



# 筒型基础防波堤土压力性状的有限元分析

王元战<sup>1</sup>, 肖忠<sup>1\*</sup>, 李元音<sup>2</sup>, 谢善文<sup>2</sup>

(1. 天津大学天津市港口与海洋工程重点实验室, 天津 300072; 2. 中交第一航务工程勘察设计院有限公司, 天津 300222)

**摘要:** 筒型基础防波堤是一种新型港口与海岸工程结构, 依靠沉入地基土层中的筒型基础维持结构稳定, 作用在筒型基础上的土压力是结构稳定性验算的核心内容。结合某实际工程, 建立了筒型基础防波堤三维弹塑性有限元模型, 分析了不同波浪力加载值下作用在筒型基础上土压力的大小及竖向和环向分布规律, 并将有限元计算的极限状态下的土压力与 Rankine 主动、被动土压力和静止土压力进行了比较分析。根据筒型基础的位移模式, 将土压力分为主动、被动和静止 3 个区域, 建议了不同区域土压力的简化计算方法, 为筒型基础结构稳定性验算提供了基本依据。

**关键词:** 筒型基础; 土压力; 有限元模型; 简化计算方法

中图分类号: TU432

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2009)04-0622-06

**作者简介:** 王元战(1958-), 男, 天津人, 教授, 博士生导师, 主要从事港口海岸及近海工程结构设计理论和方法、土与结构相互作用、结构振动分析理论和方法等方面的研究工作。E-mail: yzwang@tju.edu.cn。

## Finite element analysis for earth pressure on bucket foundation of breakwater

WANG Yuan-zhan<sup>1</sup>, XIAO Zhong<sup>1\*</sup>, LI Yuan-yin<sup>2</sup>, XIE Shan-wen<sup>2</sup>

(1. Tianjin Key Laboratory of Harbor and Ocean Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China; 2. China Communication First Design Institute of Navigation Engineering, Tianjin 300222, China)

**Abstract:** The bucket foundation of breakwater is a new type of structure applied in port and coastal engineering, the stability of which is sustained by the bucket foundation penetrated in soft soil. The calculation of earth pressure on the bucket foundation is the key content of examination for structure stability. A 3D elasto-plastic finite element model is established to analyze the magnitude, vertical and circumferential distribution of earth pressure on bucket foundation under different wave load according to a practical project. Besides, the earth pressures calculated by the finite element method in the limit state are compared with the earth pressure at rest, active and passive earth pressures. According to the displacement mode of bucket foundation, the distribution areas of earth pressure are divided into three regions, i.e., active, passive and static regions. The simplified calculation methods of earth pressures for different regions are suggested. The results can be used to check computations of stability for the bucket foundation of breakwaters.

**Key words:** bucket foundation; earth pressure; finite element model; simplified calculation method

## 0 引言

在我国珠江口、长江口、天津渤海湾等海岸地区, 广泛分布着软土地基, 筒型基础防波堤是适用于软土地基的一种新型港口与海岸工程结构, 其基础是由沉入软土地基中的双排无底空心圆筒组成, 上部由单排空心圆筒形成挡浪墙。这种新型结构虽然已在天津港防波堤工程中采用, 但其设计与计算方法尚无规范或标准可循, 相关研究成果也很少。文献[1]建立了筒型基础结构气浮稳定性的计算方法, 文献[2]基于有限元软件 PLAXIS 建立了筒型基础防波堤沉降变形的二维有限元蠕变模型。筒型基础防波堤是依靠沉入地基土层中的基础筒的嵌固作用来维持结构稳定性的, 作用

在基础筒上的土压力是结构稳定性验算的核心内容。

土压力一直是土木工程领域的重要研究内容, 自 Coulomb 和 Rankine 经典土压力理论建立以来, 国内外学者进行了大量的模型试验<sup>[3-5]</sup>和理论研究<sup>[6-9]</sup>。Clough 和 Duncan<sup>[10]</sup>首次采用有限元数值方法研究挡土墙上的土压力后, 许多国内外学者<sup>[11-12]</sup>相继采用有限元方法研究土压力问题。这些研究工作均是针对平坦墙背挡土墙的土压力问题, 筒型基础与土的相互作用

基金项目: 国家自然科学基金项目(50779043); 西部交通建设科技项目(20063280003-06); 高等学校博士点基金项目(20050056036)

收稿日期: 2008-01-23

\*通讯作者

用更为复杂。首先,筒型基础为连拱形的墙背,连拱形墙背上的土压力与平坦墙背上的土压力存在差别;此外,筒型基础除了两排筒外侧的土压力外,还有筒内土压力、两排筒之间的土压力等。

有限元法不仅满足极限平衡分析中的平衡条件和破坏条件,而且还满足变形协调条件,可以考虑土的应力应变特性、土与结构的相互作用以及复杂的结构型式等,为土压力问题研究提供了广泛途径。本文以 ABAQUS 有限元软件为平台,针对天津港防波堤建设工程,建立了筒型基础防波堤结构分析的三维弹塑性有限元模型,研究了筒型基础上土压力的大小及分布,并建议了土压力的简化计算方法。

1 工程概况

本文针对天津港防波堤延伸工程中的筒型基础防波堤设计方案,进行结构土压力性状的有限元分析。设计结构断面如图 1 所示,结构平面布置如图 2 所示。

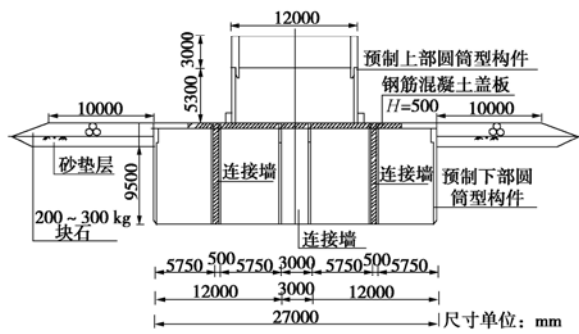


图 1 筒型基础防波堤结构断面图

Fig. 1 Section of a bucket foundation of breakwater

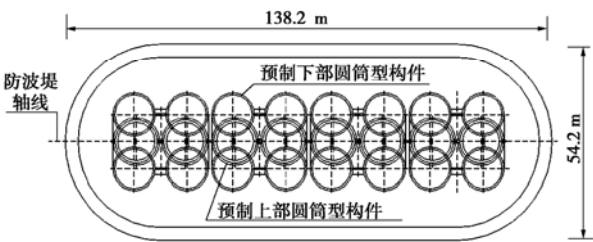


图 2 筒型基础防波堤结构平面图 (4 组)

Fig. 2 Plane of four groups of bucket foundation of breakwaters

1.1 结构型式

筒型基础防波堤由预制构件在现场沉放安装形成连续的防浪墙。每组预制构件的下部基础结构由 4 个钢(或钢筋混凝土)圆筒组成,下部 4 个圆筒通过圆筒间的 4 个连接墙连成一个整体。下部基础圆筒上浇筑钢筋混凝土盖板,盖板以上通过杯口圈梁安装预制钢筋混凝土圆筒,形成连续的防浪墙。

1.2 水文条件

设计水位以及水深条件在表 1 中给出,波高和周

期在表 2 中给出。

表 1 水位和水深

| Table 1 Water levels and water depths |       |       |       |       |
|---------------------------------------|-------|-------|-------|-------|
| 项目                                    | 设计高水位 | 设计低水位 | 极端高水位 | 极端低水位 |
| 水位/m                                  | 4.30  | 0.50  | 5.88  | -1.29 |
| 基床上水深/m                               | 7.40  | 3.60  | 8.98  | 1.81  |
| 堤前水深/m                                | 8.60  | 4.80  | 10.18 | 3.01  |

表 2 波高和周期

| Table 2 Wave heights and periods |              |       |             |              |       |
|----------------------------------|--------------|-------|-------------|--------------|-------|
| 极端高水位                            |              |       | 设计高水位       |              |       |
| $H_{1\%}/m$                      | $H_{13\%}/m$ | $T/s$ | $H_{1\%}/m$ | $H_{13\%}/m$ | $T/s$ |
| 5.4                              | 4.0          | 8.1   | 5.2         | 3.9          | 8.1   |

1.3 地质条件

地质剖面由上至下依次为淤泥层、淤泥质黏土层、粉质黏土层、粉土层和粉砂层,各土层主要土性参数由表 3 给出。本文主要研究结构在使用期的土压力问题,有限元计算采用不排水总应力分析方法,土体强度指标取固结快剪。

表 3 各土层主要土性参数

| Table 3 Main parameters of soil layers |         |                          |          |         |          |
|----------------------------------------|---------|--------------------------|----------|---------|----------|
| 土层                                     | 天然含水率/% | 密度/(g·cm <sup>-3</sup> ) | 固结快剪     |         | 压缩试验     |
|                                        |         |                          | 内摩擦角/(°) | 凝聚力/kPa | 压缩模量/MPa |
| 淤泥                                     | 61.25   | 1.65                     | 12.68    | 9.25    | 1.94     |
| 淤泥质黏土                                  | 45.21   | 1.77                     | 16.03    | 14.76   | 2.28     |
| 粉质黏土                                   | 30.64   | 1.89                     | 21.54    | 17.97   | 4.09     |
| 粉土                                     | 26.39   | 1.94                     | 33.74    | 12.99   | 5.87     |
| 粉砂                                     | 24.66   | 1.93                     | 34.00    | 2.50    | 10.00    |

2 有限元计算模型

图 3 和图 4 分别为有限元计算域的平面图和立面图。在波浪荷载垂直于筒型基础防波堤轴线墙时,一组筒型基础防波堤构件关于与波浪方向平行的平面对称。为提高计算效率,取一组筒型基础防波堤构件的一半作为分析对象。在建立的三维有限元模型中,土体和结构均采用八节点三维减缩积分实体单元,在结构和土体间相接触的区域(包括基础筒内外壁、基础筒底面、盖板、连接墙与土体相接触区域)设置接触点对。同时考虑到结构的弹性模量远大于土体的弹性模量,所以指定结构上的接触面为主接触面,土体上的接触面为从接触面;接触面上的本构模型在切向采用库仑摩擦本构模型,法向采用硬接触方式,根据美国 API<sup>[13]</sup>,黏性土对筒壁单位面积的摩擦力  $f$  不大于黏性土不排水剪切强度  $c_u$ 。由于筒型基础防波堤结构的弹性模量远大于软土地基并且各部分连接牢固,有

限元分析中对其进行整体建模, 并采用弹性模型。软土地基采用 ABAQUS 有限元软件中的扩展 Drucker-Prager 模型<sup>[14]</sup>。土体计算域在垂直防波堤轴线方向, 向两侧各取结构水平尺寸的 5 倍, 筒底以下土体深度取基础筒高的 5 倍。计算土域的边界条件如下: 地基表面为自由边界, 底面为固定边界, 前侧面和后侧面为侧限边界, 左侧面和右侧面为对称边界。

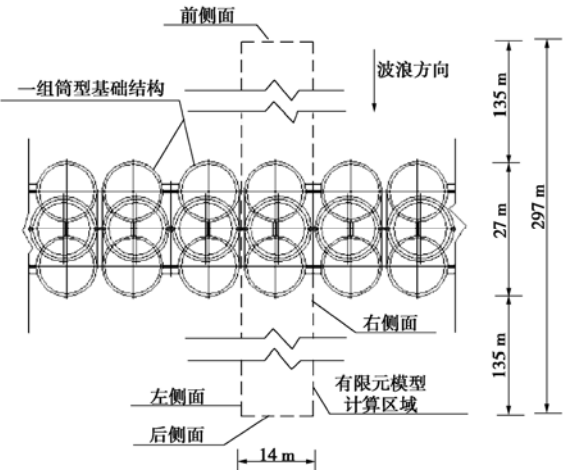


图 3 有限元计算域平面图

Fig. 3 Plane of finite element computational domain

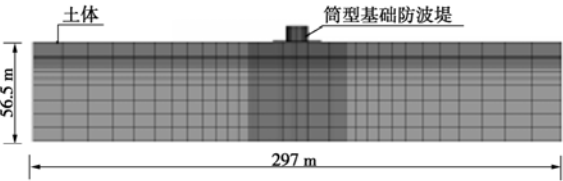


图 4 有限元计算域立面图

Fig. 4 Cross section of finite element computational domain

3 结构变位

结构变位影响土压力的分布和大小, 不同加载波浪力情况下, 筒型基础防波堤结构的变位不同, 因此其上的土压力也不同。为清楚表达加载波浪力与设计波浪力的关系, 定义一个表征荷载加载程度的加载系数  $\alpha$ , 对荷载加载值进行无量纲化处理:

$$\alpha = P / P_D \quad (1)$$

式中,  $P$  为加载波浪力,  $P_D$  为设计波浪力, 本文中取各种设计水位的最不利情况。按照理想塑性流动概念, 以波浪力 - 位移曲线斜率接近于零时对应的波浪力作为极限承载力  $P_u$ 。当  $P$  加载到  $P_u$  时, 此时的土压力即达到极限平衡状态, 记此时加载系数为  $\alpha_u$ 。

图 5 为极限平衡状态下结构的位移场分布图, 图 6 为波浪力 - 结构转角变位关系曲线。由图 5 和 6 可看出, 筒型基础防波堤达到极限状态时, 失稳模式为绕基础筒底面以下某一点发生转动失稳。从筒型基础防波堤的位移模式可看出, 基础筒 1 及连接墙背载侧的连拱形墙背形成被动土压力分布区; 基础筒 2 及连

接墙临载侧的连拱形墙背形成主动土压力分布区; 由于基础筒内土体及基础筒与连接墙围成的空腔内的土体与结构运动基本一致, 不能形成充分发展的主被动区域, 可看作静止土压力分布区。

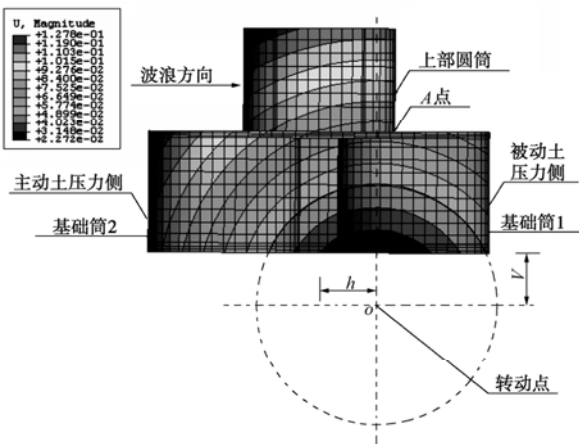


图 5 极限状态下结构的位移场分布图

Fig. 5 Distribution of displacement fields in limit state

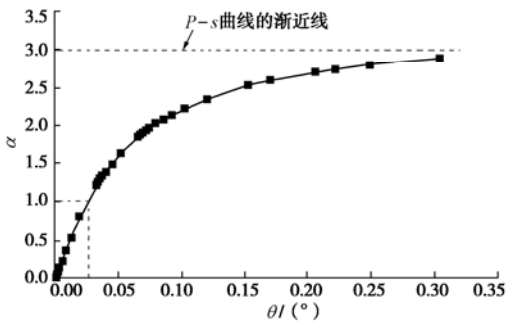


图 6 波浪力 - 结构转角变位关系曲线

Fig. 6 Relationship between wave forces and rotation angles of structure

4 土压力性状研究

4.1 土压力沿基础筒高的竖向分布

有限元数值模拟中土与结构接触面上的法向应力即为土压力, 图 7 为筒型基础上节点位置平面图, 图 8 至 12 分别给出了不同加载波浪力下基础筒上一些代表性点 (节点 3, 14, 5, 20, 25) 的竖向土压力分布。

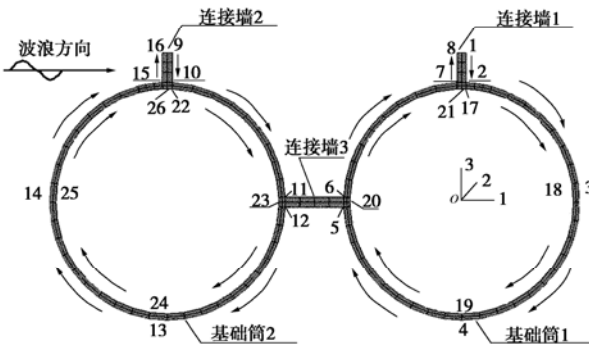


图 7 筒型基础上节点分布平面图

Fig. 7 Distribution of nodes on bucket foundations

由图 8 可见, 基础筒 1 外壁背载侧过节点 3 的土压力竖向分布呈抛物线形, 加载系数  $\alpha$  逐渐增加到  $\alpha_u$  的过程中, 土压力值基本位于 Rankine 被动土压力和静止土压力之间; 土压力随着  $\alpha$  的增大而增大, 但在接近筒底的局部土压力有所减小; 随着  $\alpha$  的增大, 抛物线的峰值点逐渐下移。 $\alpha$  较小时, 土压力分布是上部较小下部较大, 随着  $\alpha$  增大, 土压力分布逐渐变成上部较大下部较小, 上部土压力逐渐接近朗肯被动土压力, 局部超过朗肯被动土压力。上述规律与文献 3 和文献 5 中的刚性挡墙在 RBT 运动模式下被动土压力的实验研究是一致的。

由图 9 可见, 基础筒 2 外壁临载侧过节点 14 的土压力竖向分布也近似为抛物线形, 在加载系数  $\alpha$  逐渐增加到  $\alpha_u$  的过程中, 土压力值逐渐靠近 Rankine 主动土压力; 土压力随着  $\alpha$  的增大而减小。

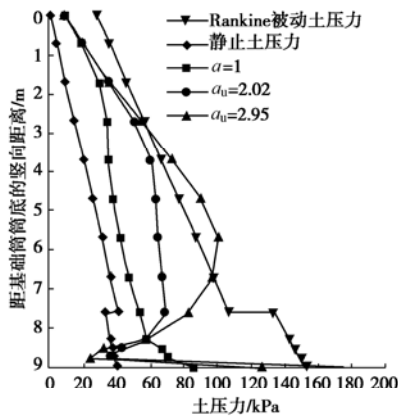


图 8 过筒 1 外壁节点 3 的竖向土压力分布

Fig. 8 Vertical distribution of earth pressure through point 3 at outer wall of bucket foundation 1

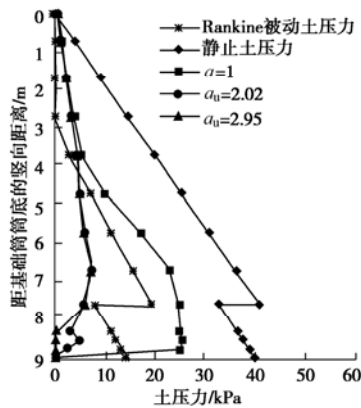


图 9 过筒 2 外壁节点 14 的竖向土压力分布

Fig. 9 Vertical distribution of earth pressure through point 14 at outer wall of bucket foundation 2

由图 10 至 12 可见, 基础筒内土体及两排基础筒之间围成的区域内的土体与结构的运动基本一致, 相对运动不明显, 未形成充分发展的主被动区, 土压力接近静止土压力。

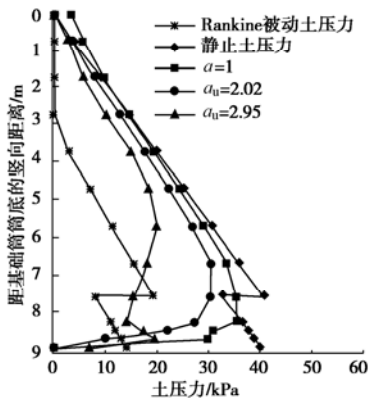


图 10 过筒 1 外壁节点 5 的竖向土压力分布

Fig. 10 Vertical distribution of earth pressure through point 5 at outer wall of bucket foundation 1

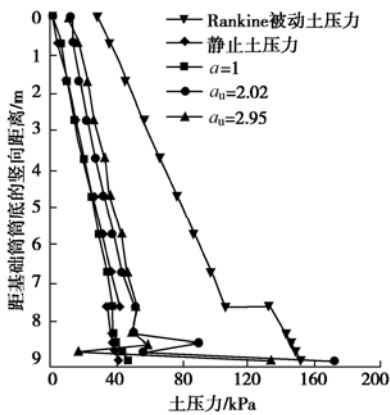


图 11 过筒 1 内壁节点 20 的竖向土压力分布

Fig. 11 Vertical distribution of earth pressure through point 20 at inner wall of bucket foundation 1

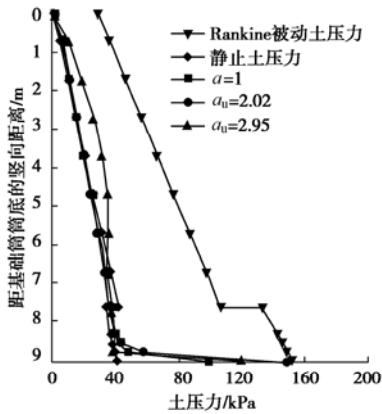


图 12 过筒 2 内壁节点 25 的竖向土压力分布

Fig. 12 Vertical distribution of earth pressure through point 25 at inner wall of bucket foundation 2

4.2 土压力沿基础筒的环向分布

图 13 为距基础筒底 5.3 m 高度处, 将连接墙 1 及基础筒 1 外壁按图 7 所示的方向展开后的土压力环向分布图。以其为代表说明土压力沿基础筒的环向分布。

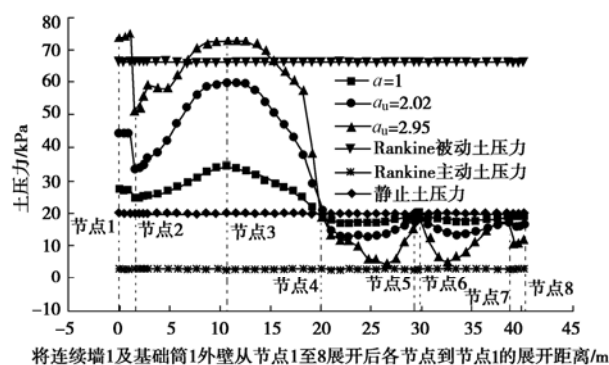


图 13 连接墙 1 及基础筒 1 外壁环向土压力分布

Fig. 13 Circumferential distribution of earth pressure around connecting wall 1 and outer wall of bucket foundation 1

由图 13 可见,土压力的环向分布主要受基础筒的圆形几何形状和基础筒间连接墙的影响。由于基础筒为圆形,筒与土接触面法线方向与波浪力方向平行的点处,结构向土体运动的位移最大,土压力自这些点向两侧沿环向逐渐减小。土体位移不同直接影响土体的主被动状态的发展程度,影响土压力的环向分布。连接墙 3 连接基础筒 1 和筒 2,对两个基础筒均有拉力作用,在节点 5,6,11,12,20 及 23 附近对环向土压力有影响。基础筒 1 背载侧随着加载系数  $\alpha$  的增大将形成较明显的被动区,基础筒 2 临载侧随着加载系数  $\alpha$  的增大将形成较明显的主动区,在加载过程中主动区域先于被动区域达到极限状态。

4.3 土压力简化分布

由前面分析可知,基础筒内土体及两排基础筒之间围成的区域内的土体与结构的运动基本一致,没有形成充分发展的主被动区域;基础筒 1 背载侧和基础筒 2 临载侧的连拱形墙背处形成了较明显的主、被动区域。因此,在结构抗滑、抗倾稳定性计算中,可将基础筒内及两排基础筒之间围成区域内的土体与结构看成整体,作用在基础筒 1 背载侧连拱形墙背上的土压力按被动土压力考虑,作用在基础筒 2 临载侧连拱形墙背上的土压力按主动土压力考虑,如图 14 所示。

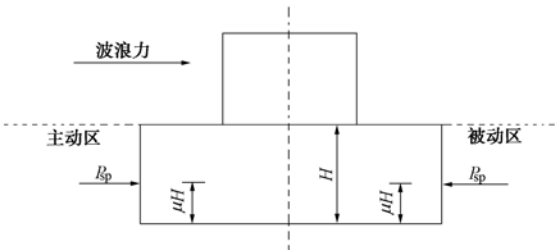


图 14 筒型基础防波堤土压力简化模式

Fig. 14 Simplified model of earth pressure on a bucket foundation of breakwater

为了简化计算,用假想的沿防波堤轴线方向的平坦墙背代替连拱形墙背,将连拱形墙背上的土压力转化成平坦墙背上的土压力。通过有限元计算结果与 Rankine 土压力计算结果的比较,假想平坦墙背上的主、被动土压力合力可取 Rankine 主被动土压力合力乘以一折减值。如果  $\eta_a$  为主动土压力折减系数,  $\eta_p$  为被动土压力折减系数,则:

$$P_{sa} = \eta_a \times P_{ra} \quad , \quad (2)$$

$$P_{sp} = \eta_p \times P_{rp} \quad , \quad (3)$$

式中,  $P_{sa}$  为作用于假想平坦墙背上的主动土压力合力,  $P_{sp}$  为作用于假想平坦墙背上的被动土压力合力,  $P_{ra}$  为 Rankine 主动土压力合力,  $P_{rp}$  为 Rankine 被动土压力合力。合力作用点距筒底的距离  $H_c$  取为

$$H_c = \mu H \quad , \quad (4)$$

式中,  $\mu$  为作用点位置系数,  $H$  为基础筒高。

根据有限元计算结果,建议筒型基础防波堤结构的  $\eta_a$ ,  $\eta_p$  取为 0.6,作用点系数  $\mu$  取为 0.4。文献[15]通过对大圆筒与黏土相互作用的模型试验研究建议,极限状态时筒后主动土压力取(0.5~0.7)倍的 Rankine 主动土压力,筒前被动土压力取 0.5 倍的 Rankine 被动土压力;前苏联的实验研究成果<sup>[16]</sup>,肯坎年试验中土压力合力作用点在 (0.4~0.5) 倍墙高处,查嘎列尔试验中土压力合力作用点在 0.42 倍墙高处。本文根据有限元分析结果建议的合力和作用点值与上述试验值比较接近。

表 4 给出了 Rankine 土压力公式、有限元方法和本文建议的简化方法计算得到的主、被动区域土压力合力和作用点值。由表 4 可看出,本文建议的简化方法比 Rankine 土压力公式更接近有限元计算结果。

表 4 各种计算方法下土压力的合力和作用点结果对比

| Table 4 Resultant forces and positions of acting point of earth pressure obtained by various calculation methods |                          |       |            |      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|-------|------------|------|
| 计算方法                                                                                                             | 合力/(kN·m <sup>-1</sup> ) |       | 作用点距筒底距离/m |      |
|                                                                                                                  | 被动区                      | 主动区   | 被动区        | 主动区  |
| Rankine 土压力公式                                                                                                    | 710.54                   | 59.91 | 3.40       | 2.36 |
| 有限元方法                                                                                                            | 节点 3 处(被动土压力)            |       | 3.78       |      |
|                                                                                                                  | 节点 14 处(主动土压力)           | 33.36 |            | 3.96 |
| 转化成平坦墙背上的土压力                                                                                                     | 430.72                   | 33.69 | 3.76       | 3.58 |
| 建议的简化计算方法                                                                                                        | 426.32                   | 35.95 | 3.60       | 3.60 |

5 结 论

(1) 针对天津港防波堤建设工程,本文建立了筒型基础新型防波堤的三维弹塑性有限元模型,研究了

筒型基础结构上的土压力分布性状。根据筒型基础防波堤的位移模式,建议将土压力分为3个区域:基础筒1背载侧形成结构RBT运动模式下的被动土压力区,基础筒2临载侧形成结构RBT运动模式下的主动土压力区,基础筒内及基础筒与连接墙围成的空腔内土体形成静止土压力区。

(2)在筒型基础结构抗滑、抗倾稳定性计算中,可将基础筒内及两排基础筒之间围成区域内的土体与结构看成整体,作用在基础筒1背载侧连拱形墙背上的土压力按被动土压力考虑,作用在基础筒2临载侧连拱形墙背上的土压力按主动土压力考虑。

(3)建议在筒型基础结构抗滑、抗倾稳定性计算中,主动土压力和被动土压力的简化计算方法,即:由Rankine主、被动土压力合力乘以一折减系数得到作用于筒型基础结构上的主、被动土压力合力,并建议了折减系数取值,简化了筒型基础结构土压力计算问题。

#### 参考文献:

- [1] 彭增亮. 箱筒型基础结构气浮拖航的稳性计算[J]. 中国港湾建设, 2007(1): 15 - 19. (PENG Zeng-liang. Calculation of stability of caisson-cylindrical foundation structures pneumatically floated during towage[J]. China Harbour Engineering, 2007(1): 15 - 19. (in Chinese))
- [2] 吴凤亮, 李 伟. 箱筒型基础防波堤结构的沉降量分析[J]. 国防交通工程与技术, 2006(4): 39 - 42. (WU Feng-liang, LI Wei. Settlement analysis of the breakwater structure with box-type suction foundation[J]. Traffic Engineering and Technology for National Defence, 2006(4): 39 - 42. (in Chinese))
- [3] FANG Y S, CHEN T J, WU B F. Passive earth pressure with various wall movements[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1994, **120**(8): 1307 - 1323.
- [4] 岳祖润, 彭胤宗, 张师德. 压实黏性土填土挡土墙土压力离心模型试验[J]. 岩土工程学报, 1992, **14**(6): 90 - 96. (YUE Zu-run, PENG Yin-zong, ZHANG Shi-de. Centrifuge model tests on lateral pressure on wall retaining compacted clayey backfill[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1992, **14**(6): 90 - 96. (in Chinese))
- [5] 陈页开. 挡土墙上土压力的试验研究与数值分析[D]. 杭州: 浙江大学, 2001. (CHEN Ye-kai. Testing study and numerical analysis on earth pressures on retaining wall[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2001. (in Chinese))
- [6] WANG Yuan-zhan. Distribution of earth pressure on a retaining wall[J]. Geotechnique, 2000, **50**(1): 83 - 88.
- [7] 徐日庆. 考虑位移和时间的土压力计算方法[J]. 浙江大学学报(工学版), 2000, **34**(4): 370 - 375. (XU Ri-qing. Methods of earth pressure calculation for excavation[J]. Journal of Zhejiang University, 2000, **34**(4): 370 - 375. (in Chinese))
- [8] 王元战, 李 蔚, 黄长虹. 墙体绕基础转动情况下挡土墙主动土压力分布[J]. 岩土工程学报, 2003, **25**(2): 208 - 211. (WANG Yuan-zhan, LI Wei, HUANG Chang-hong. Distribution of active earth pressure with wall movement of rotation about base[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, **25**(2): 208 - 211. (in Chinese))
- [9] 卢国胜. 考虑位移的土压力计算方法[J]. 岩土力学, 2004, **25**(4): 586 - 589. (LU Guo-sheng. A calculation method of earth pressure considering displacement[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, **25**(4): 586 - 589. (in Chinese))
- [10] CLOUGH G W, DUNCAN J M. Finite element analysis of retaining wall behavior[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundation, ASCE, 1971, **97**(SM12): 1657 - 1673.
- [11] NAKAI T. Finite element computations for active and passive earth pressure problems of retaining wall[J]. Soils and Foundations, 1985, **25**(3): 99 - 112.
- [12] 王多垠, 吴友仁, 周世良. 高大扶壁式挡土墙墙后土压力特性有限元分析[J]. 中国港湾建设, 2006(2): 14 - 17. (WANG Duo-yin, WU You-ren, ZHOU Shi-liang. Analysis of behaviors of earth pressure behind counterfort retaining wall with finite element method[J]. China Harbour Engineering, 2006(2): 14 - 17. (in Chinese))
- [13] American Petroleum Institute. Recommended practice for planning, designing and constructing fixed offshore platforms[S]. Washington D C: API Publishing Services, 2000.
- [14] HIBBITT, KARISON & SORENSEN Inc. ABAQUS Manuals-version 6.5[M]. USA: HKS Company, 2005.
- [15] 王广德, 李 颖, 张凤珍, 孙百顺. 沉入黏土中的大圆筒筒内外土压力分布规律及计算方法[J]. 水道港口, 2002, **23**(1): 16 - 21. (WANG Guang-de, LI Ying, ZHANG Feng-zhen, SUN Bai-shun. Distribution and calculation of soil pressure inside and outside the large-diameter cylinder sunk in the clay[J]. Journal of Waterway and Harbor, 2002, **23**(1): 16 - 21. (in Chinese))
- [16] 克列因. 散粒体结构力学[M]. 陈万佳, 译. 北京: 人民交通出版社, 1983. (KREIN Г K. Structural mechanics of granular mixtures[M]. CHEN Wan-jia, trans. Beijing: China Railway Publishing House, 1983. (in Chinese))