

含相关非正态变量边坡可靠度分析的认知聚类分区方法

李典庆^{1, 2, 3}, 唐小松^{1, 2, 3}, 周创兵^{1, 2, 3}

(1. 水资源与水电工程科学国家重点实验室, 湖北 武汉 430072; 2. 水工岩石力学教育部重点实验室, 湖北 武汉 430072;

3. 武汉大学水利水电学院, 湖北 武汉 430072)

摘要: 提出了分析相关非正态变量可靠度问题一种新的全局优化方法——认知聚类分区方法。首先采用等概率变换原则将非正态变量等效为标准正态变量。然后采用 Nataf 变换方法成功地解决了输入变量相关时认知聚类分区方法的抽样问题。针对二分认知聚类分区方法和等步长认知聚类分区方法的缺点, 提出了变步长认知聚类分区方法, 并给出了该方法的计算流程图, 编写了基于 C 语言的计算程序 KCPREL。最后, 以锦屏一级水电站左岸边坡稳定可靠度问题为例证明了所提方法的有效性。结果表明: 提出的认知聚类分区方法能够有效地分析含有相关非正态变量的边坡可靠度问题。认知聚类分区方法能够获得全局最优解, 其计算精度和蒙特卡洛模拟方法相当, 计算效率远远高于传统的蒙特卡洛模拟方法。变步长认知聚类分区方法能够在计算精度和计算效率之间达到一种最佳平衡状态。研究成果极大地拓展了认知聚类分区方法在边坡可靠度分析中的应用。

关键词: 边坡; 可靠度; 认知聚类分区方法; Nataf 变换; 相关非正态变量

中图分类号: TU47 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2011)06-0875-08

作者简介: 李典庆(1975-), 男, 湖北竹溪人, 博士后, 教授, 博士生导师, 主要从事岩土工程可靠度和风险调控方法, 高坝大库系统寿命预测理论及风险分析方面的研究。E-mail: dianqing@whu.edu.cn。

Reliability analysis of slope stability involving correlated non-normal variables using knowledge-based clustered partitioning method

LI Dian-ying^{1, 2, 3}, TANG Xiao-song^{1, 2, 3}, ZHOU Chuang-bing^{1, 2, 3}

(1. State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan 430072, China; 2. Key Laboratory of Rock

Mechanics in Hydraulic Structural Engineering, Ministry of Education, Wuhan 430072, China; 3. College of Water Resources and

Hydroelectric Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: A new global optimization reliability method, knowledge-based clustered partitioning method (KCP) for reliability problems involving correlated non-normal random variables, is proposed. Firstly, the isoprobabilistic transformation is adopted to transform the non-normal variables into the standard normal ones. Secondly, the Nataf transformation is used to transform the correlated non-normal random variables into the independent standard normal ones, which facilitate the sampling of the correlated non-normal random variables and reliability computation using the knowledge-based clustered partitioning method. To remove the limitations of the KCP with the binary step length and the KCP with equal step length, the KCP with changing step length is proposed, and the flowchart of reliability analysis using the KCP with changing step length is provided. Furthermore, a C-language based computer program is developed to carry out the reliability computations using the proposed KCP method. Finally, an example of reliability analysis for rock slope stability with plane failure is presented to demonstrate the validity and capability of the proposed method. The results indicate that the proposed knowledge-based clustered partitioning method can evaluate the reliability of rock slope stability involving correlated random variables accurately and efficiently. Furthermore, the global optimization solutions can be determined using the proposed KCP method. The proposed KCP method can result in the same accuracy as the traditional Monte Carlo simulations, and its efficiency is significantly higher than that of the traditional Monte Carlo simulations. More importantly, the KCP with changing step length can ensure an optimal balance between the accuracy and the efficiency of reliability computations.

Key words: slope; reliability; knowledge-based clustered partitioning method; Nataf transformation; correlated non-normal variable

0 引言

岩土工程中存在的大量不确定性越来越受到岩土

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(50839004); 国家自然科学基金项目(51028901); 教育部新世纪优秀人才计划(NCET-08-0415)
收稿日期: 2010-07-20

工程师的重视,如美国国家科学研究委员会(National Research Council, NRC)^[1]在2006年发布的关于地质和岩土工程在新千年的机遇和挑战报告中明确指出:“岩土工程设计中应该采用可靠度方法来考虑不确定性对工程决策的影响”。边坡稳定性分析是岩土工程重要的研究方向之一,采用可靠度理论来进行边坡稳定性分析也日益被广大工程设计人员所接受^[2]。如《水利水电工程边坡设计规范》^[3]明确建议对于I级边坡有条件时应进行可靠度分析,可见边坡采用可靠度分析方法是顺势所趋。可靠度计算问题可以分为两类:一类是极限状态方程是基本随机变量的显示表达式;另一类是极限状态方程是基本随机变量的隐式表达式。上述两种情况可靠度计算采用的方法也不尽相同,如常用的FORM、SORM方法一般只能计算显示极限状态方程的可靠度。隐式极限状态方程可靠度计算可以采用响应面法^[4]、蒙特卡洛模拟方法(MCS)^[5]。目前对于显示表达的极限状态方程的可靠度计算可以说不存在任何问题,然而边坡稳定性分析中的功能函数常为隐式且高度非线性,如边坡稳定分析中的剩余推力法、Sarma法、Morgenstern-Price法等,这些方法需要反复迭代才能求得安全系数。响应面法需要在验算点附近用多项式拟合复杂的功能函数,再采用FORM方法计算可靠指标,过程较繁琐。理论上说MCS可以求解上述问题,但是计算量大而不实用。

本文目的在于提出一种新的边坡可靠度计算方法——认知聚类分区方法(Knowledge-based Clustered Partitioning Method, KCP)^[6]。认知聚类分区技术最早应用于图书收藏管理和检索方案的制定^[6]。随后Shi等^[7]在求解旅行商问题时采用了KCP技术对求解区域进行分区。Park等^[8]将它应用于基因表达图谱,克服了解的初始化敏感及陷入局部最优解的问题。Lee等^[9]采用二分KCP方法计算了地震引起沙土液化的失效概率。但二分KCP方法在优化求解可靠指标时存在如下问题:极坐标角度跨越较多且不均匀,从而对 q_i 搜索不全面,导致验算点的定位较粗糙。为此,唐小松等^[10]提出了等步长KCP方法克服了二分KCP法的缺点,但是当随机变量个数较多时,等步长法计算效率较低。本质上说,等步长KCP法是以牺牲计算时间来获得更高的计算精度。总的来说,目前基于KCP法的可靠度分析存在以下三方面问题:首先,现有的KCP法不能解决相关非正态变量的可靠度问题,这极大地限制了KCP法在可靠度分析中的应用。众所周知,岩土体抗剪强度参数黏聚力和内摩擦角间存在明显的统计负相关性,而且黏聚力和内摩擦角一般认为服从对数正态分布或4参数Beta分布^[11]。其次,现有KCP法不能计算可靠指标为负值及相应的验算点情况。对于边坡稳定

性分析来说,当随机变量取均值时的安全系数小于1时,相应的可靠指标多为负值。因此,有必要对现有KCP法进行改进使之能够计算负的可靠指标情况。最后,二分KCP法和等步长KCP法不能兼顾计算效率和计算精度。针对上述三个问题,本文提出了考虑相关非正态变量可靠度分析的变步长认知聚类分区方法。首先采用等概率变换原则将非正态变量等效为标准正态变量,然后采用Nataf变换方法^[12]解决了相关非正态变量的独立化问题。在此基础上,给出了变步长KCP法的计算流程图,并编写了基于C语言的计算程序KCPREL。最后以锦屏一级水电站左岸边坡稳定可靠度问题为例证明了所提方法的有效性。

1 可靠度计算的变步长认知聚类分区方法

1.1 认知聚类分区技术

众所周知,可靠指标 b 的求解在数学上是一个优化问题,即在独立标准正态空间中搜索极限状态曲面到坐标原点的最短距离。本文采用认知聚类分区技术对求解区域进行分区求解可靠指标。认知聚类分区技术是一种全局优化技术,首先根据目标函数及研究问题的特点获得基本认知,然后在这些认知的基础上对求解区域进行分区。认知聚类分区技术不仅能降低抽样数目,还能缩小优解的搜索范围,从而集中精力在优解集中的区域搜索最优解,缩短搜索时间,最终获得全局最优解。

文献[10]给出了正态随机变量和标准正态随机变量之间的映射关系式,对于非正态随机变量 X 来说,本文建议采用等概率变换原则将它映射为标准正态随机变量 K ,可得

$$X = F^{-1}[F(K)] \quad (1)$$

式中 $F^{-1}(\cdot)$ 为 X 累计概率分布函数的反函数; $F(\cdot)$ 为标准正态分布的累计概率分布函数。采用式(1)可得任意分布类型的随机变量和标准正态随机变量间映射关系式,如对于对数正态分布的随机变量 X 来说,它和标准正态分布随机变量 K 之间的映射关系

$$X_i = \exp\left(\ln \mu_i - \frac{1}{2} \ln(1 + \sigma_i^2 / \mu_i^2) + K_i \sqrt{\ln(1 + \sigma_i^2 / \mu_i^2)}\right) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

式中 n 为随机变量个数; μ_i 和 σ_i 分别为第 i 个随机变量的均值和标准差。可靠指标 b 即为标准正态空间中坐标原点到极限状态曲面的最短距离,交点即为验算点 K_i^* 。因此, b 的求解是一个包含 n 个变量的优化问题。当 n 较大时,优化求解过程十分耗时。本文采用认知聚类分区技术缩短优化求解时间,首先将赋值变

量 u_i 用极坐标表示, 即 u_i 由极径 L 和 d 个角度 q_1, q_2, \dots, q_d 表达。然后对 u_i 进行分区并抽样 (将 u_i 赋值给 K_i) 产生样本点。最后计算坐标原点到极限状态曲面的距离 L , 其中最小的 L 即为可靠指标 b , 即 $b = \min\{L\}$ 。

1.2 基于认知聚类分区方法的可靠度计算步骤

本文提出了可靠指标计算的变步长 KCP 方法, 该方法的流程图如图 2 所示, 主要包括 5 步: ①分区; ②随机抽样; ③计算极径 L ; ④回代; ⑤计算可靠指标及验算点。下面以 7 个随机变量为例进行说明。

(1) 分区

7 个随机变量时赋值变量 u_i 的计算公式见式 (3), 可将 u_i 划分为 3 个区: u_1 和 u_2 为第 1 个区, u_3 和 u_4 为第 2 个区, u_5, u_6 和 u_7 为第 3 区。

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= L \sin(q_1) \sin(q_2) \sin(q_3), \\ u_2 &= L \sin(q_1) \sin(q_2) \cos(q_3), \\ u_3 &= L \sin(q_1) \cos(q_2) \sin(q_3), \\ u_4 &= L \sin(q_1) \cos(q_2) \cos(q_3), \\ u_5 &= L \cos(q_1) \sin(q_2) \sin(q_3), \\ u_6 &= L \cos(q_1) \sin(q_2) \cos(q_3), \\ u_7 &= L \cos(q_1) \cos(q_2). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

(2) 随机抽样

对于 7 个变量, 整个抽样过程分为 3 个阶段, 如图 1 所示。第 1 阶段为 K_1 和 K_2 抽样, 有 21 ($C_7^2=21$) 种赋值给 K_1 和 K_2 的可能组合; 第 2 阶段为 K_3 和 K_4 抽样, 有 10 ($C_5^2=10$) 种赋值给 K_3 和 K_4 的可能组合; 第 3 阶段为 K_5, K_6 和 K_7 抽样, 只有一种组合。因此, 分区后 7 个变量赋值的可能组合数为 210 个, 它远远小于没有分区时的组合数 $7! = 5040$ 。可以看出, KCP 技术可以有效地减少 u_i 赋值给 K_i 的可能组合数。

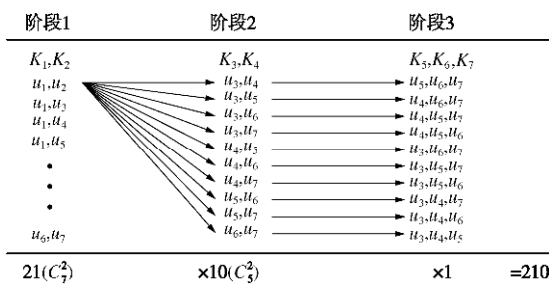


图 1 7 个变量时 KCP 分区抽样图解

Fig. 1 Illustration of knowledge-based clustered partitioning and sampling involving seven random variables

(3) 计算极径 L

在前 2 步完成对 u_i 的分区和抽样后, 接下来需要求解每一个样本点中坐标原点到极限状态曲面的距离 L , 其中最小的 L 即为可靠指标 $b = L_{\min}$ 。此过程包括 3 个层次的极径 L 搜索和两个层次的极坐标角度 q_1, q_2, q_3 搜索, 如图 2 所示。可靠指标太大 (>10) 或太小 (<-10) 时, 相应的失效概率接近 0 或 1, 因此 L

的搜索范围设为 $[-10, 10]$ 。这里又分两种情况, 第一种是均值点处安全系数大于 1 时, 相应的可靠指标为正值, L 的搜索范围为 $[0, 10]$, 初值设为 \sqrt{n} , 式中 n 为随机变量个数, 对于本例来说有 $L = \sqrt{7}$ 。第二种情况是均值点处安全系数小于 1 时, 相应的可靠指标为负值, L 的搜索范围为 $[-10, 0]$, 初值设为 $-\sqrt{n}$, 同理有 $L = -\sqrt{7}$ 。 q_1, q_2, q_3 的搜索范围均为 $[0^\circ, 360^\circ]$, 且 q_1, q_2, q_3 的初值都设为 0° 。在 q_i ($i=1, 2, 3$) 的搜索过程中, 文献[10]采用了等步长法, 虽然等步长法克服了文献[9]中的二分法在 q_i 递增过程中角度跨越较多且不均匀、验算点定位较粗糙的缺点, 但当步长较小时等步长法效率较低。针对上述问题, 本文提出了变步长 KCP 法, 该法首先以较大的步长 k_1 搜索得到暂时最优 $L_{\min 1}$ 和 $q_{i \min 1}$, 紧接着第 2 轮在 $[q_{i \min 1} - k_1, q_{i \min 1} + k_1]$ 内以较小的步长 k_2 搜索, 得到更优的 $L_{\min 2}$ 和 $q_{i \min 2}$, 第 3 轮在 $[q_{i \min 2} - k_2, q_{i \min 2} + k_2]$ 内以更小的步长 k_3 搜索, 依此类推, 直到步长为 1° 为止, 从而得到最优 L_{\min} 和 $q_{i \min}$, 注意变步长法在每一轮搜索过程中步长是不变的。为了提高计算效率, 本文将步长 Δq 变化两次, 最小步长为 1° , 即分 3 轮搜索。第 1 轮以较大步长 60° 搜索, 得到暂时最优的 $L_{\min 1}$ 和 $q_{i \min 1}$; 第 2 轮以步长 6° 在区间 $[q_{i \min 1} - 60^\circ, q_{i \min 1} + 60^\circ]$ 内搜索, 得到更优的 $L_{\min 2}$ 和 $q_{i \min 2}$; 最后以步长 1° 在区间 $[q_{i \min 2} - 6^\circ, q_{i \min 2} + 6^\circ]$ 内搜索, 得到最优的 L_{\min} 和 $q_{i \min}$ 。对于变步长法来说, 第 1 轮 q_i 从 0° 增加到 360° 需 6 步, 第 2 轮需 20 步, 第 3 轮需 12 步, 总计 38 步, 其计算效率略低于二分法的 28 步, 但由于在设计验算点附近 q_i 是以步长 1° 递增的, 因此设计验算点定位准确, 精度明显高于二分法, 而且变步长法的计算精度和步长为 1° 的等步长法精度相当, 但计算效率约为等步长法的 1/10 (等步长法需 360 步)。综上所述可以看出, 变步长法综合了二分法和等步长法的优点, 在计算精度和计算效率之间达到了最佳的平衡状态。对于每一个角度组合 q_i , 通过一系列迭代得到满足收敛条件 $|a-b| < 0.0001$ 的 a 和 b , 从而得到对应于该角度组合的 $L_{\min - \text{tem}} = 0.5(a+b)$ 。

(4) 回代

在 L_{\min} 的搜索过程中, 如果由 K_i 求出的 X_i 不在给定的范围内, 则 q_i 增加 1 个步长 Δq , 直到由 K_i 求出的 X_i 在给定的范围内为止。另外, 由于 q_i 的变化范围为 $[0^\circ, 360^\circ]$, 如果 q_i 没有达到 360° , 则 q_i 增加 1 个步长 Δq , 直到所有样本点全部计算完毕。

(5) 计算可靠指标及验算点

第 (3) 步得到的 L_{\min} 即为可靠指标。将 $L_{\min}, q_{1 \min}, q_{2 \min}, q_{3 \min}$ 计算的 K_i^* 代入式 (2) 可得验算点 X_i^* ($i=1, 2, \dots, 7$)。

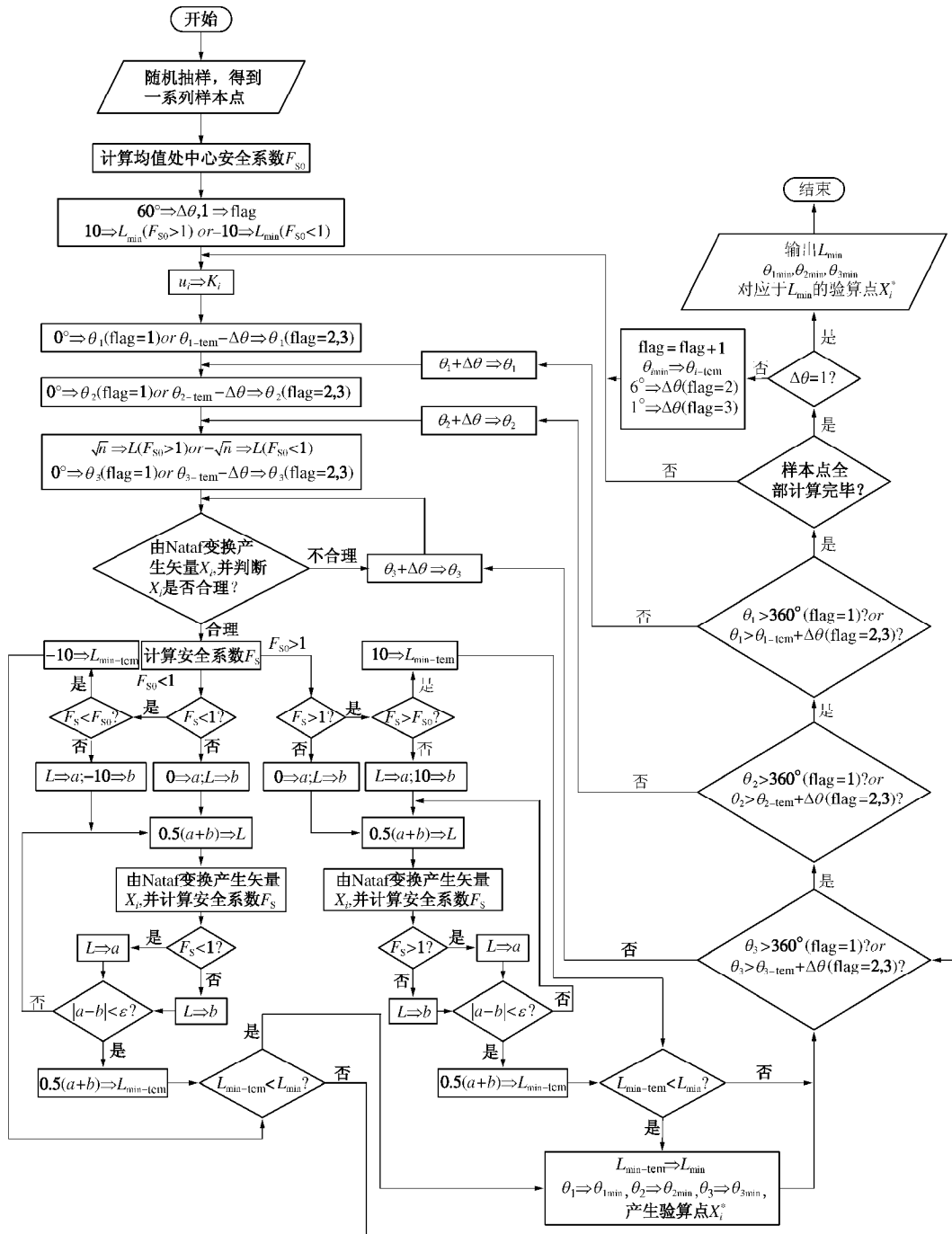


图2 基于变步长 KCP 法的可靠指标计算流程图

Fig. 2 Flowchart of reliability analysis using KCP method with changing step length

2 Nataf 变换方法

目前将相关非正态变量转化为独立标准正态变量的方法非常多,使用比较广泛的方法主要有如下几种: Hermite 多项式变换^[13]、Winterstein 近似公式^[14]、Orthogonal 变换^[15]、Rosenblatt 变换^[16]和 Nataf 变换^[12]。文献[17]对后3种变换进行了详细的比较。鉴于 Nataf 变换计算精度较高和适用范围较广,且无需变量间联合概率分布函数以及考虑了变量由非正态空间转换为标准正态空间时相关系数的变化,本文采用 Nataf 变

换处理变量相关非正态时认知聚类分区方法的抽样问题。

定义 n 维随机变量向量 $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$, 其相关系数矩阵为 $r = (r_{ij})_{n \times n}$ 。根据 Nataf 变换理论,利用隐函数求导法则可推导出变量 X 的联合概率密度函数为

$$f_X(x) = \frac{f_1(x_1)f_2(x_2)\cdots f_n(x_n)}{f(y_1)f(y_2)\cdots f(y_n)} f_n(y, r_0) \quad (4)$$

式中 $f_i(\cdot)$ 表示变量 X_i 的边缘概率密度函数; $f_n(y, r_0)$ 为 n 维标准正态变量向量的联合概率密度函数。一般

地, 将变量 X 的概率分布模型称为 Nataf 分布。根据相关系数的定义可得随机变量 X 的相关系数 r_{ij} 与等效标准正态随机变量 Y 的相关系数 r_{0ij} 有

$$r_{ij} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{F_i^{-1}[F(y_i)] - \mu_i}{\sigma_i} \right) \left(\frac{F_j^{-1}[F(y_j)] - \mu_j}{\sigma_j} \right) f_2(y_i, y_j, r_{0ij}) dy_i dy_j, \quad (5)$$

式中 $f_2(y_i, y_j, r_{0ij})$ 是相关系数为 r_{0ij} 的二维标准正态分布随机变量的联合概率密度函数。当 X_i 和 X_j 的边缘概率分布函数及其相关系数 r_{ij} 已知时, 通过求解式 (5) 所示的非线性方程就可以确定等效相关系数 r_{0ij} 。Der Kiureghian 等^[12]已经给出了 2 类共计 10 种概率分布间等效相关系数经验计算公式。

对标准正态随机变量向量 Y 的相关系数矩阵 r_0 进行 Cholesky 分解或特征值分解可得

$$r_0 = \Gamma_0 \Gamma_0^T, \quad (6)$$

式中, Γ_0 为 r_0 的分解矩阵。由于 KCP 法首先在独立标准正态空间中抽样, 然后再映射回原始空间中随机变量, 也即将独立标准正态随机变量向量转化为相关非正态随机变量向量, 由变换可得

$$Y = \Gamma_0 K, \quad (7)$$

然后采用等概率变换可得原始变量向量 X 计算公式

$$X_i = F_i^{-1}[F(Y_i)]. \quad (8)$$

式中 $F_i^{-1}(\cdot)$ 为随机变量 X_i 累积分布函数的反函数。这样就实现了标准正态随机变量样本点到原始相关非正态变量样本点的转换过程。

3 算 例

本文以锦屏一级水电站工程^[18]左岸边坡为例进行分析, 锦屏一级水电站位于四川省凉山彝族自治州盐源县和木里县境内雅砻江干流上, 大坝为世界第一高混凝土双曲拱坝, 坝高 305.0 m。大坝左岸边坡为千米以上的高陡边坡, 它是目前世界上水电工程开挖高

度最高、开挖规模最大、稳定条件最差的边坡工程。左岸边坡发育有 $f_2, f_5, f_8, f_{42-9}, f_9$ 等不同规模的断层、深部裂缝、煌斑岩脉 X , 边坡稳定性问题十分突出。通过分析图 3 所示的坝址区左岸天然边坡代表性剖面——II1-II1 剖面, 发现煌斑岩脉 X 和断层 f_{42-9} 可能剪断边坡岩体发生深层滑动, 且边坡完全开挖后由于断层 f_{42-9} 在坡面出露, 拱肩槽边坡的稳定性较开挖前明显降低。本算例将煌斑岩脉 X 的抗剪强度参数 f_1' 和 c_1' 、断层 f_{42-9} 的抗剪强度参数 f_2' 和 c_2' 视为随机变量; 岩体和混凝土材料的抗剪强度参数变异性小, 且占滑动面总长度的比例较小, 故将其视为确定量。抗剪强度参数的取值如表 1 所示。此外, 边坡岩体重度 $g=27 \text{ kN/m}^3$ 。

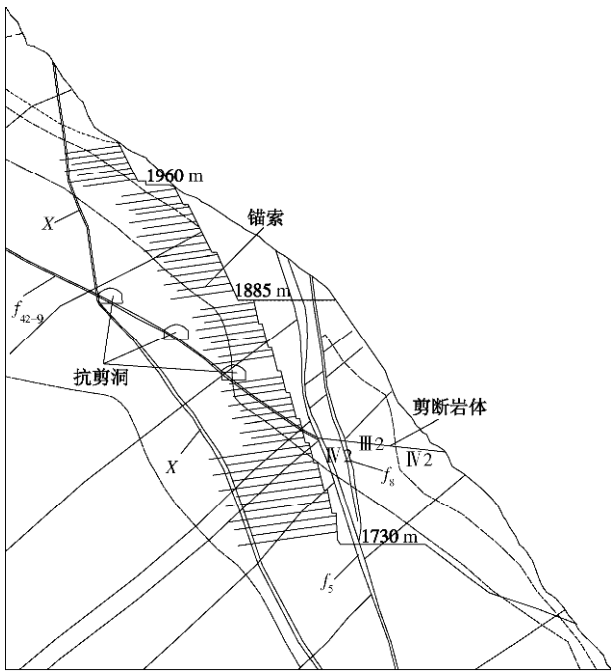


图 3 坝址区左岸边坡 II1-II1 剖面
Fig. 3 II1-II1 section of left slope at dam site

表 1 基本变量的统计参数

Table 1 Statistical parameters of basic variables

材料	变量	分布类型	均值	标准差
煌斑岩脉 X	f_1'	对数正态	0.3	0.090
	c_1'/kPa	对数正态	20	7.0
断层 f_{42-9}	f_2'	对数正态	0.3	0.105
	c_2'/kPa	对数正态	20	8.0
III2 类岩体	f_3'	确定量	0.9	—
	c_3'/kPa	确定量	1020	—
IV1 类岩体	f_4'	确定量	0.6	—
	c_4'/kPa	确定量	700	—
IV2 类岩体	f_5'	确定量	0.4	—
	c_5'/kPa	确定量	600	—
抗剪洞混凝土	f_6'	确定量	1.0	—
	c_6'/kPa	确定量	1000	—

表 2 3 种工况下天然边坡稳定可靠度结果

Table 2 Reliability results of a natural slope under three working conditions

		f_1^{*}	c_1^{*}/kPa	f_2^{*}	c_2^{*}/kPa	b	p_f	$\frac{ b-b_{\text{MCS}} }{b_{\text{MCS}}}/\%$
天然工况	变步长 KCP 法	0.284	18.86	0.159	17.74	1.709	0.0437	1.0
	MCS	—	—	—	—	1.727	0.0422	—
降雨工况	变步长 KCP 法	0.287	18.88	0.259	18.47	0.260	0.397	2.6
	MCS	—	—	—	—	0.267	0.395	—
地震工况	变步长 KCP 法	0.287	18.88	0.311	18.64	-0.277	0.609	2.6
	MCS	—	—	—	—	-0.270	0.607	—

表 3 3 种工况下开挖和锚固边坡稳定可靠度结果

Table 3 Reliability results of excavated and anchored slopes under three working conditions

		计算工况	f_1^{*}	c_1^{*}/kPa	f_2^{*}	c_2^{*}/kPa	β	p_f	安全系数
开挖到 1885 m 高程	天然工况		0.260	18.54	0.055	13.86	4.871	5.520×10^{-7}	1.32
	降雨工况		0.293	18.92	0.145	17.38	1.975	2.410×10^{-2}	1.17
	地震工况		0.287	18.88	0.206	18.11	0.931	0.176	1.10
全部开挖 (未锚固)	天然工况		0.287	18.88	0.631	18.87	-2.356	0.991	0.49
	降雨工况		0.287	18.88	0.766	18.94	-2.930	0.998	0.40
	地震工况		0.287	18.88	0.759	18.93	-2.899	0.998	0.41
全部开挖 (已锚固)	天然工况		0.329	19.52	0.047	12.05	5.419	3.000×10^{-8}	1.32
	降雨工况		0.281	18.82	0.135	16.74	2.205	1.370×10^{-2}	1.17
	地震工况		0.287	18.88	0.197	17.91	1.074	0.141	1.11

为了有效地反映边坡稳定性状态,考虑 3 种计算工况:天然工况(不考虑降雨和地震因素)、降雨工况(按孔隙水压力系数 $g_u=0.1$ 来考虑)及Ⅶ度地震工况(计算中水平向地震加速度取为 $0.1g$)。边坡稳定安全系数采用刚体极限平衡法中的剩余推力法(Residual thrust method, RTM)计算,安全系数需要反复迭代才能求得,因此功能函数 $G(X)=F_S-1$ 和基本变量 X 间没有显示表达式,显然传统的 FORM 方法是无能为力的。在流程图 2 的基础上,本文编写了基于 C 语言的 KCP 法可靠度计算程序 KCPREL。表 2 给出了天然边坡在 3 种工况下 KCP 法可靠度计算结果,为了比较,还给出了 100 万次 MCS 模拟结果。

由表 2 可以看出,本文提出的变步长 KCP 法能够有效地分析隐式极限状态方程的可靠度问题,它能同时计算出验算点和可靠指标,这两点是传统的 FORM 方法无法比拟的。天然边坡在 3 种工况下 KCP 法计算的可靠指标相对误差最大仅为 2.6%,可见 KCP 方法的计算精度是非常高的。而且, KCP 法需要进行安全系数迭代求解的次数仅为 1444 次,而传统的 MCS 方法需要进行 100 万次安全系数的求解,工作量相当大,很不经济。可见在保证足够计算精度条件下, KCP 法的计算效率也很高。此外, 3 种工况下变步长 KCP 法得到的随机变量验算点都在均值附近,代表抗力作用的随机变量 f_1', c_1', f_2', c_2' 的验算点都小于其均值,这进一步说明计算结果是合理的。

从表 2 中还可以看出,对于锦屏一级水电站坝址区Ⅲ1-Ⅲ1 剖面左岸天然边坡由煌斑岩脉 X 和断层 f_{42-9}

剪断边坡岩体组合成的潜在滑体来说,在天然状态下(安全系数为 1.18)的可靠指标为 1.709,相应的失效概率为 0.0437,这说明该潜在滑体在天然状态下是较安全的,这与边坡开挖前总体稳定的结论相吻合,但该边坡安全裕度并不高;在降雨工况下(安全系数为 1.04)的边坡失稳概率为 0.397;在Ⅶ度地震工况下(安全系数为 0.99)边坡失稳概率为 0.609,可见在Ⅶ度地震工况下该潜在滑体失稳的概率非常大,应该采取加固措施确保边坡稳定性。

边坡完全开挖后由于滑裂面剪出口的阻滑区岩体基本被挖除而使断层 f_{42-9} 在坡面出露,导致边坡稳定性较开挖前明显降低。为了确保边坡安全性,采用抗剪洞和预应力锚索联合支护方式对开挖边坡进行加固,结果如图 3 所示。采用计算程序 KCPREL 分别计算边坡开挖到 1885 m 高程、边坡完全开挖但未支护、边坡完全开挖并及时进行三层抗剪洞的混凝土回填和锚索支护(锚固边坡)3 种工况下的可靠度,结果见表 3。可以看出,边坡开挖到 1885 m 坝顶高程后,在天然状态下(安全系数为 1.32)的可靠指标相比天然边坡提高了 3.162,相应的失效概率仅为 5.520×10^{-7} ;在Ⅶ度地震工况下(安全系数为 1.10)的可靠指标比天然边坡提高了 1.208,相应的失效概率为 0.176。可见边坡在开挖到 1885 m 高程后边坡安全度得到了较大的提高,这是由于 1885 m 高程以上边坡开挖没有涉及到滑体剪出口的阻滑区岩体,边坡开挖属于削坡减载,有利于边坡的整体稳定。当 1885 m 高程以下岩体开挖后,滑裂面剪出口的阻滑区岩体基本被挖除,

断层 f_{42-9} 在坡面出露, 边坡安全度相比开挖前有很大程度的降低, 3 种工况下可靠指标都为负值, 失效概率接近 1, 此时如果不进行及时支护, 边坡会发生滑动破坏。由于及时进行抗剪洞混凝土回填和锚索支护, 边坡稳定性得到了很大程度的提高。例如加固后边坡在天然状态下(安全系数为 1.32)的可靠指标为 5.419, 失效概率仅为 3.000×10^{-8} ; 在 VII 度地震工况下(安全系数为 1.11)的可靠指标也由加固前 -2.899 增加到 1.074, 相应的失效概率为 0.141。

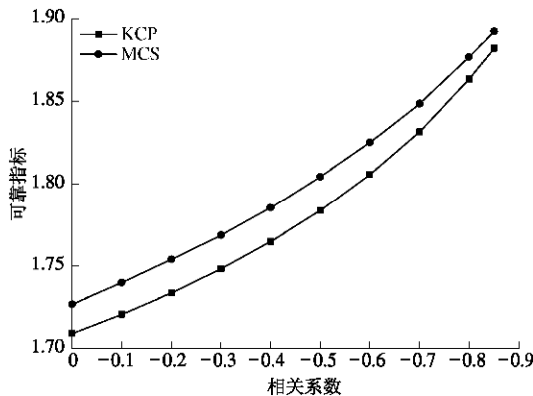


图 4 KCP 法和 MCS 法可靠指标的比较

Fig. 4 Comparison of reliability indexes between KCP and MCS

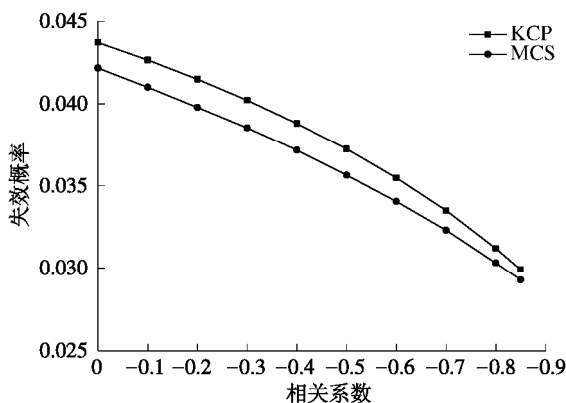


图 5 KCP 法和 MCS 法失效概率的比较

Fig. 5 Comparison of probabilities of failure between KCP and MCS

上面分析了变量相互独立时的边坡可靠度, 由于岩体结构面的抗剪断强度参数 c' 和 f' 间存在负相关关系, 这在岩土界已成共识。下面以天然边坡在天然工况下的稳定性为例进行分析, 图 4, 5 分别给出了边坡稳定可靠指标和失效概率随相关系数的变化规律。计算时假定煌斑岩脉 X 的抗剪断强度 f_1' 和 c_1' 之间的相关系数与断层 f_{42-9} 的抗剪断强度 f_2' 和 c_2' 之间的相关系数相等。为了比较, 还给出了 100 万次 MCS 方法结果。可以看出, KCP 法计算结果和 MCS 结果保持了较好的一致性, 以 MCS 结果为精确值, KCP 法可靠指标的最大绝对误差仅为 0.021, 失效概率的最大绝对误差

仅为 0.0017, 可见本文提出的 KCP 方法能够有效地处理隐式极限状态方程含有相关非正态变量的可靠度计算问题。此外, 随着 c' 和 f' 间负相关性的增加, 可靠指标随之增加, 相应的失效概率则变小。如当相关系数从 0 变化到 -0.85 时, 可靠指标由 1.71 增加到 1.88。因此, 如果不考虑 c' 和 f' 间负相关性, 边坡安全度将会被低估, 计算结果偏于保守。所以实际工程中为了安全起见也可以不考虑 c' 和 f' 间相关性的影响, 但是应该意识到 c' 和 f' 间相关性对边坡可靠度具有有利的影响。

4 结 论

(1) 本文提出的认知聚类分区方法能够有效地解决含有相关非正态变量且功能函数为基本随机变量隐式表达式的岩质边坡可靠度计算问题。该方法在可靠指标优化求解过程中, 采用 KCP 技术大大地提高了计算效率, 并能获得全局最优解。KCP 方法的计算精度和 MCS 方法相当, 计算效率远远高于传统的 MCS 方法, 它是分析含相关非正态变量边坡可靠度一种有效的方法。

(2) 在基于 KCP 方法的可靠度分析框架内, 边坡安全系数计算和可靠度分析两个过程分开独立进行。KCP 方法在可靠指标计算过程中无需对功能函数求导, 整个优化求解过程只需要计算功能函数值。该方法对于具有复杂的隐式、非线性功能函数的边坡稳定可靠度问题来说, 体现出明显的优越性。同时计算安全系数和失效概率能够更加系统地进行边坡稳定性分析。

(3) 变步长 KCP 法有效地克服了二分 KCP 法求解可靠指标时验算点定位较粗糙的缺点, 其设计验算点定位准确, 精确度比二分 KCP 法要高。同时, 在保证计算精度的前提下, 变步长 KCP 法的计算效率远远高于步长为 1° 的等步长法。变步长 KCP 法在计算精度和计算效率之间达到一种最佳平衡状态。

(4) 锦屏一级水电站左岸边坡稳定计算结果表明, 1885 m 高程以下的开挖是影响边坡稳定性的关键因素, 边坡开挖后要及时进行支护才能确保边坡的稳定性。此外, 抗剪断强度参数 c' 和 f' 间负相关性对边坡稳定可靠度分析具有有利的影响。

参考文献:

- [1] National Research Council. Geological and geotechnical engineering in the new millennium: opportunities for research and technological innovation[M]. Washington D.C: National Academies Press, 2006.

- [2] DUNCAN J M. Factor of safety and reliability in geotechnical engineering[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2000, **126**(4): 307 - 316.
- [3] SL386—2007 水利水电工程边坡设计规范[S]. 北京: 中国水利水电出版社, 2007. (SL386—2007 Design code for engineered slopes in water resources and hydropower projects[S]. Beijing: China Waterpower Press, 2007. (in Chinese))
- [4] 苏永华, 赵明华, 蒋德松, 等. 响应面方法在边坡稳定可靠度分析中的应用[J]. *岩石力学与工程学报*, 2006, **25**(7): 1417 - 1424. (SU Yong-hua, ZHAO Ming-hua, JIANG De-song, et al. Application of response surface method to reliability analysis of slope stability[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2006, **25**(7): 1417 - 1424. (in Chinese))
- [5] TAMIMI S, AMADEI B, FRANGOPOL D M. Monte Carlo simulation of rock slope reliability[J]. *Computers and Structures*, 1989, **33**(6): 1495 - 1505.
- [6] MURTY M N, JAIN A K. Knowledge-based clustering scheme for collection management and retrieval of library books[J]. *Pattern Recognition*, 1995, **28**(7): 949 - 963.
- [7] SHI L, OLAFSSON S, SUN N. New parallel randomized algorithms for the traveling salesman problem[J]. *Computer and Operations Research*, 1999, (26): 371 - 394.
- [8] PARK H S, YOO S H, CHO S B. Evolutionary Fuzzy Clustering Algorithm with Knowledge-Based Evaluation and Applications for Gene Expression Profiling[J]. *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*, 2005, **2**(4): 1 - 10.
- [9] LEE Y F, CHI Y Y, LEE D H, et al. Simplified models for assessing annual liquefaction probability—a case study of the Yuanlin area, Taiwan[J]. *Engineering Geology*, 2007, **90**(1-2): 71 - 88.
- [10] 唐小松, 李典庆, 周创兵. 基于认知聚类分区方法的边坡可靠度分析[J]. *岩土力学*, 2011, **32**(2): 571 - 578. (TANG Xiao-song, LI Dian-qing, ZHOU Chuang-bing. Knowledge-based clustered partitioning method for reliability analysis of slope stability[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2011, **32**(2): 571 - 578. (in Chinese))
- [11] LOW B K. Reliability analysis of rock slopes involving correlated nonnormals[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2007, **44**(6): 922 - 935.
- [12] DER KIUREGHIAN A, LIU P L. Structural reliability under incomplete probability information[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1986, **112**(1): 85 - 104.
- [13] SCHOUTENS W. Stochastic processes and orthogonal polynomials[M]. New York: Springer, 2000.
- [14] WINTERSTEIN S R. Nonlinear vibration models for extremes and fatigue[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1988, **114**(10): 1772 - 1790.
- [15] RACKWITZ R, FIESSLER B. Structural reliability under combined load sequence[J]. *Computer and Structures*, 1978, **114**(12): 2195 - 2199.
- [16] ROSENBLATT M. Remarks on a multivariate transformation[J]. *Annals of Mathematical Statistics*, 1952, **23**(3): 470 - 472.
- [17] 吴帅兵, 李典庆, 周创兵. 结构可靠度分析中变量相关时三种变换方法的比较[J]. *工程力学*, 2011, **28**(5): 41 - 48. (WU Shuai-bing, LI Dian-qing, ZHOU Chuang-bing. Comparison among three transformation methods for structural reliability analysis with correlated variables[J]. *Engineering Mechanics*, 2011, **28**(5): 41 - 48. (in Chinese))
- [18] 周创兵, 汪小刚, 姜清辉, 等. 锦屏一级水电站工程区大坝左岸边坡变形与稳定性分析研究[R]. 武汉: 武汉大学, 2010. (ZHOU Chuang-bing, WANG Xiao-gang, JIANG Qing-hui, et al. Deformation and stability analysis of the slope in the left bank of the dam at Jin-ping I Hydropower Project Area[R]. Wuhan: Wuhan University, 2010. (in Chinese))