

岩石非线性蠕变损伤模型的研究

朱昌星, 阮怀宁, 朱珍德, 罗润林

(河海大学岩土工程研究所, 江苏 南京 210098)

摘要: 在非线性黏弹塑性流变模型的基础上, 根据时效损伤和损伤加速门槛值的特点, 建立了非线性蠕变损伤模型, 并通过对锦屏二级水电站深埋长大引水隧洞板岩剪切流变试验验证了模型的正确性。研究表明, 这种非线性蠕变损伤模型, 不但能很好地反映岩石蠕变全过程, 而且, 也能合理地描述不同应力下板岩的初始蠕变损伤、稳态蠕变损伤和加速蠕变损伤。

关键词: 时效损伤; 损伤加速门槛值; 加速蠕变损伤

中图分类号: TU452

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2008)10-1510-04

作者简介: 朱昌星(1976-), 男, 博士研究生, 主要从事岩石力学与工程方面的研究。E-mail: zcx7685@yahoo.com.cn。

Non-linear rheological damage model of rock

ZHU Chang-xing, RUAN Huai-ning, ZHU Zhen-de, LUO Run-lin

(Institute of Geotechnical Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: According to the characteristics of time-dependent damage and the threshold of accelerating damage, an evolvement equation of creep damage based on non-linear visco-elasto-plastic rheological model was established. Its correctness was validated by the tests on shear rheological results of slates of large and long water transfer tunnel at Jingping Hydropower II. It was shown that the non-linear rheological damage model could not only reflect the whole rheology process of rock, but also describe efficiently the primary, stationary and tertiary rheological damages for slates under the conditions of different stresses.

Key words: time dependent damage; threshold of accelerating damage; rheology damage of acceleration

0 引言

大量的工程实践和岩石室内试验表明^[1]: 损伤效应是岩体破坏一个重要因素, 特别是软岩, 损伤效应更为明显, 并且岩体的损伤效应具有明显的时效性。尽管损伤力学的研究是从金属材料的蠕变损伤理论开始的, 但迄今为止, 岩石的非线性流变损伤机制以及非线性流变损伤模型仍没有得到很好地解决。

为了更好描述岩石的蠕变行为, 不少学者从经典和非经典黏塑性理论以及考虑岩石损伤得出了岩石的蠕变本构模型。由于盐岩在能源贮存以及核废料处理中的重要性, 因而对盐岩蠕变和损伤耦合的流变本构模型取的了较多的进展。Chan 等^[2-4]提出了一种盐岩蠕变、损伤断裂多机制耦合模型, 该模型可以较好地描述盐岩的蠕变损伤特征性; 杨春和等^[5]基于谢和平^[6]提出的损伤模型, 通过对盐岩蠕变试验研究, 分析了盐岩蠕变损伤的特点, 给出了一个反映盐岩蠕变全过程的非线性蠕变本构方程; Aubertin 等^[7-8]建立了盐岩以内部状态变量表述的蠕变方程, 同时引入损伤变量, 建立了新的流变模型, 可描述软岩在硬化和软化过程中的半脆性特性, 还能用于延性和脆性范围; 缪

协兴等^[9]通过大量的岩石蠕变试验研究, 总结出了以能描述损伤历史的蠕变模量为参数的岩石蠕变损伤方程, 该方程能方便地定出任意蠕变时刻的损伤状态和进行蠕变损伤的测定; Haupt 等^[10]研究了盐岩的应力松弛特性, 提出了一个蠕变和松弛函数分离的本构方程; Yahya 等^[11]对文献[12, 13]提出的流变模型进行了改进, 建立了用内变量表述能够描述盐岩塑性、蠕变和松弛特性的统一表达式。王贵君^[14]在 Carter 流变模型基础上, 提出了“损伤增速界限”的概念, 建立了一种盐岩流变损伤模型, 该模型应用范围较广。本文将在岩体蠕变时效损伤的研究基础上, 根据蠕变损伤的基本理论, 探讨岩石非线性蠕变损伤本构模型。

1 岩石蠕变损伤分析

岩石蠕变条件下的总损伤分为两部分, 可写成以下形式:

$$D(\sigma, t) = D(\sigma, 0) + D^c(\sigma, t) \quad (1)$$

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(50539090); 国家自然科学基金项目(50674040)

收稿日期: 2007-11-02

式中 $D(\sigma, 0)$ 为施加应力所产生的瞬时损伤;
 $D^c(\sigma, t)$ 为时效蠕变损伤。故

$$\dot{D}(\sigma, t) = \dot{D}(\sigma, 0) + \dot{D}^c(\sigma, t) = \dot{D}^c(\sigma, t) \quad (2)$$

对于单轴应力状态, Kachanov 根据金属棒的一维拉伸试验, 提出蠕变条件下的损伤发展方程:

$$\dot{D}^c(\sigma, t) = \left[\frac{\sigma}{B(1-D(\sigma, t)-D(\sigma, 0))} \right]^v \quad (3)$$

式中, B , v 为依赖于温度的材料常数, 由常应力蠕变试验确定。

一些文章曾讨论过岩石时效损伤的应力阈值问题, 实际上, 蠕变应力阈值的概念是与岩石的长期强度一致的。岩石的长期强度就是使岩石在无限长时间内因蠕变达到破坏的应力最低值。这就是说, 当岩石所承受应力大于长期强度时, 岩石在有限的时间内发生破坏; 而当岩石所承受应力小于长期强度时, 永远不可能使之发生蠕变破坏。对一种特定的岩石, 长期强度 σ_∞ 于其单轴抗压强度 σ_c 必有比例关系:

$$\sigma_\infty / \sigma_c = \gamma_a \quad (4)$$

因此, $\sigma / \sigma_c < \gamma_a$ 的情况下不存在第三阶段的加速蠕变, 即岩石不会发生破坏; 而在 $\sigma / \sigma_c \geq \gamma_a$ 的情况下则总有加速蠕变阶段。这样, 在进行岩石的蠕变损伤分析是可以分不同情况分别处理。

(1) $\sigma / \sigma_c < \gamma_a$ 时, 岩石的损伤率与应力及损伤状态有关, 且蠕变损伤量最后趋于一定值, 下面给出蠕变演化方程:

参考式 (3), 岩石蠕变条件下的时效蠕变损伤 $D^c(\sigma, t)$ 的变化律可表达为

$$\dot{D}^c(\sigma, t) = \left[\frac{\sigma^*}{B(1-D(\sigma, t)-D(\sigma, 0))} \right]^v \quad (5)$$

式中, B , v 为依赖于温度的材料常数, σ^* 为损伤等效应力^[14]。

$$\sigma^* = \sigma \left[\frac{2}{3}(1+\mu_0) + 3(1-2\mu_0) \left(\frac{\sigma_m}{\sigma} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (6)$$

式中, μ_0 为初始 (瞬时) 侧向变形系数。

$$\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3 \quad (7)$$

边界条件:

$$\begin{cases} D^c(\sigma, 0) = 0, \\ D^c(\sigma, \infty) = D_m(\sigma) - D(\sigma, 0), \end{cases} \quad (8)$$

得

$$D^c(\sigma, t) = [D_m(\sigma) - D(\sigma, 0)] \cdot$$

$$\left\{ 1 - D(\sigma, 0) - \left[(1 - D_0(\sigma, 0))^{(v+1)} - (v+1) \left(\frac{\sigma^*}{B} \right)^v t \right]^{\frac{1}{v+1}} \right\} \quad (9)$$

式中, $D_m(\sigma)$ 表示一定应力水平 σ 下的最大损伤量。

(2) $\sigma / \sigma_c \geq \gamma_a$ 时需要考虑与第三阶段蠕变相对应的蠕变损伤演化。设第二阶段蠕变结束的时间是 t_{II} , 对应的岩石损伤量为 D_{II} , 于是提出蠕变损伤演化方程如下:

a) $t < t_{II}$ 时, 边界条件:

$$\begin{cases} D^c(\sigma, 0) = 0, \\ D^c(\sigma, t_{II}) = D_{II}(\sigma) - D(\sigma, 0), \end{cases} \quad (10)$$

求解得

$$D^c(\sigma, t) = [D_{II}(\sigma) - D(\sigma, 0)] \cdot$$

$$\left\{ 1 - D(\sigma, 0) - \left[(1 - D_0(\sigma, 0))^{(v+1)} - (v+1) \left(\frac{\sigma^*}{B} \right)^v t \right]^{\frac{1}{v+1}} \right\} \quad (11)$$

b) $t > t_{II}$ 时, 蠕变损伤迅速增长, 在此基础上由边界条件:

$$D^c(\sigma, t_R) = D_R(\sigma) - D(\sigma, 0) \quad (12)$$

可得

$$\dot{D}^c(\sigma, t) =$$

$$\left[\frac{\sigma^*}{B(1-D(\sigma, t)-D(\sigma, 0))(1-D(\sigma, 0)-D(\sigma, t)-D_\alpha)} \right]^v \quad (13)$$

式中, t_R, D_α 分别为岩石的蠕变破坏时间及蠕变破坏损伤临界值。由于式 (13) 解析解不易求出, 本文采用数值解代替解析解。

综合, 可以蠕变损伤演化方程写成统一形式

$$\dot{D}^c(\sigma, t) =$$

$$\left[\frac{\sigma^*}{B(1-D(\sigma, t)-D(\sigma, 0))(1-D(\sigma, 0)-\langle D(\sigma, t) - D_\alpha \rangle)} \right]^v \quad (14)$$

式中,

$$\langle x \rangle = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ x, & x > 0, \end{cases} \quad (15)$$

模型中所有参量和系数均可由实验求取。

2 岩石非线性黏弹塑性损伤流变模型

根据损伤力学基础理论, 将损伤变量引入到所建非线性黏弹塑性流变本构模型中^[15], 建立岩石非线性蠕变损伤本构模型。

考虑损伤后可以认为是流变模型的材料参数在变化。设无损伤的岩石弹性模量为 $E_i (i=1, 2)$ 、黏滞系数为 $\eta_i (i=2, 3, 4)$, 有损伤的岩石弹性模量为 E_i^* ($i=1, 2$)、黏滞系数为 $\eta_i^* (i=2, 3, 4)$, 有效参数可表示为

$$\begin{cases} E_1^* = E_1(1 - D(\sigma, t)), \\ E_2^* = E_2(1 - D(\sigma, t)), \\ \eta_2^* = \eta_2(1 - D(\sigma, t)), \\ \eta_3^* = \eta_3(1 - D(\sigma, t)), \\ \eta_4^* = \eta_4(1 - D(\sigma, t)). \end{cases} \quad (16)$$

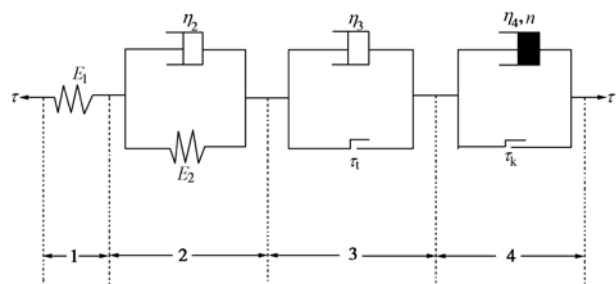


图 1 岩石非线性黏弹塑性损伤流变模型

Fig. 1 Non-linear visco-elasto-plastic rheological damage model of rock

可以得到如下的非线性黏弹那塑性流变损伤模型，其相应的状态方程如式（17）所示：

$$\begin{cases} \tau = \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4, \\ \gamma = \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4, \\ \tau_1 = E_1(1 - D(\sigma, t))\gamma_1, \\ \tau_2 = \eta_2(1 - D(\sigma, t))\dot{\gamma}_2 + E_2(1 - D(\sigma, t))\gamma_2, \\ \tau_3 = \eta_3(1 - D(\sigma, t))\dot{\gamma}_3 + \tau_1, \\ \tau_4 = \eta_4(1 - D(\sigma, t))\dot{\gamma}_4 / (nt^{n-1}) + \tau_k. \end{cases} \quad (17)$$

式中 τ 和 γ 分别为模型总的应力和应变； τ_1 、 τ_2 、 τ_3 和 τ_4 为 1、2、3 和 4 部分的剪应力； γ_1 、 γ_2 、 γ_3 和 γ_4 分别为 1、2、3、4 部分的剪应变； E_1 、 E_2 、 η_2 、 η_3 和 η_4 分别为材料的弹性、黏性参数； n 为流变指数； τ_i 和 τ_k 分别为裂纹起裂初始值和裂纹加速扩展临界值； D 为损伤变量。

根据上式可以得到非线性黏弹塑性流变损伤模型的本构方程为

$$\ddot{\gamma} + \frac{E_2}{\eta_2}\dot{\gamma} = \frac{1}{E_1(1-D(\sigma, t))}\ddot{\tau} + \left(\frac{1}{\eta_2(1-D(\sigma, t))} + \frac{E_2}{E_1\eta_2(1-D(\sigma, t))} \right)\dot{\tau} + \frac{E_2}{\eta_2\eta_3(1-D(\sigma, t))}\frac{\tau - \tau_i}{\eta_4(1-D(\sigma, t))}\dot{\tau} + \frac{n(n-1)t^{n-2}(\tau - \tau_k)}{\eta_4(1-D(\sigma, t))} + \frac{E_2}{\eta_2}\frac{nt^{n-1}(\tau - \tau_k)}{\eta_4(1-D(\sigma, t))} + \frac{E_2}{\eta_2}\int \frac{nt^{n-1}(\tau - \tau_k)}{\eta_4}dt. \quad (18)$$

表 1 板岩剪切流变模型参数

Table 1 The parameters of the shear rheological model of slates

正应力 /MPa	剪应力 /MPa	E_1 /GPa	E_2 /GPa	η_2 /(GPa · d ⁻¹)	η_3 /(GPa · d ⁻¹)	η_4 /(GPa · d ⁻¹)	n
2.0	2.0	67.8	69.2	5208	95000		1.03
	4.0	78.3	78.2	5208	180000		
	6.0	74.8	78.2	6458	178571		
	8.0	81.0	71.9	6458	238000		
	10.0	84.5	78.0	6458	238000		
		87.5	81.0	6458	416665	138888	

考虑初始条件 $t = 0$ ， $\gamma = \tau_0/E_1$ ，应力 $\tau = \tau_0$ 为常数蠕变情况时，由流变本构关系式可得蠕变方程如下：

（1）当 $\tau \leq \tau_i$ 时，有

$$\gamma = \frac{\tau_0}{E_1(1-D(\sigma, t))} + \frac{\tau_0}{E_2(1-D(\sigma, t))} \left[1 - \exp\left(-\frac{E_2}{\eta_2}t\right) \right]. \quad (19)$$

（2）当 $\tau_i \leq \tau \leq \tau_k$ 时，有

$$\gamma = \frac{\tau_0}{E_1(1-D(\sigma, t))} + \frac{\tau_0}{E_2(1-D(\sigma, t))} \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{E_2}{\eta_2}t\right) \right] + \left(\frac{\tau_0 - \tau_i}{\eta_3(1-D(\sigma, t))} \right)t. \quad (20)$$

（3）当 $\tau > \tau_k$ 时，有

$$\gamma = \frac{\tau_0}{E_1(1-D(\sigma, t))} + \frac{\tau_0}{E_2(1-D(\sigma, t))} \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{E_2}{\eta_2}t\right) \right] + \left(\frac{\tau_0 - \tau_i}{\eta_3(1-D(\sigma, t))} \right)t + \left(\frac{\tau_0 - \tau_k}{\eta_4(1-D(\sigma, t))} \right)t^n. \quad (21)$$

建立岩石非线性流变损伤模型的关键是寻求一个能够合理表征岩石加速蠕变的损伤变量。本文主要采用时效损伤 $D(\sigma, t)$ 来描述稳态蠕变和加速蠕变。

3 试验验证

图 2 中的曲线是 $\sigma = 2$ MPa 条件下板岩剪切流变试验曲线，应用试验曲线来验证本文模型是否正确。在不同荷载下，板岩出现不同的蠕变过程，利用本文模型对试验数据进行参数识别。参数识别时，根据实验曲线，初步估计参数值，再采用 DEP 算法，进行精确反演，得到参数如表 1 所示，其中时效损伤参数如下： $D_0 = 1.0 \times 10^{-5}$ ， $v = 2$ ， $D_a = 0.368$ ， $B = 463$ ， $\mu_0 = 0.42$ 。从拟合结果来看，表明该蠕变模型不仅可以反演板岩的稳态蠕变过程，也可以很好地反映板岩的加速蠕变阶段。结果表明本文提出的模型是正确的。

由图 2 可见, 试验结果与理论曲线吻合得相当理想。这表明提出的基于能量损伤理论所建立的岩石非线性蠕变损伤模型的正确性与合理。

由上可见, 基于时效损伤理论建立的岩石非线性蠕变损伤模型更能反映岩石加速蠕变损伤机制的本质。

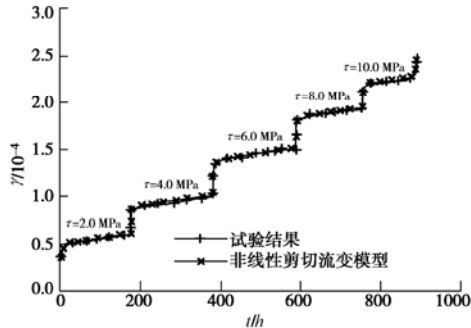


图 2 板岩拟合曲线 ($\sigma = 2 \text{ MPa}$)

Fig. 2 Fitting curves of slates ($\sigma = 2 \text{ MPa}$)

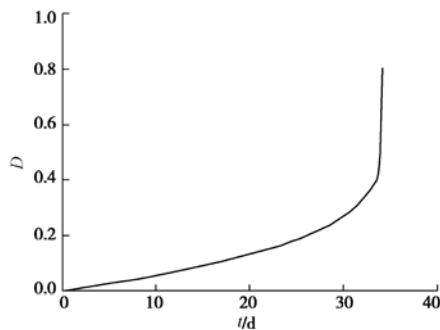


图 3 损伤变量全程变化曲线

Fig. 3 Variation of damage factor with time

4 结 语

基于时效损伤和损伤加速门槛值的特性, 建立了蠕变损伤演化方程; 将时效损伤变量引入到一个能够反映加速流变特性的岩石非线性蠕变损伤模型, 建立了岩石非线性蠕变损伤模型, 使其更能完美体现蠕变加速阶段特性。

通过对锦屏二级水电站深埋长大引水隧洞板岩剪切流变试验验证了模型的正确性。研究表明, 这种非线性蠕变损伤模型, 不但能很好地反映岩石蠕变全过程, 而且, 也能合理地描述不同应力下板岩的初始蠕变损伤、稳态蠕变损伤和加速蠕变损伤。

参考文献:

- [1] 孙 钧. 岩土材料流变及其工程应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1999. (SUN Jun. Rheology of geo-material and its engineering application[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 1999. (in Chinese))
- [2] CHAN K S, MUNSON D E, FOSSUM A F, et al. Inelastic flow behaviour of argillaceous salt[J]. Int J of Damage Mechanics, 1996(5): 293 - 314.
- [3] CHAN K S, BODNER S R, FOSSUM A F, et al. A damage mechanics treatment of creep failure in rock salt[J]. Int J of Damage Mechanics, 1996(6): 121 - 152.
- [4] CHAN K S, MUNSON D E, BODNER S R. Creep deformation and fracture in rock salt[C]// ALIABADI M H. Fracture of Rock. Boston: Southampton WIT Press, 1999.
- [5] 杨春和, 陈 锋, 曾义金. 盐岩蠕变损伤关系研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(11): 1602 - 1604. (YANG Chun-he, CHEN Feng, ZENG Yi-jin. Investigation on creep damage constitutive theory of salt rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(11): 1602 - 1604. (in Chinese))
- [6] 谢和平. 岩石混凝土损伤力学[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 1990. (XIE He-ping. Damage mechanics of rock and concrete[M]. Xuzhou: China University of Mining and Technology Press, 1990. (in Chinese))
- [7] AUBERTIN M, GILL D E, LADAYI B. An internal variable model for the creep of rock salt[J]. Rock Mech And Rock Engin, 1991, 24: 81 - 97.
- [8] AUBERTIN M, SGAOULA J, GILL D E. A visco-plastic-damage model for soft the creep of rock with low porosity[C]// Proc of 8th Int Cong on Rock Mechanics, 1995: 283 - 289.
- [9] 缪协兴, 陈至达. 岩石材料的一种蠕变损伤方程[J]. 固体力学学报, 1995, 16(4): 343 - 346. (MIAO Xie-xing, CHEN Zhi-da. A creep damage equation for rocks[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 1995, 16(4): 343 - 346. (in Chinese))
- [10] HAUPT M. A constitutive law for rock salt based on creep and relaxation tests[J]. Rock Mech and Rock Engng, 1991, 24: 179 - 206.
- [11] YAHYA O M L, AUBERTIN M, JULIEN M R. A unified representation of plasticity, creep and relaxation behaviour of rock salt[J]. Int J Rock Mech Min Sci and Geomech Abstr, 2000, 37: 787 - 800.
- [12] AUBERTIN M, GILL D E, LADAYI B. An internal variable model for the creep of rock salt[J]. Rock Mech And Rock Engin, 1991, 24: 81 - 97.
- [13] AUBERTIN M, SGAOULA J, GILL D E. A visco-plastic-damage model for soft rocks with low porosity[C]// Proc of 8th Int Cong on Rock Mechanics, 1995: 283 - 289.
- [14] 王贵君. 一种盐岩流变损伤模型[J]. 岩土力学, 2003, 24(增): 81 - 84. (WANG Gui-jun. A constitutive creep-damage model for saline rocks[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 24(S): 81 - 84. (in Chinese))
- [15] 徐卫亚, 杨圣奇, 谢守益, 等. 绿片岩三轴流变力学特性的研究(II): 模型分析[J]. 岩土力学, 2005, 26(5): 693 - 698. (XU Wei-ya, YANG Sheng-qi, XIE Shou-yi, et al. Investigation on triaxial rheological mechanical properties of green schist specimen (II): model analysis[J]. Rock and Soil Mechanics 2005, 26(5): 693 - 698. (in Chinese))