饱和土中端承桩水平振动动力响应分析

余 俊[1]，尚守平[2]，李 忠[1]，任 慧[2]，曾育林[2]
(1.同济大学地下建筑与工程系，上海 200093；2.湖南大学土木工程学院，湖南 长沙 410082)

摘 要：基于Biot动力固结方程，研究了端承桩在饱和土中水平振动问题。引入势函数对方程解耦，采用算子分解及分离变量法结合桩土耦合条件得到简谐稳态水平振动下桩土动力响应的解析解。将本文解与等效单相解进行了对比，并阐明两解之间的关系。通过参数分析，表明渗透系数对桩土水平动力阻抗有一定影响，指出可等效成等效单相解的条件。

关键词：饱和土；水平振动；等效单相解；阻抗
中图分类号：TU435 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2009)03－0408－08

作者简介：余 俊(1978－)，男，湖北武汉人，同济大学博士后，主要从事地下结构方面的研究。E-mail: jjyy1017@163.com。

Dynamical characteristics of an end bearing pile embedded in saturated soil under horizontal vibration

YU Jun[1], SHANG Shou-ping[2], LI Zhong[1], REN Hui[2], ZENG Yu-lin[2]
(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: Based on Biot's consolidation equation, the horizontal vibration of an end bearing pile embedded in saturated soil is investigated. The potential functions are introduced to decouple the governing differential equations, then by virtue of the differential operator splitting and variable separation method, the horizontal dynamical characteristics under steady state of pile-soil interaction are obtained with the assumption of perfect contact between the pile and the soil. The comparisons with the equivalent single-phase solution and the tow-phase solution are presented. A parametric study is conducted to determine the main features of pile-soil interaction in horizontal vibration. As a result, the permeability coefficient has certain effects on the impedance of rocking, horizontal and coupled horizontal-rocking vibrations of the single pile, and the condition of the solution that can be equivalent to the equivalent single-phase solution is put forward.

Key words: saturated soil; horizontal vibration; equivalent single-phase solution; impedance

0 引 言

土介质中桩的水平振动问题在动力机器基础设计、建筑结构抗震中占有重要地位，过去几十年中已有大量的研究分析了动力荷载作用下桩振动问题。Novak和Nogami等[1-4]较系统地研究了单相土介质中桩水平振动问题，通过引入势函数和分离变量方法，得到桩顶水平动力阻抗解析表达式。Shintaro等[5]把土当作黏弹性Winkler介质，忽略桩振动时产生的惯性力，研究了桩水平振动和摇摆振动，求得了桩头刚度及阻尼的解析表达式。Gazetas等[6]基于平面应变模型和分象限假定分析了桩水平振动动力阻抗。

以上分析均是基于单相介质的，实际上，土是由多相介质构成的，在桩土相互作用动力计算中，用两相介质模型无疑要比单相模型更符合实际。Biot建立了流体饱和多孔介质传播理论[7-9]，并成为有关饱和多孔介质波动理论各项研究的基础。但由于问题的复杂性，将土作为饱和两相介质来分析桩土水平动力相互作用的文献还很少。杨峻等[10]用积分变换方法分析了轴对称条件下部分饱和半空间在表面稳态激振时的响应。Zeng等[11]采用虚拟桩法，通过边界积分方程分析了桩在饱和土中的动力荷载传递问题，得到第二类Fredholm积分方程形式表示的半空间中桩振动解。张玉红等[12]用积分变换及刚度矩阵法分析了层状饱和土中三维非轴对称稳态响应。尚守平等[13]研究了忽略流体惯性项及基于平面应变假定的饱和土中桩水平振

基金项目：中国博士后科学基金项目（20080440652）；湖南省科技计划重点项目（06sk4057）；博士点基金新教师基金项目（20070532090）
收稿日期：2007－12－28

动动力响应分析。

本文在前人的基础上，从饱和土动力固结理论出发，用解析方法研究端承桩在饱和土层的水平简谐振动特性，考虑了流体惯性相和土层沿深度的变化，在理论研究及工程实践中均有一定意义。

1　数学模型与基本假定

对于两相介质的波动问题，文献[7～9]、[14]给出了其控制方程。当桩土系统做水平振动时，土体和流体的竖向位移较小，忽略土体和流体竖向位移的土体运动方程可写成如下形式：

$$G\nabla^2 u_r+(\lambda+G)\frac{\partial e}{\partial r}-\frac{G}{r^2}(2\frac{\partial u_\theta}{\partial\theta}+u_r)-\alpha\frac{\partial p_{\mathrm{f}}}{\partial r}+G\frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2}=\rho\ddot{u}_r+\rho_{\mathrm{f}}\ddot{w}_r\ ,\tag{1}$$

$$G\nabla^2 u_\theta+(\lambda+G)\frac{1}{r}\frac{\partial e}{\partial r}-\frac{G}{r^2}(u_\theta-2\frac{\partial u_r}{\partial\theta})-\alpha\frac{1}{r}\frac{\partial p_{\mathrm{f}}}{\partial\theta}+G\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2}=\rho\ddot{u}_\theta+\rho_{\mathrm{f}}\ddot{w}_\theta\ 。\tag{2}$$

流体的运动方程为

$$-\frac{\partial p_{\mathrm{f}}}{\partial r}=\frac{1}{k'_{\mathrm{d}}}\dot{w}_r+\rho_{\mathrm{f}}\ddot{u}_r+\frac{\rho_{\mathrm{f}}}{n}\ddot{w}_r\ ,\tag{3}$$

$$-\frac{1}{r}\frac{\partial p_{\mathrm{f}}}{\partial\theta}=\frac{1}{k'_d}\dot{w}_\theta+\rho_{\mathrm{f}}\ddot{u}_\theta+\frac{\rho_f}{n}\ddot{w}_\theta\ 。\tag{4}$$

土体的渗流连续方程为

$$M(\frac{\partial\dot{w}_r}{\partial r}+\frac{\dot{w}_r}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\dot{w}_\theta}{\partial\theta})+\alpha M(\frac{\partial\dot{u}_r}{\partial r}+\frac{\dot{u}_r}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\dot{u}_\theta}{\partial\theta})=-\dot{p}_{\mathrm{f}}\ 。\tag{5}$$

式中　u_r,u_θ 为土骨架径向、切向和轴向位移；w_r,w_θ 为流体相对土骨架的径向、切向和轴向位移；$\rho,\rho_{\mathrm{s}},\rho_{\mathrm{f}}$ 分别为两相介质、土骨架和流体的质量密度，且有 $\rho=(1-n)\rho_{\mathrm{s}}+n\rho_{\mathrm{f}}$，$n$ 为土体的孔隙率；λ,G 为 Lame 常数；p_{f} 为超静孔隙水压力；$k'_{\mathrm{d}}=k_{\mathrm{d}}/(\rho_{\mathrm{f}}g)$，$g$ 为重力加速度，k_{d} 为土的动力渗透系数；$e=\partial u_r/\partial r+u_r/r+\partial u_z/\partial z$ 为土骨架的体积应变；$\nabla^2=\partial^2/\partial r^2+\partial/(r\partial r)+\partial^2/(r^2\partial\theta^2)$ 为 Laplace 算子；$\alpha=1-K_{\mathrm{b}}/K_{\mathrm{s}}$，$1/M=(1-n)/K_{\mathrm{s}}+n/K_{\mathrm{f}}$，$K_{\mathrm{s}}$，$K_{\mathrm{f}}$，$K_{\mathrm{b}}$ 分别为土颗粒、流体及土骨架的体积模量。

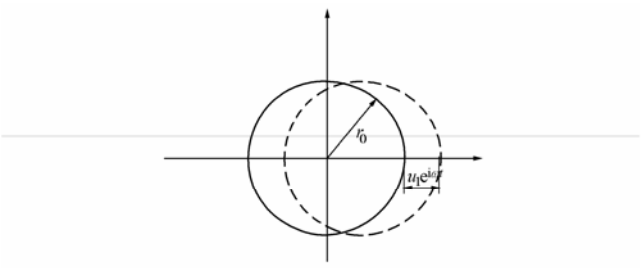

图 1 薄层的水平振动

Fig. 1 Horizontal vibration of layer

本文研究的是饱和土中端承桩受水平简谐荷载激振作用时的桩土水平振动耦合问题（图 1）。假设桩周土为均质、各向同性的两相弹性介质，底部为刚性，土层厚度为 H；桩土振动为小变形，桩土之间完全接触，不发生滑移和脱离，且桩土表面不透水。假设桩身沿 $\theta=0$ 方向产生水平位移为 $u_1\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$，由接触条件可知土层在半径为 r_0 的圆孔壁沿 $\theta=0$ 的方向的水平位移也为 $u_1\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$。于是，薄层在圆孔壁处的边界条件为

$$u_r(r_0,\theta,z,t)=u_1\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\cos\theta\ ,\tag{6}$$

$$u_\theta(r_0,\theta,z,t)=-u_1\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\sin\theta\ ,\tag{7}$$

在无限远处，位移衰减为零，有

$$\lim_{r\to\infty}u_r(r,\theta,z,t)=0,\lim_{r\to\infty}u_\theta(r,\theta,z,t)=0\ 。\tag{8}$$

2　方程求解

2.1　饱和土层振动问题求解

分别对固相与液相引入势函数：

$u_r=\frac{\partial\varphi_1}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\phi_1}{\partial\theta}$，$u_\theta=\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi_1}{\partial\theta}-\frac{\partial\phi_1}{\partial r}$，$w_r=\frac{\partial\varphi_2}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\phi_2}{\partial\theta}$，$w_\theta=\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi_2}{\partial\theta}-\frac{\partial\phi_2}{\partial r}$，

式中，φ_1，ϕ_1和φ_2，ϕ_2 分别为固相及液相位移势函数，可知 $e=\nabla^2\varphi_1$。将势函数代入方程（1）～（5），可以得到

$$(\lambda+2G+\alpha^2M)\nabla^2\varphi_1+\rho\omega^2\varphi_1+\alpha M\nabla^2\varphi_2+\rho_{\mathrm{f}}\omega^2\varphi_2+G\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial z^2}=0\ ,\tag{9}$$

$$G\nabla^2\phi_1+\rho\omega^2\phi_1+\rho_{\mathrm{f}}\omega^2\phi_2+G\frac{\partial^2\phi_1}{\partial z^2}=0\ ,\tag{10}$$

$$\alpha M\nabla^2\varphi_1+M\nabla^2\varphi_2+\rho_{\mathrm{f}}\omega^2\varphi_1+[\frac{\rho_{\mathrm{f}}}{n}\omega^2-\frac{\mathrm{i}\omega}{k'_{\mathrm{d}}}]\varphi_2=0\ ,\tag{11}$$

$$\rho_{\mathrm{f}}\omega^2\phi_1+[\frac{\rho_{\mathrm{f}}}{n}\omega^2-\frac{\mathrm{i}\omega}{k'_{\mathrm{d}}}]\phi_2=0\ 。\tag{12}$$

由式（11）、（12）可知，φ_1，φ_2和ϕ_1，ϕ_2 分别具有相同的 z 函数形式，可设为

$$\varphi_1=\varphi_1^*(r,\theta,t)W_1(z)\ ,\quad \varphi_2=\varphi_2^*(r,\theta,t)W_1(z)\ ,\tag{13}$$

$$\phi_1=\phi_1^*(r,\theta,t)W_2(z)\ ,\quad \phi_2=\phi_2^*(r,\theta,t)W_2(z)\ 。\tag{14}$$

将式（13）、（14）代入式（9）～（12），用分离变量法，可以将式（9）～（12）表示成如下矩阵形式：

$$\begin{bmatrix}(\lambda+2G+\alpha^2M)\nabla^2+\rho\omega^2+Gh_1^2 & \alpha M\nabla^2+\rho_{\mathrm{f}}\omega^2\\ \alpha M\nabla^2+\rho_{\mathrm{f}}\omega^2 & M\nabla^2+\frac{\rho_{\mathrm{f}}}{n}\omega^2-\frac{\mathrm{i}\omega}{k'_{\mathrm{d}}}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\varphi_1^*\\ \varphi_2^*\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix},\tag{15}$$

$$\begin{bmatrix} G\nabla^2+\rho\omega^2+Gh_2^{\,2} & \rho_{\mathrm{f}}\omega^2 \\ \rho_{\mathrm{f}}\omega^2 & \dfrac{\rho_{\mathrm{f}}}{n}\omega^2-\dfrac{\mathrm{i}\omega}{k_{\mathrm{d}}'} \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\phi_1^{\,*}\\ \phi_2^{\,*}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}, \quad (16)$$

式中，
$$h_1^{\,2}=\frac{1}{W_1}\frac{\partial^2 W_1}{\partial z^2},\ h_2^{\,2}=\frac{1}{W_2}\frac{\partial^2 W_2}{\partial z^2}。 \quad (17)$$

对式（17），可以解得

$$W_1=B_1\,\mathrm{e}^{h_1 z}+B_2\,\mathrm{e}^{-h_1 z}, \quad (18)$$

$$W_2=B_3\,\mathrm{e}^{h_2 z}+B_4\,\mathrm{e}^{-h_2 z}。 \quad (19)$$

由端承桩条件可有

$$B_1-B_2=0, B_3-B_4=0, h_1=h_2=\frac{(2n-1)\pi}{2H}\mathrm{i}=g_n,$$
$$\mathrm{i}=\sqrt{-1},\quad n=1,2,3.....。 \quad (20)$$

要使微分算子方程（15）、（16）有非零解，必须使微分算子行列式为零，可得

$$(\nabla^4-d_1\nabla^2+d_2)\varphi_{1,2}^{\,*}=0, \quad (21)$$

$$(\nabla^2-\beta_3^{\,2})\phi_{1,2}^{\,*}=0, \quad (22)$$

式中

$$d_1=\frac{2\alpha M\rho_{\mathrm{f}}\omega^2-(\lambda+2G+\alpha^2 M)(\rho_{\mathrm{f}}\omega^2/n-\mathrm{i}\omega/k_{\mathrm{d}}')}{(\lambda+2G)M}-\frac{(\rho\omega^2+Gh_1^{\,2})}{(\lambda+2G)}, \quad (23)$$

$$d_2=\frac{(\rho\omega^2+Gh_1^{\,2})(\dfrac{\rho_{\mathrm{f}}}{n}\omega^2-\dfrac{\mathrm{i}\omega}{k_{\mathrm{d}}'})-\rho_{\mathrm{f}}^{\,2}\omega^4}{(\lambda+2G)M}, \quad (24)$$

$$\beta_3^{\,2}=-\frac{\rho\omega^2}{G}+\frac{\rho_{\mathrm{f}}^{\,2}\omega^4}{G(\rho_{\mathrm{f}}\omega^2/n-\mathrm{i}\omega/k_{\mathrm{d}}')}。 \quad (25)$$

对于式（21），可化为

$$(\nabla^2-\beta_1^{\,2})(\nabla^2-\beta_2^{\,2})\varphi_{1,2}^{\,*}=0, \quad (26)$$

式中

$$\beta_{1,2}^{\,2}=(d_1\pm\sqrt{d_1^2-4d_2})/2。 \quad (27)$$

由算子分解理论[15]，有

$\varphi_1^{\,*}=\varphi_{11}^{\,*}+\varphi_{12}^{\,*}$，其中 $\varphi_{11}^{\,*},\varphi_{12}^{\,*}$ 分别满足下式：

$$\begin{cases}(\nabla^2-\beta_1^{\,2})\varphi_{11}^{\,*}=0,\\ (\nabla^2-\beta_2^{\,2})\varphi_{12}^{\,*}=0。\end{cases} \quad (28)$$

通过分离变量法求得式（28）方程解为

$$\varphi_{11}^{\,*}=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}(A_{11}\sin n_1\theta+B_{11}\cos n_1\theta)\times[C_{11}\mathrm{K}_{n1}(\beta_1 r)+D_{11}\mathrm{I}_{n1}(\beta_1 r)], \quad (29)$$

$$\varphi_{12}^{\,*}=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}(A_{12}\sin n_2\theta+B_{12}\cos n_2\theta)\times[C_{12}\mathrm{K}_{n2}(\beta_2 r)+D_{12}\mathrm{I}_{n2}(\beta_2 r)]。 \quad (30)$$

式中，$\mathrm{I}_{n2}(\beta_1 r),\mathrm{I}_{n2}(\beta_2 r),\mathrm{K}_{n2}(\beta_1 r),\mathrm{K}_{n2}(\beta_2 r)$ 分别为第一类、第二类变型 Bessel 函数，n_1，n_2 为特征值，$A_{11},A_{12},B_{11},B_{12},C_{11},C_{12},D_{11},D_{12}$ 为待定常数。

由（8）式可知 $D_{11}=D_{12}=0$。由式（6）、（7）可知，u_r 为 θ 的偶函数，u_θ 为 θ 的奇函数，得 $A_{11}=A_{12}=0$，且 $n_1=n_2=1$。故整合常系数项，记为 A_1,A_2，方程解可简化成如下方程，以下各式均为级数和形式，为方便起见，仍记成普通单项形式。

$$\varphi_1=[A_1\mathrm{K}_1(\beta_1 r)+A_2\mathrm{K}_1(\beta_2 r)]\cos\theta\,\mathrm{ch}(g_n z)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}, \quad (31)$$

同理可有

$$\varphi_2=[A_4\mathrm{K}_1(\beta_1 r)+A_5\mathrm{K}_1(\beta_2 r)]\cos\theta\,\mathrm{ch}(g_n z)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}, \quad (32)$$

$$\phi_1=A_3\mathrm{K}_1(\beta_3 r)\sin\theta\,\mathrm{ch}(g_n z)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}, \quad (33)$$

$$\phi_2=A_6\mathrm{K}_1(\beta_3 r)\sin\theta\,\mathrm{ch}(g_n z)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}。 \quad (34)$$

由于 ϕ_1 与 ϕ_2，φ_1 与 φ_2 的相关性，将方程解（31）～（34）代入（9）～（12）中，可有

$$A_4=\alpha_1 A_1, A_5=\alpha_2 A_2, A_6=\alpha_3 A_3, \quad (35)$$

式中

$$\alpha_1=-\frac{(\lambda+2G)\beta_1^{\,2}+(\rho-\alpha\rho_{\mathrm{f}})\omega^2+Gh_1^{\,2}}{\alpha\dfrac{\mathrm{i}\omega}{k_{\mathrm{d}}'}+\rho_{\mathrm{f}}\omega^2(1-\dfrac{\alpha}{n})}, \quad (36)$$

$$\alpha_2=-\frac{(\lambda+2G)\beta_2^{\,2}+(\rho-\alpha\rho_{\mathrm{f}})\omega^2+hg_1^{\,2}}{\alpha\dfrac{\mathrm{i}\omega}{k_{\mathrm{d}}'}+\rho_{\mathrm{f}}\omega^2(1-\dfrac{\alpha}{n})}, \quad (37)$$

$$\alpha_3=\frac{\rho_{\mathrm{f}}\omega^2}{\dfrac{\mathrm{i}\omega}{k_{\mathrm{d}}'}-\dfrac{\rho_{\mathrm{f}}}{n}\omega^2}。 \quad (38)$$

故有

$$u_r=\Big\{A_1[\mathrm{K}_1(\beta_1 r)]'+A_2[\mathrm{K}_1(\beta_2 r)]'+A_3\mathrm{K}_1(\beta_3 r)/r\Big\}\mathrm{ch}(g_n z)\cos\theta\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}, \quad (39)$$

$$w_r=\Big\{\alpha_1 A_1[\mathrm{K}_1(\beta_1 r)]'+\alpha_2 A_2[\mathrm{K}_1(\beta_2 r)]'+\alpha_3 A_3\mathrm{K}_1(\beta_3 r)/r\Big\}\mathrm{ch}(g_n z)\cos\theta\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}, \quad (40)$$

$$u_\theta=\{-A_1\mathrm{K}_1(\beta_1 r)/r-A_2\mathrm{K}_1(\beta_2 r)/r-A_3[\mathrm{K}_1(\beta_3 r)]'\}\sin\theta\,\mathrm{ch}(g_n z)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}, \quad (41)$$

$$w_\theta=\{-\alpha_1 A_1\mathrm{K}_1(\beta_1 r)/r-\alpha_2 A_2\mathrm{K}_1(\beta_2 r)/r-\alpha_3 A_3[\mathrm{K}_1(\beta_3 r)]'\}\sin\theta\,\mathrm{ch}(g_n z)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}, \quad (42)$$

式中，$[\mathrm{K}_1(\beta_1 r)]'$，$[\mathrm{K}_2(\beta_2 r)]'$，$[\mathrm{K}_3(\beta_3 r)]'$ 分别表示括号中表达式对 r 取一次导数。

由式（6）、（7）并联系到桩土接触面不透水，即 $w_{\mathrm{r}}\big|_{r=r_0}=0$，可以得到

$$A_1\beta_1\mathrm{K}_2(\beta_1 r_0)+A_2\beta_2\mathrm{K}_2(\beta_2 r_0)-A_3\beta_3\mathrm{K}_2(\beta_3 r_0)=0, \quad (43)$$

$$\Big\{\alpha_1 A_1[\mathrm{K}_1(\beta_1 r)]'+\alpha_2 A_2[\mathrm{K}_1(\beta_2 r)]'+\alpha_3 A_3\mathrm{K}_1(\beta_3 r)/r\Big\}\Big|_{r=r_0}=0。 \quad (44)$$

由以上方程可以确定 2 个未知常量，即 A_2,A_3 均可表示成 A_1 的表达式，故只剩下 A_1 未被确定，可以联系桩土耦合条件来确定。

可以将式（43）、（44）写成矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{45}$$

式中，$a_{11}=\beta_1 \mathrm{K}_2(\beta_1 r_0)$，$a_{12}=\beta_2 \mathrm{K}_2(\beta_2 r_0)$，$a_{13}=-\beta_3 \mathrm{K}_2(\beta_3 r_0)$，$a_{23}=\alpha_3 \mathrm{K}_1(\beta_3 r_0)/r_0$，

$$a_{21}=-\alpha_1\beta_1\frac{\mathrm{K}_2(\beta_1 r_0)+\mathrm{K}_0(\beta_1 r_0)}{2},$$

$$a_{22}=-\alpha_2\beta_2\frac{\mathrm{K}_2(\beta_2 r_0)+\mathrm{K}_0(\beta_2 r_0)}{2}。$$

可以求得

$$A_2=B_1A_1, \tag{46}$$

式中

$$B_1=\frac{a_{11}a_{23}-a_{21}a_{13}}{a_{22}a_{13}-a_{12}a_{23}}, \tag{47}$$

$$A_3=B_2A_1, \tag{48}$$

式中

$$B_2=\frac{a_{12}}{a_{13}}\frac{a_{21}a_{13}-a_{11}a_{23}}{a_{22}a_{13}-a_{12}a_{23}}-\frac{a_{11}}{a_{13}}。 \tag{49}$$

可以证明，薄层圆孔处土层厚度的径向应力 σ_r 和切向应力 $\tau_{r\theta}$ 的合力 q_{h} 通过圆孔中心。约定 q_{h} 的作用力方向与运动方向一致时为正，则：

$$q_{\mathrm{h}}=\int_0^{2\pi}(-\sigma_r\cos\theta+\tau_{r\theta}\sin\theta)\Big|_{r=r_0} r_0\,\mathrm{d}\theta, \tag{50}$$

可有

$$q_{\mathrm{h}}=G\sum_{n=1}^{\infty}\mathrm{ch}(g_nz)A_nA_1\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}, \tag{51}$$

式中，

$$A_n=-\pi r_0\times\big[(\lambda+2G+\alpha M+\alpha_1M)\times \beta_1^2\mathrm{K}_1(\beta_1r_0)+(\lambda+2G+\alpha M+\alpha_2M)\times B_1\beta_2^2\mathrm{K}_1(\beta_2r_0)+GB_2\beta_3^2\mathrm{K}_1(\beta_3r_0)\big]。 \tag{52}$$

2.2　桩水平振动问题求解

假定匀质等截面圆桩埋置在匀质两相弹性地基中，桩长为 L，$L=H$，半径为 r_0，抗弯刚度为 $E_{\mathrm{P}}I_{\mathrm{P}}$，$E_{\mathrm{P}}$ 为桩的弹性模量，I_{P} 为桩的截面惯性矩。桩的水平振动微分方程为

$$m\frac{\partial^2u_{\mathrm{p}}(z,t)}{\partial t^2}+E_{\mathrm{P}}I_{\mathrm{P}}\frac{\partial^4u_{\mathrm{p}}(z,t)}{\partial z^4}+G\sum_{n=1}^{\infty}A_{\mathrm{n}}\mathrm{ch}(g_{\mathrm{n}}z)A_1\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}=0, \tag{53}$$

式中，m 为桩单位长度的质量。

对于简谐振动，桩的水平位移可写为 $u_{\mathrm{p}}(z,t)=U_{\mathrm{p}}(z)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$，代入式（53），并化简得

$$\frac{\mathrm{d}^4U_{\mathrm{p}}(z)}{\mathrm{d}z^4}-\beta^4U_{\mathrm{p}}(z)=-\frac{G}{E_{\mathrm{p}}I_{\mathrm{p}}}\sum_{n=1}^{\infty}A_n\mathrm{ch}(g_nz)A_1, \tag{54}$$

式中

$$\beta^4=\frac{m\omega^2}{E_{\mathrm{p}}I_{\mathrm{p}}}。 \tag{55}$$

此为一四阶常微分方程，方程的解为

$$U_{\mathrm{p}}(z)=C_1\sin(\beta z)+C_2\cos(\beta z)+C_3\mathrm{sh}(\beta z)+C_4\mathrm{ch}(\beta z)-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{GA_{\mathrm{n}}A_1}{E_{\mathrm{p}}I_{\mathrm{p}}(g_n^{\ 4}-\beta^4)}\mathrm{ch}(g_nz), \tag{56}$$

C_1，C_2，C_3，C_4 为待定常数。

由桩土完全接触条件，可有

$$C_1\sin(\beta z)+C_2\cos(\beta z)+C_3\mathrm{sh}(\beta z)+C_4\mathrm{ch}(\beta z)-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{GA_nA_{1n}}{E_{\mathrm{p}}I_{\mathrm{p}}(g_n^{\ 4}-\beta^4)}\mathrm{ch}(g_nz)=\sum_{n=1}^{\infty}D_nA_1\mathrm{ch}(g_nz), \tag{57}$$

式中

$$D_n=\big[\mathrm{K}_1(\beta_1r)\big]'+B_1[\mathrm{K}_1(\beta_2r)]'+B_2\mathrm{K}_1(\beta_3r)/r\big|_{r=r_0}。 \tag{58}$$

又由于双曲余弦函数 $\mathrm{ch}(g_nz)$ 在区间[0,L]上是一正交函数系，即

$$\int_0^L\mathrm{ch}(g_nz)\mathrm{ch}(g_mz)\mathrm{d}z=\begin{cases}\dfrac{L}{2}, m=n,\\ 0, m\neq n。\end{cases} \tag{59}$$

将式（57）等号两端同乘上 $\mathrm{ch}(g_mz)$，然后在区间[0,L]上积分，可有

$$A_{1n}=\frac{M_n}{\int_0^L\mathrm{ch}^2(g_nz)\mathrm{d}z\big[\dfrac{GA_n}{E_{\mathrm{p}}I_{\mathrm{p}}(g_n^{\ 4}-\beta^4)}+D_n\big]}, \tag{60}$$

式中

$$M_n=\int_0^L C_1\sin(\beta z)+C_2\cos(\beta z)+C_3\mathrm{sh}(\beta z)+C_4\mathrm{ch}(\beta z)\mathrm{ch}(g_nz)\mathrm{d}z。 \tag{61}$$

积分可以得到

$$M_n=N_1C_1+N_2C_2+N_3C_3+N_4C_4, \tag{62}$$

式中

$$N_1=[g_n\sin(\beta L)\mathrm{sh}(g_nL)+\beta]/(g_n^{\ 2}+\beta^2)$$

$$N_2=[g_n\cos(\beta L)\mathrm{sh}(g_nL)]/(g_n^{\ 2}+\beta^2),$$

$$N_3=[g_n\mathrm{sh}(\beta L)\mathrm{sh}(g_nL)+\beta]/(g_n^{\ 2}-\beta^2),$$

$$N_4=[g_n\mathrm{ch}(\beta L)\mathrm{sh}(g_nL)]/(g_n^{\ 2}-\beta^2)。$$

故此方程的解可以写为

$$U_{\mathrm{p}}(z)=C_1[\sin(\beta z)-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_1\mathrm{ch}(g_nz)]+C_2[\cos(\beta z)-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2\mathrm{ch}(g_nz)]+C_3[\mathrm{sh}(\beta z)-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_3\mathrm{ch}(g_nz)]+C_4[\mathrm{ch}(\beta z)-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_4\mathrm{ch}(g_nz)], \tag{63}$$

式中，$\gamma_1=\vartheta N_1$，$\gamma_2=\vartheta N_2$，$\gamma_3=\vartheta N_3$，$\gamma_4=\vartheta N_4$，$\vartheta=\dfrac{2GA_n}{L[GA_n+D_nE_{\mathrm{p}}I_{\mathrm{p}}(g_n^{\ 4}-\beta^4)]}$。

由材料力学知识可知：

$$\begin{Bmatrix} U \\ \Phi \\ \dfrac{M}{E_pI_p} \\ \dfrac{Q}{E_pI_p} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\beta z)-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_1\mathrm{ch}(g_nz) & \cos(\beta z)-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2\mathrm{ch}(g_nz) & \mathrm{sh}(\beta z)-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_3\mathrm{ch}(g_nz) & \mathrm{ch}(\beta z)-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_4\mathrm{ch}(g_nz) \\ \beta\cos(\beta z)-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_1g_n\mathrm{sh}(g_nz) & -\beta\sin(\beta z)-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2g_n\mathrm{sh}(g_nz) & \beta\mathrm{ch}(\beta z)-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_3g_n\mathrm{sh}(g_nz) & \beta\mathrm{sh}(\beta z)-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_4g_n\mathrm{sh}(g_nz) \\ -\beta^2\sin(\beta z)-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_1g_n^{\ 2}\mathrm{ch}(g_nz) & -\beta^2\cos(\beta z)-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2g_n^{\ 2}\mathrm{ch}(g_nz) & \beta^2\mathrm{sh}(\beta z)-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_3g_n^{\ 2}\mathrm{ch}(g_nz) & \beta^2\mathrm{ch}(\beta z)-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_4g_n^{\ 2}\mathrm{ch}(g_nz) \\ -\beta^3\cos(\beta z)-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_1g_n^{\ 3}\mathrm{sh}(g_nz) & \beta^3\sin(\beta z)-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2g_n^{\ 3}\mathrm{sh}(g_nz) & \beta^3\mathrm{ch}(\beta z)-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_3g_n^{\ 3}\mathrm{sh}(g_nz) & \beta^3\mathrm{sh}(\beta z)-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_4g_n^{\ 3}\mathrm{sh}(g_nz) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{Bmatrix}。 \tag{64}$$

设桩头位移内力分别为 U_0,Φ_0,M_0,Q_0，则有

$$-C_1\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_1+C_2[1-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2]-C_3\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_3+C_4[1-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_4]=U_0 \quad , \tag{65}$$

$$C_1+C_3=\Phi_0/\beta \quad , \tag{66}$$

$$-C_1\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_1g_n^{\ 2}+C_2[-\beta^2-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2g_n^{\ 2}]-C_3\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_3g_n^{\ 2}+C_4[\beta^2-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_4g_n^{\ 2}]=M_0/(E_pI_p)\,, \tag{67}$$

$$-C_1+C_3=Q_0/(E_pI_p\beta^3)\,, \tag{68}$$

联立可以求得

$$C_1=b_1\Phi_0-b_2Q_0 \quad , \tag{69}$$

$$C_2=b_7U_0+b_8\Phi_0+b_9M_0+b_{10}Q_0 \quad , \tag{70}$$

$$C_3=b_1\Phi_0+b_2Q_0 \quad , \tag{71}$$

$$C_4=b_3U_0+b_4\Phi_0+b_5M_0+b_6Q_0 \quad , \tag{72}$$

式中，

$$b_1=\frac{1}{2\beta}\,,$$

$$b_2=\frac{1}{2E_pI_p\beta^3}\,,$$

$$b_3=\frac{1}{\Lambda}\cdot\ (-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2g_n^{\ 2}-\beta^2)\,,$$

$$b_4=\frac{b_1}{\Lambda}[(\beta^2+\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2g_n^{\ 2})(-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_3-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_1)+(1-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2)(-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_3g_n^{\ 2}-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_1g_n^{\ 2})]\,,$$

$$b_5=-(1-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2)/(\Lambda E_pI_p)\,,$$

$$b_6=\frac{b_2}{\Lambda}[(\beta^2+\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2g_n^{\ 2})(-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_3+\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_1)+(1-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2)(-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_3g_n^{\ 2}+\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_1g_n^{\ 2})]\,,$$

$$b_7=[1-b_3(1-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_4)]/(1-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2)\,,$$

$$b_8=[-b_1(-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_3-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_1)-b_4(1-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_4)]/(1-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2)\,,$$

$$b_9=[-b_5(1-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_4)]/(1-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2)\,,$$

$$b_{10}=[b_2(-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_1+\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_3)-b_6(1-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_4)]/(1-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2)\,,$$

式中，

$$\Lambda=(-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2g_n^{\ 2}-\beta^2)(1-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_4)-(1-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2)(\beta^2-\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_4g_n^{\ 2})\ 。 \tag{73}$$

代入解中，有

$$U_p(z)=u_0U_0+\phi_0\Phi_0+m_0M_0+q_0Q_0 \quad , \tag{74}$$

$$u_0=[b_7\cos(\beta z)+b_3\mathrm{ch}(\beta z)]-[b_7\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2\mathrm{ch}(g_nz)+b_3\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_4\mathrm{ch}(g_nz)] \quad , \tag{75}$$

$$\phi_0=[b_1\sin(\beta z)+b_1\mathrm{sh}(\beta z)+b_8\cos(\beta z)+b_4\mathrm{ch}(\beta z)]-[b_1\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_3\mathrm{ch}(g_nz)+b_1\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_1\mathrm{ch}(g_nz)+b_8\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2\mathrm{ch}(g_nz)+b_4\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_4\mathrm{ch}(g_nz)]\,, \tag{76}$$

$$m_0=[b_9\cos(\beta z)+b_5\mathrm{ch}(\beta z)]-[b_9\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2\mathrm{ch}(g_nz)+b_5\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_4\mathrm{ch}(g_nz)] \quad , \tag{77}$$

$$q_0=[b_2\mathrm{sh}(\beta z)-b_2\sin(\beta z)+b_{10}\cos(\beta z)+b_6\mathrm{ch}(\beta z)]-[b_2\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_3\mathrm{ch}(g_nz)-b_2\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_1\mathrm{ch}(g_nz)+b_{10}\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2\mathrm{ch}(g_nz)+b_6\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_4\mathrm{ch}(g_nz)] \quad , \tag{78}$$

$$\frac{\mathrm{d}U_p(z)}{\mathrm{d}z}=u_1U_0+\phi_1\Phi_0+m_1M_0+q_1Q_0 \quad , \tag{79}$$

$$u_1=\beta[-b_7\sin(\beta z)+b_3\mathrm{sh}(\beta z)]-[b_7\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2g_n\mathrm{sh}(g_nz)+b_3\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_4g_n\mathrm{sh}(g_nz)] \quad , \tag{80}$$

$$\phi_1=\beta[b_1\cos(\beta z)+b_1\mathrm{ch}(\beta z)-b_8\sin(\beta z)+b_4\mathrm{sh}(\beta z)]-[b_1\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_3g_n\mathrm{sh}(g_nz)+b_1\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_1g_n\mathrm{sh}(g_nz)+b_8\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2g_n\mathrm{sh}(g_nz)+b_4\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_4g_n\mathrm{sh}(g_nz)]\,, \tag{81}$$

$$m_1=\beta[-b_9\sin(\beta z)+b_5\mathrm{sh}(\beta z)]-$$

$$[b_9\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2 g_n \mathrm{sh}(g_n z)+b_5\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_4 g_n \mathrm{sh}(g_n z)]\ ,\quad (82)$$

$$q_1=\beta[b_2\mathrm{ch}(\beta z)-b_2\cos(\beta z)-b_{10}\sin(\beta z)+$$
$$b_6\mathrm{sh}(\beta z)]-[b_2\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_3 g_n \mathrm{sh}(g_n z)-b_2\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_1 g_n \mathrm{sh}(g_n z)+$$
$$b_{10}\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_2 g_n \mathrm{sh}(g_n z)+b_6\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_4 g_n \mathrm{sh}(g_n z)]\text{。}\quad (83)$$

桩底为固定边界，即

$$U_{\mathrm{p}}(z)\Big|_{z=L}=0\ ,\quad \frac{\mathrm{d}U_{\mathrm{p}}(z)}{\mathrm{d}z}\Big|_{z=L}=0\ ,\quad (84)$$

可有

$$u_0(L)U_0+\phi_0(L)\Phi_0+m_0(L)M_0+q_0(L)Q_0=0\ ,\quad (85)$$

$$u_1(L)U_0+\phi_1(L)\Phi_0+m_1(L)M_0+q_1(L)Q_0=0\ ,\quad (86)$$

联立上两式有

$$M_0=\frac{q_0(L)\phi_1(L)-q_1(L)\phi_0(L)}{q_1(L)m_0(L)-m_1(L)q_0(L)}\Phi_0+$$
$$\frac{q_0(L)u_1(L)-q_1(L)u_0(L)}{q_1(L)m_0(L)-m_1(L)q_0(L)}U_0\ ,\quad (87)$$

$$Q_0=\frac{m_0(L)u_1(L)-m_1(L)u_0(L)}{m_1(L)q_0(L)-q_1(L)m_0(L)}U_0+$$
$$\frac{m_0(L)\phi_1(L)-m_1(L)\phi_0(L)}{m_1(L)q_0(L)-q_1(L)m_0(L)}\Phi_0\text{。}\quad (88)$$

根据动力阻抗的定义，可以得到单桩水平动力阻抗 K_{h}，摇摆动力阻抗 K_{r}，以及水平－摇摆耦合动力阻抗 K_{hr}：

$$K_{\mathrm{h}}=\frac{m_0(L)u_1(L)-m_1(L)u_0(L)}{m_1(L)q_0(L)-q_1(L)m_0(L)}=F_{\mathrm{h1}}+\mathrm{i}F_{\mathrm{h2}}\ ,\quad (89)$$

$$K_{\mathrm{r}}=\frac{q_0(L)\phi_1(L)-q_1(L)\phi_0(L)}{q_1(L)m_0(L)-m_1(L)q_0(L)}=F_{\mathrm{r1}}+\mathrm{i}F_{\mathrm{r2}}\ ,\quad (90)$$

$$K_{\mathrm{hr}}=\frac{m_0(L)\phi_1(L)-m_1(L)\phi_0(L)}{m_1(L)q_0(L)-q_1(L)m_0(L)}=F_{\mathrm{hr1}}+\mathrm{i}F_{\mathrm{hr2}}\ ,\quad (91)$$

$$K_{\mathrm{rh}}=\frac{q_0(L)u_1(L)-q_1(L)u_0(L)}{q_1(L)m_0(L)-m_1(L)q_0(L)}=F_{\mathrm{rh1}}+\mathrm{i}F_{\mathrm{rh2}}\text{。}\quad (92)$$

可以证明 $K_{\mathrm{hr}}=K_{\mathrm{rh}}$，在这里不做详细推导。

可分别定义水平动力阻抗刚度因子 f_{h1}、阻尼刚度因子 f_{h2}，摇摆动力刚度因子 f_{r1}、阻尼刚度因子 f_{r2}，水平－摇摆动力刚度因子 f_{hr1}、阻尼刚度因子 f_{hr2} 如下：

$$f_{\mathrm{h1}}=\frac{F_{\mathrm{h1}}}{E_{\mathrm{p}}I_{\mathrm{p}}}\ ,\quad f_{\mathrm{h2}}=\frac{F_{\mathrm{h2}}}{E_{\mathrm{p}}I_{\mathrm{p}}}\ ,\quad f_{\mathrm{r1}}=\frac{F_{\mathrm{r1}}}{E_{\mathrm{p}}I_{\mathrm{p}}}\ ,$$
$$f_{\mathrm{r2}}=\frac{F_{\mathrm{r2}}}{E_{\mathrm{p}}I_{\mathrm{p}}}\ ,\quad f_{\mathrm{hr1}}=\frac{F_{\mathrm{hr1}}}{E_{\mathrm{p}}I_{\mathrm{p}}}\ ,\quad f_{\mathrm{hr2}}=\frac{F_{\mathrm{hr2}}}{E_{\mathrm{p}}I_{\mathrm{p}}}\text{。}\quad (93)$$

3　与其他解的对比及分析

从以上分析可知，本文基于 Biot 动力固结方程，通过较严格的解析求解，得到了饱和土层中桩水平振动下桩顶动力阻抗的解析表达式。将本文得到的饱和土在水平振动下的动力响应退化到单相，即得到和文献[4]单相土层完全相同的解，也就是说 Nogami 单相土层解即本文解退化到单相土层的特解。已知研究表明[16-17]，在平面问题中，当饱和土层中空隙流体无渗流的情况下，如饱和黏土等封闭系统时，k_{d}' 趋近于 0，即得封闭系统情况下只有一个 P 波和一个 S 波作用，且有 $V_{\mathrm{p}}=\sqrt{(\lambda+2G+k_{\mathrm{f}}/n)/\rho}$，$V_{\mathrm{s}}=\sqrt{G/\rho}$，即可认为此时饱和土层可等效为压缩波速与剪切波速等于由上式确定的 V_{p}，V_{s} 的单相土层。值得注意的是，等效的单相土层波松比 $\gamma=(V_{\mathrm{p}}^2-2V_{\mathrm{s}}^2)/[2(V_{\mathrm{p}}^2-V_{\mathrm{s}}^2)]$，趋近于 0.5。从图 2 中可以看出，在本文解中，当渗透系数为 $k_{\mathrm{d}}'=0$ 时，水平刚度系数和阻尼系数同等效单相解基本重合。

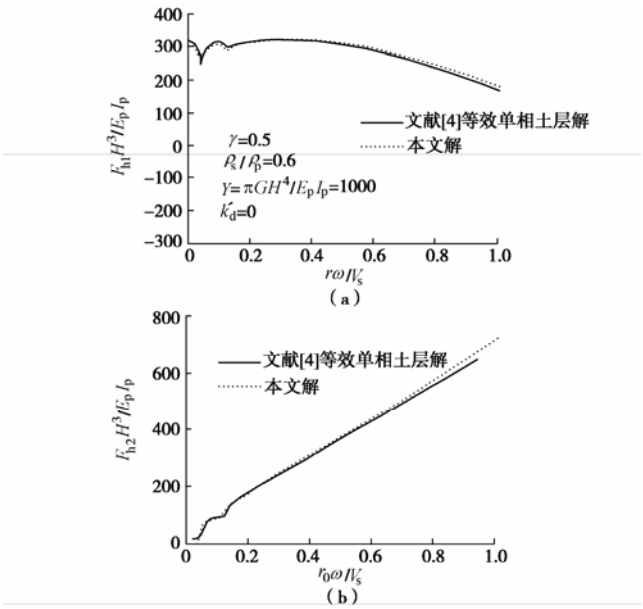

图 2　与等效单相土层解对比

Fig. 2 Comparison between present solution and equivalent single-phase solution

图 3～5 为渗透系数对三种阻抗因子影响随频率变化曲线图。横坐标为无量纲频率 $a_0=\omega r_0/V_{\mathrm{s}}$，其中 $V_{\mathrm{s}}=\sqrt{G/\rho}$。分析中参数按以下取值：$E_{\mathrm{p}}$=25.5 GPa，$\rho_{\mathrm{p}}$=2500 kg/m^3，$\rho_{\mathrm{s}}$=2700 kg/m^3，$\rho_{\mathrm{f}}$=1000 kg/m^3，$\alpha$=1，$n$=0.375，$k_{\mathrm{d}}$=0.01 m/s，泊松比 ν_{s}=0.25。

从图可以看出，当动力渗透系数在 10^{-7}～10^{-4} 变化时，动力渗透系数对桩顶阻抗影响较大，随着渗透系数的增大，3 种阻抗因子均随之减小。而当渗透系数在小于 10^{-7} 或大于 10^{-4} 变化时，对桩顶阻抗基本无影响，这对实际工程应用方面有重要意义。当渗透系数小于 10^{-7} 时，即封闭性较好的黏性土层中，可以采用泊松比取为 0.5 的单相土层解来替代饱和土层解，也就是很多研究中常采用的等效单相土层解，但在以

前的研究中，基本上都没有定量的给出替代的条件。当动力渗透系数大于 10^{-4} 时，土层的透水性较好，基本上可以用渗透系数无穷大的解来替代，可很好的简化计算，减小计算量。

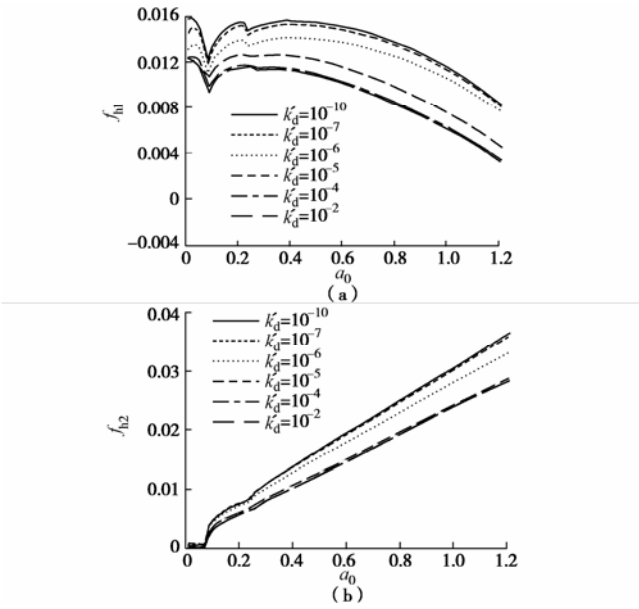

图 3 动力渗透系数对单桩水平振动复刚度因子影响

Fig. 3 Variations of horizontal stiffness factor and damping factor with permeability coefficient

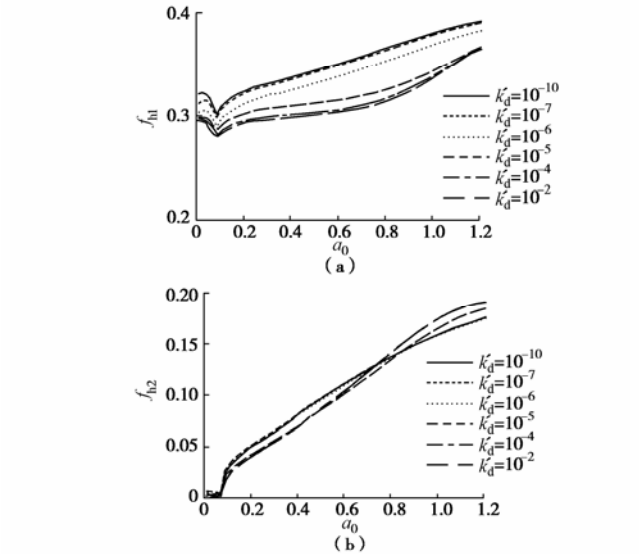

图 4 动力渗透系数对单桩摇摆振动复刚度因子影响

Fig. 4 Variations of rocking stiffness factor and damping factor with permeability coefficient

4 结 语

基于Biot动力固结方程，引入势函数对方程解耦，采用算子分解及分离变量法得到饱和土层水平振动解析表达式，结合桩土耦合条件得到了饱和土中端承桩水平振动的定解。将本文解与文献解进行对比，表明当动力渗透系数小于 1×10^{-7} 时，即可将饱和土按压缩波速与剪切波速等效的单相土层来计算。当渗透系数大于 10^{-4} 时，饱和土动力阻抗可按渗透系数趋于无穷大来计算。但渗透系数在大于 10^{-7} 小于 10^{-4} 变化时，随着渗透系数的增大，动力阻抗减小。

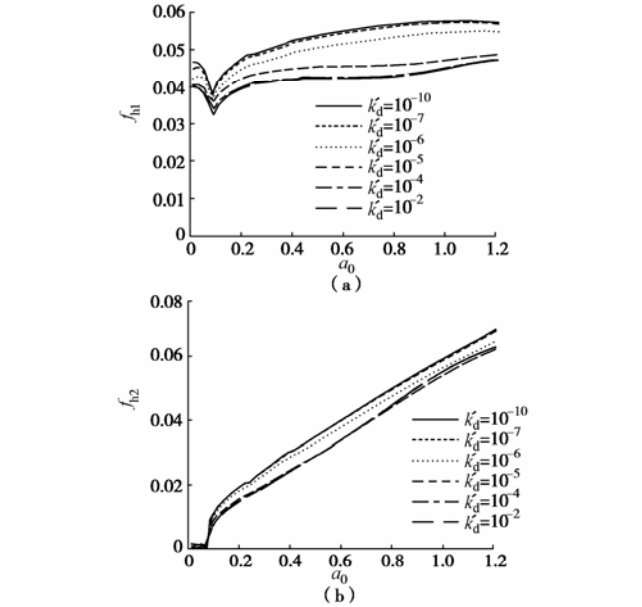

图 5 动力渗透系数对单桩水平－摇摆耦合振动复刚度因子影响

Fig. 5 Variations of coupled horizontal-rocking stiffness factor and damping factor with permeability coefficient

参考文献：

[1] NOVAK M, ABOUL-ELLA F. Dynamic stiffness and damping of piles[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1974, **11**: 574－598.

[2] NOVAK M, ABOUL-ELLA F. Impendence functions of pile in layered media[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1978, **104**(6): 643－669.

[3] NOGAMI T, NOVAK M. Resistance of soil to a horizontally vibrating pile[J]. Earthquake Engineering and Structural, 1977, **5**: 249－261.

[4] NOVAK M, NOGAMI T. Soil-pile interaction in horizontal vibration[J]. Earthquake Engineering and Structural, 1977, **5**: 263－281.

[5] SHINTARO B, NOGAMI T. Lateral cyclic response of piles in viscoelastic Winkler subgrade[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1994, **120**(4): 758－775.

[6] GAZETAS G, DOBRY R. Horizontal response of piles in layered soils[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1984, **110**(1): 20－40.

[7] BIOT M A. The theory of propagation of elastic waves in a

fluid-saturated porous soild: I. low-frequency range[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1956, **28**: 168 – 178.

[8] BIOT M A. The theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous soild: II. higher-frequency range[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1956, **28**: 179 – 191.

[9] BIOT M A. Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1962, **34**: 1254 – 1264.

[10] 杨　峻, 吴世明. 非均质流固耦合介质对称动力问题的时域解[J]. 力学学报, 1996, **28**(3): 308 – 318. (YANG Jun, WU Shi-ming. Transient solutions of axisymmetric dynamic problem for inhomogeneous two phase media[J]. Acta Mechanica Sinica, 1996, **28**(3): 308 – 318. (in Chinese))

[11] ZENG X, RAJAPAKSE R K N D. Dynamic axial load transfer from elastic bar to poroelastic medium[J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, 1999, **125**(9): 1048 – 1055.

[12] 张玉红, 黄　义. 两相介质饱和土三维非轴对称稳态响应分析[J]. 应用力学学报, 2002, **19**(3): 85 – 89. (ZHANG Yu-hong, HUANG Yi. Stable response of the 3-D non-axisymmetric two-phase water-saturated soil[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2002, **19**(3): 85 – 89. (in Chinese))

[13] 尚守平, 余　俊, 王海东, 任　慧. 饱和土中桩水平振动分析[J]. 岩土工程学报, 2007, **24**(9): 1696 – 1702. (SHANG Shou-ping, YU Jun, WANG Hai-dong, REN Hui. Horizontal vibration of piles in saturated soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, **24**(9): 1696 – 1702. (in Chinese))

[14] KASSIR M K. Rotatory and horizontal vibrations of a circular surface footing on a saturated elastic half-space[J]. Int J Solids Srructures, 1996, **33**(2): 265 – 281.

[15] SENJUNTICHAI T, RAJAPAKSE R K N D. Transient response of a circular cavity in a porolastic medium[J]. Int J Numer Anal Meth Geomech, 1993, **17**: 357 – 383.

[16] 吴世明. 土动力学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2000. (WU Shi-ming. Soil dynamics[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2000. (in Chinese))

[17] 杨　军, 宋二祥, 陈肇元. 桩在饱和土中水平振动的辐射阻尼简化算法[J]. 岩土力学, 2002, **23**(2): 179 – 183. (YANG Jun, SONG Er-xiang, CHEN Zhao-yuan. Simple radiation damping model for horizentally vibration pile in saturated soil[J]. Rock and Soil mechanics, 2004, **23**(2): 179 – 183. (in Chinese))

《植被防护土坡的计算方法》一书出版

水利部、交通部、电力工业部南京水利科学研究院周成教授所著，《植被防护土坡的计算方法》一书，2008 年入选全国水利重点科技专著出版项目，近期由中国水利水电出版社发行。该书倡导植被防护土坡不应该只是一种绿化环境的行为，而应该是基于渐进变形控制与生态护坡的思想，利用植被根系和枝茎加固边坡，结合必要的基础工程措施，实现土坡变形自适应防护的环境岩土工程技术。该书弥补了目前土坡生态防护领域缺少计算理论和设计方法的不足，建立了从传统的“被动性支护”走向经济的“主动性防御” 的土坡渐进变形防护新机制。从土力学、土壤学、植物学的角度，介绍了植被根茎防护土坡的机理、植被防护土坡的类型及计算分析方法和设计原则。把复杂的土力学理论模型，以简单的方式表达，可以用 Excel 等基本软件计算。介绍了非饱和土的简化固结理论以及简单解析和数值分析方法，可以应用于土坡地下水位上下的非饱和与饱和土的渐进变形计算和分析。该书是从事植被生态护坡技术研究与应用的设计、施工技术人员和教学、科研人员不得不读的一本好书。

该书定价 20 元，全国各书店有售。也可以与《岩土工程学报》编辑部联系邮购（025-85829534）。

（中国水利水电出版社王丽　供稿）