

重力式挡土墙稳定性的结构体系可靠度分析

杜永峰, 余 钰, 李 慧

(兰州理工大学防震减灾研究所, 甘肃 兰州 730050)

摘 要: 重力式挡土墙结构最主要的失稳模式是倾覆失稳和滑移失稳。为了计算重力式挡土墙稳定性的结构体系失效概率, 首先分别建立重力式挡土墙结构抗倾覆稳定性和抗滑移稳定性的功能函数, 然后引入结构可靠度分析一次二阶矩法中的验算点法(JC法)分别对两种失效模式进行计算, 得出两个相应的可靠度指标。将两种失稳模式视为串联系统, 由逐步等效平面法计算结构体系可靠度指标, 最后由结构体系可靠度指标计算出该挡土墙稳定性的结构体系失效概率。根据上述方法, 利用MATLAB程序计算了某挡土墙, 得出了结构体系可靠度指标和结构体系失效概率。

关键词: 重力式挡土墙; 稳定性; 结构体系可靠度; 验算点法; 等效平面法

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2008)03-0349-05

作者简介: 杜永峰(1962-), 男, 甘肃正宁人, 博士, 教授, 博士生导师, 从事结构工程研究。E-mail: yuyu741@sina.com。

Analysis of reliability of structural systems for stability of gravity retaining walls

DU Yong-feng, YU Yu, LI Hui

(Institute of Earthquake Protection and Disaster Mitigation, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: The major unstable modes of gravity retaining walls are overturning and sliding. In order to compute the failure probability of structural systems for stability of gravity retaining walls, firstly, two performance functions against overturning and sliding of gravity retaining walls were established. Then, the first order second moment theory in structural reliability analysis, i.e., the checking point method (JC method) was introduced to compute the two failure modes respectively, and two corresponding reliability indexes could be obtained. It was assume that the two failure modes formed a serial system and the reliability index of structural systems could be computed by the equivalent plane method. Finally, the failure probability of structural systems for stability of the retaining walls could be computed by the reliability index of structural systems. Taking a practical gravity retaining wall for an example, the reliability index and failure probability of structural systems were computed by MATLAB program.

Key words: gravity retaining wall; stability; reliability of structural systems; checking point method; equivalent plane method

0 引 言

重力式挡土墙结构简单, 施工方便, 可以就地取材, 是我国目前常用的一种挡土墙形式。传统上挡土墙稳定性分析常采用以安全系数为度量指标的定值法, 但定值设计法无法考虑土的各项物理力学指标的随机性, 导致在工程中某些挡土墙按定值法估计的安全系数是足够的, 而投入使用后却很快发生了破坏。对于将可靠度方法引入挡土墙的设计计算中, 国内外部分学者已经做了一些工作。Enrique Castillo^[1]把传统的安全系数法和基于概率的可靠度方法结合在一起, 提出了一种新的挡土墙设计方法。张建仁^[2]利用一次二阶矩法中的中心点法计算了某挡土墙实例, 并进行了参数的敏感性分析。王良等^[3]运用一次二阶矩法中的中心点法计算了忠州隧道进洞口道路挡土墙的抗滑移可靠度。蔡阳^[4]较为系统的研究了重力式挡土墙的

可靠度设计方法, 对概率极限状态设计中分项系数的确定进行了讨论。文献[5, 6]综合考虑了挡土墙失稳的随机性和模糊性, 建立了挡土墙结构稳定性的模糊可靠度分析基本模型, 提出了模糊可靠度的计算方法。但上述研究只是针对某一种破坏模式, 没有考虑各破坏模式之间的相互影响, 计算结果不能真实反映挡土墙结构稳定的可靠性。

为了真实反映重力式挡土墙结构稳定的可靠性, 本文综合考虑了重力式挡土墙的倾覆失稳和滑移失稳两种失效模式, 将两种失稳模式视为串联系统。在运用一次二阶矩法中的验算点法计算出各自可靠度指标的基础上, 利用逐步等效平面法计算结构体系可靠度

基金项目: 甘肃省建设科技攻关基金资助项目 (JK-2004-18)

收稿日期: 2007-05-15

指标,并得出挡土墙稳定的结构体系失效概率。逐步等效平面法对串联系统可靠度指标的计算结果与数值积分法的计算结果非常近似,能够满足工程实际的需要。本文结合某挡土墙阐述了该计算方法。

1 重力式挡土墙结构稳定性可靠度分析模型

1.1 重力式挡土墙抗倾覆稳定性功能函数的建立

重力式挡土墙抗倾覆稳定性要求墙身不产生绕墙趾的倾覆破坏,其数学表达式为

$$M_R \geq M_S \quad (1)$$

式中, M_R 和 M_S 分别为抗倾覆力矩和倾覆力矩。

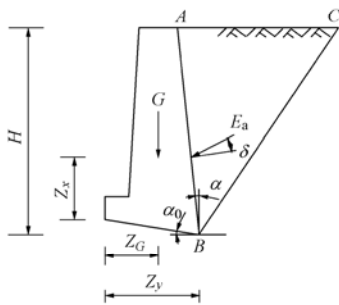


图1 重力式挡土墙计算模型

Fig. 1 Computation model of gravity retaining walls

重力式挡土墙计算模型如图1所示,由库仑土压力理论^[7-8],当填土表面水平且不考虑填土表面超载时的主动土压力为

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a \quad (2)$$

其中,主动土压力系数为

$$K_a = \frac{\cos^2(\varphi - \alpha)}{\cos^2 \alpha \cos(\alpha + \delta) \left[1 + \frac{\sin(\varphi + \delta) \sin \varphi}{\cos(\alpha + \delta) \cos \alpha} \right]^2} \quad (3)$$

式中, γ 为墙后填土的重度; H 为挡土墙高度; φ 为墙后填土的内摩擦角; α 为挡土墙墙背倾角,当墙背俯斜时 α 值为正,仰斜时为负; δ 为土对挡土墙墙背的摩擦角。

由此得绕墙趾转动的抗倾覆稳定的功能函数为

$$g_1(M_R, M_S) = M_R - M_S = GZ_G + E_y Z_y - E_x Z_x \\ = GZ_G + \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a \times [Z_y \sin(\alpha + \delta) - Z_x \cos(\alpha + \delta)] \quad (4)$$

式中 G 为挡土墙每延长米自重; E_x , E_y 分别为墙背主动土压力的水平和垂直分力; Z_G , Z_x , Z_y 分别为重力、土压力的水平分力、垂直分力到墙趾的力臂。

1.2 重力式挡土墙抗滑移稳定性功能函数的建立

重力式挡土墙抗滑稳定性要求墙身沿基底不产生滑动破坏^[9],其数学表达式为

$$F_R \geq F_S \quad (5)$$

式中, F_R 和 F_S 分别为抗滑力和滑动力。

土压力同上,由此得抗滑移稳定的功能函数为

$$g_2(F_R, F_S) = F_R - F_S = \mu(G_n + E_{an}) - (E_{at} - G_t) \\ = G(\mu \cos \alpha_0 + \sin \alpha_0) + \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a \cdot \\ [\mu \sin(\alpha + \alpha_0 + \delta) - \cos(\alpha + \alpha_0 + \delta)] \quad (6)$$

式中 μ 为土对挡土墙基底的摩擦系数; α_0 为挡土墙的基底倾角; G_n , G_t 分别为垂直于基底和平行于基底的重力分力; E_{an} , E_{at} 分别为垂直于基底和平行于基底的主动土压力分力。

2 可靠度指标的求解方法

2.1 验算点法(JC法)简介

验算点法^[10-11]采用泰勒级数在验算点处将结构功能函数展开使之线性化,这保持了一次二阶矩模式与结构设计表达式的关系,是可靠度理论的核心内容。

假定结构设计中存在 n 个相互独立的正态随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_n$, 其平均值为 $\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n}$, 标准差为 $\sigma_{X_1}, \sigma_{X_2}, \dots, \sigma_{X_n}$, 当结构功能函数为线性函数时,即

$$Z = g_X(X_1, X_2, \dots, X_n) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_i \quad (7)$$

其中, $a_i (i = 0, 1, \dots, n)$ 为常数。所求得可靠度指标为

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \mu_{X_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_{X_i}^2}} \quad (8)$$

当结构功能函数 $Z = g_X(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 为非线性函数时,为了计算可靠指标,最佳的方法是将功能函数在验算点处展开。假定验算点 $x^* = (x_1^* \ x_2^* \ \dots \ x_n^*)^T$ 是已知的,则结构功能函数的一次展开式为

$$Z_L = g_X(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial g_X(x^*)}{\partial X_i} (X_i - x_i^*) \quad (9)$$

可靠度指标为

$$\beta = \frac{\mu_{Z_L}}{\sigma_{Z_L}} = \frac{g_X(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial g_X(x^*)}{\partial X_i} (\mu_{X_i} - x_i^*)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial g_X(x^*)}{\partial X_i} \sigma_{X_i} \right]^2}} \quad (10)$$

但实际上验算点 $x^* = (x_1^* \ x_2^* \ \dots \ x_n^*)^T$ 是未知的,尚需补充如下条件进行迭代计算:

$$x_i^* = \mu_{X_i} + \beta \sigma_{X_i} \cos \theta_{X_i}, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (11)$$

$$\alpha_i = \cos \theta_{X_i} = - \frac{\frac{\partial g_X(x^*)}{\partial X_i} \sigma_{X_i}}{\sqrt{\sum_{j=1}^n \left[\frac{\partial g_X(x^*)}{\partial X_j} \sigma_{X_j} \right]^2}}, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (12)$$

(12)

迭代步骤如下:

(1) 假定初始验算点 $x^{*(0)} = (x_1^{*(0)} x_2^{*(0)} \cdots x_n^{*(0)})^T$,
一般取 $x^{*(0)} = (\mu_{x_1} \mu_{x_2} \cdots \mu_{x_n})^T$;

(2) 由式(10)计算 β ;

(3) 由式(12)计算方向余弦

$$\cos \theta_{x_i}, (i=1, 2, \cdots, n);$$

(4) 由式(11)计算新的验算点

$$x^{*(1)} = (x_1^{*(1)} x_2^{*(1)} \cdots x_n^{*(1)})^T;$$

(5) 若 $\|x^{*(1)} - x^{*(0)}\| < \varepsilon$, ε 为规定的允许误差, 则停止迭代, 所求 β 即为要求的可靠指标, 否则, 取 $x^{*(0)} = x^{*(1)}$, 转(2)继续迭代。

通常迭代过程利用计算机程序实现。

2.2 重力式挡土墙可靠度指标的计算

大量的工程实践证明, 影响挡土墙可靠性的随机变量主要有 φ , δ , μ , γ , 通常这4个随机变量都服从正态分布, 为方便表达, 分别以 X_i ($i=1, 2, \cdots, 4$) 代替上面4个随机变量。在统计参数均值 μ_{x_i} 和标准差 σ_{x_i} 已知的情况下, 可根据结构可靠度分析的验算点法求得可靠指标 β_1 和 β_2 。本文中两个功能函数对应于各自变量的偏导数分别为

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_1}{\partial X_1} &= x_4 H^2 K_a P \cdot [\tan(\alpha - x_1) - \frac{\sin(2x_1 + x_2)}{2(\sqrt{M} + M) \cos(\alpha + x_2) \cos \alpha}], \\ \frac{\partial g_1}{\partial X_2} &= \frac{x_4 H^2 K_a}{2} \left[P \tan(\alpha + x_2) - \frac{PN}{\sqrt{M} + M} + Q \right], \\ \frac{\partial g_1}{\partial X_3} &= 0, \\ \frac{\partial g_1}{\partial X_4} &= \frac{1}{2} H^2 K_a P, \\ \frac{\partial g_2}{\partial X_1} &= x_4 H^2 K_a L \tan(\alpha - x_1), \\ \frac{\partial g_2}{\partial X_2} &= \frac{x_4 H^2 K_a}{2} \left[L \tan(\alpha + x_2) - \frac{LN}{\sqrt{M} + M} + I \right], \\ \frac{\partial g_2}{\partial X_3} &= G \cos \alpha_0 + \frac{1}{2} x_4 H^2 K_a \sin(\alpha + \alpha_0 + x_2), \\ \frac{\partial g_2}{\partial X_4} &= \frac{1}{2} H^2 K_a L, \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned} M &= \frac{\sin x_1 \sin(x_1 + x_2)}{\cos \alpha \cos(\alpha + x_2)}, \\ N &= \frac{\sin x_1 \cos(\alpha + x_1)}{\cos \alpha \cos^2(\alpha + x_2)}, \\ P &= Z_y \sin(\alpha + \alpha_0 + x_2) - Z_x \cos(\alpha + x_2), \\ Q &= Z_y \cos(\alpha + \alpha_0 + x_2) + Z_x \sin(\alpha + x_2), \end{aligned}$$

$$L = x_3 \sin(\alpha + \alpha_0 + x_2) - \cos(\alpha + \alpha_0 + x_2),$$

$$I = x_3 \cos(\alpha + \alpha_0 + x_2) + \sin(\alpha + \alpha_0 + x_2).$$

3 结构体系可靠指标的计算

体系可靠度研究的是多个功能函数的结构可靠度问题。一个结构总可以看成由若干失效模式组成, 当任一失效模式的发生都将导致结构的整体破坏时, 结构体系可看成由失效模式组成的串联系统; 当全部失效模式都发生时才导致结构的整体破坏时, 结构体系可看成由失效模式组成的并联系统。结构体系可靠度的计算问题也就成为并联系统或串联系统的可靠度计算。而并联系统失效概率的计算就是失效事件交集概率的计算, 串联系统失效概率的计算就是失效事件并集概率的计算。重力式挡土墙的倾覆失稳或滑移失稳任一情况发生时都将导致结构破坏, 因此, 结构体系为串联系统。下面介绍多失效模式结构可靠度分析方法中的逐步等效平面法。

3.1 各失效模式的线性化功能函数

利用验算点法可得到线性化功能函数, 如式(9)所示。为进一步利用可靠指标的几何意义, 按式(13)将随机变量 X_i ($i=1, 2, \cdots, 4$) 变换为标准正态随机变量 Y_i ($i=1, 2, \cdots, 4$):

$$Y_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}}, (i=1, 2, \cdots, 4) \quad (13)$$

则挡土墙抗倾覆稳定性和抗滑移稳定性的线性功能函数分别可由 Y_i ($i=1, 2, \cdots, 4$) 表示为

$$Z_{L1} = g_{1Y}(Y_1, Y_2, \cdots, Y_4) = \sum_{i=1}^4 \alpha_{1i} Y_i + \beta_1 \quad (14)$$

$$Z_{L2} = g_{2Y}(Y_1, Y_2, \cdots, Y_4) = \sum_{i=1}^4 \alpha_{2i} Y_i + \beta_2 \quad (15)$$

式中, 系数 α_{1i} , α_{2i} 分别由式(12)求得, 可靠指标 β_1 , β_2 分别由式(10)求得, 二者都是迭代结果。

3.2 两个极限状态面的等效方法

线性功能函数 Z_{L1} 和 Z_{L2} 的相关系数为

$$\rho_{12} = \sum_{i=1}^4 \alpha_{1i} \alpha_{2i} \quad (16)$$

等效可靠度指标为

$$\beta^e = -\Phi^{-1} [\Phi(-\beta_1) + \Phi(-\beta_2) - \Phi_2(-\beta_1, -\beta_2; \rho_{12})], \quad (17)$$

式(17)中,

$$\Phi_2(-\beta_1, -\beta_2; \rho_{12}) \approx \Phi \left[\frac{-\beta_2 + A_1 \rho_{12}}{\sqrt{1 + B_1 \rho_{12}^2}} \right] \Phi(-\beta_1), \quad (18)$$

式(18)中,

$$A_1 = \frac{\varphi(\beta_1)}{\Phi(-\beta_1)}, \quad B_1 = -A_1(-\beta_1 + A_1) \quad (19)$$

敏感系数为

结构的稳定性,在挡土墙的设计计算中有必要引入可靠度理论。

参考文献:

- [1] ENRQUE C, ROBERTO M, ANA R T, ALFONSO F C. Design and sensitivity analysis using the probability-safety-factor method: an application to retaining walls[J]. Structural Safety, 2004, 26(2): 159 - 179.
- [2] 张建仁. 挡土墙结构稳定性的可靠度分析[J]. 中国公路学报, 1997, 10(3): 53 - 58. (ZHANG Jian-ren. Reliability analysis of stability for retaining wall structure[J]. China Journal of Highway and Transport, 1997, 10(3): 53 - 58. (in Chinese))
- [3] 王 良, 刘元雪. 重力式挡土墙抗滑移的可靠度分析[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版), 2005, 22(6): 609 - 611. (WANG Liang, LIU Yuan-xue. Reliability analysis of gravity retaining wall stability against slide[J]. Journal of Chongqing Technology and Business University (Natural Science), 2005, 22(6): 609 - 611. (in Chinese))
- [4] 蔡 阳. 重力式挡土墙可靠度研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2005. (CAI Yang. Research on reliability of gravity retaining wall[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2005. (in Chinese))
- [5] 王广月. 挡土墙稳定性的模糊可靠度分析[J]. 山东大学学报(工学版), 2003, 33(3): 346 - 348. (WANG Guang-yue. Analysis of fuzzy reliability for retaining wall's stability[J]. Journal of Shandong University (Engineering Science), 2003, 33(3): 346 - 348. (in Chinese))
- [6] 刘 芳, 何本贵, 高 谦. 挡土墙模糊可靠性分析[J]. 岩土工程技术, 2005, 19(5): 217 - 219. (LIU Fang, HE Ben-gui, GAO Qian. Analysis of fuzzy reliability for retaining wall structure[J]. Geotechnical Engineering Technique, 2005, 19(5): 217 - 219. (in Chinese))
- [7] 顾慰慈. 挡土墙土压力计算[M]. 北京: 中国建材工业出版社, 2001. (GU Wei-ci. Earth pressure computation of retaining wall[M]. Beijing: China Building Material Industry Publishing House, 2001. (in Chinese))
- [8] 梁 波, 王家东, 葛建军, 等. 青藏铁路 L 型挡土墙的土压力实测与分析[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(5): 627 - 631. (LIANG Bo, WANG Jia-dong, GE Jian-jun, et al. Testing and analysis of earth pressure about L type retaining wall in Qinghai-Tibet Railway[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(5): 627 - 631. (in Chinese))
- [9] 杜永峰, 赵广强, 李 慧, 等. 防滑凸榫挡土墙的防滑探讨[J]. 兰州理工大学学报, 2007, 33(2): 112 - 115. (DU Yong-feng, ZHAO Guang-qiang, LI Hui, et al. Inquiry of anti-sliding of retaining wall with anti-sliding tenon[J]. Journal of Lanzhou University of Technology, 2007, 33(2): 112 - 115. (in Chinese))
- [10] 杜永峰, 李 慧, 金德保, 等. 大震下被动与智能隔震结构动力可靠度对比[J]. 地震工程与工程振动, 2006, 26(4): 212 - 219. (DU Yong-feng, LI Hui, JIN De-bao, et al. Comparison of seismic reliability of passive and smart isolated structures under major earthquakes[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2006, 26(4): 212 - 219. (in Chinese))
- [11] 赵国藩, 金伟良, 贡金鑫. 结构可靠度理论[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2000. (ZHAO Guo-fan, JIN Wei-liang, GONG Jin-xin. Theory of structural reliability[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2000. (in Chinese))