

# 隧道开挖对层状地基中邻近管道影响的 DCBEM-FEM 耦合方法

张治国<sup>1,2,3</sup>, 黄茂松<sup>1,3</sup>, 王卫东<sup>4</sup>

(1. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 上海大学土木工程系, 上海 200072; 3. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092;  
4. 华东建筑设计研究院有限公司, 上海 200002)

**摘要:** 目前, 在城市地铁隧道施工中常常遇到邻近市政管线的影响。而较多的研究集中在隧道施工引起的周围地层变形上, 考虑邻近管线作用的隧道开挖理论分析方法并不多见。为此, 针对隧道洞周引入椭圆化非等量径向土体位移控制模式, 将邻近管线视为 Euler-Bernoulli 梁, 同时将层状地基土体视为弹性层状地基模型, 提出了层状地基中隧道开挖引起邻近管道纵向变形的 DCBEM-FEM (位移控制边界元与有限元) 耦合分析方法。最后结合现场实测数据和位移控制有限元数值模拟进行分析, 验证了本文方法的有效性。研究表明: DCBEM-FEM 耦合方法可以较好的体现隧道开挖所引起的地层损失问题, 同时本文方法在考虑邻近管线作用时具有较好的计算精度。研究成果可为合理制定城市地铁隧道施工对邻近管线的保护措施提供一定的理论依据。

**关键词:** 层状地基; 地铁隧道; 邻近管线; 位移控制方法; DCBEM-FEM 耦合方法

中图分类号: TU433; TU478; U452 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2011)10-1554-08

**作者简介:** 张治国(1978-), 男, 河北秦皇岛人, 博士后, 博士, 主要从事城市地下工程施工对周围环境影响评估方面的研究。E-mail: Geoyunyi2006@yahoo.com.cn。

## DCBEM-FEM coupling method for response analysis of adjacent pipelines due to tunneling

ZHANG Zhi-guo<sup>1,2,3</sup>, HUANG Mao-song<sup>1,3</sup>, WANG Wei-dong<sup>4</sup>

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Department of Civil Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China; 3. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 4. East China Architecture Design Institute, Shanghai 200002, China)

**Abstract:** The response analysis of subway tunneling on adjacent municipal pipelines is an important problem that geotechnical engineers may need to face when designing new tunnels. However, previous researches usually focus on the ground movements induced by tunneling. Few investigations into the problem of tunneling in layered soils are available considering the effects of adjacent pipelines. The oval-shaped non-uniform convergence deformation controlled model is imposed to the tunnel opening boundary. The adjacent pipelines are regarded as the Euler-Bernoulli beams. The surrounding soils are regarded as the elastic layered soil model. The DCBEM-FEM (Displacement controlled boundary element method-finite element method) coupling method is presented for response analysis of tunneling on adjacent pipelines in layered soils. Finally the accuracy of the proposed method is demonstrated by means of the observed data and the displacement controlled finite element numerical method. The results indicate that the ground loss due to tunneling can be reflected in the DCBEM-FEM coupling method. The computed accuracy of the proposed method is better compared with other data. It may provide a certain basis to draw up correctly protective measurements for adjacent pipelines influenced by adjacent tunneling.

**Key words:** layered soils; subway tunneling; adjacent pipeline; displacement controlled method; DCBEM-FEM coupling method

## 0 引言

基金项目: 国家杰出青年科学基金项目(50825803); 国家自然科学基金项目(51008188); 教育部高等学校博士点基金项目(20070247066); 中国博士后科研基金项目(20100470677)

收稿日期: 2010-07-27

在城市地铁隧道的修建过程中, 不可避免地会对周围土体产生挠动, 当这种挠动超过一定限度时, 会危及邻近管线的安全和正常使用。如果施工不当会造成地下管线严重变形, 甚至引起较大应力而破坏。因此针对盾构隧道施工所引起的邻近管线变形性能进行研究具有很重要的工程实际意义。

目前, 针对该领域的研究主要采用基于应力控制技术的有限元数值模拟方法。Chehade 和 Shahrouz (2008)<sup>[1]</sup>、张海波等 (2005)<sup>[2]</sup> 及章慧健等 (2010)<sup>[3]</sup> 采用应力控制有限元方法 (FCFEM) 分析了盾构隧道施工对邻近既有管线 (或既有隧道) 的影响。应力控制技术一般在得到土体初始重力场后使用杀死单元的方法来模拟隧道开挖, 然后反向施加开挖边界节点力来模拟土体的应力释放。FCFEM 能够模拟管线接头、周围土体介质以及结构物与土体的共同作用, 复杂的盾构施工过程也可以较好模拟, 然而这种方法建模繁琐, 计算耗时, 同时也不容易控制给定的地层损失比。为了简化复杂盾构施工过程的模拟, 又能体现土体损失间隙参数和严格控制地层损失比, 本文借鉴了国内外学者<sup>[4-8]</sup>在隧道开挖引起土体自由位移场研究中采用的分析方法—位移控制方法 (DCM), 也就是直接在隧道边缘施加位移边界条件来模拟开挖引起的应力释放过程, 该方法虽然不能模拟隧道施工的各个环节, 但意义明确, 且能够模拟任意给定的地层损失比。实际上, 由于地层损失引发的隧道洞周位移可以通过现场监测所得, 且位移监测比洞周应力监测更方便直观, 所以采用位移控制方法进行隧道开挖模拟较之其他方法更为有效。

目前, 国内外学者开展的有关隧道开挖对邻近既有管线影响的位移控制分析方法研究大部分建立在两阶段分析方法的基础上。Attewell 等 (1986)<sup>[9]</sup>、Klar 等 (2005)<sup>[10]</sup> 和张治国等 (2009)<sup>[11]</sup> 分别基于 Winkler 地基模型采用两阶段方法分析了均质地基中隧道开挖对地下管线的影响。Winkler 地基模型不考虑地基变形的连续性而假设地基为一系列独立存在的弹簧, 所以不能全面反映既有管线的纵向变形行为。Klar 等 (2005)<sup>[10]</sup> 和 Vorster 等 (2005)<sup>[12]</sup> 基于弹性均质地基模型采用两阶段方法分析了隧道开挖对既有地下管线的影响。弹性均质地基模型尽管考虑到了地基变形的连续性, 但并不能体现土体的成层性, 因此也不能合理地模拟实际地基的受力变形性状。

在实际工程中, 天然地基并非是均匀的弹性体, 地基土体往往呈层状分布, 不同土层间的物理力学性质各不相同, 在研究中应该重点考虑土体成层性的影响。同时, 鉴于目前现有的理论分析方法较多的考虑了隧道施工引起的周围地层变形, 且针对既有构筑物

的研究大多建立在两阶段分析方法的研究基础上, 较少考虑邻近管线的影响以及隧道开挖引起的既有管线与自由土体位移场的耦合效应, 因此急需针对上述疑难焦点进行深入研究。基于此, 本文提出了层状地基中隧道开挖引起邻近管道纵向变形的 DCBEM-FEM (位移控制边界元与有限元) 耦合分析方法。

## 1 弹性层状地基模型

如图 1 所示, 假定弹性层状地基模型是由  $n$  个具有有限厚度的水平层以及半无限空间体组成, 每层都是均匀各向同性的弹性体, 各层土体的弹性模量  $E_i$ 、泊松比  $\mu_i$  和层厚  $\Delta h_i$  等参数可以任意, 且各层之间应力和位移完全连续。假定任意荷载作用在第  $m$  层内部, 荷载作用面到地表面的距离为  $h_{m1}$ , 该荷载在  $x, y, z$  方向上的分量分别为  $P(x_0, y_0, h_{m1})$ ,  $R(x_0, y_0, h_{m1})$ ,  $Q(x_0, y_0, h_{m1})$ 。

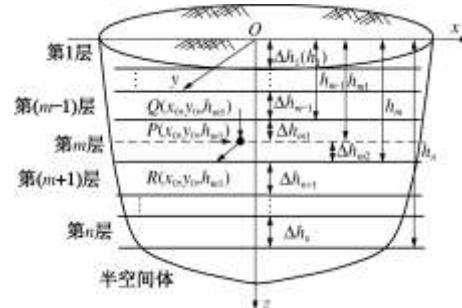


图 1 弹性层状地基模型

Fig. 1 Elastic layered soil model

如图 1 所示的  $n$  层地基, 其边界条件为  
在地表面(即  $z=0$ )时,  $\tau_{zx}=\tau_{zy}=\sigma_z=0$  , (1a)  
在距离地表无穷远(即  $z=h_n$ )时,  $u=v=w=0$  。 (1b)

根据地基模型假定, 各层间的弹性接触条件为

$$G(x, y, h_i^+) = G(x, y, h_{i-1}^-) \quad (2)$$

式中  $h_i$  为第  $i$  层下表面到地表面的距离;  $G(x, y, h_i^+)$  表示第  $i$  层上表面的位移和应力量值,  $G(x, y, h_{i-1}^-)$  表示第  $i-1$  层下表面位移和应力量值。

荷载作用面  $z=h_{m1}$  上的弹性接触条件为

$$G(x, y, h_{m1}^+) = G(x, y, h_{m1}^-) - \{H\} \quad (3)$$

其中,  $\{H\} = [0 \ 0 \ 0 \ p(x, y, h_{m1}) \ r(x, y, h_{m1}) \ q(x, y, h_{m1})]^T$ ,  $p(x, y, h_{m1}) = P(x_0, y_0, h_{m1})\delta(x-x_0, y-y_0)$ ,  $r(x, y, h_{m1}) = R(x_0, y_0, h_{m1})\delta(x-x_0, y-y_0)$ ,  $q(x, y, h_{m1}) = Q(x_0, y_0, h_{m1})\delta(x-x_0, y-y_0)$ ,  $\delta(x-x_0, y-y_0)$  为 Dirac 奇异函数。 $G(x, y, h_{m1}^+)$  表示荷载作用面  $z=h_{m1}$  上表面的各物理量值,  $G(x, y, h_{m1}^-)$  表示荷载作用面  $z=h_{m1}$  下表面的各物理量值。

考虑到存在双重 Fourier 积分变换, 即

$$\bar{\varphi}(\xi, \eta, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x, y, z) e^{-i(\xi x + \eta y)} dx dy , \quad (4)$$

其中,  $\xi, \eta$  为复变量。

对各层间以及荷载作用面的接触条件式(2)和(3)按照变换式(4)进行双重 Fourier 变换, 并将单层地基的初始传递矩阵应用到  $n$  层地基的每一层以及荷载作用面, 得到

$$\bar{G}(\xi, \eta, h_n^-) = [F_1] \bar{G}(\xi, \eta, 0) - [F_2] \{\bar{H}\} , \quad (5)$$

其中,  $[F_1] = \Phi(\xi, \eta, \Delta h_n) \Phi(\xi, \eta, \Delta h_{n-1}) \cdots \Phi(\xi, \eta, \Delta h_1)$ ,  $[F_2] = \Phi(\xi, \eta, \Delta h_n) \Phi(\xi, \eta, \Delta h_{n-1}) \cdots \Phi(\xi, \eta, \Delta h_2)$ ,  $\Delta h_i$  表示第  $i$  层土的厚度,  $\Delta h_1 = h_1$ ,  $\Delta h_i = h_i - h_{i-1}$ ,  $i = 2, \dots, n$ ,  $\Delta h_{m2} = h_m - h_{m1}$ ,  $\{\bar{H}\} = [0 \ 0 \ 0 \ \bar{p}(x, y, h_{m1}) \ \bar{r}(x, y, h_{m1}) \ \bar{q}(x, y, h_{m1})]^T$ 。 $\Phi(\xi, \eta, h)$  为均质地基初始传递矩阵, 且存在  $\Phi(\xi, \eta, z) = \exp[zA(\xi, \eta)]$ ,

$$A(\xi, \eta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \xi \frac{2(1+\mu)}{E} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \eta & 0 & \frac{2(1+\mu)}{E} \\ \frac{\mu}{\mu-1}\xi & \frac{\mu}{\mu-1}\eta & 0 & 0 & \frac{(1-2\mu)(1+\mu)}{E(1-\mu)} \\ \frac{E}{1-\mu^2}\xi^2 + \frac{E}{2(1+\mu)}\eta^2 & \frac{E}{2(1-\mu)}\xi\eta & 0 & 0 & \frac{\mu}{1-\mu}\xi \\ \frac{E}{2(1-\mu)}\xi\eta & \frac{E}{1-\mu^2}\eta^2 + \frac{E}{2(1+\mu)}\xi^2 & 0 & 0 & \frac{\mu}{1-\mu}\eta \\ 0 & 0 & 0 & -\xi & -\eta & 0 \end{bmatrix} . \quad (6)$$

将分层地基的边界条件(1a)和(1b)代入式(5), 便得到初始状态向量  $\bar{G}(\xi, \eta, 0)$  的表达式。

当位于第  $i$  层深度  $z$  处的计算点在任意荷载作用面以上时(包括在作用面上, 即  $z \leq h_{m1}$ )得到

$$\bar{G}(\xi, \eta, z) = [S] \bar{G}(\xi, \eta, 0) , \quad (7)$$

其中,  $[S] = \Phi(\xi, \eta, z - h_{i-1}) \Phi(\xi, \eta, \Delta h_{i-1}) \cdots \Phi(\xi, \eta, \Delta h_1)$ 。

当位于第  $i$  层深度  $z$  处的计算点在任意荷载作用面以下时(即  $z > h_{m1}$ )得到

$$\bar{G}(\xi, \eta, z) = [S_1] \bar{G}(\xi, \eta, 0) - [S_2] \{\bar{H}\} , \quad (8)$$

其中,  $[S_1] = \Phi(\xi, \eta, z - h_{i-1}) \Phi(\xi, \eta, \Delta h_{i-1}) \cdots \Phi(\xi, \eta, \Delta h_1)$ ,  $[S_2] = \Phi(\xi, \eta, \Delta h_n) \Phi(\xi, \eta, \Delta h_{n-1}) \cdots \Phi(\xi, \eta, h_i - z)$ 。

考虑到存在双重 Fourier 积分逆变换, 即

$$\varphi(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\varphi}(\xi, \eta, z) e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta , \quad (9)$$

其中,  $\xi, \eta$  为复变量。

按照逆变换式(9)对公式(7)和(8)中的  $\bar{G}(\xi, \eta, z)$  进行双重 Fourier 逆变换, 可以得到弹性层状地基模型中位移和应力的基本解。

## 2 DCBEM-FEM 耦合方法

在本文 DCBEM-FEM 耦合方法中, 建立的计算模型见图 2 所示, 其基本假定为

(1) 施工场地为弹性层状地基, 各层土体参数(弹性模量、泊松比和层厚)可以任意。

(2) 既有管线被视为均质弹性 Euler-Bernoulli 梁。

(3) 既有管线与土体间弹性接触, 不发生分离, 满足变形协调条件。

(4) 为确保弹性层状地基模型基本解在边界元法中的应用, 不考虑隧道存在对既有管线位置处作用荷载力学效应的计算影响。

上述 4 点计算假定是 DCBEM-FEM 耦合方法成立的重要前提。由于本文方法涉及的是边界元和有限元两种方法的耦合解法, 不存在解耦隧道开挖影响下的既有管线变形行为这一情况, 所以没有规定两阶段分析方法<sup>[9-12]</sup>中关于解耦土体自由位移场的假设。

为便于区别, 本文规定: 物理量下标 I 代表耦合边界, II 代表边界元和有限元各自边界; 物理量上标 1 代表边界元区域, 2 代表有限元区域。据此, 假定将研究问题的区域  $\Omega$  划分成边界元区域  $\Omega^1$  和有限元区域  $\Omega^2$ , 两部分的各自边界分别为  $\Gamma_{II}^1$  和  $\Gamma_{II}^2$ , 耦合的公共边界为  $\Gamma_I$ , 见图 2 所示。

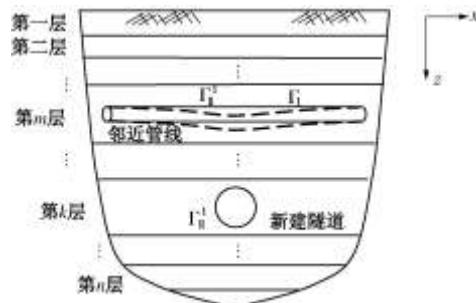


图 2 DCBEM-FEM 耦合方法计算模型

Fig. 2 Computing model for DCBEM-FEM coupling method

### 2.1 既有管线的有限元方程

如图 3 所示, 引入两结点四自由度 Hermite 单元来分析 Euler-Bernoulli 梁的弯曲问题。梁单元刚度矩阵  $[K]^e$  可由 Galerkin 原理得到

$$[K]^e = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} , \quad (10)$$

其中, 梁单元长度为  $l$ ,  $EI$  为梁单元的抗弯刚度。

将各单元集成总刚度矩阵后, 得到管线整体性状方程:

$$[K]\{u\} = \{F\} . \quad (11)$$

式中  $[K]$  为管线的整体刚度矩阵;  $\{u\}$  为管线整体结点位移向量,  $\{u\} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}^T$ ;  $\{F\}$  为管线整体

点力向量,  $\{F\} = \{F_1, F_2, \dots, F_n\}^T$ 。

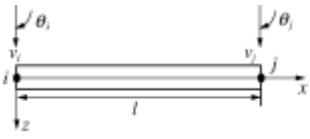


图 3 Hermite 单元

Fig. 3 Hermite element

为了实现边界元法和有限元法的耦合, 首先要得到有限元中单元节点集中力列阵  $\{F\}^e$  和边界元中单元节点面力列阵  $\{t\}^e$  的单元转换矩阵  $[M]^e$ , 以建立如下关系:

$$\{F\}^e = [M]^e \{t\}^e, \quad (12)$$

其中,  $[M]^e$  可由虚位移原理得到。实际上,  $[M]^e$  与耦合边界元域采用的形函数相关。

需要强调的是, 在耦合的公共边界处  $\Gamma_I$ , 有限元计算域的单元节点与边界元计算域的单元节点应该一一重合。由于既有管线采用了两节点 Hermite 单元进行了有限元分析, 因此与之耦合的边界元域采用两节点一维线性等参单元来分析, 如图 4 所示。

一维线性等参单元插值形式如下:

$$\{x\} = \sum_{k=1}^2 N_k(\eta) \{x\}_k, \quad (13a)$$

$$\{u\} = \sum_{k=1}^2 N_k(\eta) \{u\}_k, \quad (13b)$$

$$\{t\} = \sum_{k=1}^2 N_k(\eta) \{t\}_k, \quad (13c)$$

其中,  $\{x\} = [x \ z]^T$ ,  $\{u\} = [u_x \ u_z]^T$ ,  $\{t\} = [t_x \ t_z]^T$ ,  $\{x\}_k = [x_k \ z_k]^T$ ,  $\{u\}_k = [u_x^k \ u_z^k]^T$ ,  $\{t\}_k = [t_x^k \ t_z^k]^T$ ,  $k=1,2$ 。  $N_k(\eta)$  为形函数,  $N_1(\eta) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{2}{l}\eta\right)$ ,  $N_2(\eta) = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{2}{l}\eta\right)$ ,  $-\frac{l}{2} \leq \eta \leq \frac{l}{2}$ 。

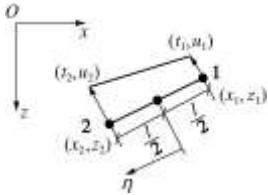


图 4 两节点线性等参单元

Fig. 4 Linear isoparametric element with two nodes

单元转换矩阵  $[M]^e$  可表示为

$$[M]^e = \int_{\Gamma_{le}} [N]^T [N] dS$$

$$= \begin{bmatrix} \int_{\Gamma_{le}} N_1^2 d\eta & 0 & \int_{\Gamma_{le}} N_1 N_2 d\eta & 0 \\ 0 & \int_{\Gamma_{le}} N_1^2 d\eta & 0 & \int_{\Gamma_{le}} N_1 N_2 d\eta \\ \int_{\Gamma_{le}} N_1 N_2 d\eta & 0 & \int_{\Gamma_{le}} N_2^2 d\eta & 0 \\ 0 & \int_{\Gamma_{le}} N_1 N_2 d\eta & 0 & \int_{\Gamma_{le}} N_2^2 d\eta \end{bmatrix}.$$

与管线单元长度一致, 故该线性等参单元长度也为  $l$ , 则

$$[M]^e = \frac{l}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

对单元方程式(12)逐点组装, 可得如下整体方程:

$$\{F\} = [M]\{t\}. \quad (16)$$

将式(16)代入管线整体性状的有限元方程式(11)中, 得到 DCBEM-FEM 耦合方法中既有管线的有限元方程:

$$[K]\{u\} = [M]\{t\}. \quad (17)$$

## 2.2 地基的边界元方程

为了减少曲线边界几何逼近误差以及提高单元内部插值精度, 本文针对洞周边界元域  $\Gamma_{II}$  采用三节点曲线二次等参单元, 如图 5 所示; 而对于耦合边界  $\Gamma_I$ , 地基边界元域仍然采用如图 4 所示的两节点线性等参单元。

曲线二次等参单元插值形式如下:

$$\{x\} = \sum_{k=1}^3 N_k(\xi) \{x\}_k, \quad (18a)$$

$$\{u\} = \sum_{k=1}^3 N_k(\xi) \{u\}_k, \quad (18b)$$

$$\{t\} = \sum_{k=1}^3 N_k(\xi) \{t\}_k, \quad (18c)$$

其中,  $\{x\} = [x \ z]^T$ ,  $\{u\} = [u_x \ u_z]^T$ ,  $\{t\} = [t_x \ t_z]^T$ ,  $\{x\}_k = [x_k \ z_k]^T$ ,  $\{u\}_k = [u_x^k \ u_z^k]^T$ ,  $\{t\}_k = [t_x^k \ t_z^k]^T$ ,  $k=1,2,3$ 。  $N_k(\xi)$  为形函数,  $N_1(\xi) = \frac{1}{2}\xi(\xi-1)$ ,  $N_2(\xi) = 1 - \xi^2$ ,  $N_3(\xi) = \frac{1}{2}\xi(\xi+1)$ ,  $-1 \leq \xi \leq 1$ 。

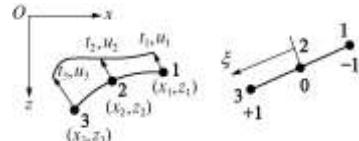


图 5 曲线二次等参单元

Fig. 5 Curved conic isoparametric element

采用上述高阶等参单元后, 对于边界  $\Gamma_I$  和  $\Gamma_{II}$  上的任意源点  $i$  均满足如下两个离散方程式:

$$\sum_{J=1}^N \sum_{k=1}^D (h_{xx}^{ijk} t_x^{jk} + h_{xz}^{ijk} t_z^{jk}) = \sum_{J=1}^N \sum_{k=1}^D (g_{xx}^{ijk} u_x^{jk} + g_{xz}^{ijk} u_z^{jk}), \quad (19a)$$

$$\sum_{J=1}^N \sum_{k=1}^D (h_{zx}^{ijk} t_x^{jk} + h_{zz}^{ijk} t_z^{jk}) = \sum_{J=1}^N \sum_{k=1}^D (g_{zx}^{ijk} u_x^{jk} + g_{zz}^{ijk} u_z^{jk}), \quad (19b)$$

其中,  $h_{mn}^{ijk} = \int_{\Gamma_j} U_{mn}^{ijk}(\tau) N_k(\tau) |\bar{B}| d\tau$ ,  $g_{mn}^{ijk} = \int_{\Gamma_j} T_{mn}^{ijk}(\tau)$   
 $N_k(\tau) |\bar{B}| d\tau$ 。当源点  $i$  位于边界  $\Gamma_{II}$  上时,  $D=3$ ; 当源点  $i$  位于边界  $\Gamma_I$  上时,  $D=2$ 。 $t_m^{jk}$  表示单元  $J$  上第  $k$  个结点沿坐标  $m$  方向的边界应力;  $u_m^{jk}$  表示单元  $J$  上第  $k$  个结点沿坐标  $m$  方向的边界位移。  
 $U_{mn}^{ijk}$ ,  $T_{mn}^{ijk}$  分别代表源点  $i$  作用沿坐标  $m$  方向的单位荷载时, 对单元  $J$  上第  $k$  个结点产生的沿坐标  $n$  方向的位移或应力, 由弹性层状地基模型的基本解公式(7)和(8)确定。 $|\bar{B}|$  为洞周边界单元坐标插值变换的 Jacobian 行列式, 其中,  $|\bar{B}| = \left[ \left( \sum_{k=1}^D \frac{dN_k}{d\tau} x_k \right)^2 + \left( \sum_{k=1}^D \frac{dN_k}{d\tau} z_k \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$ 。

对方程(19a)和(19b)中的每个边界节点  $i$  依次取作该问题中的源点, 得到 DCBEM-FEM 耦合方法中的地基边界元方程组:

$$[H]\{t\} = [G]\{u\}, \quad (20)$$

其中,  $[H]$  和  $[G]$  分别为整个边界元域位移和应力的影响系数矩阵。 $\{t\}$  为整个边界元域的边界面力矩阵,  $\{u\}$  为整个边界元域的边界位移矩阵。

### 2.3 DCBEM-FEM 耦合方法的实现

首先计算边界元域区域  $\Omega^1$  面力影响系数矩阵的逆矩阵  $[H]^{-1}$ , 并以其对方程(20)两边进行同乘, 可得

$$\{t\}^1 = [H]^{-1}[G]\{u\}^1, \quad (21)$$

对式(21)两边同乘分布面力转换矩阵  $[M]^1$ , 并设

$$[\hat{K}] = [M]^1[H]^{-1}[G], \quad (22)$$

式(22)可转变成有限元型的边界元方程:

$$[\hat{K}]\{u\}^1 = [M]^1\{t\}^1, \quad (23)$$

需要说明的是, 式(23)尽管在形式上与有限元方程(17)很相似, 但是矩阵  $[\hat{K}]$  一般不是对称的, 这与能量原理相违背, 同时也不便于有限元中的一维变带宽存储, 所以必须进行对称化。

采用最小二乘法对矩阵  $[\hat{K}]$  进行对称化。设  $[\hat{K}]$  对称化后的矩阵为  $[K]^1$ , 由于不对称而使  $[K]^1$  产生的误差:

$$[\varphi] = \frac{1}{2} \left[ ([K]^1 - [\hat{K}]) + ([K]^1 - [\hat{K}]^T) \right]. \quad (24)$$

设  $\varphi_{ij}^1$ 、 $k_{ij}^1$  和  $\hat{k}_{ij}$  分别为  $[\varphi]$ 、 $[K]$  和  $[\hat{K}]$  的第  $i$  行  $j$  列的元素。若使该误差平方值趋于极小, 须使

$$\frac{\partial (\varphi_{ij}^1)^2}{\partial k_{ij}^1} = 2k_{ij}^1 - \hat{k}_{ij} - \hat{k}_{ji} = 0, \quad (25)$$

因此, 有

$$k_{ij}^1 = \frac{1}{2} (\hat{k}_{ij} + \hat{k}_{ji}), \quad (26)$$

最终, 得到对称化后的矩阵为  $[K]^1$ :

$$[K]^1 = \frac{1}{2} \left( [\hat{K}] + [\hat{K}]^T \right). \quad (27)$$

将式(27)代入式(23)中, 得到地基有限元型的边界元方程:

$$[K]^1\{u\}^1 = [M]^1\{t\}^1. \quad (28)$$

将边界元区域  $\Omega^1$  的式(28)以分块形式表示:

$$\begin{bmatrix} K_{II\,II}^1 & K_{II\,I}^1 \\ K_{I\,II}^1 & K_{I\,I}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{II}^1 \\ u_I^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{II\,II}^1 & M_{II\,I}^1 \\ M_{I\,II}^1 & M_{I\,I}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{II}^1 \\ t_I^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{II}^1 \\ R_I^1 \end{bmatrix}. \quad (29)$$

将有限元区域  $\Omega^2$  的式(17)以分块形式表示:

$$\begin{bmatrix} K_{II\,II}^2 & K_{II\,I}^2 \\ K_{I\,II}^2 & K_{I\,I}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{II}^2 \\ u_I^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{II\,II}^2 & M_{II\,I}^2 \\ M_{I\,II}^2 & M_{I\,I}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{II}^2 \\ t_I^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{II}^2 \\ R_I^2 \end{bmatrix}. \quad (30)$$

考虑到边界元域  $\Omega^1$  和有限元域  $\Omega^2$  的耦合边界  $\Gamma_I$  存在位移协调条件和应力连续条件, 故有

$$u_I^1 = u_I^2 = u_I, \quad (31a)$$

$$t_I^1 = -t_I^2. \quad (31b)$$

将边界元区域方程(29)和有限元区域方程(30)进行叠加, 得到耦合方程组:

$$\begin{bmatrix} K_{II\,II}^1 & K_{II\,I}^1 & 0 \\ K_{I\,II}^1 & K_{I\,I}^1 + K_{I\,I}^2 & K_{I\,II}^2 \\ 0 & K_{II\,I}^2 & K_{II\,II}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{II}^1 \\ u_I \\ u_{II}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{II}^1 \\ 0 \\ R_{II}^2 \end{bmatrix}, \quad (32)$$

其中,  $R_{II}^1$  和  $R_{II}^2$  分别是  $t_{II}^1$  和  $t_{II}^2$  对应的等效节点力列阵。

在本文针对隧道开挖影响下的邻近既有管线变形性能进行具体研究时, 有限元区域  $\Omega^2$  的自有边界  $\Gamma_{II}^2$  和公共边界  $\Gamma_I$  重合, 所以可以对有限元区域  $\Omega^2$  方程组(30)中有关物理量进行缩减。对有限元区域  $\Omega^2$  方程组(30)缩减后:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_{I\,I}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ u_I^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M_{I\,I}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ t_I^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ R_I^1 \end{bmatrix}. \quad (33)$$

此时, 耦合方程组(32)变为

$$\begin{bmatrix} K_{II\,II}^1 & K_{II\,I}^1 \\ K_{I\,II}^1 & K_{I\,I}^1 + K_{I\,I}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{II}^1 \\ u_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{II}^1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (34)$$

其中,  $u_{II}^1$  代表输入的边界位移条件, 本文采用了如图 6 所示的椭圆化非等量径向土体移动模式, 这种位移模式与 Park (2004)<sup>[7]</sup>、魏纲等 (2004)<sup>[13]</sup>、王立忠和吕学金 (2007)<sup>[14]</sup>以及 Wang 等 (2009)<sup>[15]</sup>所采用的位移模式也是相同的。其表达方式为

$$u_x^j = -\frac{g}{2}(1-\sin\theta)\cos\theta, \quad (35a)$$

$$u_z^j = -\frac{g}{2}(1-\sin\theta)\sin\theta, \quad (35b)$$

其中,  $u_x^j$  与  $u_z^j$  分别为隧道开挖边界任意结点  $j$  的水平

和竖向位移。 $g$  为土体损失间隙参数,  $g = 2R(\sqrt{1+\varepsilon_0} - 1)$ ,  $\varepsilon_0$  为土体损失比,  $R$  为隧道设计断面半径。

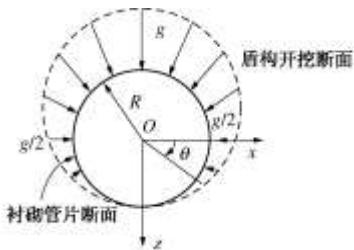


图 6 初始位移边界条件

Fig. 6 Initial boundary displacement condition

实际上, 式(34)即为DCBEM-FEM耦合方法的求解表达式。其中, 耦合刚度矩阵中元素  $K_{I I}^1 + K_{I I}^2$  具体表现了有限元法与边界元法两种不同算法的贡献, 其中  $K_{I I}^1$  体现了边界元区域  $\Omega^1$  的贡献,  $K_{I I}^2$  则体现了有限元区域  $\Omega^2$  的贡献。此外, 从耦合刚度矩阵  $K_{I I}^1$  元素中也可以看出公共边界  $\Gamma_I$  与隧道开挖边界  $\Gamma_{II}$  的耦合影响, 这也体现了本文 DCBEM-FEM 耦合方法与两阶段分析方法<sup>[9-12]</sup>的不同之处, 因为两阶段分析方法<sup>[9-12]</sup>是将隧道开挖对既有管线的影响分开来考虑, 没有体现隧道开挖引起的土体自由位移与既有构筑物变形的耦合效应。

### 3 算例验证

根据上面推导的方法, 编写了层状地基中隧道开挖引起邻近管道纵向变形的DCBEM-FEM耦合分析方法, 并结合位移控制有限元数值模拟结果以及现场实测结果进行了算例验证。

#### 3.1 四层地基 - 与有限元商用程序结果对比

某工程场地土层分4层, 其中第一层层厚为6 m, 弹性模量为4.3 MPa, 泊松比为0.35; 第二层层厚为4 m, 弹性模量为18.3 MPa, 泊松比为0.29; 第三层层厚为10 m, 弹性模量为24.6 MPa, 泊松比为0.25; 第四层层厚为40 m, 弹性模量为45.4 MPa, 泊松比为0.21。新建隧道外径5 m, 轴线距地表15 m, 开挖所引起的土体损失比1.49%。隧道垂直下穿邻近通讯管线, 管线轴线距地表8 m, 外径为0.95 m, 壁厚0.12 m, 纵向等效抗弯刚度为  $3.25 \times 10^4 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$ 。

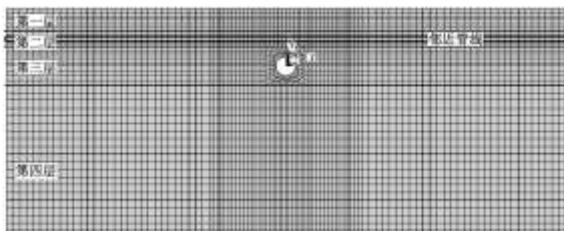


图 7 有限元网格划分示意图

Fig. 7 FEM mesh model

算例采用位移控制有限元法(DCFEM)<sup>[15]</sup>借助大型商业化有限元软件对本文耦合方法进行了验证。图7为有限元网格划分示意图。为了使有限元模型能够体现给定的土体损失间隙参数以及相应的土体损失比, 与本文DCBEM-FEM耦合方法给定的洞周位移模式的初始边界条件相一致, 本文DCFEM同样采用了图6所示的椭圆化非等量土体径向移动模式, 也就是直接在隧道边缘施加位移边界条件来模拟开挖引起的应力释放过程。

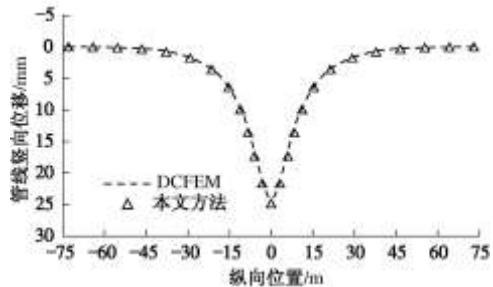


图 8 管线竖向位移值对比

Fig. 8 Comparison of displacements of pipelines

图8和图9为采用本文DCBEM-FEM耦合方法所得的层状地基中既有管线的竖向位移和弯矩值与采用该位移控制有限元法(DCFEM)<sup>[15]</sup>所得结果的比较, 从图中可知, 采用本文DCBEM-FEM耦合方法计算结果与DCFEM的计算结果较为吻合, 说明本文耦合算法在计算分层地基时具有较好的精度, 可以较好的反映邻近管线的作用。实际上, 本文DCBEM-FEM耦合方法和DCFEM都属于基于层状体系的整体计算方法, 而且两种方法的位移初始条件一致, 均为式(35a)和(35b)表示的椭圆化非等量土体径向移动模式, 因此这两种算法结果获得了较好的吻合。

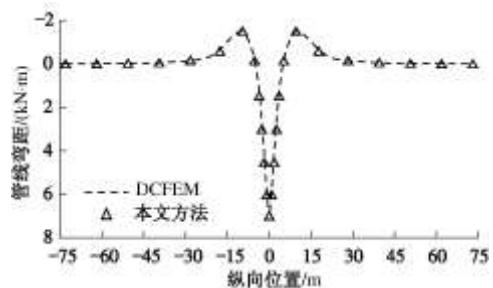


图 9 管线竖向弯矩值对比

Fig. 9 Comparison of bending moments of pipelines

需要说明的是, 在本文DCBEM-FEM耦合方法中, 对于半无限区域的地基, 采用边界单元法只需在局部边界划分单元, 从而使计算量比需要在整个计算域内离散单元的有限单元法大大减少。在分析中, 以弹性层状地基模型的基本解来代替常规均匀介质体的Kelvin基本解或Mindlin基本解, 从而避免了传统边界单元方法需要在每个不同土层的分界面进行单元离散。

的状况。考虑到地下管线结构尺寸的有限性，利用有限单元法就能较好地模拟。因此，采用DCBEM-FEM耦合方法能够充分发挥两种不同方法的优点，从而达到在较短的机时内获得较高计算精度的效果。

### 3.2 八层地基 - 与现场实测数据对比

上海轨道交通 11 号线行进于徐家汇站—上海体育馆站区间时，将在零陵路下方分别从运营的轨交 4 号线隧道上、下方穿越。11 号线上行线首先进行穿越，下行线滞后 120 环左右，本算例主要分析 11 号线上行线穿越引起的影响。穿越区域共有八层土，地层参数见表 1。轨交 4 号线隧道外径 6.2 m，内径 5.5 m，管片弹性模量为  $3.02 \times 10^4$  MPa，轴线埋深为 17.12 m。11 号线上行线隧道外径 6.2 m，内径 5.5 m，轴线距地表 21.02 m，平均地层损失比为 4.56 %。

为了验证本文耦合算法的适用性，算例与现场实测结果进行了对比分析。图 10 为采用本文 DCBEM-FEM 耦合方法计算得到的轨交 4 号线下行线沉降位移值与现场观测数据的对比。

表 1 层状地基土体特性

Table 1 Geotechnical properties of layered soils

层号	名称	层厚/m	弹性模量/MPa	泊松比
①	填土	2.0	8.86	0.33
②	粉质黏土	1.3	15.68	0.32
③	淤泥质粉质黏土	3.3	8.89	0.32
④	淤泥质黏土	8.4	7.32	0.33
⑤	黏土	1.0	11.76	0.26
⑥	砂质粉土	4.5	28.74	0.24
⑦	黏土	4.3	11.76	0.26
⑧	粉质黏土	50.0	16.31	0.29

由图可以看出，本文计算结果与现场实测结果曲线分布规律基本相似，其中图中虚线所示为 11 号线轴线穿越轨迹，也是轨交 4 号线下行线沉降发生最大位置。此外，由图中对比可知，在 11 号线穿越区域，大部分计算值较实测结果偏大，原因在于本文算法没有考虑盾构注浆所带来的影响，在将来的研究中将进一步考虑。

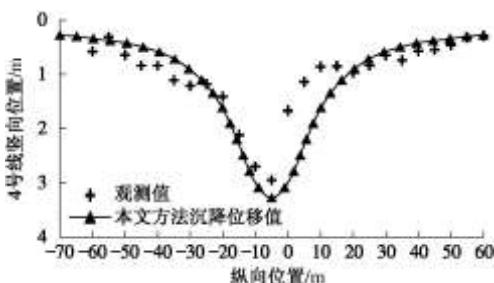


图 10 4 号线竖向位移值对比

Fig. 10 Comparison of displacements of Line 4 between observed data and computed values

## 4 结 论

本文基于弹性层状地基模型提出了层状地基中隧道开挖引起邻近管道纵向变形的 DCBEM-FEM（位移控制边界元与有限元）耦合分析方法，并编写了层状地基中管线性状的分析程序，主要有以下几点结论。

(1) 本文方法基于弹性层状地基模型，避免了传统边界单元法在层状体系各层交界面上的复杂单元离散，同时又体现了半无限域介质体的成层性。

(2) 采用椭圆化非等量径向土体移动模式作为隧道洞周的边界条件，能够较好地体现盾构隧道施工引起的土层非均匀收敛变形模式以及地层损失情况。

(3) 本文 DCBEM-FEM 耦合方法能够充分发挥有限元和边界元两种方法的优点，从而达到在较短的机时内获得较高计算精度的效果。

(4) 本文 DCBEM-FEM 耦合方法和位移控制有限元法 (DCFEM)<sup>[15]</sup> 均属于层状体系的整体计算方法，而且两种方法均引入相同的初始土体位移移动模式，这两种方法的计算结果比较吻合。

(5) 本文方法未考虑既有管线与土体相互作用的塑性行为以及盾构施工注浆以及纠偏等所带来的影响，在将来研究中可以进一步考虑。

## 参 考 文 献:

- CHEHADE F H, SHAHROUR I. Numerical analysis of the interaction between twin-tunnels: influence of the relative position and construction procedure[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2008, 23(2): 210 – 214.
- 张海波, 殷宗泽, 朱俊高. 近距离叠交隧道盾构施工对老隧道影响的数值模拟[J]. 岩土力学, 2005, 26(2): 282 – 286. (ZHANG Hai-bo, YIN Zong-ze, ZHU Jun-gao. Numerical simulation of influence of new tunnel on short distance overlapped old tunnel during shield tunneling[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(2): 282 – 286. (in Chinese))
- 章慧健, 仇文革, 冯冀蒙, 等. 近距离重叠隧道盾构施工的纵向效应及对策研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(11): 3569 – 3573. (ZHANG Hui-jian, QIU Wen-ge, FENG Ji-meng, et al. Study of longitudinal mechanical behavior and countermeasure for neighborhood overlapped shield tunneling[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(11): 3569 – 3573. (in Chinese))
- SAGASETA C. Analysis of undrained soil deformation due to ground loss[J]. Géotechnique, 1987, 37(3): 301 – 320.
- VERRUIJT A, BOOKER J R. Surface settlements due to deformation of a tunnel in an elastic half plane[J]. Géotechnique, 1996, 46(4): 753 – 756.

- [6] LOGANATHAN N, POULOS H G. Analytical prediction for tunneling-induced ground movements in clays[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 1998, **124**(9): 846 – 856.
- [7] PARK K H. Elastic solution for tunneling-induced ground movements in clays[J]. International Journal of Geomechanics, 2004, **4**(4): 310 – 318.
- [8] YANG J S, LIU B C, WANG M C. Modeling of tunneling-induced ground surface movements using stochastic medium theory[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2004, **19**(2): 113 – 123.
- [9] ATTEWELL P B, YEATES J, SELBY A R. Soil movements induced by tunneling and their effects on pipelines and structures[M]. London: Blackie & Son Ltd, 1986.
- [10] KLAR A, VORSTER T E B, SOGA K, et al. Soil-pipe interaction due to tunnelling: comparison between Winkler and elastic continuum solutions[J]. Géotechnique, 2005, **55**(6): 461 – 466.
- [11] 张治国, 黄茂松, 王卫东. 邻近开挖对既有软土隧道的影响分析[J]. 岩土力学, 2009, **30**(5): 1373 – 1381. (ZHANG Zhi-guo, HUANG Mao-song, WANG Wei-dong. Responses of existing tunnels induced by adjacent excavation in soft soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, **30**(5): 1373 – 1381. (in Chinese))
- [12] VORSTER T E B, KLAR A, SOGA K, et al. Estimating the effects of tunneling on existing pipelines[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 2005, **131**(11): 1399 – 1410.
- [13] 魏纲, 张世民, 齐静静, 等. 盾构隧道施工引起的地面变形计算方法研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, **25**(S1): 3317 – 3323. (WEI Gang, ZHANG Shi-min, QI Jing-jing, et al. Study on calculation method of ground deformation induced by shield tunnel construction[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, **25**(S1): 3317 – 3323. (in Chinese))
- [14] 王立忠, 吕学金. 复变函数分析盾构隧道施工引起的地基变形[J]. 岩土工程学报, 2007, **29**(3): 319 – 327. (WANG Li-zhong, LÜ Xue-jin. A complex variable solution for different kinds of oval deformation around circular tunnel in an elastic half plane[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 2007, **29**(3): 319 – 327. (in Chinese))
- [15] WANG L Z, LI L L, LU X J. Complex variable solutions for tunneling-induced ground movement[J]. International Journal of Geomechanics, ASCE, 2009, **9**(2): 63 – 72.
- [16] CHENG C Y, DASARI G R, CHOW Y K, et al. Finite element analysis of tunnel-soil-pile interaction using displacement controlled model[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2007, **22**(4): 450 – 466.