

灌浆岩石锚杆拉拔变形和刚度的理论解析

许宏发, 王 武, 江 淼, 佟 佳

(解放军理工大学工程兵工程学院, 江苏 南京 210007)

摘 要: 岩石锚杆的变形计算是锚固工程设计中的一个关键因素。基于协调剪切变形段锚杆和岩体间剪切变形刚度的线性假定, 不协调剪切变形段锚杆和岩体间剪应力沿杆长呈幂函数型分布的假定, 通过荷载传递微分方程, 对全灌浆锚杆和有自由端灌浆锚杆的拉拔变形和刚度进行了理论分析, 推导出沿杆长剪应力分布函数、轴力分布函数和位移分布函数, 进而可获得锚杆最大拉拔力和拉拔荷载-位移曲线。根据剪滞理论, 由灌浆锚杆周围岩体单元应力平衡微分方程, 推导出锚杆与岩体之间剪切弹性变形刚度的计算公式。与其它理论结果比较, 表明本分析方法是合理的、可行的, 对于灌浆锚杆变形、刚度及强度设计具有参考价值。

关键词: 灌浆岩石锚杆; 拉拔变形; 拉拔刚度; 拉拔荷载-位移曲线; 剪滞理论

中图分类号: TU47

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2011)10-1511-06

作者简介: 许宏发(1964-), 男, 江苏泰州人, 教授, 主要从事岩土工程方面的教学与研究工作。E-mail: xuhongfa21@163.com。

Theoretical analysis of pullout deformation and stiffness of grouted rockbolts

XU Hong-fa, WANG Wu, JIANG Miao, TONG Quan

(Engineering Institute of Engineering Corps, PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, China)

Abstract: The deformation calculation of rockbolts is one of key factors in anchor engineering design. In the segment of the shear deformation compatibility between the rockbolts and the surrounding rockmass, the linear shear deformation stiffness is assumed. In the segment of the deformation incompatibility, the power function model of the shear stress distribution along the rockbolts is presented. By means of the loading transfer differential equation, the pullout deformation and stiffness on the fully grouted and the grouted rockbolts with free end are analyzed. And the shear stress distribution function, the axial force distribution function and the displacement distribution function along the rockbolt are derived. Thus the maximum pullout force and pullout load-displacement curve on the grouted rockbolts can be obtained. Based on the shear-lag theory, from the equilibrium differential equation on an infinitesimal element of the rockmass around rockbolts, the calculation formulae for elastic deformation stiffness on the interface between the rockbolts and the rockmass are deduced. The comparison between the present results and other theoretical estimates shows that the proposed method is reasonable and feasible and has reference value for the design of deformation, stiffness and strength of grouted rockbolts.

Key words: grouted rockbolt; pullout deformation; pullout stiffness; pullout load-displacement curve; shear-lag theory

0 引 言

在地下工程中, 如国防工程、地下采矿等, 岩石锚杆被广泛采用。研究表明, 岩石锚杆可以有效改善岩体的受力状态, 控制节理变形, 提高岩体自身的支撑能力。但目前, 对岩石锚杆的作用机理认识还不清楚, 尤其定量估计锚杆拉拔变形和刚度, 十分困难, 锚杆设计还处于经验和半经验状态。要认识锚杆的特性, 可以通过锚杆现场试验、现场监测、数值模拟及解析方法来实现。许多学者对锚杆特性进行大量的现场或实验室的试验研究^[1-5], 这些研究成果对锚杆理论

分析和设计打下了良好的基础。

对全长砂浆锚杆, 常采用解析方法进行研究。Gurung^[6]总结了一维解析分析的基本思路, 并对参数选取进行了讨论。Indraratna等^[7]基于收敛控制方法对灌浆锚杆的设计进行了研究。Cai等^[8]提出了一种估计灌浆锚杆轴向力的分析模型, 根据变形协调原则, 锚杆和岩体相互作用机理被描述。Li等^[9]提出了3种受力类型砂浆锚杆的分析模型: ①承受集中拉拔荷载的

锚杆(拉拔试验);②安装在均匀变形岩体中的锚杆;③安装在张开型节理岩体中的锚杆,对砂浆锚杆的设计具有较好的使用价值。Farmer等^[10]和Stillborg等^[11]均提出剪力分布按指数函数规律变化,沿杆长逐渐减小。很多学者利用这一假定,进行了大量的研究,分析不同状况下锚杆的受力机理和极限承载力^[2,8-9]。

但这些研究成果,往往注重研究锚杆的抗拔承载力,对锚杆的变形和刚度研究较少。而有些情况下,对锚杆的变形控制是十分重要的。如岩锚梁的设计中,就必须要求锚杆有较小的变形和较大的拉拔刚度^[12]。锚杆是隐蔽工程,如能从锚杆和岩体的剪切特性,探求得到锚杆拉拔性能,如轴力分布曲线、侧阻力分布曲线、位移分布曲线、拉拔荷载-位移曲线等,则有利于锚杆设计,必将受到工程设计技术人员的欢迎。

本文基于协调剪切变形段锚杆和岩体间剪切刚度的线性假定,不协调剪切变形段锚杆和岩体间剪应力沿杆长呈幂函数型分布的假定,通过荷载传递微分方程,分析沿杆长剪力分布函数、轴力分布函数、位移分布函数,进而得到锚杆拉拔荷载-位移曲线。本文方法,对于灌浆锚杆变形、刚度及强度设计,具有参考价值。

1 全灌浆岩石锚杆的变形

1.1 锚杆和岩体协调变形分析

为了简化计算,假定注浆体与岩体的特性相同。锚杆荷载传递法的基本概念是假设锚杆侧面与岩体之间以切向线性弹簧联系,如图1所示。

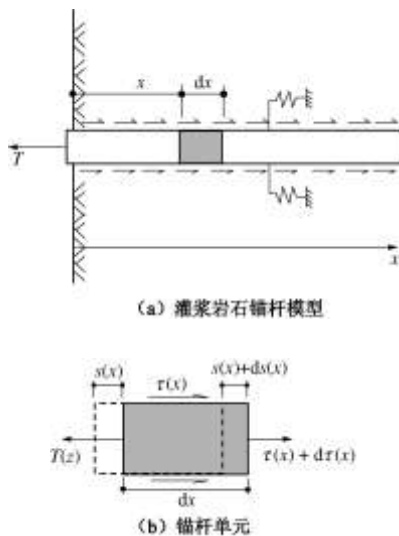


图1 锚杆荷载传递法计算简图

Fig. 1 Sketch of load transfer method for rockbolt

这些线性弹簧的应力-应变关系,代表了锚杆-岩体之间的荷载传递关系。侧面线性弹簧表示桩侧阻

力 $\tau(x)$ 和剪切位移 $s(x)$ 之间的关系。锚杆和岩体之间剪切位移协调。截取锚杆上任一单元体,见图1(b)。根据该单元体的静力平衡条件得到

$$dT(x) = -2\pi r_b \tau(x) dx \quad (1)$$

式中, x 为单元体的深度, $T(x)$ 为沿锚杆轴力分布函数, $\tau(x)$ 为沿锚杆剪切应力分布函数, r_b 为锚杆半径。

通过计算单元体产生的弹性伸长量,可得

$$\frac{ds(x)}{dx} = -\frac{1}{\pi r_b^2 E_b} T(x) \quad (2)$$

式中, E_b 为锚杆的弹性模量, $s(x)$ 为沿锚杆位移分布函数。

对式(2)求导,并将式(1)代入,得到抗拔锚杆荷载传递法的基本微分方程

$$\frac{d^2 s(x)}{dx^2} = \frac{2}{r_b E_b} \tau(x) \quad (3)$$

假定,锚杆侧面与岩体之间剪切变形满足

$$\tau(x) = ks(x) \quad (4)$$

式中, k 为锚杆与岩体之间的剪切弹性变形刚度,kPa/m。如图2中线性剪切变形曲线。

设参数,

$$\beta = \sqrt{\frac{2k}{r_b E_b}} \quad (5)$$

将式(4)代入式(3),解微分方程,并由边界条件

$$s(x)|_{x=0} = s_0, \quad \left. \frac{ds}{dx} \right|_{x=L} = 0, \quad \text{得}$$

$$s(x) = s_0 \frac{\cosh[\beta(L-x)]}{\cosh(\beta L)} \quad (6)$$

式中, L 为锚杆长, s_0 为锚杆端部位移。

根据式(2)、(6),解得

$$T(x) = s_0 \pi r_b^2 E_b \beta \frac{\sinh[\beta(L-x)]}{\cosh(\beta L)} \quad (7)$$

$$\tau(x) = s_0 k \frac{\cosh[\beta(L-x)]}{\cosh(\beta L)} \quad (8)$$

因此,岩石锚杆的初始拉拔刚度为

$$K_t = \frac{T(0)}{s(0)} = \pi r_b^2 E_b \beta \tanh(\beta L) \quad (9)$$

1.2 锚杆和岩体不协调变形分析

许多学者对锚杆和砂浆接触面剪切机理进行了研究^[13-14],并且得到类似的结论,认为侧限应力对抗剪强度的影响较大。其变化规律:随着剪切位移的增大,剪切应力增大,基本成线性关系;达到最大剪切强度后,随着位移增加,剪应力减小,直至达到一个残余强度。图2(a)表明了锚杆和砂浆接触面剪切位移变化规律。为了简化计算,本文采用图2(b)所示的接

触面剪切模型来表示。

从图 3 沿锚杆剪应力分布可以看出, 最大剪切应力出现在锚杆端部。当端部剪应力达到最大剪应力 τ_m 后, 锚杆与岩体接触面开始出现剪切破坏, 锚杆变形与岩体变形不协调。随着拉拔力 $T(0)$ 的增加, 剪切破坏区增长, 破坏区深度 x_1 增大。因此锚杆与砂浆接触面出现了不协调变形和协调变形。不协调变形在锚杆浅部, 协调变形在锚杆深部。协调变形段剪力与轴力分布与 1.1 节相同。

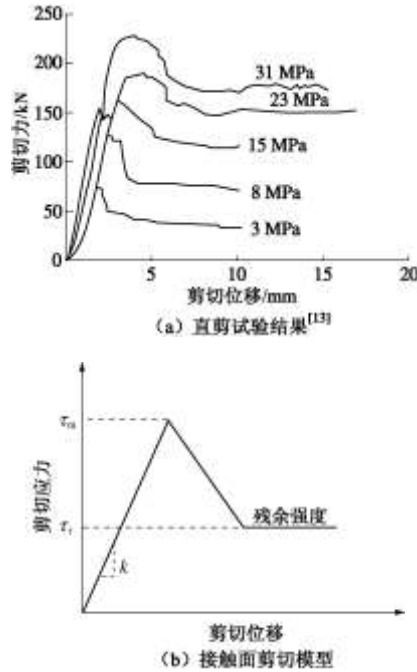


图 2 锚杆和砂浆接触面剪切应力 - 位移曲线

Fig. 2 Curves of shear stress vs. displacement of interface between bolt and rockmass

(1) 锚杆与岩体不协调剪切变形段

对锚杆与岩体不协调剪切变形段, 剪应力沿杆长的分布形态非常复杂, 根据接触面剪切模型的不同而不同。图 3 中, Li 等^[9]假定的剪应力分布曲线为 ABD, Cai 等^[14]建议的分布曲线为 ACD。由于剪胀效应的存在, 剪应力分布更加复杂, 但由小变大的趋势是一定的。很多试验证实, 当剪应力达到最大剪切强度后, 强度下降, 并达到一个残余强度。

为了简化, 我们假定沿杆长剪力分布为连续曲线, 服从幂函数分布, 并假设剪力分布方程为

$$\tau(x) = (\tau_m - \tau_r) \left(\frac{x}{x_1} \right)^\lambda + \tau_r = \tau_m (1 - \omega) \left(\frac{x}{x_1} \right)^\lambda + \omega \tau_m \quad (x < x_1), \quad (10)$$

式中, x_1 为锚杆与岩体不协调剪切变形段与协调剪切变形段的交界点坐标 (破坏区深度), τ_r 为残余剪切强度, τ_m 为最大剪切强度, ω 为残余剪切强度与最大剪切强度的比值 $\omega = \tau_r / \tau_m$, λ 为常数。

根据式 (1), 并代入边界条件: $T(x)|_{x=0} = T_0$ 。

$$T(x) = T_0 - \frac{2\pi r_b \tau_m (1 - \omega)}{(\lambda + 1)x_1^\lambda} x^{\lambda+1} - 2\pi r_b \omega \tau_m x \quad (x < x_1), \quad (11)$$

式中, T_0 为锚杆端部轴力。

根据式 (2), 代入边界条件 $s(x)|_{x=0} = s_0$ 得

$$s(x) = s_0 - \frac{T_0}{\pi r_b^2 E_b} x + \frac{2\tau_m (1 - \omega)}{(\lambda + 1)(\lambda + 2)r_b E_b x_1^\lambda} x^{\lambda+2} + \frac{\omega \tau_m}{r_b E_b} x^2 \quad (x < x_1). \quad (12)$$

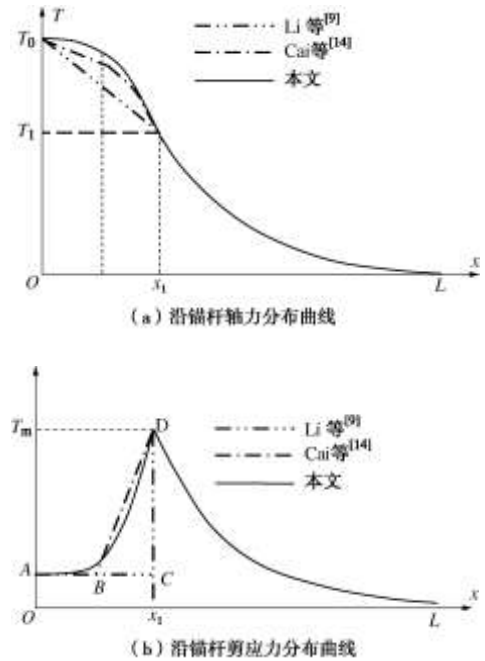


图 3 沿锚杆剪应力和轴力分布曲线

Fig. 3 Distribution curves of shear stress and axial force along rockbolt

(2) 锚杆与岩体协调剪切变形段

锚杆与岩体协调剪切变形段剪力分布与 1.1 节分析基本相同。根据式 (8) 有

$$\tau(x) = \tau_m \frac{\cosh[\beta(L - x)]}{\cosh[\beta(L - x_1)]} \quad (x \geq x_1). \quad (13)$$

同样可以得到

$$T(x) = \frac{\tau_m}{k} \pi r_b^2 E_b \beta \frac{\sinh[\beta(L - x)]}{\cosh[\beta(L - x_1)]} \quad (x \geq x_1), \quad (14)$$

$$s(x) = \frac{\tau_m}{k} \frac{\cosh[\beta(L - x)]}{\cosh[\beta(L - x_1)]} \quad (x \geq x_1) \quad (15)$$

(3) 锚杆端部拉拔力、拉拔位移及 x_1 的计算

对沿锚杆剪应力分布曲线 (式 (10)、(13)) 进行积分, 并乘以 $(-2\pi r_b)$, 可求得锚杆端部拉拔力为

$$T_0 = 2\pi r_b \tau_m \left\{ \frac{1 + \omega \lambda}{1 + \lambda} x_1 + \frac{1}{\beta} \tanh[\beta(L - x_1)] \right\}, \quad (16)$$

解方程 (16), 即可求得 x_1 。

式 (16) 的等号两边对 x_1 求导, 并求解 x_1 , 可求得最大拉拔力时剪切面临界破坏深度。即当

$$x_1 = L - \frac{1}{\beta} \ln \left(\sqrt{\frac{1+\lambda}{1+\omega\lambda}} + \sqrt{\frac{\lambda-\omega\lambda}{1+\omega\lambda}} \right), \quad (17)$$

式 (16) 取得最大值, 既锚杆抗拔力最大值 T_{\max} , 为极限抗拔力。

同样, 对沿锚杆轴力分布曲线进行积分, 并除以 $(-\pi r_b^2 E_b)$, 可求得锚杆端部拉拔位移为

$$s_0 = \frac{T_0 x_1}{\pi r_b^2 E_b} - \frac{2\tau_m(1-\omega)x_1^2}{(\lambda+1)(\lambda+2)r_b E_b} - \frac{\omega\tau_m}{r_b E_b} x_1^2 + \frac{\tau_m}{k}. \quad (18)$$

式 (16)、(18) 是关于参数 x_1 的参数方程, 很容易能画出锚杆拉拔荷载 - 位移曲线。由拉拔荷载 - 位移曲线就可求得任一点的割线刚度 K_s 。初始刚度 K_{ti} 可采用式 (9) 计算。

2 有自由端灌浆岩石锚杆的变形

2.1 有自由端灌浆岩石锚杆的初始刚度

在实际工程应用中, 岩石锚杆端部一般还留有一定长度的自由段。设有锚杆自由段长度设为 L_f , 灌浆锚固段长度为 L_a , 如图 4 所示。

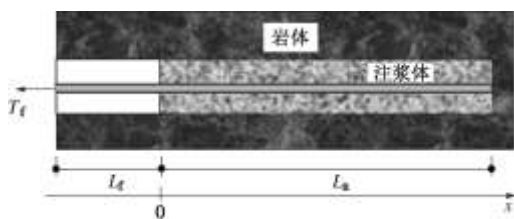


图 4 有自由端锚杆结构图

Fig. 4 Sketch of rockbolt with free end

若设锚杆锚固段变形 s_a 、自由段变形为 s_f , 则锚杆的全长变形^[15]:

$$s = s_a + s_f, \quad (19)$$

根据 $s = \frac{T}{K_t}$, 代入式 (19) 有

$$\frac{1}{K_T} = \frac{1}{K_a} + \frac{1}{K_f}, \quad (20)$$

式中, K_f 为锚杆自由段刚度; K_a 为锚杆锚固段刚度。由材料力学可知,

$$K_f = \frac{\pi r_b^2 E_b}{L_f}, \quad (21)$$

式中, L_f 为锚杆自由段长度。

若拉力不是太大, 锚固段刚度 K_a 可根据式 (9) 计算, 即 $K_a = K_{ti}$ 。这样锚杆的刚度为

$$K_T = \frac{K_a K_f}{K_a + K_f} = \frac{\pi r_b^2 E_b \beta \tanh(\beta L)}{L \beta \tanh(\beta L) + 1}. \quad (22)$$

2.2 有自由端锚杆变形分析

以锚固段开始端为 x 坐标原点。因为锚杆自由端中应力处处相等, 所以锚杆端部拉拔力与锚固段开始端拉拔力相同, 由式 (16) 可得锚杆端部拉拔力为

$$T_f = 2\pi r_b \tau_m \left\{ \frac{1+\omega\lambda}{1+\lambda} x_1 + \frac{1}{\beta} \tanh[\beta(L_a - x_1)] \right\}. \quad (23)$$

锚杆锚固段拉拔力最大时, 剪切面破坏深度为

$$x_{fc} = L_a - \frac{1}{\beta} \ln \left(\sqrt{\frac{1+\lambda}{1+\omega\lambda}} + \sqrt{\frac{\lambda-\omega\lambda}{1+\omega\lambda}} \right). \quad (24)$$

由式 (18) 得到锚杆端部拉拔位移为

$$s_f = \frac{T_f}{K_f} + \frac{T_f x_1}{\pi r_b^2 E_b} - \frac{2\tau_m(1-\omega)x_1^2}{(\lambda+1)(\lambda+2)r_b E_b} - \frac{\omega\tau_m}{r_b E_b} x_1^2 + \frac{\tau_m}{k}. \quad (25)$$

式 (23)、(25) 是关于参数 x_1 的参数方程, 很容易能获得有自由端锚杆的拉拔荷载 - 位移曲线。由拉拔荷载 - 位移曲线就可求得任一点的割线刚度。

3 参数 k 的确定

剪滞理论 (shear-lag method) 首次在纤维复合材料分析中被提出。Cai 等^[14]将该理论用于岩石锚杆拉拔分析中。图 5 所示为锚杆周围岩体无穷小单元的应力状态。

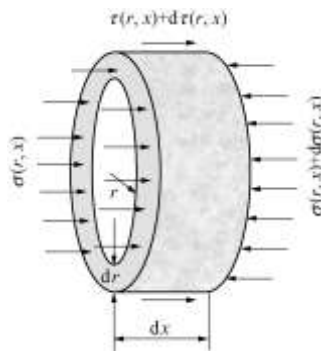


图 5 锚杆周围岩体单元应力状态

Fig. 5 Equilibrium of an infinitesimal element of rockmass around rockbolt

设锚杆周围岩体径向剪应力的分布函数为 $\tau(r, x)$ 。根据锚杆周围岩体单元应力状态, 由力平衡条件得到平衡方程^[14]

$$r \frac{\partial \sigma(r, x)}{\partial x} + r \frac{\partial \tau(r, x)}{\partial r} + \tau(r, x) = 0, \quad (26)$$

式中, $\tau(r, x)$ 为锚杆周围岩体径向剪应力, $\sigma(r, x)$ 为岩体中平行于锚杆的压应力。

在拉拔过程中, $\sigma(r, x)$ 的变化很小, 其导数可忽略不计。这样式 (26) 只剩下后两项, 求解微分方程,

并代入边界条件 $\tau(r, x)|_{r=r_b} = \tau(x)$, 得

$$\tau(r, x) = \frac{r_b}{r} \tau(x), \quad (27)$$

式中, $\tau(x)$ 为锚杆与岩体接触面的剪应力。

根据弹性力学几何方程,

$$\frac{\tau(r, x)}{G_m} = \frac{\partial u(r, x)}{\partial x} + \frac{\partial s(r, x)}{\partial r}, \quad (28)$$

式中, $u(r, x)$ 为岩体的径向位移, $s(r, x)$ 为岩体中与锚杆平行的位移。

在锚杆拉拔过程中, 径向位移的变化与拉拔位移比较起来, 要次要得多, 因此可忽略径向位移的影响。将式 (27) 代入式 (28), 并忽略径向位移后对式 (28) 求积分, 得

$$s(x) = \frac{r_b \tau(x)}{G_m} \int_{r_b}^R \frac{dr}{r} = \frac{r_b \tau(x)}{G_m} \ln \left(\frac{R}{r_b} \right), \quad (29)$$

式中, $s(x)$ 为锚杆与岩体接触面上的位移 (协调变形), R 为锚杆的影响半径, G_m 为岩体的剪切模量。

由式 (4) 和式 (29) 可知, 当灌浆体与岩体特性相同时

$$k = \frac{G_m}{r_b \ln(R/r_b)}. \quad (30)$$

如果灌浆体与岩体特性不相同, 则式 (29) 可改写为

$$\begin{aligned} s(x) &= r_b \tau(x) \left(\int_{r_b}^{r_g} \frac{dr}{r G_g} + \int_{r_g}^R \frac{dr}{r G_m} \right) \\ &= r_b \tau(x) \left[\frac{\ln(r_g/r_b)}{G_g} + \frac{\ln(R/r_g)}{G_m} \right], \end{aligned} \quad (31)$$

式中, G_g 为灌浆体的剪切模量, r_g 为钻孔半径。

由式 (4)、(31) 可知, 当灌浆体与岩体特性不相同

$$k = \frac{G_g G_m}{\left[G_m \ln(r_g/r_b) + G_g \ln(R/r_g) \right] r_b}. \quad (32)$$

4 检验与比较

岩石锚杆的拉拔试验由 Stillborg 所做, 详细试验资料见文献[11]。Li 等^[9]和 Cai 等^[8]则利用该试验作为理论模型的验证和参数的反分析。对于全灌浆岩石锚杆, 已知: 最大拉拔力 $T_{\max}=180$ kN; 锚杆长度 $L=1.5$ m; 锚杆半径 $r_b=10$ mm; 锚杆弹性模量 $E_b=210$ GPa; 锚杆钻孔半径 $r_g=17.5$ mm; 砂浆泊松比 $\mu_g=0.25$; 砂浆弹性模量 $E_g=35$ GPa; 混凝土试件 (相当于围岩) 弹性模量 $E_m=45$ GPa; 混凝土泊松比 $\mu_m=0.25$ 。由文献[8, 9]的假定, $\omega=\tau_t/\tau_m=0.1$; 锚杆影响半径取 $R=10E_b/[(E_g+E_m)/2]r_b$ 。图 6, 7 分别比较了锚杆轴力分布和剪

应力分布的不同理论分析结果。比较可知, 本文研究成果与其他学者的研究结果相类似。

由式 (32) 计算得到, 参数 $k=384.6$ GPa/m, 由式 (9) 计算得到初始拉拔刚度 $K_{ti}=1.26$ GN/m。分析时, 若取参数 $\lambda=25$, 则在最大拉拔力时, 不协调变形段的长度 $x_1=1.41$ m; 最大剪应力强度为 $\tau_m=12$ MPa。而文献[8, 9]反分析获得的最大剪应力强度分别是 12.8 MPa 和 13.8 MPa。可见本文分析方法是合理的。

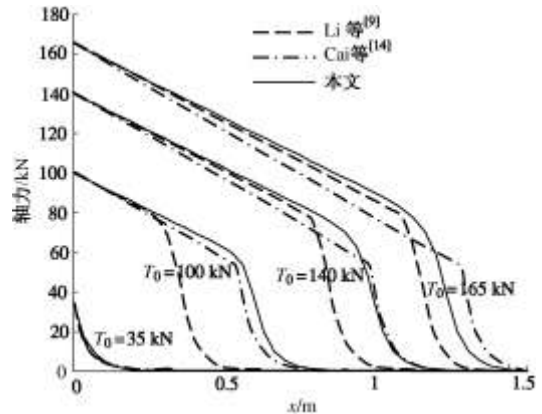


图 6 试验锚杆轴力分布理论分析比较

Fig. 6 Comparison among theories on axial force distribution along a fully grouted rock bolt at different levels of applied load

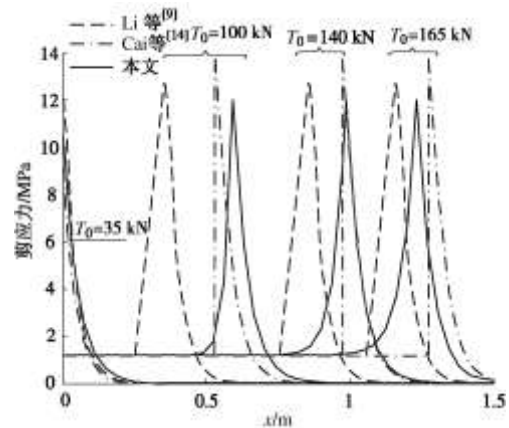


图 7 试验锚杆剪应力分布理论分析比较

Fig. 7 Comparison among theories on shear stress distribution along a fully grouted rock bolt at different levels of applied load

由式 (16)、(18) 可作出试验锚杆的拉拔力 - 位移曲线, 如图 8 所示。

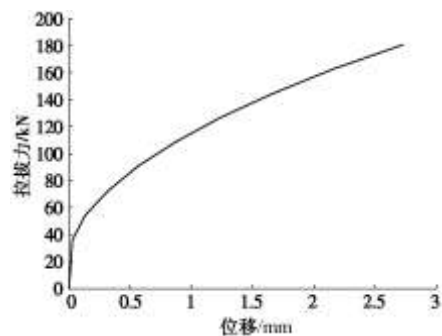


图 8 试验锚杆拉拔荷载 - 位移曲线

Fig. 8 Curve of pullout load vs displacement on a full grouted rockbolt

5 结 论

灌浆岩石锚杆在工程中应用十分广泛,但锚杆设计仍处于经验和半经验的状态。本文分别对锚杆与岩体之间变形协调段和不协调段的拉拔变形、刚度进行了理论分析,获得如下成果:

(1) 对于锚杆与岩体之间协调剪切变形段,假定锚杆和岩体接触面剪切刚度为线性,利用荷载传递微分方程,推导出了岩石锚杆的初始拉拔刚度计算公式。

(2) 对于锚杆与岩体之间不协调剪切变形段,假定锚杆和岩体接触面剪应力沿锚杆呈幂函数型分布,推导出沿杆长的轴力分布函数和位移分布函数,进而可获得锚杆最大拉拔力和拉拔荷载 - 位移曲线。

(3) 对锚杆与岩体之间剪切弹性变形刚度(即系数 k)的取值进行了研究,推导出灌浆体与岩体特性相同和不同条件下参数 k 的计算公式。

(4) 根据已有的理论,对本文的结果进行了验证,结果表明本文的研究成果与其他学者的研究结果较吻合,但分析方法更简便,对岩石锚杆的设计具有参考价值。

参考文献:

- [1] FARMER I W. Stress distribution along a resin grouted rock anchor[J]. Int J Rock Mech Min Sci and Geomech Abstr, 1975, **12**: 347 - 351.
- [2] KILIC A, YASAR E, CELIK A G. Effect of grout properties on the pull-out load capacity of fully grouted rock bolt[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2002, **17**: 355 - 362.
- [3] HYETT A J, BAWDEN W F, REICHERT R D. The effect of rock mass confinement on the bond strength of fully grouted cable bolts[J]. Int J Rock Mech Min Sci Geomech bstr, 1992, **29**: 503 - 524.
- [4] XU Hong-fa, WANG Fa-jun, CHENG Xue-xin. Pullout creep properties of grouted soil anchors[J]. Chinese Journal of Central South University of Technology (English Edit), 2006, **14**(S1): 474 - 477.
- [5] 许宏发, 卢红标, 钱七虎. 土层灌浆锚杆的蠕变损伤特性研究[J]. 岩土工程学报, 2002, **24**(1): 61 - 63. (XU Hong-fa, LU Hong-biao, QIAN Qi-hu. Creep damage effects of pulling grouting anchor in soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, **24**(1): 61 - 63. (in Chinese))
- [6] GURUNG N. 1-D analytical solution for extensible and inextensible soil/rock reinforcement in pull-out tests[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2001, **19**: 195 - 212.
- [7] INDRARATNA B, KAISER P K. Design for grouted rock bolts based on the convergence control method[J]. Int J Rock Mech Min Sci Geomech Abstr, 1990, **27**: 269 - 281.
- [8] CAI Yue, ESAKI Tetsuro, JIANG Yu-jing. An analytical model to predict axial load in grouted rock bolt for soft rock tunneling[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2004, **19**: 607 - 618.
- [9] LI C, STILLBORG B. Analytical models for rock bolts[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1999, **36**: 1013 - 1029.
- [10] FARMER I W. Stress distribution along a resin grouted rock anchor[J]. Int J Rock Mech Min Sci and Geomech Abstr, 1975, **12**: 347 - 351.
- [11] STILLBORG B. Experimental investigation of steel cables for rock reinforcement in hard rock[D]. Sweden: Lulea University of Technology, 1984.
- [12] 赵震英, 曾亚武. 岩锚吊车梁承载机理模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2002, **24**(2): 4 - 7. (ZHAO Zhen-ying, ZENG Ya-wu. Researches on load bearing mechanism of rock bolt crane girder with model tests[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, **24**(2): 4 - 7. (in Chinese))
- [13] MOOSAVI M, KHOSRAVI A, JAFARI A. A laboratory study of bond failure mechanism in deformed rock bolts using a modified Hoek cell[C]// Proceedings of the 2001 ISRM International Symposium—Second Asian Rock Mechanics Symposium (ISRM 2001-2nd ARMS), 2001: 239 - 42.
- [14] CAI Yue, ESAKIA Tetsuro, JIANG Yu-jing. A rock bolt and rock mass interaction model[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2004, **41**: 1055 - 1067.
- [15] WINDSOR C R. Rock Reinforcement System[J]. Int J Rock Mech Min Sci, 1997, **34**(6): 919 - 951.