纹流变扩展, 当 $t = 98.3 \text{ h}$ 时两翼形裂纹分别与预制原生裂纹贯通。

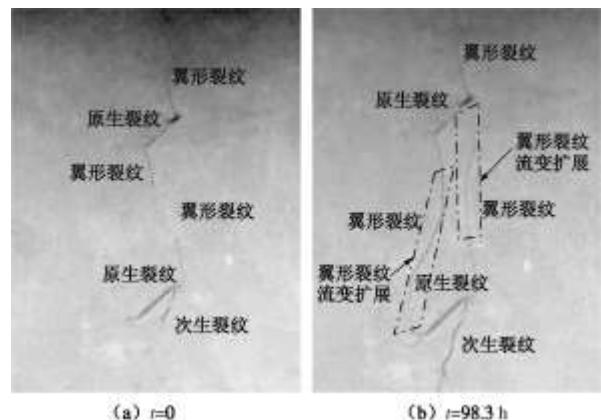


图 4 翼形裂纹 - 原生裂纹流变断裂贯通

Fig. 4 Creep fracture coalescence of wing crack to primary crack

(3) 第三类流变断裂贯通模式

当岩桥倾角大于 90° 时, 翼形裂纹向近最大压应力方向流变扩展, 当翼形裂纹扩展到某一时刻, 裂纹间岩

桥很窄, 由于翼形裂纹间强烈的相互作用, 岩桥剪切破碎。形成翼形裂纹—翼形裂纹—剪切裂纹流变断裂贯通模式(第三类贯通模式)。图5为试件#3在轴压31.5 MPa, 侧压1 MPa下, 流变时刻 $t=0$ 和119.2 h的裂纹扩展图。比较图5(a)和5(b)发现, 随时间的增长, 翼形裂纹流变扩展, 当 $t=119.2$ h时两翼形裂纹间岩桥剪切破裂, 形成宏观断裂带。与翼形裂纹的流变扩展相比, 岩桥从出现剪切微裂纹到全部剪切破裂的持续时间很短, 岩桥破断持续时间约为1.13 h, 相比翼形裂纹的流变扩展, 岩桥的剪切破裂更大程度呈现出脆性断裂, 破断岩桥长度为2.3 cm。

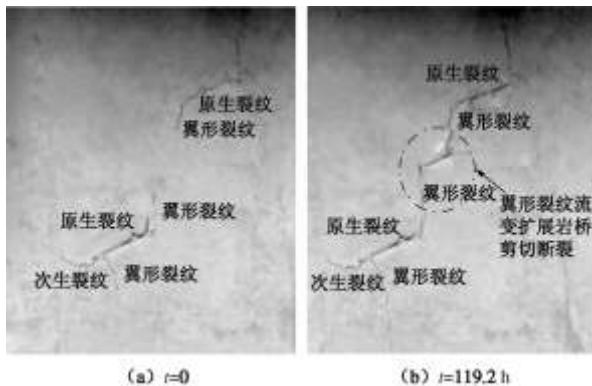


图5 翼形裂纹—翼形裂纹—剪切裂纹流变断裂贯通

Fig. 5 Creep fracture coalescence of wing crack to wing crack to shear crack

图6为试件#1, #2, #3的竖向蠕变位移随时间的变化规律。实验曲线看出, 衰减蠕变阶段, 各试件蠕变速率随时间逐渐减少, 试件#1, #2和试件#3的衰减蠕变阶段分别为3.5, 7.2, 9.6 h。翼形裂纹流变断裂主要发生在定常蠕变阶段。当蠕变时间为55.6 h(试件#1), 98.3 h(试件#2), 119.2 h(试件#3)时, 各试件的裂纹相互贯通, 蠕变进入加速阶段。加速蠕变起始时刻为翼形裂纹、剪切裂纹贯通搭接的时刻, 伴随宏观连续破裂面的出现, 试件失稳破裂。

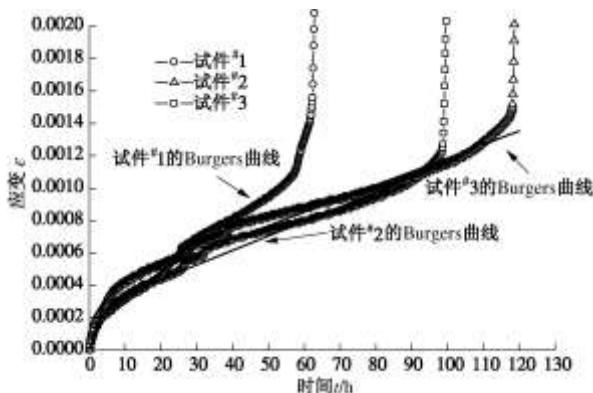


图6 试件的轴向蠕变曲线与 Burgers 模型拟合曲线

Fig. 6 Fitting curves of axial creep curve of sample and Burgers

model

用 Burgers 模型对蠕变曲线的衰减阶段和定常蠕变阶段进行描述^[19]。图7为 Burgers 模型的元件图。

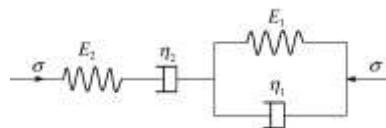


图7 Burgers 蠕变模型

Fig. 7 Burgers creep model

双轴压缩蠕变下Burgers模型的轴向蠕变方程为

$$\varepsilon_1(t) = \frac{2\sigma_1 - \sigma_3}{18K} + \frac{2\sigma_1 - \sigma_3}{6G_2} + \frac{2\sigma_1 - \sigma_3}{6\eta_2} [1 - \exp(-\frac{G_1}{\eta_1}t)] + \frac{2\sigma_1 - \sigma_3}{6\eta_2} t. \quad (1)$$

式中, $G_1 = \frac{E_1}{2(1+\mu)}$, $G_2 = \frac{E_2}{2(1+\mu)}$ 。

体积模量 K 为

$$K = \frac{E_1}{3(1-2\nu)} . \quad (2)$$

用 Burgers 模型对各试件的衰减阶段和定常蠕变阶段的实验数据点进行拟合, 得到各试件的 Burgers 蠕变参数, 见表2(t_a 为加速蠕变阶段的起始时刻)。

表2 各试件的 Burgers 蠕变参数

Table 2 Burgers creep parameters of specimens

试件	侧压 /MPa	轴压 /MPa	K /GPa	E_2 /GPa	E_1 /GPa	η_1 /(GPa h)	η_2 /(GPa h)	t_a /h
#1	1.0	26.1	26.7	5.3	130.6	75.5	529.0	55.6
#3	1.0	31.5	33.4	6.3	62.9	78.4	1057.9	119.2
#2	1.0	29.2	30.6	5.7	91.8	113.4	1063.6	98.3

2 类岩石裂纹的亚临界扩展实验

处于一定环境介质中的岩体裂纹, 在裂纹尖端的应力强度因子 K_I 未达到断裂韧度 K_{IC} , 即裂纹开始快速扩展前, 有一个稳定的、准静态的裂纹扩展称为亚临界扩展。在应力腐蚀过程中, 常用 K_I 作为控制裂纹扩展的参量。相应的应力腐蚀下限为 K_0 , 当 $K_I < K_0$ 时, 裂纹不扩展, 而在 $K_0 < K_I < K_{IC}$ 时, 裂纹随时间而扩展。这便导致岩体工程失稳与岩体裂纹流变扩展相关。研究类岩石材料亚临界裂纹扩展规律和断裂特性对研究岩体工程流变断裂机理具有重要意义。

2.1 双扭试件与实验设备

双扭方法是测试材料亚临界裂纹扩展速率和断裂韧度的一种直接方法, 由于其同时具有直观、适应性强、加载方式简便、试件形状简单而无需柔度标定等诸多优点, 已成为研究亚临界裂纹扩展和获得材料断裂韧度有效而理想的方法^[20-21]。

将水泥砂浆材料(其配比同流变断裂试验的试件)浇注成如图8所示的双扭试件, 试件的长为150 mm, 宽50 mm, 厚5 mm, 槽处厚度3 mm, 加载力臂17.35

mm。试验在中南大学测试中心 Instron1342 型电液伺服材料试验机上进行(图 9), 该实验机压力传感器的最大载荷为±250 kN, 具有模拟控制和计算机控制两种控制方式, 除了静态加载外, 还能完成正弦波、三角波和方波等幅信号和随机信号的低周疲劳加载, 进行各种常规力学性能和断裂参数的测试。整个试验过程包括试件的预裂, 常位移松弛亚临界裂纹扩展速度测试及断裂韧度 K_{IC} 测试。

双扭试件如图 10 所示, 试件可以看作是由两块弹性扭转板组成的矩形薄板, 试件下表面沿长度方向的对称线有一条导向槽, 用来引导裂纹扩展。图 10 中 Δa 为裂纹亚临界扩展的长度。

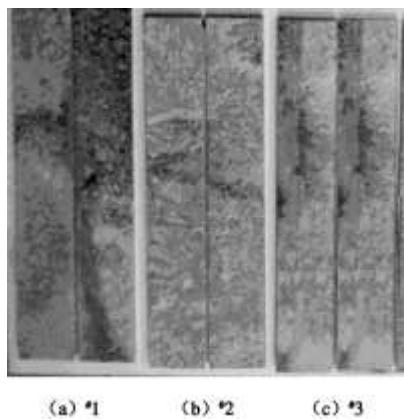


图 8 双扭试件

Fig. 8 Double-torsion specimens

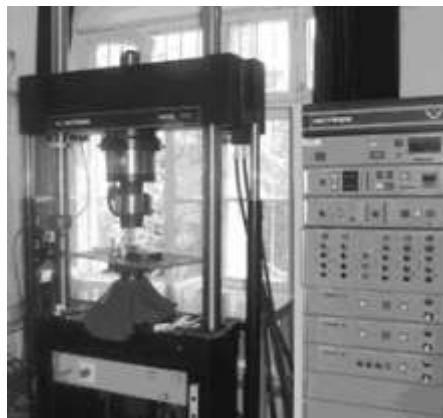


图 9 双扭方法测试裂纹亚临界裂纹扩展(试验中)

Fig. 9 Measurement of subcritical crack propagation by using the double-torsion method

2.2 常位移松弛亚临界裂纹扩展速度测试

试验时, 首先以 5 mm/min 的位移速度快速对预裂过的试件加载, 当试件上的荷载达到试件预裂载荷峰值的 95% 时, 控制试件上的位移, 使其保持定值, 并做试件荷载松弛试验, 记录试件的荷载-时间曲线。随着时间的延长, 载荷的松弛越来越小, 当试件上的荷载松弛趋于稳定时, 停止试验。整个过程大约 20~

35 min。图 11 为双扭试件的常位移松弛试验的载荷-时间实测曲线。将 3 个试件的载荷位移实测值列于表 3 中。从图 11 和表 3 看出在常位移松弛条件下所加载荷随时间逐步减小。

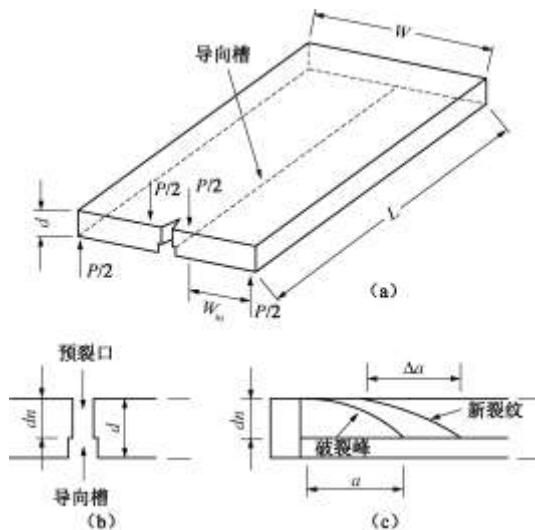


图 10 双扭试件的加载示意图

Fig. 10 Loading of double-torsion specimens

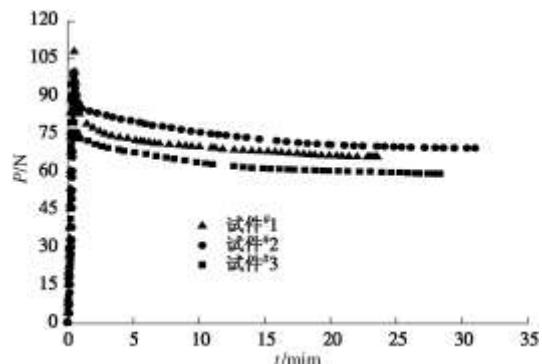


图 11 试件 #1, #2, #3 的常位移松弛载荷-时间曲线

Fig. 11 Load-time curves of samples under constant displacement

表 3 试件 1, 2, 3 的平均载荷范围及载荷下降幅度

双扭试 件编号	松弛时间 min	恒定位移 mm	载荷范围	
			P_{max} /N	P_{min} /N
#1	23.567	0.262	107.967	66.03
#2	31.103	0.450	99.702	69.609
#3	28.317	0.224	94.854	59.442

Table 3 Average loading ranges and extent of samples

在试验记录的 $P-t$ 松弛曲线上(图 11), 从松弛开始时的载荷峰值起始, 选取若干数量的时间点和相应的荷载值和位移值, 再将试样的尺寸、加载点位置及岩石力学参数输入到计算机程序, 计算出各时间段的 dP/dt , 最后对应的各点分别用式(3)、(4)计算 k_{f_i} 和 V_i , 这样可得到一组数据 (k_{f_i}, V_i) , $i=1, 2, 3, \dots, n$ 。

$$k_{f_i} = P_i W_m \sqrt{3(1+\nu)/(Wd^3 d_n)} , \quad (3)$$

$$V_i = -\frac{W \cdot d^3 \cdot E \cdot y}{6W_m^2(1+\nu)P_i^2} \cdot \frac{dP}{dt} \quad . \quad (4)$$

式中 y 为加载点的位移; W_m 为扭臂的长度; P 为作用于扭杆上的荷载; E 为弹性模量; ν 为泊松比; a 为裂纹的长度; d 为试件的厚度; d_n 为试件厚度与槽深之差值; W 双扭试件宽度。

将记录的载荷峰值 P_m 、试件尺寸和弹性常数一起代入式 (3), 即可得双扭方法所测得的断裂韧度 K_{IC} :

$$K_{IC} = P_m \cdot W_m \sqrt{3(1+\nu)/(Wd^3d_n)} \quad . \quad (5)$$

双扭试验测得的亚临界裂纹扩展速度与应力强度因子的关系, 采用下式进行拟合:

$$\lg V = a + b \lg K_I \quad . \quad (6)$$

图 12 给出了各试件在双对数坐标系中 $K_I - V$ 散点图及 $K_I - V$ 数据的线性回归。表 4 为回归曲线方程中的参数 a , b 值及相关系数。

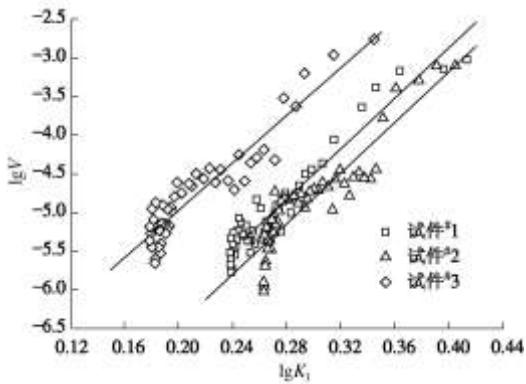


图 12 试件#1, #2, #3 的双对数空间 $K_I - V$ 曲线

Fig. 12 $K_I - V$ curves of samples in double log-space

表 4 回归系数均值

Table 4 Mean values of regression parameters

双扭试件编号	a	b	相关系数 R^2
#1	-9.41595	16.37395	0.96091
#2	-9.7383	16.40325	0.9141
#3	-8.04676	15.36608	0.93998
均值	-9.067	16.04776	0.93833

2.3 亚临界扩展的应力强度因子门槛值 K_0

测试裂纹亚临界扩展速率过程中, 随着裂纹扩展, 裂纹尖端的应力强度因子减小, 裂纹的扩展速度降低; 当裂纹接近亚临界扩展的门槛值时, 裂纹的扩展速度难以测到。本试验中所测到类岩石材料的最低裂纹扩展速度在 $10^{-6} \sim 10^{-8}$ 量级, 从工程意义上来说, 可以认为此时的裂纹扩展已经停止。因此, 本文以试验所测到的最低裂纹扩展速度作为停滞速度, 按应力腐蚀的裂纹扩展方程 (式 (3)) 计算裂纹扩展相应的应力强度因子 K_I 即为门槛值 K_0 。通过式 (5) 计算得到试件的断裂韧度 $K_{IC}=0.8956 \text{ MN m}^{-3/2}$ 。表 5 为由应力腐

蚀的裂纹扩展方程计算的类岩材料亚临界扩展的应力强度因子门槛值 K_0 。

表 5 亚临界扩展的应力强度因子门槛值 K_0

Table 5 Threshold values of stress intensity factor K_0 of subcritical propagation

双扭试件编号	$K_0/(\text{MN m}^{-3/2})$	K_0/K_{IC}
#1	0.54773	0.61158
#2	0.62528	0.69817
#3	0.56124	0.62667
均值	0.57808	0.64547

3 压剪岩石裂纹流变破坏的理论模型

类岩石裂纹压剪流变断裂与亚临界裂纹扩展实验研究为探讨压剪岩石裂纹流变断裂破坏的理论机理提供了可靠基石, 下面从岩石断裂力学和流变力学出发, 探讨压剪应力场下岩石裂纹流变断裂破坏的理论模型。

3.1 压剪起裂

大量试验结果和理论计算表明压剪裂纹开始起裂是近似垂直于最大拉应力方向开裂, 按I型扩展如图13所示。

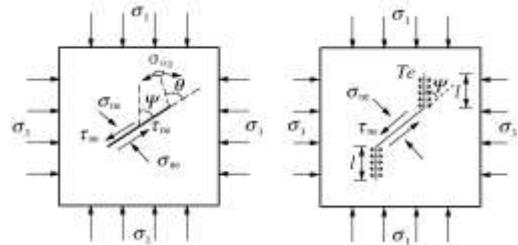


图 13 压剪应力状态下支裂纹起裂、扩展示意图

Fig. 13 Sketch of branch crack initiation and propagation in compressive-shear stress state

裂纹面上传递的法向和切向应力分别为 (这里取压应力为正)

$$\sigma_{ne} = \sigma_1 \sin^2 \psi + \sigma_3 \cos^2 \psi \quad , \quad (7)$$

$$\tau_{ne} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\psi \quad , \quad (8)$$

式中, ψ 为裂纹面和最大主应力方向的夹角。

根据最大周向正应力理论, 初始裂纹沿周向最大正应力方向扩展, 可求得开裂角 $\theta=70.5^\circ$, 翼形裂纹尖端瞬时应力强度因子为

$$K_I = \frac{2}{\sqrt{3}} \tau_e \sqrt{\pi a} = \frac{2}{\sqrt{3}} (\tau_{ne} - \sigma_{ne} f) H(\tau_e) \sqrt{\pi a} \quad , \quad (9)$$

$$H(\tau_e) = \begin{cases} 1 & (\tau_e = \tau_{ne} - \sigma_{ne} f > 0) \\ 0 & (\tau_e = \tau_{ne} - \sigma_{ne} f \leq 0) \end{cases} \quad . \quad (10)$$

式中, f 为裂纹面的摩擦系数, a 为裂纹迹长。

当 $K_I \geq K_{IC}$ 时压剪裂纹起裂。

3.2 翼形裂纹尖端应力强度因子

扩展中的翼形裂纹逐渐沿平行最大压应力的方向稳定扩展如图14所示。将图14(a)所示的翼形裂纹系统用图14(b)所示的等效直裂纹系统来考虑。

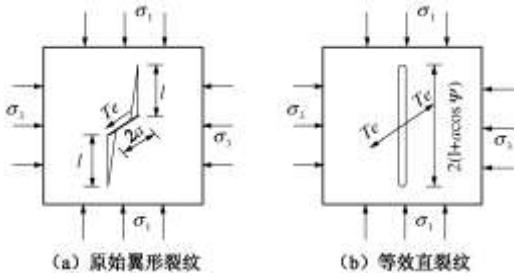


图 14 压剪状态下翼形裂纹等效示意图

Fig. 14 Sketch of branch cracks and equivalent cracks in compressive-shear stress state

主裂纹的影响通过作用在等效裂纹中心的一对共线集中有效剪切驱动力 T_e 来反映^[10]:

$$T_e = 2a\tau_e = 2a(\tau_{ne} - \sigma_{ne}f) \quad (11)$$

翼形裂纹尖端应力强度因子由有效剪切驱动力 T_e 产生的应力强度因子 $(K'_I)_1$ 、远场侧向应力 σ_3 产生的应力强度因子 $(K'_I)_2$ 之和组成:

$$\begin{aligned} K_I &= (K'_I)_1 + (K'_I)_2 = \frac{2\sqrt{a}\tau_e \cos\psi}{\sqrt{\pi L}} - \sigma_3\sqrt{\pi aL} \\ &= \frac{\sin 2\psi - (1 + \cos 2\psi)f}{\sqrt{\pi L}} \sigma_1 \sqrt{a} \cos\psi + \\ &\quad \frac{(\cos 2\psi - 1)f - \sin 2\psi}{\sqrt{\pi L}} \sigma_3 \sqrt{a} \cos\psi - \sigma_3 \sqrt{\pi aL}, \end{aligned} \quad (12)$$

式中, L 为等效翼形裂纹长度, $L = l/a$ 。

3.3 翼形裂纹流变扩展

岩石亚临界裂纹扩展试验研究表明: 蠕变断裂在裂纹失稳前的亚临界扩展阶段较明显, 在此阶段即使外荷不变, 裂纹也将随时间而缓慢增加, 裂纹长度是持荷时间 t 的函数, 裂纹前缘应力场也应是持荷时间 t 的函数。

由线弹性断裂力学可知, 裂纹扩展的能量释放率可表示为

$$G = \frac{1-\nu^2}{E} \left(K_I^2 + K_{II}^2 + \frac{1}{1-\mu} K_{III}^2 \right). \quad (13)$$

对于黏弹性裂纹体, 当裂纹尖端的应力强度因子 K_I 满足 $K_0 < K_I < K_{IC}$ 时, 裂纹流变扩展时的能量释放率 $G(t)$ 可表示为

$$\begin{aligned} G(t) &= Gf(t) \\ &= \frac{1-\nu^2}{E} \left(K_I^2(t) + K_{II}^2(t) + \frac{1}{1-\mu} K_{III}^2(t) \right) \cdot f(t) \\ &= \frac{1-\nu^2}{E} \left[K_I^2(t) + K_{II}^2(t) + \frac{1}{1-\nu} K_{III}^2(t) \right], \end{aligned} \quad (14)$$

式中 $K_I(t)$, $K_{II}(t)$ 和 $K_{III}(t)$ 分别为黏弹裂纹体的类应力强度因子, 可统一表达为

$$K_n(t) = K_n \sqrt{f(t)} \quad (n = I, II, III). \quad (15)$$

式(15)的其物理意义为 n 型流变断裂问题在稳定扩展阶段内, 持荷时间 t 时所对应的裂纹尖端应力强度因子。

对于I型扩展的黏弹翼形裂纹的类应力强度因子为

$$K_I(t) = K_I \sqrt{f(t)}. \quad (16)$$

用 Burgers 模型来描述类岩石材料的瞬时弹性、衰减蠕变和定常蠕变阶段时, 由黏弹对应性原理对于给定载荷情况下 $f(t)$ 的关系式为

$$f(t) = 1 + C_0 t + C_1 (1 - e^{-\lambda t}). \quad (17)$$

式中, C_0 , C_1 , C_2 均为常数, $C_0 = \frac{3KE_2}{(2E_2 + 3K)\eta_2}$, $C_1 = \frac{3KE_2}{(2E_2 + 3K)E_1}$, $\lambda = \frac{E_1}{\eta_1}$ 。

裂纹流变扩展过程中任意时刻 t 时的裂纹尖端应力强度因子 $K_I(t)$ 为

$$\begin{aligned} K_I(t) &= \left[\frac{\sin 2\psi - (1 + \cos 2\psi)f}{\sqrt{\pi L(t)}} \sigma_1 \sqrt{a} \cos\psi + \right. \\ &\quad \left. \frac{(\cos 2\psi - 1)f - \sin 2\psi}{\sqrt{\pi L(t)}} \sigma_3 \sqrt{a} \cos\psi - \sigma_3 \sqrt{\pi aL(t)} \right] \sqrt{f(t)}. \end{aligned} \quad (18)$$

式(18)可确定在流变扩展阶段翼形裂纹长度 $l(t) = aL(t)$ 与裂纹尖端应力强度因子 $K_I(t)$ 间的函数关系。

3.4 压剪裂纹流变断裂贯通机制

压剪裂纹流变断裂的3种贯通模式为翼形裂纹相互贯通、翼形裂纹和原生裂纹贯通、翼形裂纹间的岩桥剪切贯通。

(1) 第一类流变断裂贯通机制

翼形裂纹流变扩展, 最终翼形裂纹相互贯通, 形成贯通性的宏观破裂带。设原生裂纹组的间距和断距分别为 D 和 h , 如图15所示。当翼形裂纹尖端的应力强度因子 K_I 满足 $K_0 < K_I < K_{IC}$ 时, 翼形裂纹长度 $l(t)$ 会随时间流变扩展。由图15可以得到如下判据: ① $l_1(t) + l_2(t) < \sqrt{D^2 + h^2}$ 时, t 时刻翼形裂纹不会贯通; ② $l_1(t) + l_2(t) \geq \sqrt{D^2 + h^2}$ 时, t 时刻翼形裂纹贯通; ③相同产状的裂纹体, 当 $l_1(t) = l_2(t) = \sqrt{D^2 + h^2}/2$ 时 t 时刻翼形裂纹贯通。

在式(16)和式(18)中令 $L(t) = \sqrt{D^2 + h^2}/2a$ 和 $K_I(t) = K_{IC}$ 得到第一类流变断裂贯通时间 t_{rl} 。

(2) 第二类流变断裂贯通模式

翼形裂纹与原生裂纹相互贯通情形见图16, 在式(16)、(18)中令 $L(t) = \sqrt{D^2 + h^2}/a$, $K_I(t) = K_{IC}$,

可得到第二类流变断裂贯通时间 t_{r_2} 。

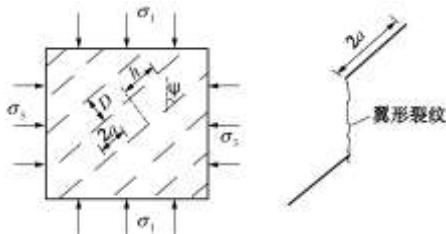


图 15 第一类流变断裂贯通模式示意图

Fig. 15 Sketch of first kind of creep fracture coalescence mode

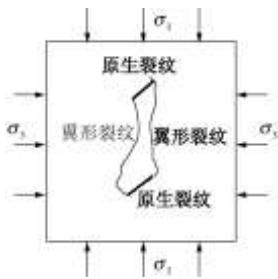


图 16 第二类流变断裂贯通模式示意图

Fig. 16 Sketch of second kind of creep fracture coalescence mode

(3) 第三类流变断裂贯通机制

当翼形裂纹扩展到了一定长度时, 翼形裂纹扩展并非沿着轴向贯穿, 而是相邻翼形裂纹尖端之间的岩桥被剪断, 从而造成剪切方向裂纹汇合贯通, 岩体剪切破坏, 如图17所示。

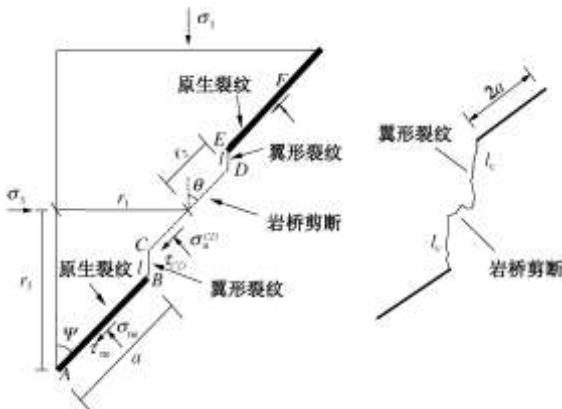


图 17 第三类流变断裂贯通单元体应力分析示意图

Fig. 17 Sketch of analyzing third kind of creep fracture coalescence unit stress

图17为第三类流变断裂贯通的一个单元体, 在该单元体中, 由主裂纹AB和EF产生的有效剪切驱动力造成的BC和ED翼形裂纹为张拉型裂纹。令 θ 为岩桥与最大主应力间的夹角, 图17中 r_1 , r_3 及相邻节理翼形裂纹间的岩桥半长 r_2 分别为

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= a \sin \psi + C_1, \\ r_3 &= a \cos \psi + C_3, \\ r_2 &= \frac{C_3 - l}{\cos \theta}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式中, $\theta = \psi - \arctan D/h$, $C_1 = \frac{1}{2}\sqrt{D^2 + h^2} \sin \theta$, $C_3 = \frac{1}{2}\sqrt{D^2 + h^2} \cos \theta$ 。

对于图17所示的单元体, 由力的平衡可得

$$\left\{ \begin{aligned} \sum F_x &= 0, \\ \sum F_y &= 0. \end{aligned} \right. \quad (20)$$

$$\left\{ \begin{aligned} 2r_3\sigma_3 - 2a(\tau_{ne} \sin \psi + \sigma_{ne} \cos \psi) - 2r_2(\tau_{CD} \sin \theta + \sigma_n^{CD} \cos \theta) &= 0, \\ 2r_1\sigma_1 + 2a(\tau_{ne} \cos \psi - \sigma_{ne} \sin \psi) + 2r_2(\tau_{CD} \cos \theta - \sigma_n^{CD} \sin \theta) &= 0. \end{aligned} \right. \quad (21)$$

联立式 (19) ~ (21) 得

$$\left\{ \begin{aligned} \tau_{CD} &= \frac{A \sin \theta \cos \theta - B \cos^2 \theta}{C_3 - l} = \frac{A \tan \theta - B}{(C_3 - l)(1 + \tan^2 \theta)}, \\ \sigma_n^{CD} &= \frac{A \cos^2 \theta + B \sin \theta \cos \theta}{C_3 - l} = \frac{A + B \tan \theta}{(C_3 - l)(1 + \tan^2 \theta)}. \end{aligned} \right. \quad (22)$$

式中, $A = \frac{1}{2}\sigma_3 - (a\tau_{ne} \sin \psi + \sigma_{ne} c_e)$, $B = r_1\sigma_1 + a(\tau_{ne} \cos \psi - \sigma_{ne} \sin \psi)$ 。

随着翼形裂纹扩展长度的增加, 岩桥间的抗剪断能力不断被削弱, 最终使岩桥被剪断从而造成翼形裂纹贯穿, 岩体单元破坏。若设岩桥剪切破坏符合 Mohr-Coulomb 强度准则, 则破坏条件为

$$\tau_{CD} \geq c + \sigma_n^{CD} \tan \varphi, \quad (23)$$

式中, φ 为岩体的内摩擦角。

将式 (22) 代入式 (23), 整理得

$$c(C_3 - l)\tan^2 \theta + (B \tan \varphi - A)\tan \theta + A \tan \varphi + B + cC_3 - cl \leq 0, \quad (24)$$

若式 (24) 成立, 则

$$\Delta = (v)^2 - 4c(C_3 - l)(A \tan \varphi + B + cC_3 - cl) \geq 0. \quad (25)$$

解方程 (25) 得 θ 角为

$$\tan \theta \in \left[\frac{A - B \tan \varphi - \sqrt{\Delta}}{2c(C_3 - l)}, \frac{A - B \tan \varphi + \sqrt{\Delta}}{2c(C_3 - l)} \right]. \quad (26)$$

当翼形裂纹扩展长度 l 为零时, 岩桥初始夹角 θ 取最小值, 而当翼形裂纹扩展长度 l 的不断增加, θ 角也不断增大。因此, 由图16中的几何分析可求得岩桥倾角 θ 取值区间为

$$\theta \in [\psi - \arctan \frac{D}{h}, \frac{\pi}{2}] \quad . \quad (27)$$

当 θ 角同时满足式 (26)、(27) 时, 第三类流变断裂破坏才可能发生。当翼形裂纹扩展长度达到临界值 l_{2c} 时, 岩桥与 σ_1 夹角 θ 亦达到临界值, 且有

$$\theta_c = \arctan \frac{A - B \tan \varphi + \sqrt{\Delta}}{2c(C_3 - l_{2c})} \quad . \quad (28)$$

图17所示几何关系有

$$\tan \theta_c = C_1 / (C_3 - l_{2c}) \quad . \quad (29)$$

联立式(24)、(28)、(29)可得

$$cl^2 - (A \tan \varphi + B + 2cC_3)l + c(C_1^2 + C_3^2) + (AC_3 + BC_1) \tan \varphi - AC_1 + BC_3 = 0. \quad (30)$$

可得到翼形裂纹临界长度满足下式:

$$\begin{cases} l_c = \frac{A_1 - \sqrt{A_1^2 - 4cA_2}}{2c}, \\ l_c \leq C_3. \end{cases} \quad (31)$$

式中, $A_1 = A \tan \varphi + B + 2cC_3$, $A_2 = c(C_1^2 + C_3^2) + (AC_3 + BC_1) \tan \varphi - AC_1 + BC_3$ 。

在式(16)、(18)中令 $L(t) = l_c/a$ 和 $K_l(t) = K_{lc}$, 得到第三类流变断裂贯通时间 t_{r3} 。

4 模型验证

用类岩石裂纹压剪流变断裂实验来验证将流变断裂贯通理论模型, 其中压剪裂纹流变断裂贯通理论模型计算所用几何参数: 原生裂纹的长度、间距、断距见图1和表1; 流变计算参数见表2; 试件的断裂韧度、亚临界裂纹扩展门槛值见表5。表6为流变断裂贯通的理论计算时间和实测流变断裂贯通时间的对比。

表 6 流变断裂贯通理论计算值和实验值的比较

Table 6 Comparison between calculated and theoretical values of

试件 编号	翼形裂纹流变 扩展长度/cm	裂纹流变贯通 模式	裂纹流变断裂流变贯通时间/h	
			实验值	模型计算值
#1	2.14	翼形裂纹相互 搭接贯通	55.6	53.7
#2	8.36	翼形裂纹与原 生裂纹贯通	119.2	178.5
#3	3.37(实验值) 2.67(模型值)	翼形裂纹间岩 桥剪切贯通	98.3	109.2

creep fracture coalescence

对于#1试件, 理论模型计算得到的翼形裂纹流变断裂贯通时间为53.7 h, 流变断裂的实验值为55.6 h, 两者相差1.9 h。吻合较好, 其相对误差为3.42%。

对于#2试件, 理论模型计算得到的裂纹流变断裂贯通时间为178.5 h, 而实验值为119.2 h, 两者相差59.3 h。其相对误差为49.74%。

对于#3试件, 翼形裂纹间岩桥剪切贯通, 由式(31)计算得到翼形裂纹临界长度 $l_c = 5.24$ cm, 在裂纹流变断裂发展之前, 原生裂纹尖端萌生的瞬时扩展长度 $l_0 = 2.57$ cm。利用模式三进行计算, 当翼形裂纹间岩桥剪切贯通时, 翼形裂纹流变扩展的计算长度 $l = l_c - l_0 = 2.67$ cm, 而在试验中岩桥剪切贯通时测得翼形裂纹实际流变长度为3.37 cm。试件3, 裂纹流变断裂贯通的理论计算时间为109.25 h, 而实验值为98.3 h, 两者相差10.9 h。其相对误差为11.08%。

理论值与实验值存在一定的误差, 作者认为导致理论值与实验值有较大误差在于: ①当翼形裂纹的扩展方向与最大压应力方向偏离较大时, 实验结果与

理论模型的假设相差较大, 而导致模型计算值与实验值之间有较大误差。如试件#3翼形裂纹流变扩展方向偏离最大压应力方向的角度最大值达35°。从而导致理论值与实验值存在较大误差。②流变断裂贯通模式二的理论计算模型没有考虑原生裂纹尖端的次生剪切裂纹(由于裂纹尖端局部区域压应力集中而导致)^[18]。严格意义上, 模式二应该是翼形裂纹与原生裂纹的次生剪切裂纹的流变贯通, 因此理论计算值比实验值要大。

尽管模型值和实验值存在一定的误差, 但是本文提出的计算方法和理论判据为研究岩石裂纹的流变断裂的细观机理及岩体工程流变破坏的宏观机制提供了一个新而实用的研究手段。笔者下一步的工作是将计算方法和理论判据嵌入数值分析程序来研究大尺度岩体工程的流变断裂过程。

5 结 论

本文通过双轴压缩条件下类岩石裂纹的压剪流变断裂和亚临界裂纹扩展实验证明了类岩石裂纹存在流变断裂这种物理现象, 通过理论分析建立了压剪流变断裂的3种理论判据, 得到如下4点结论。

(1) 类岩石裂纹的亚临界扩展是类岩石材料发生流变断裂的本质原因, 类岩石裂纹的亚临界扩展条件即翼形裂纹流变扩展的条件是裂纹尖端的应力强度因子大于亚临界扩展的门槛值同时又小于断裂韧度值, 类岩石裂纹的流变断裂是一种稳定的裂纹扩展。

(2) 通过双轴压缩条件下类岩石裂纹试件的压剪流变断裂实验, 在实验室尺度上证实了类岩石裂纹流变断裂这种物理现象的存在, 并且得到了3种裂纹流变断裂贯通模式。

(3) 从黏弹性断裂力学出发提出了压剪岩石裂纹的流变断裂的新计算方法和理论判据, 将计算模型应用于实验研究发现裂纹流变贯通的理论时间与实验时间较为吻合。

(4) 本文提出的计算方法和理论判据为研究岩石裂纹流变断裂的细观机理及岩体工程流变破坏的宏观机制提供了一个新而实用的研究手段。

参考文献:

- [1] KNAUSS W G. Delayed failure materials—the Griffith problem for linearly viscoelastic[J]. International Journal of Fracture Mechanics, 1970, 6(1): 7–20.
- [2] CHRISTENSEN R M. A rate-dependent criterion for crack growth[J]. International Journal of Fracture, 1979, 15(1): 3–21.
- [3] 袁龙蔚. 论裂纹扩展过程中的流变与耗散现象[J]. 力学进展, 1989, 19(1): 20–35. (YUAN Long-wei. On the rheological and dissipative phenomena in the process of

- crack propagation[J]. *Advances in Mechanics*, 1989, **19**(1): 20 - 35. (in Chinese))
- [4] KRANZ R L. Crack growth and development during creep of barre granite[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1979, **16**(1): 23 - 35.
- [5] 陈有亮, 孙 钧. 岩石的流变断裂特性[J]. 岩石力学与工程学报, 1996, **15**(4): 323 - 327. (CHEN You-liang, SUN Jun. Creep fracture of rock[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 1996, **15**(4): 323 - 327. (in Chinese))
- [6] 陈有亮. 岩石蠕变断裂特性的试验研究[J]. 力学学报, 2003, **35**(4): 480 - 484. (CHEN You-liang. The experimental study on creep fracture of rock[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2003, **35**(4): 480 - 484. (in Chinese))
- [7] 邓广哲, 朱维申. 蠕变裂隙扩展与岩石长时强度效应实验研究 [J]. 实验力学, 2002, **14**(2): 177 - 183. (DENG Guang-zhe, ZHU Wei-shen. An experiment research on the crack propagation in rockmass[J]. *Journal of Experimental Mechanics*, 2002, **14**(2): 177 - 183. (in Chinese))
- [8] 杨延毅. 裂隙岩体非线性流变性态与裂隙损伤扩展过程关系研究[J]. 工程力学, 1994, **11**(2): 81 - 90. (YANG Yan-yi. The underlying relationship between nonlinear rheological property of fissured rocks and damage development[J]. *Engineering Mechanics*, 1994, **11**(2): 81 - 90. (in Chinese))
- [9] 陈卫忠, 朱维申. 节理岩体断裂损伤耦合的流变模型及其应用[J]. 水利学报, 1999(12): 33 - 37. (CHEN Wei-zhong, ZHU Wei-shen, et al. Rheology and fracture damage-coupled model for rock mass[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 1999(12): 33 - 37. (in Chinese))
- [10] 赵延林, 曹 平, 林 杭, 等. 渗透压作用下压剪岩石裂纹流变断裂贯通机制及破坏准则探讨[J]. 岩土工程学报, 2008, 30. (ZHAO Yan-lin, CAO Ping, LIN Hang, et al. Study on fracture mechanism and rheologic fracture failure criterion of compressive-shear rock cracks under saturated pressure[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2008, 30. (in Chinese))
- [11] LI Jiang-teng, CAO Ping, YUAN Hai-ping. Testing study of subcritical crack growth velocity and fracture toughness of marble[J]. *Journal of Coal Science & Engineering (China)*, 2005, **11**(1): 23 - 25.
- [12] SHETTY D K, VIRKAR A V. Determination of the useful range of crack length in double torsion specimens[J]. *Journal of the American Ceramic Society*, 1978, **61**(1): 93 - 94.
- [13] EBRAHIMI M E, CHEVALIER J, FANTOZZI G. Slow crack growth behavior of alumina ceramics[J]. *J Master Res*, 2000, **15**(1): 142 - 147.
- [14] KEMMENY J M. A model for non-linear rock deformation under compression due to sub-critical crack growth[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, 1991, **28**(6): 459 - 467.
- [15] 赵延林, 曹 平, 文有道, 等. 岩石弹黏塑性流变实验和非线性流变模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, **27**(3): 477 - 487. (ZHAO Yan-lin, CAO Ping, WEN You-dao, et al. Elastovisco-plastic rheological experiment and nonlinear rheological model of rocks[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2008, **27**(3): 477 - 487. (in Chinese))
- [16] ZHAO Yan-lin, CAO Ping, WANG Wen-jun, et al. Viscoelasto-Plastic rheological experiment under circular increment step load and unload and nonlinear creep model of soft rocks[J]. *Journal of Central South University of Technology*, 2009, **16**(3): 484 - 491.
- [17] 赵延林, 张 英, 万 文. 层状盐岩力学特性及蠕变破坏模型[J]. 矿业工程研究, 2010, **25**(1): 16 - 20. (ZHAO Yan-lin, ZHANG Ying, WAN Wen. Mechanical properties of bedded rock salt and creep failure model[J]. *Mineral Engineering Research*, 2010, **25**(1): 16 - 20. (in Chinese))
- [18] 衣永亮, 曹 平, 蒲成志. 静载下预制裂隙类岩石材料断裂实验分析[J]. 湖南科技大学学报(自然科学版), 2010, **25**(1): 67 - 71. (YI Yong-liang, CAO Ping, PU Cheng-zhi. Fracture experiment and analysis of rock-like material with prefabricated-fissures under static loading[J]. *Journal of Huanan University of Science & Technology (Natural Science Edition)*, 2010, **25**(1): 67 - 71. (in Chinese))
- [19] 孙小康, 朱单慧, 徐燕飞. 分级加卸载条件下岩石的弹塑性流变特性[J]. 矿业工程研究, 2011, **26**(4): 1 - 5. (SUN Xiao-kang, ZHU Zhuo-hui, XU Fan-fei. Elasto-plastic rheology properties of rock under the conditions of step loading and unloading[J]. *Mineral Engineering Research*, 2011, **26**(4): 1 - 5. (in Chinese))
- [20] CICCOTTI M, GONZATO G, MULARGIA F. The double torsion loading configuration for fracture propagation: an improved methodology for the load-relaxation at constant displacement[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2000, **37**(7): 1103 - 1113.
- [21] 叶洲元, 周志华, 马建军, 等. 大冶铁矿软岩巷道围岩松动圈的测试研究[J]. 矿业工程研究, 2009, **24**(1): 18 - 21. (YE Zhou-yuan, ZHOU Zhi-hua, MA Jian-jun, et al. Study of measuring the broken zone in soft rock roads in Daye Iron Mine[J]. *Mineral Engineering Research*, 2009, **24**(1): 18 - 21. (in Chinese))

第34卷 第6期
2012年 6月

岩 土 工 程 学 报
Chinese Journal of Geotechnical Engineering

Vol. 34 No. 6
June 2012
