

Herschel–Bulkley 浆液在裂隙中的扩散规律研究

章 敏, 王星华, 汪 优

(中南大学土木建筑学院, 湖南 长沙 410075)

摘要: 基于柱坐标系下的流体连续性方程和动量方程, 对 Herschel–Bulkley 浆液在光滑倾斜裂隙内做径向扩散流进行了理论推导, 讨论了灌浆时间、灌浆压力、流变指数、裂隙开度及倾角对扩散规律的影响。研究结果表明: 在注浆压强恒定的灌浆过程中, 存在一极限扩散半径, 且随着扩散范围的增大, 进浆量逐渐降低, 灌注难度逐渐增大; 提高注浆压力以及降低浆液的流变指数有利于扩大浆液的扩散范围, 且裂隙倾角越大, 顺坡向与逆坡向的扩散半径差值也越大, 特别是对于流变指数 n 小于 1 的剪切稀释浆液其差值尤为明显。该结果由于综合了牛顿、宾汉塑性和幂律型流变模式流体的扩散规律, 从而为更好地认识各类非牛顿流体在岩体裂隙、界面、裂缝中的流动规律提供了理论参考。

关键词: Herschel–Bulkley 流体; 裂隙; 注浆; 扩散

中图分类号: TU472.5 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2011)05-0815-06

作者简介: 章 敏(1984-), 男, 江西新余人, 博士研究生, 主要从事隧道工程方面的科研工作。E-mail: zhangmin021410@126.com。

Diffusion of Herschel–Bulkley slurry in fractures

ZHANG Min, WANG Xing-hua, WANG You

(School of Civil and Architectural Engineering, Central South University, Changsha 410075, China)

Abstract: Based on the continuity equation and the momentum equation in the cylinder coordinate, the motion equation of Herschel–Bulkley slurry front with radial flows in inclined, narrow smooth-walled fracture is theoretically derived. Then the impacts of grouting time, grouting pressure, rheological index and fracture aperture and dip angle on the slurry diffusing law are discussed in the analytical solution. The results show that a limited diffusion radius is reached for the case of constant grouting pressure. The grouting capacity decreases with the spreading of the diffusion range and the slurry becomes difficult to be injected. Furthermore, increasing the grouting pressure and decreasing the power law index are helpful to expand the spreading range. The greater the fracture dip angle, the greater the difference of diffusion radius between down-slope currents and inverse-slope currents, especially for the case of shear-thinning fluids. Because of the integration of spreading laws of fluids of Newton, Bingham plastic and Power law rheological model, this solution provides a reference for a better understanding of the flows of various non-Newtonian fluids in rock fractures, interfaces and cracks.

Key words: Herschel–Bulkley fluid; fracture; grouting; spreading

0 引言

目前对于注浆扩散理论的研究, 大多分别针对牛顿流体、无屈服值的幂律流体和宾汉流体三类。在灌浆中常用的水灰比在 0.55~2 之间的水泥基浆液、硅酸溶液、低分子有机浆液等液体均属于以上几类流变模式, 对于这几类流体的研究报道也较多。文献[1]考虑注浆压力梯度在一段时间内和整个时间内为常数的两类情况, 得出宾汉浆液在平板裂隙模型中作一维瞬态流动的封闭解。另外, 部分学者基于浆液黏度随时间呈指数函数分布的试验规律, 考虑浆液黏时变效应, 推导出了牛顿流体作一维管流和二维径向流时的扩散半径公式^[2]及宾汉浆液的二维径向扩散公式^[3]。

而对于超细水泥浆^[4]、黏土固化浆液^[5]以及近年来在大坝注浆中开灌时使用的水灰比(W:C)≤0.5 的浓稠普硅水泥浆^[6-7]则是一类具有内聚力的剪切稀释流体, 其流变模式更为复杂, 采用以上流变模式则不能很好地反映该类非牛顿流体的流变特性及扩散规律。由 Herschel 和 Bulkley 提出的三参数流变模式 Herschel–Bulkley 流变模式(简称 H-B 流体), 由于综合了以上牛顿、宾汉塑性和幂律流变模式的特点, 既能反映流体的塑性特征, 又能反映流体的剪切稀释特

基金项目: 国家高新技术研究发展计划(863 计划)基金项目
(2007AA11Z134)

收稿日期: 2010-01-11

征和膨胀特征，所以精度较高，有着普遍的适用性。文献[8]研究了 H-B 流体在圆管和同心圆环中的扩散规律，并应用黄金分割搜索法对该模式的 3 个流变参数进行了回归分析。文献[9]应用增广 Lagrangian 方法对 H-B 流体在圆管和方管中的稳定流进行了分析。其他学者根据各自领域，对 H-B 流体在石油、生物、地质等领域中的流动规律进行了研究^[11-12]。而对于 H-B 流体在裂隙中做二维径向扩散的研究尚未见报道。

为此，本文利用柱坐标下黏性流体力学的 Navier-Stokes 方程和动量方程以及 Herschel-Bulkley 流体的本构方程，推导出 H-B 流体在光滑平板裂隙模型中做径向层流的运动规律，着重讨论了扩散半径和压降分布的计算问题以及各参数的影响规律，为裂隙岩体的灌浆设计计算提供了理论依据。

1 浆液扩散模型的建立

图 1 为单裂隙注浆径向扩散示意图。在注浆压力 p_0 的作用下浆液自钻孔半径 r_w 的注浆管流出，沿径向向四周环形扩散。取裂隙倾角为 a ，开度为 $2h$ ，远场静水压力为 p_c ，浆液重度为 γ_g ，按图 1 所示建立柱坐标系 (r, θ, y) ，其中 r, θ 位于倾斜裂隙平面内，取 r 为流动方向， y 为开度方向， q 为裂隙倾向与计算方向的夹角。由于带屈服值的塑性流体在管道或裂隙内流动存在流核，设流核高度为 $2y_0$ 。

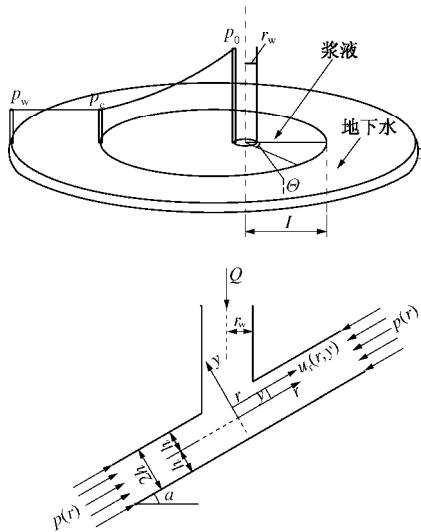


图 1 单一裂隙中浆液径向扩散示意图

Fig. 1 Radial diffusion of slurry in a single fracture

为了定量地研究 H-B 流体在裂隙中的扩散规律，求解时对实际问题做了如下假定：浆液为不可压缩的均质各向同性的非时变流体；裂隙壁面不透水，即浆液中的水分不向岩体中渗滤；流体在裂隙壁面上不存在滑移，即壁面上的流速为零；裂隙壁面对浆液内固

体颗粒无吸附效应，浆液在运动过程中无沉淀发生；裂隙开度不大且处处相等，浆液在裂隙内的流速较慢，除灌浆孔附近的局部区域为紊流外，浆液的流态皆为层流。

2 浆液扩散模型的求解

2.1 流速及流体压降分析

Herschel-Bulkley 流体也称为带屈服值的幕律流体，其本构方程为

$$\begin{cases} g = 0 & t \leq t_0 \\ t = t_0 + k g & t > t_0 \end{cases} . \quad (1)$$

式中 t_0 为屈服应力，Pa； k 为稠度系数， $\text{Pa} \cdot \text{s}^n$ ； n 为流变指数，无量纲； g 为剪切率。浆液在裂隙流动中，速梯区 $y_0 < r \leq h$ 有 $g = -du/dr$ ，流核区有 $g = 0$ 。

在圆柱坐标系下，流体扩散的连续性方程和动量方程分别为^[13]

$$\nabla \cdot \mathbf{r} u + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} = 0 , \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{t} + \mathbf{r} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{r} \frac{du}{dt} . \quad (3)$$

式中 \mathbf{r} 为流体密度； \mathbf{u} 为流速矢量； \mathbf{t} 为应力张量； g 为加速度矢量或体力矢量。对于密度为常数的恒定流浆液，在裂隙中做径向流动时，存在 $D\mathbf{u}/Dt = 0$ ， $u_q = u_y = 0$ ， $t_{qq} = t_{yy} = t_{qy} = t_{rq} = 0$ ， $t_{rr} = p$ ， p 为流体压力，则以上两式在柱坐标系下可简化为

$$\frac{1}{r} \frac{\partial r u_r}{\partial r} = 0 , \quad (4)$$

$$\frac{dp}{dr} + \frac{\partial t_{ry}}{\partial y} + g_s \sin a \cos q = 0 , \quad (5)$$

式中 u_r 为径向流速。

根据假设及流动模式，其边界条件为

$$\begin{cases} u_r(r, \pm h) = 0 , \\ p(r = r_w) = p_0 \quad p(r = I) = p_c , \\ t_{ry}(r, h) = -\left(\frac{dp}{dr} + g_s \sin a \cos q\right)h . \end{cases} \quad (6)$$

在求解上述微分方程过程中，由式(4)可知 $r u_r$ 独立于 r ，故可令函数

$$U(y) = r u_r , \quad (7)$$

将式(7)代入 H-B 流体本构方程（即式(1)中），联立式(5)可得

$$(-1)^n \left(\frac{dU}{dy} \right)^{n-1} \frac{d^2 U}{dy^2} \frac{nk}{r^n} + \frac{dp}{dr} + g_s \sin a \cos q = 0 . \quad (8)$$

可以看出，仅当 $(-1)^n \left(\frac{dU}{dy} \right)^{n-1} \frac{d^2 U}{dy^2} = C_1$ 时，(C_1 为待定常数)，式(8)方可成立。结合边界条件(6)及式(8)，可得裂隙过流横截面速梯区($y_0 \leq y \leq h$)的流速

为

$$u_r(r, y) = \frac{\sqrt[n]{n}}{C_1 r} \frac{n}{1+n} \left[(C_1 h + C_2)^{\frac{1+n}{n}} - (C_1 y + C_2)^{\frac{1+n}{n}} \right]。 \quad (9)$$

式中 $C_1 = \frac{\Delta p - g_g \sin a \cos q (I - r_w)}{nk} \frac{1-n}{I^{1-n} - r_w^{1-n}}$,

$$C_2 = -\frac{r^n t_0}{nk}, \quad \Delta p = p_0 - p_c。$$

在流核区内, 切应力 t 小于屈服值 t_0 , 两邻层流体之间处于相对静止, 流体呈活塞式整体运动, 流速均匀。以 $y=y_0$ 代入上式, 得出流核区($0 \leq y \leq y_0$)的流速为

$$u_r(r, y_0) = \frac{\sqrt[n]{n}}{C_1 r} \frac{n}{1+n} \left[(C_1 h + C_2)^{\frac{1+n}{n}} - (C_1 y_0 + C_2)^{\frac{1+n}{n}} \right]。 \quad (10)$$

在 $y=y_0$ 处, $t_{ry}(r, y_0) = t_0$, 根据式(5)和式(8), 有

$$t_0 = - \left(\frac{dp}{dr} + g_g \sin a \cos q \right) y_0 = \frac{nmC_1}{r^n} y_0, \quad (11)$$

则可得出流核区高度为

$$2y_0 = \frac{2t_0 r^n}{\Delta p - g_g \sin a \cos q (I - r_w)} \frac{I^{1-n} - r_w^{1-n}}{1-n} = -\frac{2C_2}{C_1}。 \quad (12)$$

可见流核区高度是一个与计算半径 r 及方位角 q 相关的量, 在裂隙各截面处其值并不相等。当浆液为 Bingham 流体时(即 $n=1$), 根据极限定理, 式(12)可简化为

$$2y_0 = \frac{2t_0 r}{\Delta p - g_g \sin a \cos q (I - r_w)} \ln \frac{I}{r_w}。 \quad (13)$$

由于 $\bar{u}_r = \left[\int_{y_0}^h u_r(r, y) dy + u_r(r, y_0) y_0 \right] / h$, 将式(9)、(10)、(12)代入, 积分可得裂隙横截面上平均流速为

$$\bar{u}_r = \frac{n}{(1+n)h} \left(\frac{t_0}{nky_0} \right)^{\frac{1}{n}} \left[\frac{1+n}{1+2n} (h - y_0)^{\frac{1+2n}{n}} + y_0 (h - y_0)^{\frac{1+n}{n}} \right]。 \quad (14)$$

根据注浆孔 $r=r_w$ 圆周上各 q 角方向的径向流速, 可得相应的注浆量 Q 为

$$Q = 2hr_w \int_0^{2\pi} \bar{u}_r \Big|_{r=r_w} dq = \frac{4\pi hr_w}{N} \sum_{i=1}^N \bar{u}(q_i) \Big|_{r=r_w}, \quad (15)$$

式中 N 为圆周上所取流速点的计算个数。由于上述积分不可直接求出, 可在计算出扩散半径 I 后通过最右式求平均流速的方法进行求解。

由式(8)同时结合边界条件(6)中的第二式, 可得流体压力沿流程的分布规律为

$$p(r) = p_0 - g_g \sin a \cos q (r - r_w) - \frac{r^{1-n} - r_w^{1-n}}{I^{1-n} - r_w^{1-n}}。$$

$$\left[\Delta p - g_g \sin a \cos q (I - r_w) \right]。 \quad (16)$$

2.2 浆液扩散半径分析

以往浆液扩散的研究中^[3, 14], 大多数作者是根据单位时间内灌入裂隙内的浆液体积等于该段内增大扩散半径所需的流量来求解扩散半径的。这在裂隙水平时直接采用 $qdt = 2\pi I \cdot 2h dr$ 进行积分求解是可行的, 但对于倾斜裂隙的情况, 本文建议采用流速连续性条件进行求解。原因在于, 由于重力效应的影响, 浆液扩散范围将呈现出近乎椭圆的模式, 而非圆形, 在同一注浆时间 T 下, 不同方位角 q 所对应的扩散半径 I 是不相等的, 即 I 与 q 之间相互关联, 但由于其函数关系事先并未明确, 故难于按照流量连续性条件进行积分求解, 而采用流速连续性条件则可避免这个问题。

在以上驱水注浆过程中, 浆液推动地下水向外流动, 可认为每种流体被限制在两个完全确定的区域内, 之间存在一个使它们隔开的浆液-地下水界面。根据该分界面流速连续性条件 $r=I$ 处: $\bar{u}_r = dI/dt$, 可建立起分界面从 $r=r_w$ 推进到 $r=I$ 时的注浆时间 T 与浆液扩散半径 I 之间的关系

$$\int_0^T \bar{u}_r dt = \int_{r_w}^I dI。 \quad (17)$$

将式(14)代入式(17), 则最终的注浆扩散方程为

$$T = \frac{(1+n)(1+2n)h}{n} \left(\frac{nk}{t_0} \right)^{\frac{1}{n}} \int_{r_w}^I \frac{\sqrt[n]{y_0}}{\left[(1+n)(h-y_0)^{\frac{1+2n}{n}} + (1+2n)y_0(h-y_0)^{\frac{1+n}{n}} \right]} dI。 \quad (18)$$

式中 y_0 采用式(12)表示, 其中用扩散半径 I 代替式中的变量 r 进行积分。在上述积分过程中, 由于被积函数的复杂性, 无法得到解析形式的原函数, 本文采用 MATLAB 数学软件, 在不断搜索扩散半径 I 的情况下进行数值积分, 最终获得满足精度要求的扩散半径 I 。

3 计算与讨论

某浆液流变特性服从 Herschel-Bulkley 模式, 其 $t_0=2.0$ Pa, $k=0.2$ Pa·sⁿ, 注浆孔半径为 60 mm, 地下水压力 $P_c=0.1$ MPa, 浆液重度 $g_g=13.40$ kN/m³, 其他参数则作为变量进行影响性分析。其中在计算中不考虑浆液黏度随注浆时间变化的时变特性, 即假设稠度为常数。

3.1 注浆时间对扩散规律的影响分析

当注浆压力 $P_0=0.5$ MPa, 流变指数 $n=1$, 裂隙开度 $2h=0.6$ mm, 裂隙倾角 $a=30^\circ$ 时, 不同注浆时间 T

下浆液扩散轮廓及扩散半径变化曲线如图2、3所示。

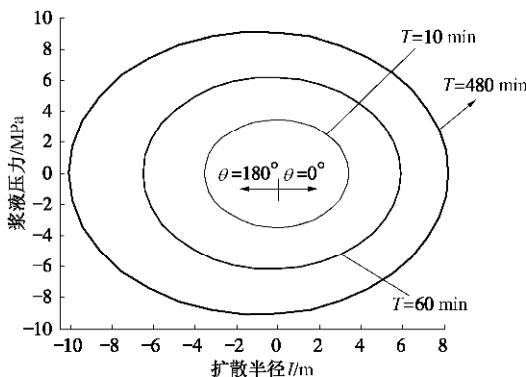


图2 不同灌浆时间下浆液扩散轮廓曲线

Fig. 2 Outline curves of diffusion for different grouting time

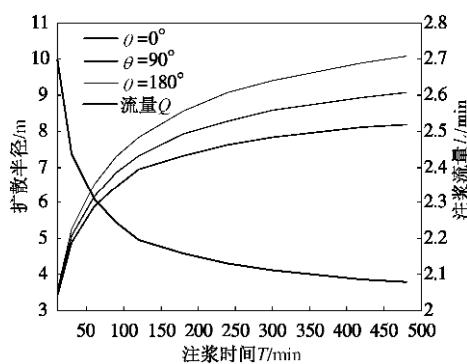


图3 扩散半径、流量随时间变化的关系曲线

Fig. 3 Curves of diffusion radius, flow rate over grouting time

由图2、3可知,浆液在倾斜裂隙中呈现出近乎椭圆的扩散模式,顺坡向($\theta=180^\circ$)扩散半径大于逆坡向($\theta=0^\circ$)半径。随着注浆时间的延长,浆液扩散范围不断向外推移,呈现出非线性增长的趋势,但递增速度逐渐减小,曲线趋于平缓。由于本文中注浆压力保持不变,随着扩散半径的增大,驱动浆液运动的压力梯度越来越小,使得浆液的流动速度越来越慢,进浆流量也随之减小,并非保持不变,这与灌浆施工中的实际情况相一致。以上结果表明在注浆压力恒定的灌浆过程中,存在一个极限扩散半径,且随着浆液扩散半径的增加灌注的难度越来越大。

图4为注浆压力沿流程的衰减过程曲线。从图4中可以看出,注浆压力随着计算点至注浆孔距离的延长呈非线性递减规律,特别是邻近注浆孔的附近,其衰减速率很大。在距注浆孔1 m处,浆液压力已降至注浆压力的50%左右,但随着扩散半径的进一步扩大,注浆压力的衰减速率越来越小。表明在整个注浆过程中注浆压力沿流程的衰减程度并非一致,接近注浆孔的范围内影响性较大、而在较远范围内影响性逐渐减弱。

3.2 流变指数对扩散规律的影响分析

在注浆时间 $T=480$ min,注浆压力 $P_0=0.5$ MPa,裂隙宽度 $2h=0.6$ mm,裂隙倾角 $a=30^\circ$ 的情况下,不

同流变指数 n 下扩散半径的轮廓及变化曲线如图5、6所示。

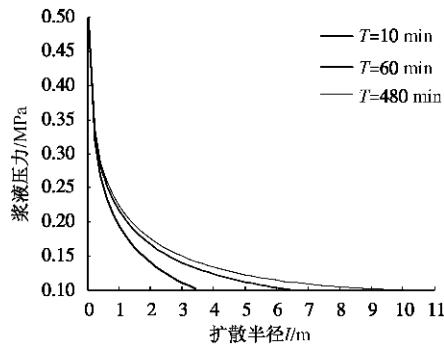


图4 注浆压力衰减过程曲线

Fig. 4 Attenuation procedure curves of grouting pressure

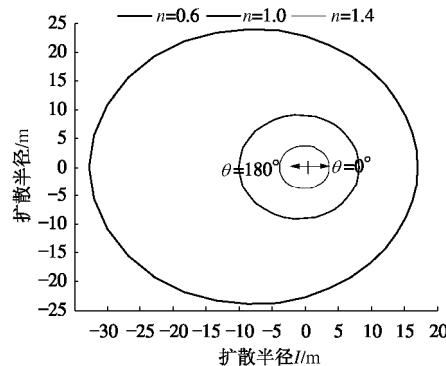


图5 不同流变指数下浆液扩散轮廓曲线

Fig. 5 Outline curves of diffusion for different n

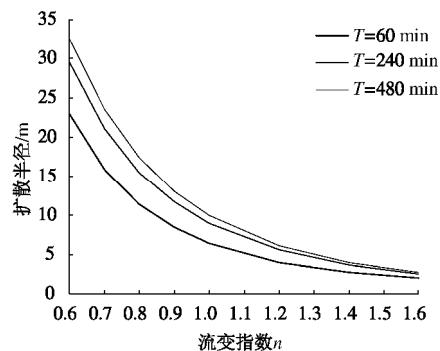


图6 不同注浆时间下扩散半径随流变指数的变化曲线

Fig. 6 Curves of diffusion radius over rheological index for different T

由图5、6可以看出,浆液扩散半径随流变指数 n 的增大而表现出非线性递减的规律,但递减速度越来越小,且扩散半径随注浆时间的变化也逐渐变得不明显。当 n 小于1时,浆液为带屈服值的假塑性流体,由于剪切稀释作用,使其在裂隙中表观黏度较低,浆液较稀,易于流动,故扩散范围较大。当 n 大于1时,浆液为膨胀流体,表现为剪切稠化特性,使其表观黏度和流动阻力较大,扩散较为缓慢。对于稠化特性较

明显的膨胀性浆液, 流变指数对扩散半径的影响已不再显著, 到达极限扩散半径的时间也较短。

在进行宽裂隙的灌浆施工中, 如遇到进浆率长时间不减小的情况, 可根据这一性质, 通过增大流变指数, 改变浆液流变模式, 采用逐级变浓浆液的措施进行注浆, 使岩缝得到充分的充填。

3.3 注浆压力对扩散规律的影响分析

在裂隙开度 $2h=0.6 \text{ mm}$, 裂隙倾角 $a=30^\circ$, 流变指数 $n=1$ 的情况下, 不同注浆压力时扩散半径随注浆时间的变化曲线如图 7 所示。

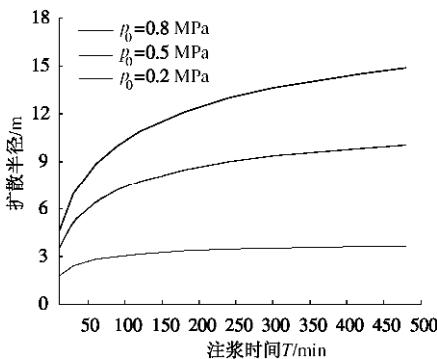


图 7 不同注浆压力下扩散半径随时间的变化曲线

Fig. 7 Curves of diffusion radius over grouting time for different P_0

由图 7 可以看出, 在同一注浆时间下, 提高注浆压力有助于增大浆液的扩散半径, 改善注浆加固效果, 但注浆压力越高, 达到最大扩散半径所需的时间也越长。由于在较高的灌浆压力下, 裂隙岩体的节理和裂缝能产生不同程度的扩张, 有利于浆液与岩石的结合以及提高结石体强度。因此, 对于裂隙岩体内注浆, 宜先进行充填渗透, 然后增大压力扩缝并适度劈裂注浆, 有利于提高注浆效果, 但应避免注浆压力过大而造成漏浆和冒浆的现象。

3.4 裂隙开度和倾度对扩散规律的影响分析

在注浆时间 $T=480 \text{ min}$, 注浆压力 $P_0=0.5 \text{ MPa}$, 流变指数 $n=1$ 的情况下, 不同裂隙开度和倾角对扩散半径的影响如图 8~10 所示。

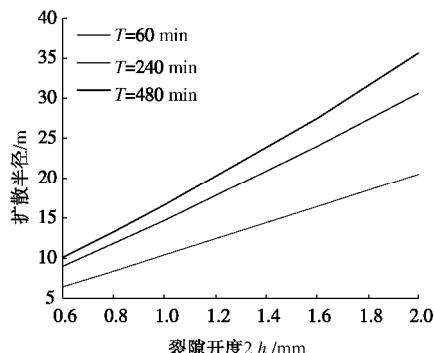


图 8 不同注浆时间下扩散半径随裂隙开度的变化曲线

Fig. 8 Curves of diffusion radius over fracture aperture for different T

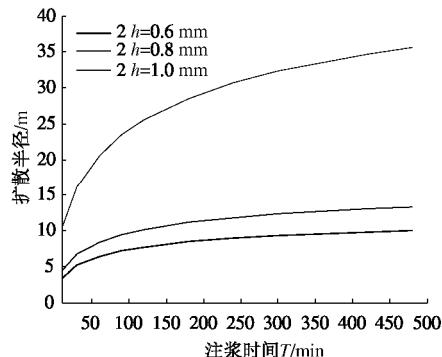


图 9 不同裂隙开度下扩散半径随注浆时间的变化曲线

Fig. 9 Curves of diffusion radius over grouting time for different h

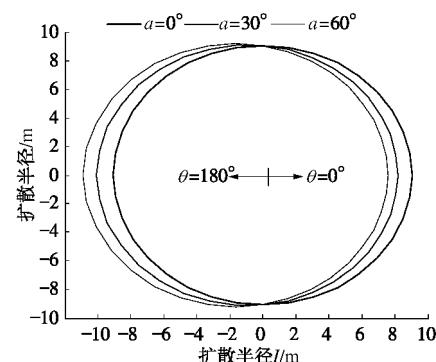


图 10 不同裂隙倾角下浆液扩散轮廓曲线

Fig. 10 Outline curves of diffusion for different a

由图 8 可以看出, 扩散半径随裂隙开度的增大而增大, 两者基本呈线性变化的关系, 故较大的裂隙开度有利于浆液的扩散。同时由图 9 可看出, 裂隙开度越大, 达到极限扩散半径的时间也越长。对于同一灌浆段中存在着开度相差悬殊的多条裂隙, 在灌浆的后期, 小开度裂隙中早已停止进浆, 不断灌入的浆液将主要沿着大开度裂隙扩散。

由图 10 可知, 随着裂隙倾角的增加, 浆液自重效应的影响逐渐增大, 顺坡向的扩散半径增大, 逆坡向扩散半径减小。当 $a=60^\circ$ 时, 顺坡向比逆坡向的扩散半径约 3 m 左右。结合图 5, 10 还可看出, 在同一裂隙倾角($a=30^\circ$)下, 当浆液流变指数越小, 剪切稀释作用越明显时, 顺坡向较逆坡向扩散半径的差值也越大, 如图 5 中 $n=0.6$ 的情况其差值达到 15 m 左右。故裂隙倾角对扩散半径有重要影响, 特别是对于剪切稀释类浆液, 在实际注浆中应予以重视。

4 结 论

(1) 根据柱坐标系下的流体连续性方程和动量方程, 考虑裂隙倾斜和地下水情况, 导出了 Herschel-Bulkley 浆液在单裂隙内径向扩散的解析公式。该结果综合反映了牛顿、宾汉塑性和幂律型三类流变模式流体的扩散规律, 适用性较强。

(2) 参数分析结果表明：扩散半径随灌浆时间的延长呈非线性增长的趋势，但增长速率逐渐降低，最终趋近于一极限扩散半径；同时随着裂隙开度的增大，扩散半径线性增大；且裂隙倾角越大，顺坡向与逆坡向的扩散半径差值也越大，特别是对于剪切稀释浆液其差值尤为明显。

(3) 浆液扩散半径随流变指数 n 的增大呈现出非线性递减的规律，减小流变指数有利于增大浆液的扩散范围。对于稠化特性较为明显的膨胀性浆液，流变指数对扩散半径的影响已不再显著，且到达极限扩散半径的时间也较短。

(4) 在注浆压力保持恒定的情况下，其注浆流量并非一固定值，而是逐渐降低，最终达到一稳定值。

参考文献：

- [1] AMADEIA B, SAVAGEB W Z. An analytical solution for transient flow of Bingham viscoplastic materials in rock fractures[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2001, **38**: 285 - 296.
- [2] FUNEHAG J, GUSTAFSON G. Design of grouting with silica sol in hard rock – New methods for calculation of penetration length, Part I[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2008, **23**: 1 - 8.
- [3] 阮文军. 基于浆液黏度时变性的岩体裂隙注浆扩散模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **24**(15): 2709 - 2714. (RUAN Wen-jun, Spreading model of grouting in rock mass fissures based on time-dependent behavior of viscosity of cement-based grouts[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, **24**(15): 2709 - 2714. (in Chinese))
- [4] UMLAUF R. Rheological characterization of microfine cement suspension examination with a shear stress controller rheometer[C]// Grouting in Rock and Concrete. Rotterdam, 1993.
- [5] 王星华. 黏土固化浆液在地下工程中的应用[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1998: 46 - 72. (WANG Xing-hua. Application of clay-cement slurry in underground engineering[M]. Beijing: China Railway Publishing House, 1998: 46 - 72. (in Chinese))
- [6] 郑玉辉. 裂隙岩体注浆浆液与注浆控制方法的研究[D]. 长春: 吉林大学, 2005: 7 - 9. (ZHENG Yu-hui. Research on grouts and controllable method of grouting in rock mass of the fissures[D]. Jilin: Jilin University, 2005: 7 - 9. (in Chinese))
- [7] 曾祥熹, 郑长成. 水泥浆的流变性及其对浆液运动的影响[J]. 华东地质学院学报, 1999, **22**(2): 137 - 141. (ZENG Xiang-xi, ZHENG Chang-cheng. The rheology of cement grouts and its effect on grout penetrating[J]. Journal of East China Geological Institute, 1999, **22**(2): 137 - 141. (in Chinese))
- [8] KELESSIDIS V C, MAGLIONE R, TSAMANTAKI C. Optimal determination of rheological parameters for Herschel–Bulkley drilling fluids and impact on pressure drop, velocity profiles and penetration rates during drilling[J]. Journal of Petroleum Science and Engineering, 2006, **53**: 203 - 224.
- [9] HUILGOL R R, YOU Z. Application of the augmented Lagrangian method to steady pipe flows of Bingham, Casson and Herschel–Bulkley fluids[J]. Journal of Non-Newtonian Fluid Mech, 2005, **128**: 126 - 143.
- [10] PAVEL V, ZDENEK C. Laminar and turbulent flow experiments with yield-power law slurries[J]. Powder Technology, 1999, **104**: 200 - 206.
- [11] VAJRAVELU K, SREENADH S, BABU V R. Peristaltic transport of a Herschel–Bulkley fluid in an inclined tube[J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2005, **40**: 83 - 90.
- [12] HUANG X, MARCELO H G A Herschel-Bulkley model for mud flow down a slope[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1998, **374**: 305 - 333.
- [13] FOX R W, MCDONALD A T. Introduction to fluid mechanics[M]. New York: John Wiley & Sons, 1985: 187 - 232.
- [14] RAN C G. Performance of fracture rock sealing with bentonite grouting[D]. Arizona: The University of Arizona, 1993: 68 - 74.