

水平（椭）圆形加载路径下的单桩模型试验研究

苏 栋^{1, 2}

(1. 深圳大学土木工程学院, 广东 深圳 518060; 2. 深圳市土木工程耐久性重点实验室, 广东 深圳 518060)

摘 要: 在某些实际问题中, 桩基础承受的水平荷载具有多方向的特点。利用水平双向数控运动平台, 进行了单向、椭圆、圆等加载路径下水平承载单桩的室内模型试验, 测得了不同加载路径下的桩身弯矩的变化。通过试验结果的对比分析发现, 多向加载路径下的荷载-位移关系曲线的特性与单向的具有明显的区别, 前者荷载最大值先于位移最大值出现, 而且最大荷载明显小于单方向的最大荷载, 降低的程度随短长轴比的增大而增加。而在椭圆及圆形加载路径下, 荷载增量和位移增量的方向出现非共轴的现象, 不同路径下桩头荷载增量矢量的幅值和方向的变化规律与加载路径的曲率变化具有一定的相关性。

关键词: 桩; 砂; 多向; 水平荷载; 非共轴

中图分类号: TU411

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2011)05-0738-08

作者简介: 苏 栋(1978-), 男, 福建人, 副教授, 主要从事岩土地震工程、桩-土相互作用等方面的研究。E-mail: sudong@szu.edu.cn。

Experimental study on a single pile under horizontal elliptical/circular loading

SU Dong^{1, 2}

(1. College of Civil Engineering, Shenzhen University, Shenzhen 518060, China; 2. Shenzhen Key Laboratory for Durability of Civil Engineering, Shenzhen 518060, China)

Abstract: The horizontal loading on the pile foundation is multidirectional in some practical problems. By use of the biaxial digital-controlled motion platform, model tests on a single pile under unidirectional, elliptical and circular loadings are performed. The bending moments along the pile in these tests are measured. From the test results, it is found that the characteristics of force-displacement curves under multidirectional loadings are apparently different from those under unidirectional loading. The maximum forces appear before the maximum displacements in the multidirectional tests, and these forces are smaller than those measured in the unidirectional tests. The difference between them increases with the aspect ratio of the loading path. It is also observed that the direction of force increment and that of displacement increment are noncoaxial under multidirectional loadings. The evolution of amplitude and direction of the force increment at the pile head is correlated to that of the coefficient of curvature of the loading paths.

Key words: pile; sand; multidirection; horizontal loading; noncoaxiality

0 前 言

桩基础是最常见的基础形式之一。在一般的房屋建筑中, 桩基础主要承受竖向荷载的作用, 而在高层建筑、港口码头以及海洋采油平台等结构物中, 桩基础还要承受比较大的水平荷载。不同情况下桩的水平承载力以及桩-土水平相互作用既是工程关心的问题, 也一直是研究的热点。近几十年, 国内外的研究者和工程人员在这些方面进行了大量的试验和理论方面的工作。已进行的试验研究主要包括三类: 室内常规模型试验、离心机模型试验及全尺寸现场试验^[1-5]。室内模型试验边界及加载条件容易控制, 但不能模拟现场土体的应力水平; 离心机模型试验能模拟现场原

型的应力-应变条件, 但对仪器的性能要求较高, 操作难度较大; 全尺寸现场试验能真实地反映出现场土体性质等情况, 因而是确定工程桩基水平承载力的常用手段, 但试验的经济和时间成本较高。根据试验及理论研究的成果, 目前已有了一些水平荷载作用下桩基问题的分析方法, 常用的包括极限地基反力法、弹性地基反力法和 $p-y$ 曲线法等。国内现行规范对水平荷载的限定较为严格, 推荐采用的方法包括 m 法、 c 法、NL法等^[6-10]。而对于比较复杂的实际问题, 目前通常

基金项目: 国家自然科学基金项目 (50978165); 深圳市公共科技项目 (SY200806270074A); 深圳市基础研究项目 (JC200903130268A)

收稿日期: 2010-01-14

采用有限元等数值方法进行分析^[10-15]。

虽然国内外在水平荷载作用下的桩基方面的研究及成果为数不少，但由于该问题极其复杂，以及受到仪器设备等方面的限制，已有的研究大多将荷载局限于单方向的水平荷载。而实际问题中的水平荷载（如地震荷载，水流风浪荷载）具有多方向性的特点^[16]，其在作用过程中，大小改变的同时方向也会发生改变。本文利用水平双向数控运动平台，进行了单向、椭圆、圆等加载路径下水平承载单桩的室内模型试验研究，测得了不同加载路径下桩身弯矩的变化，分析了加载路径对桩头承载力及桩身弯矩的影响，以及椭圆、圆等多向加载路径下桩头荷载矢量的演化规律。

1 试验条件

1.1 多向加载试验设备

为实现模型桩的水平多向加载，开发了数控双轴伺服运动平台，如图 1 所示。平台的主要部件包括伺服电机、电机驱动器、滚轴丝杠副、导轨、滑台、PCI 运动控制卡、原点位置监测器等。通过高级语言编程，可以分别或同时控制两个伺服电机，从而使滑台沿着水平 X 轴、 Y 轴独立运动或同步运动。运动可为匀速运动和变速运动，滑台的位置及速度由伺服电机内置编码器提供的信号确定。运动平台的具体参数如表 1 所示。

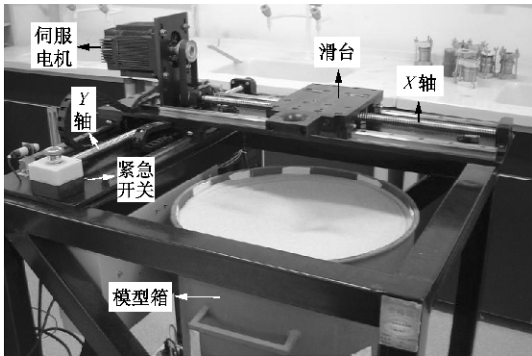


图 1 水平双向运动平台
Fig. 1 Biaxial motion platform

表 1 运动平台参数

Table 1 Machine specifications	
参数	数值
X 轴行程/mm	500
Y 轴行程/mm	500
定位精度/mm	0.01
最大速度 (X 轴及 Y 轴) /(m·s ⁻¹)	1
最大加速度 (X 轴及 Y 轴) /g	0.5
最大出力 (X 轴及 Y 轴) /N	1000

1.2 模型桩

模型桩为圆形不锈钢管桩，直径 38 mm，壁厚 0.8

mm，全长 800 mm。模型桩的主要参数见表 2。模型桩的桩身布置有 16 组半桥应变片（ X 方向 8 组， Y 方向 8 组），应变片的位置如图 2 所示。应变片及桩身上涂有一层环氧树脂保护层，涂层干透后进行弯矩标定。试验过程中，加载点位于土层表面上 200 mm 处。加载通过固定在运动平台滑台上的夹具夹住桩身来实现。夹具如图 3 所示，其内径与桩的外径相同，夹口断面为圆弧形，夹紧后夹具与桩的接触为圆周线接触；因而加载过程中，桩在加载位置处可以自由转动，夹具对桩身只施加水平作用力，而没有弯矩作用。

表 2 模型桩主要参数

Table 2 Main parameters of model pile				
杨氏模量 /GPa	直径 /mm	壁厚 /mm	惯性矩 /m ⁴	抗弯刚度 EI /(N·m ²)
210	38	0.8	1.6×10^{-8}	3360

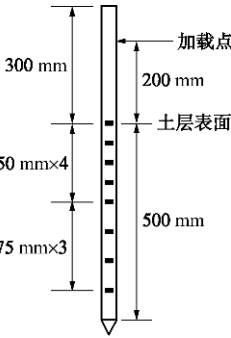


图 2 桩身应变片的布置

Fig. 2 Arrangement of strain gauges along pile

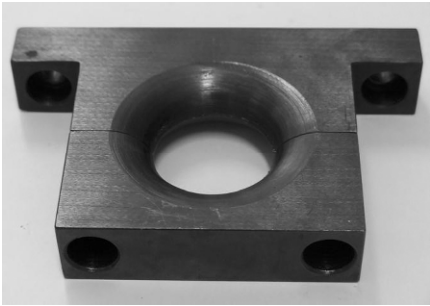


图 3 桩头夹具

Fig. 3 Pile head clamp

1.3 模型箱及模型制备

模型箱为圆桶形，由铸铁制成，内径 500 mm，高 700 mm，如图 1 所示。本文共进行两组试验，桩的入土深度分别为 350 mm 和 500 mm，加载点的最大水平位移为 10 mm，因而模型箱的边界对桩的行为影响基本可以忽略。

试验选用平潭砂，物理参数为 $D_{50}=0.34$ mm， $C_u=1.59$ ， $e_{\max}=0.855$ ， $e_{\min}=0.541$ 。为保证模型土样的均匀性和可重复性，采用经常用于砂土模型制备的干落法制作。将大漏斗放置于图 1 运动平台的夹具上，砂土通过漏斗中的滤网均匀的落入模型箱中。与此同

时,漏斗随着滑台在水平面上匀速运动,运动的轨迹由程序控制:由中心开始为半径逐步扩大的圆周,到达模型箱边缘后,半径再逐步缩小直至回到中心,周而复始直至砂土达到预定高度。通过该方法制备的砂样孔隙比为 0.73,相对密度约为 40%。土样制备完毕后,通过锤击桩头将模型桩打入至设计深度。

1.4 数据采集

如前所述,桩身共布置有 16 组半桥应变片,半桥应变片与桥盒上的另外两个应变片组成全桥。桥路的激励源为 2 V 的直流电,输出信号由信号调理器(DH3841)放大后再由模/数转换器(NI USB-6259)进行转换,通过 USB 接口连接至电脑,每通道每秒采 10 个数据并储存至硬盘。

2 试验结果及分析

2.1 加载路径

共进行了两组试验,桩的入土深度分别为 350, 500 mm,每组试验包括 1 个单向加载试验和 3 个多向加载试验。单向加载试验为单边周期加载,加载点的位移-周期曲线如图 4 所示,其位移幅值为 10 mm,共施加 5 个周期。多向加载试验中加载点的位移轨迹为圆形或者椭圆形(如图 5 所示),按 A→B→C→D 的方向顺序施加 5 个周期。圆形加载路径(图 5 (a))的半径为 5 mm,椭圆形加载路径的长轴也为 5 mm,但其中一个短轴(图 5 (b))为 3 mm,另一个短轴(图 5 (c))为 1 mm,因而这 3 种加载路径的短长轴比(A_y/A_x)分别为 1, 0.6, 0.2。

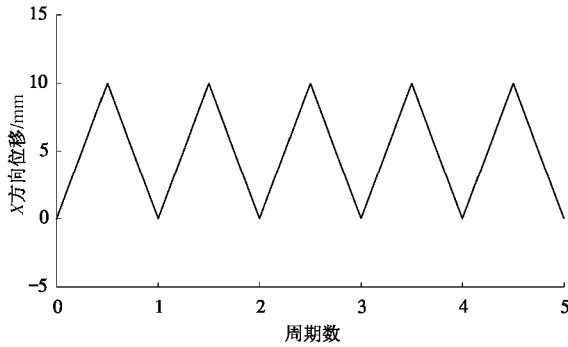


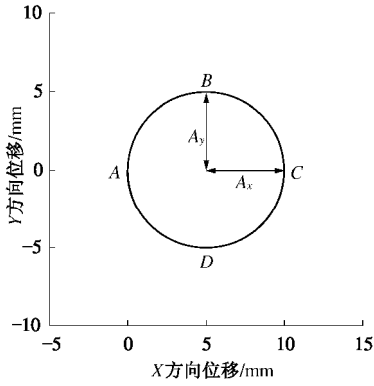
图 4 单向周期加载位移-周期曲线

Fig. 4 Displacement-cycle curves under unidirectional cyclic loading

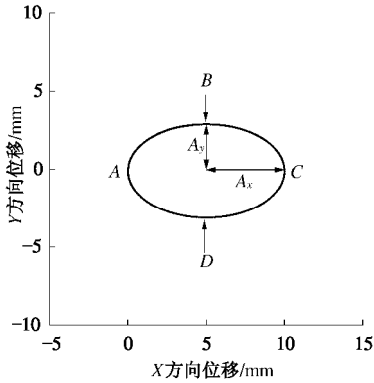
2.2 单向加载试验结果及分析

在试验过程中,量测了桩身不同位置的弯矩,而作用在桩头加载点的水平荷载则通过布置在土层表面处桩身上的应变片所测得的弯矩反算得到。图 6 是入土深度为 500 mm 的桩在单向周期加载下得到的桩头荷载-位移关系曲线。从图 6 中可以看出:从第 1 周

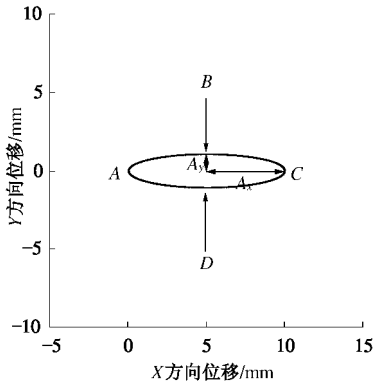
期开始,荷载-位移关系曲线就表现出明显的非线性;第 2 周期的荷载-位移关系曲线和第 1 周期有很大的区别,但从第 2 周期开始曲线逐渐趋于稳定,并表现出很强的滞回特性;第 1 周期的正向最大承载力大于随后的几个周期;由于是单边周期加载,正向的荷载最大值远远大于负向的荷载最大值。



(a) 圆 ($A_y/A_x=1$)



(b) 椭圆 ($A_y/A_x=0.6$)



(c) 椭圆 ($A_y/A_x=0.2$)

图 5 多向加载路径

Fig. 5 Multidirectional loading paths

图 7 给出了第 1 个周期中桩头位移分别为 2.5, 5.0, 7.5, 10.0 mm 时桩身弯矩的分布图。从图 7 中可以看出,桩身弯矩的分布都类似于弓形,这是桩头自由的短桩在水平荷载作用下的典型响应。在这 4 个不同的时刻,桩身弯矩的最大值都出现在土面下 150 mm 处,大小分别为 37.1, 59.3, 77.5, 92.3 N·m,弯矩

值的增幅低于水平位移的增幅。

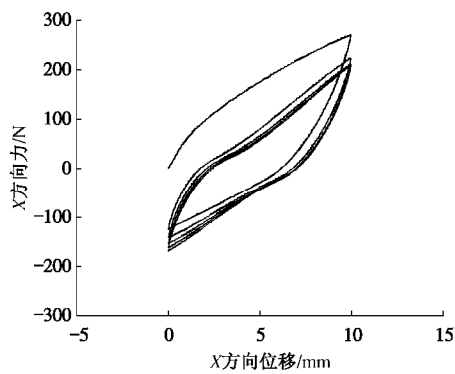


图 6 单向周期加载下的桩头荷载 - 位移关系曲线
Fig. 6 Force-displacement relationship at pile head under unidirectional cyclic loading

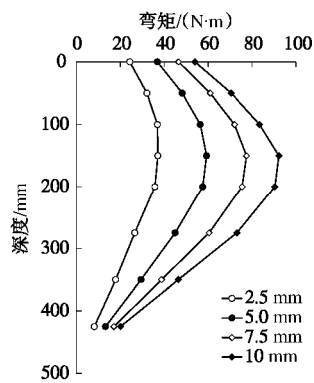


图 7 不同桩头位移时桩身弯矩分布

Fig. 7 Distribution of moment along pile at different pile-head displacements

2.3 多向加载试验结果及分析

多向加载试验中，桩头加载点作用的荷载沿着 X 方向和 Y 方向同时施加。图 8 为桩入土深度为 500 mm 的多向加载试验中得到的桩头 X 方向及 Y 方向的荷载 - 位移关系曲线。从图 8 中可以看出，其某些特征与单向周期加载的结果相似，主要表现在：①多向试验的荷载 - 位移关系曲线也表现出明显的非线性；②从第 2 周期开始，荷载 - 位移关系曲线逐渐趋于稳定， X 方向第 1 周期的正向最大承载力大于随后的几个周期。但通过比较也可以看出，多向加载试验的荷载 - 位移关系曲线和单向加载的结果有明显的差异，主要表现在：①短长轴比为 0.2 的椭圆加载试验中， X 方向的滞回圈形状与单向试验的较为接近，但随着短长轴比的增大，滞回圈越来越接近倾斜的椭圆；②在单向加载试验中荷载的最大值出现在位移最大时（ $X=10\text{ mm}$ ），而在多向加载试验中， X 方向和 Y 方向的荷载最大值先于位移最大值出现。最大值出现的位置与短长轴比有关：短长轴比为 1 时， X 方向第 1 周期的最大荷载出现在 X 方向位移为 8.5 mm 时，而短长轴

比为 0.6, 0.2 时，最大荷载对应的位移分别为 9.2, 9.9 mm（如图 8（a）、（c）、（e）中箭头所示）；③虽然多向加载试验中 X 方向的位移幅值和单向加载的位移幅值都为 10 mm，但其最大荷载明显小于单方向的最大荷载（见表 3 的比较），降低的程度随短长轴比的增大而增加；当短长轴比为 1 时，最大荷载与单方向的相比降幅约为 25%。

表 3 同时给出了桩入土深度为 350 mm 的单向加载及多向加载试验所测得的桩头最大承载力。从表 3 中可以看出，该组试验结果与前组试验结果类似，多向加载路径下的单桩承载力要明显低于单向加载下的承载力，而且降低的程度随短长轴比的增大而增加。但在相同的短长轴比的情况下，入土深度为 350 mm 降低的程度比入土深度为 500 mm 的略有增大，如短长轴比为 1 时，前者的降幅约为 31%，大于后者的 25%。

表 3 不同加载路径下最大承载力对比

Table 3 Comparison of maximum capacities

入土深度/mm	加载路径	X 方向最大水平承载力(正向)/N	与单向周期最大承载力的比值/%
500	单向周期	269.6	100
	椭圆($A_y/A_x=0.2$)	236.7	87.80
	椭圆($A_y/A_x=0.6$)	221.4	82.12
	圆($A_y/A_x=1$)	200.8	74.48
350	单向周期	115.7	100
	椭圆($A_y/A_x=0.2$)	99.4	85.90
	椭圆($A_y/A_x=0.6$)	91.0	78.65
	圆($A_y/A_x=1$)	80.0	69.14

为何圆及椭圆等多向加载路径下 X 方向的最大承载力明显低于单向加载下的承载力呢？结合图 5 的多向加载路径和图 8 桩头荷载 - 位移关系曲线进行比较分析，可以看出其中的主要原因：虽然只从 X 方向看，从 A 点到 C 点是个逐渐加载的过程，但对于 Y 方向，过了 B 点后却已经开始卸载； Y 方向的卸载引起了 X 方向桩 - 土相互作用力增长速率的变缓（与单向加载相比而言），甚至出现 X 方向的位移虽然继续增加，但桩 - 土相互作用力减少的现象。 Y 方向对 X 方向的这种影响随着短长轴比的增大而愈发显著。

为进一步了解加载路径对桩头荷载和桩身内力的影响，图 9 给出了桩入土深度为 500 mm 试验中不同加载路径下桩头从原点开始首次移动到 $x=10\text{ mm}$, $y=0\text{ mm}$ 位置（即图 5 中的 C 点）时桩头所施加的力矢量。由图 9 可见，从原点开始经由不同路径到达相同的目标位置时，桩头荷载的大小和方向都不同。 A_y/A_x 为 0（单向加载），0.2, 0.6 和 1.0 等 4 种情况下

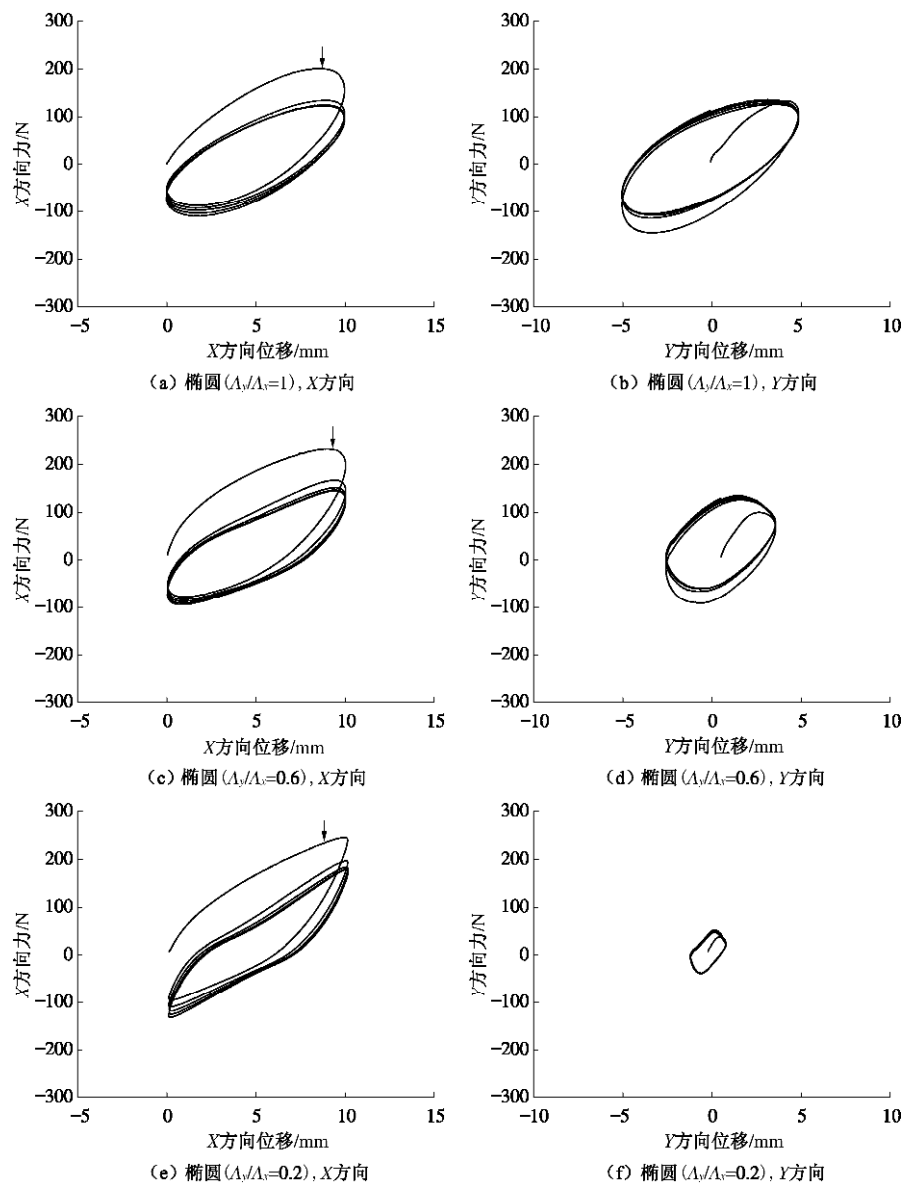


图 8 多向加载路径下的桩头荷载 - 位移关系曲线

Fig. 8 Force-displacement relationship at pile head under multidirectional loadings

力矢量的幅值分别为 269.6, 231.4, 205.4, 188.5 N, 矢量与 X 轴方向的夹角分别为 0°, 10.1°, 23.7°, 41.6°, 即荷载随着短长轴比的增大而减小 (A_y/A_x 等于 0.2, 0.6, 1.0 的荷载分别为 A_y/A_x 等于 0 的 85.8%, 76.2%, 69.6%), 而与 X 轴的夹角随着短长轴比的增大而增大。图 10 为与图 9 对应时刻桩身的弯矩分布图, 可见这 4 种情况桩身 X 方向和 Y 方向的弯矩分布都不相同, X 方向弯矩随着短长轴比的增大而减小, Y 方向弯矩随着短长轴比的增大而增大。这些结果说明, 桩土间的相互作用和加载路径密切相关。

图 11 为不同多向加载路径下桩头的荷载轨迹图, 由于第 2 周期以后荷载的轨迹趋于一致, 图中只给出第 1 和第 2 周期的轨迹图。从图 11 中可以看出: 3 种加载路径下第 1 周期的荷载轨迹都是开口的曲线; 第

2 周期的曲线却接近闭合, 圆形加载路径下荷载轨迹接近圆形, 椭圆加载路径下荷载轨迹接近倾斜的椭圆。

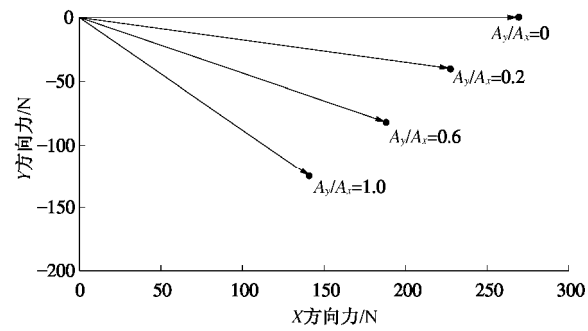


图 9 桩头经不同加载路径到达 $x=10\text{ mm}$, $y=0\text{ mm}$ 时的力矢量

Fig. 9 Force vectors at $x=10\text{ mm}$, $y=0\text{ mm}$ following different loading paths

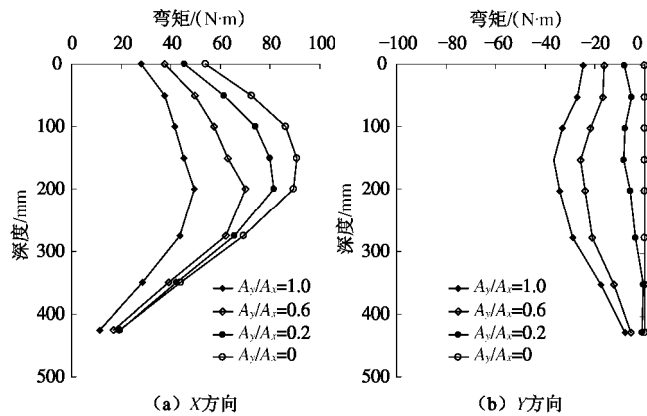


图 10 经不同加载路径到桩头位移为 $x=10\text{ mm}$, $y=0\text{ mm}$ 时的桩身弯矩

Fig. 10 Distribution of moment along the pile at $x=10\text{ mm}$, $y=0\text{ mm}$ following different loading paths

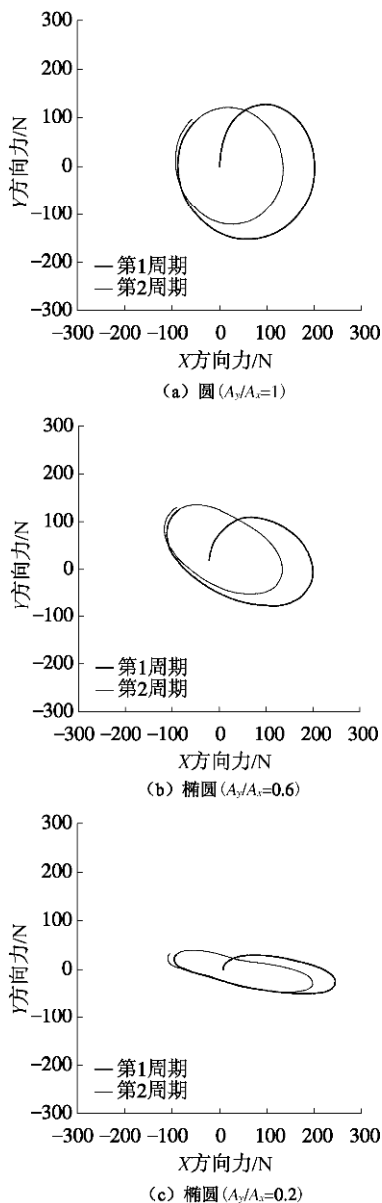


图 11 多向加载路径下的桩头荷载轨迹图

Fig. 11 Trajectories of force at pile head under multidirectional loadings

在单向加载下, 荷载的增量和位移的增量方向始终一致(即共轴), 在多向加载下它们之间的关系又如何呢? 为了解这一情况, 将每周期的桩头位移路径按弧长进行 20 等分, 然后分别计算出每一段的荷载增量矢量, 结果如图 12 所示。从图 12 中可以看出: 在这几种多向加载路径下, 荷载增量和位移增量的方向并不一致(即出现了非共轴的现象), 荷载增量矢量都始终指向加载路径(切线)的内侧; 在圆形加载路径的第 1 周期, 初始阶段荷载增量的方向接近位移轨迹的切线方向, 而随后荷载增量的方向渐渐偏离位移的增量方向, 过了约半个周期后基本稳定下来, 这与文[17]笔者利用离散元分析所得到的结果一致; 椭圆形加载路径下荷载增量的情况与圆形加载路径不同, 即使到了第 2 周期, 其方向也在剧烈变化。

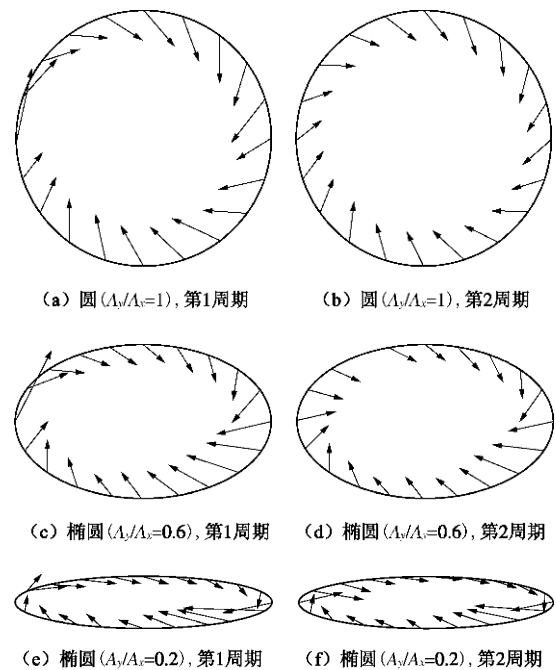


图 12 多向加载路径下桩头力增量矢量图

Fig. 12 Force increment vectors at pile head under multidirectional loadings

为了更进一步定量了解荷载增量的演化, 计算出了不同阶段荷载增量矢量的幅值以及矢量方向与位移路径切线方向的夹角, 结果如图 13 所示。由图 13 可见: 在圆形加载路径下, 荷载增量矢量的幅值在 0~0.2 周期内迅速降低, 然后在 29.5~50 N 之间波动, 而夹角在 0~0.2 周期内迅速增大, 然后在 49°~62° 之间小幅度变化; 在椭圆加载路径下, 荷载增量矢量的幅值和夹角随周期变化的特征更为明显, 而且变动的范围随着短长轴比 A_y/A_x 的减小而增大, 如 A_y/A_x 为 0.6 时, 夹角的变化范围是 28°~76°, 而 A_y/A_x 为 0.2 时夹角的变化范围是 8°~86°。不同路径下桩头荷载

增量矢量的幅值和夹角的变化规律与加载路径的曲率变化（图 14）具有一定的相关性，表现在变化的周期与趋势基本一致，而前者变化的幅度随后者的增大而增大。但由于桩土相互作用的非线性以及受加载历史的影响，这种相关性目前还难以用简单的表达式进行定量的描述。

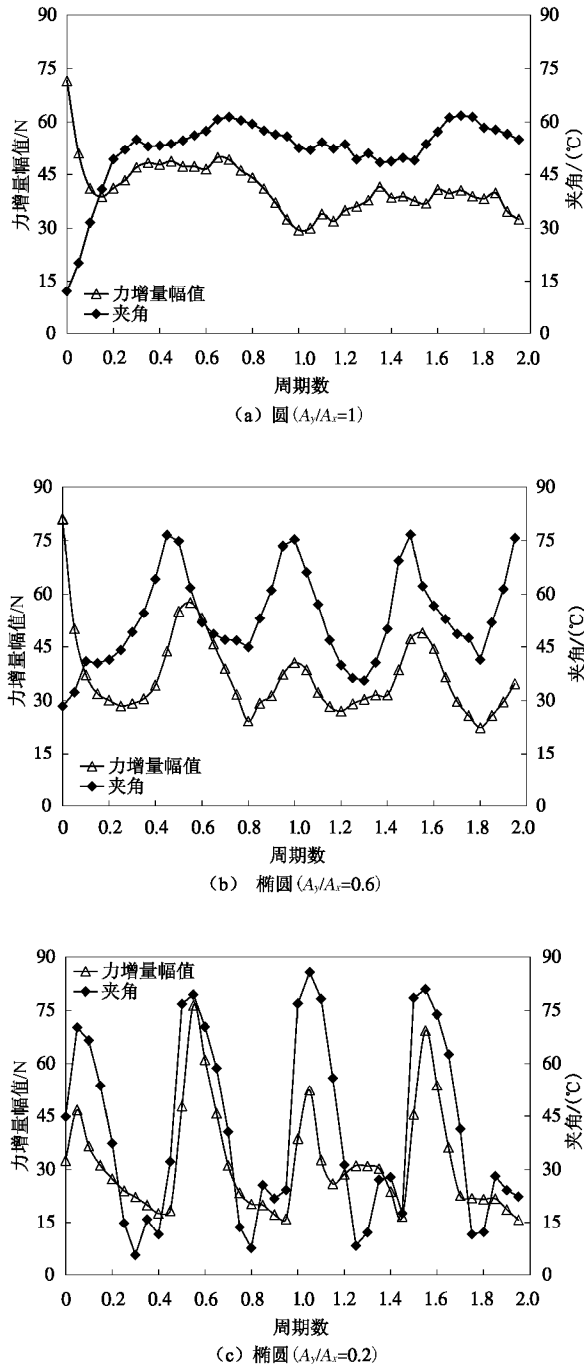


图 13 多向加载路径下桩头力增量矢量幅值及与位移轨迹切线的夹角
Fig. 13 Amplitude of force increment vectors at pile head and angle between vectors and tangential direction of displacement trajectories under multidirectional loadings

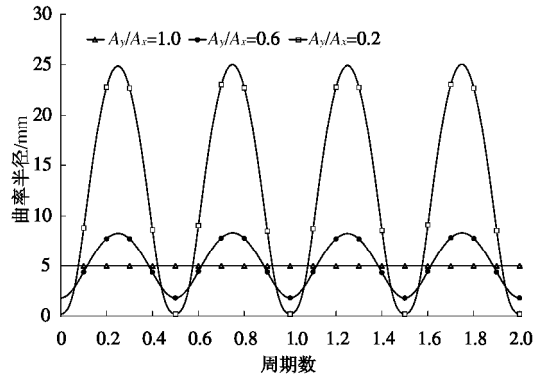


图 14 不同加载路径下曲率半径的变化
Fig. 14 Variation of curvature radius under different loading paths

3 结 论

利用水平多向运动平台，进行了水平单向、椭圆、圆加载路径下单桩的室内模型试验，通过试验结果的比较分析得出以下几点结论。

(1) 短长轴比较小的椭圆加载试验中， X 方向的荷载 - 位移关系曲线的滞回圈形状与单向试验的较为接近，但随着短长轴比的增大，滞回圈越来越接近倾斜的椭圆。

(2) 在多向加载试验中， X 方向和 Y 方向的荷载最大值先于位移最大值出现，短长轴比越大， X 方向荷载最大值出现得越早。

(3) 圆及椭圆多向加载试验中， X 方向的最大荷载都明显小于单方向的最大荷载，降低的程度随短长轴比的增大而增加，当短长轴比为 1 时最大荷载与单方向的相比降幅可达 31%（桩入土深度为 350 mm 时）。

(4) 从原点开始经由不同路径（直线、椭圆、圆）到达相同的目标位置（ $X=10\text{ mm}$ ， $Y=0\text{ mm}$ ）时，桩头荷载的大小和方向不同，荷载随着短长轴比的增大而减小，而与 X 轴的夹角随着短长轴比的增大而增大，说明桩土间的相互作用也与加载路径有关。

(5) 在椭圆及圆形加载路径下，荷载增量和位移增量的方向并不一致，矢量增量都始终指向路径（切线）内侧，不同路径下桩头荷载增量矢量的幅值和夹角的变化规律与加载路径的曲率变化具有一定的相关性，表现在变化的周期与趋势基本一致，而前者变化的幅度随后者的增大而增大。

对于存在水平多向荷载的实际工程而言，以上第 (3) 点也许应引起一定的重视，如果只根据单向试验确定单桩水平承载力，那么对结果进行一定的折减以考虑多向加载的影响看起来是必要的。

参考文献:

[1] 郑 刚, 刘双菊, 伍止超, 等. 刚性桩复合地基在水平荷载

- 作用下工作性状的模型试验[J]. 岩土工程学报, 2005, **27**(8): 865 - 868. (ZHENG Gang, LIU Shuang-ju, WU Zhi-chao, et al. Experimental study on behavior of rigid pile composite ground under horizontal load[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, **27**(8): 865 - 868. (in Chinese))
- [2] 辛公锋, 张忠苗, 夏唐代, 等. 高荷载水平下超长桩承载性状试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **24**(13): 2397 - 2402. (XIN Gong-feng, ZHANG Zhong-miao, XIA Tang-dai, et al. Experimental study on the bearing behaviors of overlength piles under heavy load[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, **24**(13): 2397 - 2402. (in Chinese))
- [3] KONG L G, ZHANG L M. Experimental study of interaction and coupling effects in pile groups subject to torsion[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2008, **45**: 1006 - 1017.
- [4] ALI BOUAFIA. Single piles under horizontal loads in sand: determination of p-y curves from the prebored pressuremeter test[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2007, **25**: 283 - 301.
- [5] RANDOLPH M F. The response of flexible piles to lateral loading[J]. Géotechnique, 1981, **31**(2): 247 - 259.
- [6] JGJ-94 建筑桩基技术规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2008. (JGJ - 94 Technical code for building pile foundations[S]. Beijing: Architecture and Building Press, 2008. (in Chinese))
- [7] JTJ 024—85 公路桥涵地基与基础设计规范[S]. 北京: 人民交通出版社, 1985. (JTJ 024—85 Code for design of ground base and foundation of highway bridges and culverts[S]. Beijing: China Communications Press, 1985. (in Chinese))
- [8] JTJ 254—98 港口工程桩基规范[S]. 人民交通出版社, 2001. (JTJ 254—98 Code for pile foundation of harbour engineering[S]. Beijing: China Communications Press, 2001. (in Chinese))
- [9] 王 梅, 楼志刚, 李建乡, 等. 北京: 水平荷载作用下单桩非线性 m 法试验研究[J]. 岩土力学, 2002, **23**(1): 23 - 26. (WANG Mei, LOU Zhi-gang, LI Jian-xiang, et al. Experimental study on nonlinear m approach of single pile under horizontal loading[J]. Mechanics of Rock and Soil, 2002, **23**(1): 23 - 26. (in Chinese))
- [10] 吴 锋, 时蓓玲. 基于 NL 法的水平受荷桩非线性有限元分析[J]. 水运工程, 2007(12): 9 - 12. (WU Feng, SHI Bei-ling. Nonlinear finite element analysis of piles under lateral load based on NL method[J]. Port&Waterway Engineering, 2007(12): 9 - 12. (in Chinese))
- [11] 赵明华, 汪 优, 黄 靓. 水平受荷桩的非线性无网格法分析[J]. 岩土工程学报, 2007, **29**(6): 907 - 912. (ZHAO Ming-hua, WANG You, HUANG Liang. Nonlinear analysis of meshless method for piles under horizontal load[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, **29**(6): 907 - 912. (in Chinese))
- [12] 乔友刚, 吴先敏. 水平受荷桩非线性有限元分析[J]. 水运工程, 2009(4): 38 - 42. (QIAO You-gang, WU Xian-min. Non-linear finite element analysis of laterally loaded pile[J]. Port&Waterway Engineering, 2009(4): 38 - 42. (in Chinese))
- [13] ALLOTEY NII, EL NAGGAR M HESHAM. A numerical study into lateral cyclic nonlinear soil-pile response[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2008, **45**: 1268 - 1281.
- [14] CHANG DER-WEN, BOR-LIN Shiun, CHENG Shih-Hao. Lateral load distributions on grouped piles from dynamic pile-to-pile interaction factors[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2009, **33**: 173 - 191.
- [15] GUO Wei-dong. Nonlinear response of laterally loaded piles and pile groups[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2009, **33**: 879 - 914.
- [16] MAYORAL M JUAN, PESTANA M JUAN, SEED B. Raymond. Determination of Multidirectional p - y Curves for Soft Clays[J]. Geotechnical Testing Journal, 2005, **28**(3): 1 - 11.
- [17] 苏 栋, 李 霞, 李相崧. 桩 - 土水平相互作用的颗粒流数值研究[J]. 深圳大学学报理工版, 2006, **23**(1): 42 - 47. (SU Dong, LI Xia, LI Xiang-song. Numerical study on lateral soil-pile interaction by Particle Flow Code[J]. Journal of Shenzhen University, 2006, **23**(1): 42 - 47. (In Chinese))