

改进的岩石节理弹性非线性法向变形本构模型研究

俞 缙¹, 赵晓豹², 赵维炳¹, 李晓昭², 关云飞¹

(1. 南京水利科学研究院岩土工程研究所, 江苏 南京 210024; 2. 南京大学地球科学系, 江苏 南京 210093)

摘 要: 回顾了已有的几类岩石节理法向变形本构模型, 指出以往模型在中应力水平条件下模拟结果与试验结果发生偏离的现象。针对这一问题, 引入“半值节理最大闭合量应力” $\sigma_{1/2}$ 概念, 着重论述了传统的 BB 模型与经典指数模型本身所固有的数学缺陷。随后, 以 Malama 和 Kulatilake (2003) 提出的统一指数模型为例, 进一步阐明模型改进的必要性, 同时分析了该模型因采用对 $\sigma_n/\sigma_{1/2}$ 项添加幂函数 n 的修正方式而丢失节理法向初始刚度 K_{ni} 的物理意义这一不足之处。基于上述研究, 根据前人试验数据分析建立单调加载条件下岩石节理法向应力-位移关系曲线的控制微分方程, 定义拟节理最大允许闭合量 $D_{\max}=\xi d_{\max}$ 的概念, 提出一种新的三参数本构模型——改进的岩石节理弹性非线性法向变形本构关系, 并在数学上严格证明了 BB 模型与经典指数模型是新模型的两个特例。新模型克服了前述模型数学上的缺陷, 弥补了以往模型模拟结果与试验结果发生偏离的不足, 且没有因新参数 ξ 的添加丢失 K_{ni} 的物理意义。最后采用新模型对他人试验结果进行预测, 建议了修正参数 ξ 的确定方法。模型预测结果与试验结果吻合良好, 进而验证了本文模型的可行性。

关键词: 岩石节理; 弹性非线性; 法向变形; 本构模型; 半值节理最大闭合量应力

中图分类号: TU452

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2008)09-1316-06

作者简介: 俞 缙(1978-), 男, 江苏南京人, 博士研究生, 主要从事岩土力学、岩土工程测试技术及地基处理方面的科研工作。E-mail: bugyu0717@163.com。

Improved nonlinear elastic constitutive model for normal deformation of rock fractures

YU Jin¹, ZHAO Xiao-bao², ZHAO Wei-bing¹, LI Xiao-zhao², GUAN Yun-fei¹

(1. Geotechnical Engineering Department, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210024, China; 2. Department of Earth Sciences, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

Abstract: Some nonlinear elastic constitutive models for normal deformation of rock fracture were reviewed and the significant deviation of these models from experimental results at median stress level was pointed out. A new concept named half-closure stress $\sigma_{1/2}$ was introduced to lay emphasis on the analysis of the mathematical defects of both the BB model and the classical exponential model. The generalized exponential model proposed by Malama and Kulatilake (2003) was treated as an example for further explanation of the necessity for model improvement, meanwhile the deficiency of physical meaning of the initial normal stiffness of fracture K_{ni} because of the modification by accession of power function n on $\sigma_n/\sigma_{1/2}$ was analyzed. Based on the above researches, a governing differential stress-displacement equation of fractures under monotonically raising normal compressive loading was established, and the concept of maximum allowable closure of pseudo fracture $D_{\max}=\xi d_{\max}$ was defined. Then a new 3-parameter constitutive model which could improve the nonlinear elastic normal deformation behavior of fractures was proposed. It was strictly proved that the BB model and the classical exponential model were two special cases of the new model. The new parameter was easy to be determined, and the mathematical defects of the BB model and the classical exponential model were overcome. Counteracting the deviation of the simulated results of these traditional nonlinear models with the test results at median stress level, the physical meaning of K_{ni} would not be lost with the accession of the new parameter. The predicated results fitted with the test results well in adopting the new model for the predication of other test data, which verified the feasibility of the new model.

Key words: rock fracture; elastic nonlinearity; normal deformation; constitutive model; half-closure stress

0 引 言

岩石节理在压应力作用下产生的变形直接影响到岩石的裂隙分布、接触面分布及裂隙空间连通等特性, 这些特性的改变是岩体材料变形、破坏及导水特性发

基金项目: 国家自然科学基金项目(40702046); 教育部首批“新世纪优秀人才支持计划”项目(NCET-04-0454); 南京水利科学研究院博士研究生基金项目(YY30602)

收稿日期: 2007-11-02

生变化的主要力学机制。因此岩石节理法向变形本构关系成为节理岩体力学及岩体水力学研究中的基础课题^[1]。目前对节理岩体变形本构模型的研究大致分为两类：一类是从损伤理论出发，引入损伤因子对其进行研究，代表性模型如 Desai (1992) 提出的 DSC 模型^[2]。另一类研究方法则以节理面本身为研究对象，将其视作位移不连续体，分析其不同受力条件下的接触状态和本构关系，本文的工作即属这一类型。

岩石节理法向变形特性在静态单调加载条件下已得到广泛研究：Shehata (1971)^[3]首先采用半对数函数模型进行模拟。随后 Goodman (1975) 建议用双曲线模型来描述节理法向闭合量 d_n 和节理法向压应力 σ_n 的关系^[4]。接着 Kulhaway (1975) 提出了另一种形式更为简洁的双曲线模型^[5]。在对闪长岩、石灰岩、砂岩、泥质粉砂岩等不同岩性岩石进行大量室内试验的基础上，Bandis 等 (1983)^[6]指出节理法向变形与法向应力对数值在整个应力域中并非呈线性关系，并和 Barton 等 (1985)^[7]共同修正了 Goodman 模型，建立了一种新的双曲线模型——BB 弹性非线性模型（以下简称“BB 模型”）。该模型简洁直观且参数易于通过试验直接获得，并能较好的反映节理变形的非线性特征，在岩石力学与工程领域中被广泛运用。此外，Swan (1983)^[8]、Sun 等 (1985)^[9]、Matsuki 等 (2001)^[10]、Xia 等 (2003)^[11]基于 Hertzian 接触理论，也各自提出了能够反映岩石节理非线性变形特征的模型。与前述模型不同，此类模型利用接触面积增大和接触体数量增加来反映变形的非线性，而仍假设粗糙微粒经历线弹性变形。近年来节理动态加载条件下的变形特性研究也有所进展：Cai 等 (2001)^[12]在采用动态单轴压力实验机的节理岩石加载试验中，在应变率为 $10^{-1} \sim 10^0/s$ 以下时，将 BB 模型推广至动态条件。Yang 等 (2005)^[13]利用灰泥材料人工制备节理，进行 10^{-1} （准静态） $\sim 10^3$ （动态）MPa/s 加载速率下的室内试验，进一步验证了动态 BB 模型。Wang (2007)^[14]基于试验建立了考虑率效应的节理动态经验模型。Zhao 等 (2000)^[15]和 Zhao (2004)^[16]认为天然岩石节理在地质历史中一般都经历多次变形，故也采用 BB 模型研究纵波在具有非线性法向本构关系的单一及平行节理处的传播特征。俞缙等 (2007)^[17]也分别利用 BB 模型和经典指数模型研究了不同非线性节理变形行为下纵波的传播规律。

随着对岩石节理法向变形特性研究的不断深入和试验仪器精密化程度的提高，学者们逐渐认识到以往的模型描述岩石节理应力变形曲线有时仍存在较大偏差。Malama 和 Kulatilake (2003)^[1]对 Arizona 闪长岩、花岗闪长岩岩样进行节理法向加载试验时发现，在中应力水平阶段，以往的模型模拟结果与试验结果发生

显著偏离，并在经典指数模型基础上，提出了统一指数模型（generalized exponential model）。本文较深入地揭示了该模型以及以往模型的缺陷，提出了一种改进的岩石节理弹性非线性法向变形本构关系。

1 本构模型分析

1.1 以往模型简述及其数学缺陷分析

Bandis 等^[6]和 Barton 等^[7]一同提出的节理法向变形本构关系 BB 模型如下式所示：

$$d_n = \sigma_n / [K_{ni} + (\sigma_n / d_{\max})] \quad (1)$$

式中， σ_n 为节理法向压应力， d_n 为节理法向闭合量， K_{ni} 为节理法向初始切线刚度， $d_{\max}$ 为节理法向最大允许闭合量。这里规定 σ_n ， d_n 以压缩为正，下同。 K_{ni} 和 $d_{\max}$ 可用节理粗糙系数 JRC 、节理壁压缩强度 JCS 和平均节理缝隙宽度 a_j 由经验公式求得^[6]。将式 (1) 求导可得节理法向切线刚度 K_n 的表达式：

$$K_n = K_{ni} / [1 - (d_n / d_{\max})]^2 \quad (2)$$

Malama 和 Kulatilake^[1]采用的经典指数模型参数与 BB 模型相同，模型方程与 K_n 表达式如下：

$$d_n = d_{\max} \left[1 - \exp \left(-\frac{\sigma_n}{K_{ni} d_{\max}} \right) \right] \quad (3)$$

$$K_n = K_{ni} / [1 - (d_n / d_{\max})] \quad (4)$$

此外，Swan^[8]、Sun 等^[9]利用 Hertzian 接触理论假设节理面峰值粗糙度分布符合幂函数关系，提出了幂函数模型：

$$d_n = \alpha \sigma_n^\beta \quad (5)$$

式中， α ， β 为经验常数，且 $\beta < 1$ 。需要注意的是幂函数模型并不满足 $\lim_{\sigma \rightarrow \infty} d_n = d_{\max}$ 的条件，而事实上 $\lim_{\sigma \rightarrow \infty} d_n = \infty$ 。因此 Swan^[8]和 Sun 等^[9]指出只有在低应力水平下幂函数模型才与试验结果吻合较好；另外由于 $\beta < 1$ ，节理法向初始切线刚度为无穷大，因此模型仅适于描述高柔度的岩石节理变形特性^[1]。

上述各模型只是从唯象学理论出发，基于形态相似的角度对节理法向加载试验进行建模，存在一定局限性，这里引入半值节理最大闭合量应力（half-closure stress）（以下统称为“半值应力”）概念来分析此问题。半值应力是指 d_n 达到 $d_{\max}/2$ 时，对应的 σ_n 值，记作 $\sigma_{1/2}$ 。它是应以应力的形式描述 d_n 发展速度的一个特征参数， $\sigma_{1/2}$ 越小， d_n 发展速度越快。若将 K_{ni} 和 $d_{\max}$ 视为模型的两个特征量，不妨将 $\sigma_{1/2}$ 看作为第三个特征量。由定义可知 BB 模型的半值应力 $\sigma_{1/2}^{BB} = K_{ni} d_{\max}$ ；经典指数模型的半值应力 $\sigma_{1/2}^{EXP} = K_{ni} d_{\max} \ln 2$ ；幂函数模型由于无 $d_{\max}$ 值而无法得到 $\sigma_{1/2}$ 。不难看出前两种模型的半值应力均由 K_{ni} 和 $d_{\max}$ 决定，即当 K_{ni} 和 $d_{\max}$ 确定后， $\sigma_{1/2}$ 不可调，参见图 1。这就使模型中隐含了 d_n 的发展速度完全由 K_{ni} 和 $d_{\max}$ 控制的潜在假设。然而即使

在 K_{ni} 和 d_{max} 确定的情况下, 节理法向位移曲线还与岩石的岩性、风化状态、节理面匹配度、节理面粗糙微粒空间和尺度分布状态以及接触状态等因素有关^[18], 显然前述模型具有一定的缺陷。

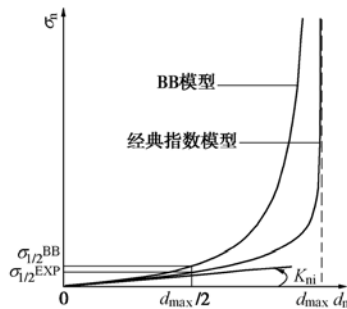


图 1 BB 模型与经典指数模型半值应力对比示意图

Fig. 1 Comparison between BB model and exponential model at half-closure stress

1.2 统一指数模型^[1]

Malama 和 Kulatilake 针对这一问题做了改进。在采用携带 LVDT 位移传感器 (精度为 $\pm 1\mu\text{m}$) 的 CT-500 型伺服控制仪对含单一节理的 Arizona 闪长岩、花岗闪长岩矩形岩样进行节理法向单调加载试验 (节理面与加载方向法向面夹角小于 1°) 时发现: 在中应力水平阶段, 以往的模型模拟结果与试验结果发生显著偏离^[1], 进而将经典指数模型改写为含有 $\sigma_{1/2}$ 的形式:

$$d_n = d_{max} \left[1 - \exp \left(-\frac{\sigma_n}{\sigma_{1/2}} \ln 2 \right) \right], \quad (6)$$

并对 $\sigma_n/\sigma_{1/2}$ 项添加幂函数 n , 提出统一指数模型:

$$d_n = d_{max} \left\{ 1 - \exp \left[-\left(\frac{\sigma_n}{\sigma_{1/2}} \right)^n \ln 2 \right] \right\}. \quad (7)$$

与 K_{ni} 和 d_{max} 类似, 幂函数 $n \in (0, 1]$ 被视为反映节理面参数的常量, 从而作为对经典指数模型修正的修正系数。该模型由于引入第三个参数 n , 在整个压应力变化域中与试验结果有更佳的拟合效果^[1], 并已被一些学者推广至模拟节理动态闭合变形试验中^[14]。

图 2 为统一指数模型示意图, 在相同 K_{ni} , d_{max} 情况下, 绘制 3 条模型曲线, 其中 $n_1 < n_2 < n_3$ 。由图可见, 3 个曲线相交于点 $(d_{max}/2, \sigma_{1/2}^{EXP})$, 且随 n 增大 d_n 的发展速度加快。显然该模型相对于经典指数模型而言, 除半值应力未被修正, 其余部分均得到改进。

然而该模型的建立却带来了一个新的问题。对式 (7) 求导得到 K_n 表达式如下:

$$K_n = \frac{\sigma_{1/2} \left\{ \ln \left[d_{max} / (d_{max} - d_n) \right] \right\}^{n-1}}{n (\ln 2)^{\frac{1}{n}} (d_{max} - d_n)}. \quad (8)$$

由上式可见, 统一指数模型自身仍有其较大的缺陷, 即当 $d_n=0$ 时, $K_{ni}=0$ 。这就意味着统一指数模型

由于采用对 $\sigma_n/\sigma_{1/2}$ 项添加幂函数 n 的修正方式, 丢失了 K_{ni} 的物理意义。本文在扬弃前述各模型缺陷的基础上, 提出了一个新的岩石节理非线性本构模型。

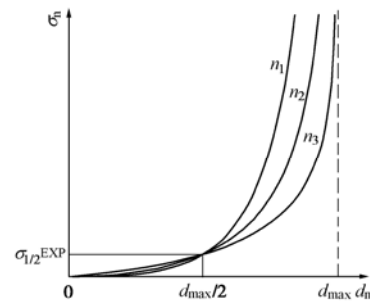


图 2 统一指数模型示意图

Fig. 2 Generalized exponential model

2 节理法向变形模型改进

2.1 模型建立

由于室内试验中常将 d_n 作为因变量, σ_n 作为自变量, 因此将节理切线柔度 C_n 作为目标参数较 K_n 更为恰当^[9]。对于一维问题, $C_n=1/K_n$ 。根据实测试验数据分析, C_n 随 d_n 的发展逐渐减小至零^[1]。由各模型定义可绘制 C_n-d_n 关系曲线, 见图 3。BB 模型在 C_n-d_n 平面上是起点为 $(0, C_{ni})$ 并与 d_n 轴交于点 $(d_{max}, 0)$ 的抛物线; 经典指数模型为这两点间的直线; 统一指数模型为起始端逼近 C_n 轴, 终点交于点 $(d_{max}, 0)$ 的曲线; 幂函数模型为两端分别逼近 C_n 轴和 d_n 轴的曲线。可见 BB 模型与经典指数模型均可明确体现 C_{ni} 、 d_{max} 值; 统一指数模型只可体现 d_{max} 值, 而 C_{ni} 值为 ∞ , 这与试验结果不符, 也与理论相背; 幂函数两者均无法体现。同样可绘制 K_n-d_n 关系曲线, 见图 4。图中统一指数模型的 K_n-d_n 曲线起始于零点且单调递增, 然而曲线呈由凸变凹的“S”型分布, 这在理论上显然无法解释。

为保留 K_{ni} 和 d_{max} 的物理意义, 理想的节理法向变形本构模型的 C_n-d_n 关系曲线应交于点 $(0, C_{ni})$ 与点 $(d_{max}, 0)$ 。这里建议将 BB 模型与经典指数模型看作为两个极端情况, 采用与 d_n 轴具有两个交点的抛物线方程对 C_n-d_n 关系进行模拟, 见图 3。第一个交点为图 3 上点 $(d_{max}, 0)$, 将另一交点写作 $(D_{max}, 0)$ 。不妨定义 D_{max} 为拟节理最大闭合量, 为便于建模, 令 $D_{max}=\xi d_{max}$, $\xi \in (1, +\infty)$, 建立控制微分方程如下:

$$\begin{aligned} C_n &= \frac{\partial d_n}{\partial \sigma_n} = q(d_{max} - d_n)(D_{max} - d_n) \\ &= q(d_{max} - d_n)(\xi d_{max} - d_n). \end{aligned} \quad (9)$$

由 C_{ni} 定义可知

$$C_{ni} = \frac{1}{K_{ni}} = q\xi d_{max}^2, \quad (10)$$

$$q = \frac{1}{\xi K_{ni} d_{\max}^2} \quad (11)$$

将式(11)代入式(9)可得

$$C_n = \frac{\partial d_n}{\partial \sigma_n} = \frac{(d_{\max} - d_n)(\xi d_{\max} - d_n)}{\xi K_{ni} d_{\max}^2} \quad (12)$$

上式即为微分形式的改进的岩石节理弹性非线性法向变形本构关系。将式(12)改写后求定积分可得

$$\int_0^{d_n} \frac{1}{(d_{\max} - d_n)(\xi d_{\max} - d_n)} \partial d_n = \int_0^{\sigma_n} \frac{1}{\xi K_{ni} d_{\max}^2} \partial \sigma_n, \quad (13)$$

式(13)左边分项后采用换元法容易求得

$$\frac{\ln(d_{\max} - d_n)|_0^{d_n} - \ln(\xi d_{\max} - d_n)|_0^{d_n}}{d_{\max} - \xi d_{\max}} = \frac{\sigma_n}{\xi K_{ni} d_{\max}^2}, \quad (14)$$

式(14)经过化简得到式(15), 即为改进的岩石节理弹性非线性法向变形本构模型

$$d_n = \frac{\xi d_{\max} \left\{ \exp \left[\frac{(1-\xi)\sigma_n}{\xi K_{ni} d_{\max}} \right] - 1 \right\}}{\exp \left[\frac{(1-\xi)\sigma_n}{\xi K_{ni} d_{\max}} \right] - \xi}, \quad (15)$$

如果用 d_n 表示 σ_n , 则模型形式为

$$\sigma_n = \frac{\xi K_{ni} d_{\max}}{\xi - 1} \ln \frac{\xi d_{\max} - d_n}{(d_{\max} - d_n)\xi}, \quad (16)$$

由式(16)可得新模型的半值应力为

$$\sigma_{1/2}^{\text{IMP}} = \frac{\xi K_{ni} d_{\max}}{\xi - 1} \ln \left(2 - \frac{1}{\xi} \right). \quad (17)$$

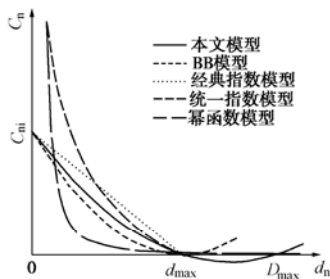


图3 C_n 与 d_n 关系示意图

Fig. 3 $C_n - d_n$ curves

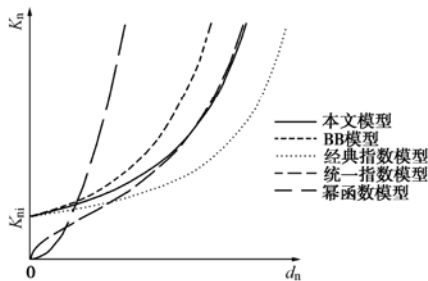


图4 K_n 与 d_n 关系示意图

型可以通过调整 ξ 来修正 d_n 的发展速度。

新模型 $\sigma_n - d_n$ 关系曲线见图5, 其中 $\xi_1 < \xi_2 < \xi_3$ 。如图所示, 新模型以 BB 模型和经典指数模型为边界, 随着 ξ 值的增大, 模型曲线由 BB 模型逐渐向经典指数模型靠拢。值得注意的是, 改进后的模型同样具备传统模型所具备的 K_{ni} 与 $d_{\max}$ 两个特征参量。

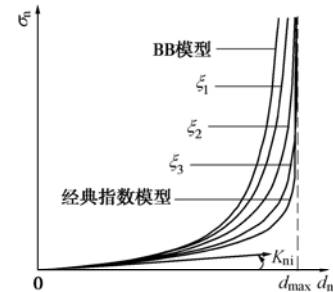


图5 改进的岩石节理法向变形本构模型示意图

Fig. 5 Improved constitutive model for normal deformation of rock fractures

2.2 模型数学性质

在改进的节理法向变形本构关系曲线上任取一点 (σ_n, d_n) 。以 $\exp[(1-\xi)\sigma_n/(\xi K_{ni} d_{\max})]$ 为自变量, 对其进行 Maclaurin 级数展开:

$$\exp \left[\frac{(1-\xi)\sigma_n}{\xi K_{ni} d_{\max}} \right] = 1 + \frac{(1-\xi)\sigma_n}{\xi K_{ni} d_{\max}} + \dots + \frac{\left[\frac{(1-\xi)\sigma_n}{\xi K_{ni} d_{\max}} \right]^j}{j!} + \dots \quad (18)$$

式中, j 为自然数。对于给定的 σ_n , 当 $\xi \rightarrow 1$ 时, $(1-\xi)\sigma_n/(\xi K_{ni} d_{\max})$ 为无穷小量, 可对式(18)略去高阶无穷小项, 取前两项得

$$\exp \left[\frac{(1-\xi)\sigma_n}{\xi K_{ni} d_{\max}} \right] = 1 + \frac{(1-\xi)\sigma_n}{\xi K_{ni} d_{\max}}, \quad (19)$$

将式(19)代入式(15)得

$$d_n|_{\xi \rightarrow 1} = \frac{\sigma_n}{K_{ni} + (\sigma_n/\xi d_{\max})} = \frac{\sigma_n}{K_{ni} + (\sigma_n/d_{\max})} \quad (20)$$

上式即为 BB 模型表达式。可见 BB 模型是本文提出的新模型在参数 $\xi \rightarrow 1$ 时的特例。在图3中体现为当 $D_{\max} \rightarrow d_{\max}$ 时, 新模型曲线逼近 BB 模型曲线。

另一方面, 当 $\xi \rightarrow \infty$ 时有

$$\exp \left[\frac{(1-\xi)\sigma_n}{\xi K_{ni} d_{\max}} \right] = \exp \left(-\frac{\sigma_n}{K_{ni} d_{\max}} \right), \quad (21)$$

将式(21)代入式(15)容易得到

$$\max \left[\left(K_{ni} d_{\max} \right) \right]$$

显然, 经典指数模型即为新模型在参数 $\xi \rightarrow \infty$ 时的特例。同样, 在图 3 中体现为当 $D_{\max} \rightarrow \infty$ 时, 新模型曲线逼近经典指数模型曲线。

3 试验数据模拟

3.1 确定模型参数

对文献[1]中的三组 Arizona 花岗闪长岩试验数据进行模拟, 试验结果见图 6, 其中各模型参数确定方法详见文献[1], 在此不再赘述。以下讨论本文模型中修正系数 ξ 的求取方法。

式 (17) 为 ξ 在 $\sigma_{1/2}$ 状态下的隐式函数式。从图 6 中可以看出, $\sigma_{1/2}^{\text{IMP}}$ 与 BB 模型及经典指数模型曲线十分接近, 显然仅由式 (17) 计算 ξ 值不合适, 而应选择与传统模型偏差较大的中应力水平阶段的试验结

$$\sigma_{\eta}^{\text{IMP}} = \frac{\xi K_{ni} d_{\max}}{\xi - 1} \ln \left[\frac{\xi - \eta}{\xi(1 - \eta)} \right] \quad (25)$$

这里建议在 $\eta \in (0.7, 0.95)$ 范围内取若干试验数据, 由式 (25) 通过 Newton 迭代法计算后求平均值得到系数 ξ 。各岩样的 ξ 值及各模型参数值见表 1, 2。

3.2 试验结果拟合

根据表 1, 2 中的参数, 新模型及传统模型模拟结果见图 6。如图所示, 幂函数模型无法体现曲线发展趋势; 经典指数模型在中应力水平条件下模拟 d_n 的发展速度大于试验结果, BB 模型小于试验结果且进入高应力水平时, BB 模型模拟 d_n 向 $d_{\max}$ 逼近速度比试验结果慢; 统一指数模型虽与试验结果拟合较好, 但 K_{ni} 物理意义不明确; 本文模型预测结果与试验结果吻合良好, 能够较好的描述 K_{ni} , $d_{\max}$ 以及 d_n 的发展速度。

表 1 岩样测试参数值^[1]

Table 1 Parametric values for test samples in the laboratory^[1]

岩样	尺寸/mm	$d_{\max}/\text{mm}$	$K_{ni}/(\text{MPa} \cdot \text{mm}^{-1})$	$\sigma_{1/2}/\text{MPa}$	n	α	β
Grd-1	93×106×93	0.505	4.142	1.45	0.70	0.154	0.40
Grd-2	87×99×95	0.481	4.949	1.65	0.70	0.148	0.38
Grd-3	103×104×89	0.683	3.380	1.60	0.80	0.222	0.44

表 2 岩样测试参数值及计算值

Table 2 Parametric values for test samples in the laboratory and the calculated results

Grd-1					Grd-2					Grd-3				
σ_n/MPa	d_n/mm	η	ξ	ξ 均值	σ_n/MPa	d_n/mm	η	ξ	ξ 均值	σ_n/MPa	d_n/mm	η	ξ	ξ 均值
3.5080	0.3774	0.747	2.60	1.78	3.5213	0.3447	0.717	2.75	1.83	3.4634	0.5070	0.742	3.87	3.11
4.0072	0.3901	0.773	2.22		3.9663	0.3593	0.747	2.66		3.8419	0.5201	0.762	3.48	
4.5202	0.3995	0.791	1.92		4.8555	0.3769	0.785	2.05		4.2426	0.5369	0.786	3.16	
5.0887	0.4139	0.820	1.88		5.5219	0.3828	0.796	1.70		4.5339	0.5500	0.805	3.17	
5.6711	0.4239	0.839	1.79		6.1890	0.39755	0.826	1.74		4.7779	0.5618	0.823	3.31	
6.1702	0.4330	0.856	1.78		7.0782	0.4092	0.851	1.71		5.1243	0.5768	0.845	3.49	
6.8912	0.4330	0.856	1.51		7.7445	0.4180	0.869	1.66		5.6123	0.5883	0.861	3.15	
7.5429	0.4447	0.880	1.56		8.6337	0.4268	0.887	1.62		6.0531	0.6017	0.881	3.24	
8.4026	0.4560	0.903	1.60		9.7451	0.4327	0.900	1.51		6.6907	0.6100	0.893	2.79	
9.1929	0.4599	0.910	1.52		11.0785	0.4444	0.924	1.57		7.2732	0.6199	0.908	2.66	
9.8446	0.4646	0.920	1.52	1.53	12.1898	0.4474	0.930	1.47	1.48	7.9580	0.6266	0.917	2.41	2.69
10.718	0.4715	0.933	1.53		13.5248	0.4532	0.942	1.48		8.4460	0.6383	0.935	2.69	

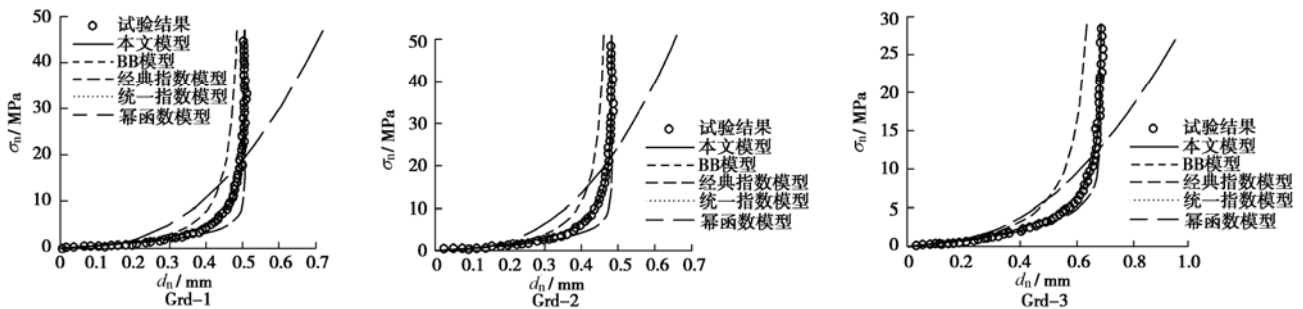


图 6 Arizona 花岗闪长岩节理法向加载试验^[1]及模型预测

Fig. 6 Experimental results for test specimens of Arizona granodiorite fractured rock under normal compressive loading^[1], and fitting of model using the parametric values given in Table 1

4 结 论

(1) 针对已有的几类非线性节理法向变形本构模型, 引入半值应力 $\sigma_{1/2}$ 的概念, 着重探讨了传统模型的数学缺陷。

(2) 以 Malama 和 Kulatilake 提出的统一指数模型为例, 进一步阐明模型修正的必要性, 同时通过数学推导指出该模型因采用对 $\sigma_n/\sigma_{1/2}$ 项添加幂函数 n 的修正方式而丢失节理初始刚度 K_{ni} 的物理意义这一不足之处。

(3) 分析并建立了岩石节理法向位移与切线柔度关系曲线的控制微分方程, 定义了拟节理最大允许闭合量 $D_{\max}=\xi d_{\max}$ 的概念, 提出一种新的三参数本构模型, 并建议了通过试验结果求取新参数 ξ 的计算方法。

(4) 新模型克服了 BB 模型与经典指数模型的数学缺陷, 弥补了指数模型在中应力水平条件下夸大 d_n 、BB 模型在中应力水平条件下 d_n 偏小且向 $d_{\max}$ 逼近速度过慢不足, 并且从数学上证明二者是新模型两个特例。该模型数学性质与理想应力位移曲线吻合, 并且没有因为新参数的增加丢失 K_{ni} 的物理意义。利用前人对花岗闪长岩的试验结果对改进后的模型进行验证, 效果良好。对于其它类型岩石仍需进一步研究。

参考文献:

- [1] MALAMA B, KULATILAKE P H S W. Models for normal fracture deformation under compressive loading[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2003, **40**(6): 893 - 901.
- [2] DESAI C S, MA Y. Modeling of joints and interfaces using the disturbed-state concept[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1992(16): 623 - 653.
- [3] SHEHATA W M. Geohydrology of Mount Vernon canyon area[D]. Golden: Colorado School of Mines, 1971.
- [4] GOODMAN R E. Methods of geological engineering in discontinuous rocks[M]. New York: West, 1976: 472 - 490.
- [5] KULHAWAY F H. Stress-deformation properties of rock and rock discontinuities[J]. Engineering Geology, 1975, **8**: 327 - 350.
- [6] BANDIS S C, LUMSDEN A C, BARTON N R. Fundamentals of rock fracture deformation[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts, 1983, **20**(6): 249 - 268.
- [7] BARTON N R, BANDIS S C, BAKHTAR K. Strength, deformation and conductivity coupling of rock joints[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts, 1985, **22**(3): 121 - 140.
- [8] SWAN G. Determination of stiffness and other joint properties from roughness measurements[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 1983, **16**: 19 - 38.
- [9] SUN Z, GERRARD C, STEPHANSSON O. Rock joint compliance tests for compression and shear loads[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts, 1985, **22**(4): 197 - 213.
- [10] MATSUKI K, WANG E Q, SAKAGUCHI K, et al. Time dependent closure of a fracture with rough surfaces under constant normal stress[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2001, **38**(5): 607 - 619.
- [11] XIA C C, YUE Z Q, THAM L G, et al. Quantifying topography and closure deformation of rock joints[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2003, **40**: 197 - 220.
- [12] CAI J G, ZHAO J, LI H B. Effects of loading rate on fracture normal behaviour[C]// Proceedings of the 2nd Asian Rock Mechanics Symposium, Beijing, 2001: 197 - 200.
- [13] YANG W Y, KONG G Y, CAI J G. Dynamic model of normal behavior of rock fractures[J]. Journal of Coal Science & Engineering, 2005, **11**(2): 24 - 28.
- [14] WANG W H, LIX B, ZHANG Y P, et al. Closure behavior of rock joint under dynamic loading[J]. Journal of Central South University of Technology, 2007, **14**(3): 408 - 412.
- [15] ZHAO J, CAI J G. Transmission of elastic P-waves across single fractures with a nonlinear normal deformational behavior[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2001, **34**(1): 3 - 22.
- [16] ZHAO X B. Theoretical and numerical studies of wave attenuation across parallel fractures[D]. Singapore: Nanyang Technological University, 2004.
- [17] 俞 缙, 关云飞, 肖 琳, 等. 弹性纵波在不同非线性法向变形行为节理处的传播[J]. 解放军理工大学学报(自然科学版), 2007, **8**(6): 589 - 594. (YU Jin, GUAN Yun-fei, XIAO Lin, et al. Transmission of elastic P-wave across single fracture with different nonlinear normal deformation behaviors[J]. Journal of PLA University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2007, **8**(6): 589 - 594. (in Chinese))
- [18] LANARO F. A random field model for surface roughness and aperture of rock fractures[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2000, **37**: 1195 - 1210.