

一般形状边坡三维极限平衡解答

朱大勇¹, 丁秀丽², 钱七虎³

(1. 合肥工业大学土木建筑工程学院, 安徽 合肥 230009; 2. 长江科学院水利部岩土力学与工程重点实验室, 湖北 武汉 430019;

3. 解放军理工大学工程兵工程学院, 江苏 南京 210007)

摘 要: 本文基于空间滑面正应力修正模式, 提出一般形状边坡三维极限平衡新解法。假设三维滑面正应力的初始分布, 用含有 3 个待定参数的修正函数对其进行修正, 使滑体满足 3 个方向力的平衡条件以及绕垂直滑动方向坐标轴的力矩平衡条件, 推导出关于安全系数的 3 次代数方程, 得到边坡 3D 安全系数显式解。本文方法无需对条柱间作用力进行假设, 计算原理简单; 安全系数由显式解直接计算, 无需迭代, 不存在收敛性问题; 由于满足 4 个平衡条件, 计算结果可靠; 适用任意形状的非对称边坡, 工程应用前景广。算例与工程应用计算结果表明了方法的有效性与实用性。

关键词: 边坡; 三维稳定性; 极限平衡; 安全系数

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2007)10-1460-05

作者简介: 朱大勇(1965-), 男, 安徽枞阳人, 教授, 主要从事岩土工程教学与科研工作。E-mail: zhudymeng@163.com。

Three-dimensional limit equilibrium solution to generalized-shaped slope stability

ZHU Da-yong¹, DING Xiu-li², QIAN Qi-hu³

(1. College of Civil Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical Mechanics and

Engineering of the Ministry of Water Resources, Yangtze River Scientific Research Institute, Wuhan 430019, China; 3. PLA University of

Science and Technology, Nanjing 210007, China)

Abstract: On the basis of the modification of normal stresses on 3D slip surface, a new 3D limit equilibrium method was presented for generalized-shaped slopes. The normal stress distribution over the 3D slip surface was initially assumed, then it was modified by a function with 3 parameters to satisfy three force equilibrium conditions and one moment equilibrium condition about the axis perpendicular to the sliding direction. A cubic algebraic equation was derived that would yield an explicit solution to 3D factor of safety. The present method made a feature of simple principle free of assumptions regarding inter-column forces and direct computation of 3D factor of safety without iteration and nonconvergence. The computed results were reliable since 4 equilibrium conditions were satisfied. The method was applicable to asymmetric slopes with arbitrary shapes, thus could be applied in wide fields of slope engineering. The effectiveness and practicability of the present method were shown by the results of example and case history studies.

Key words: slope; 3D stability; limit equilibrium; factor of safety

0 引 言

目前绝大多数 3D 边坡极限平衡方法是 2D 极限平衡条分法的扩展即条柱法, 亦即将 2D 条分法对条间力的假设扩展到 3D 条柱间作用力的假设, 如瑞典法的 3D 扩展^[1]、简化 Bishop 法的 3D 扩展^[2]、Spencer 法的 3D 扩展^[3-4]、Morgenstern-Price 的 3D 扩展^[5]以及几种方法的联合扩展^[6-7]。条分法的 3D 扩展比较适合对称 3D 边坡, 对工程中大量存在的一般形状的非对称边坡, 很难真正满足横向力或力矩平衡条件, 因而直接影响计算精度。另外, 条柱法计算过程通常比较复杂, 在工程中普及是非常困难的。

本文基于滑面正应力修正模式^[8-9], 推导出适合一

般形状边坡的三维极限平衡显式解法, 并使滑体满足 3 个方向力的平衡条件以及绕垂直滑动方向坐标轴的力矩平衡条件。

1 基本假定

如图 1 所示 3D 滑面, 设滑动方向沿 x 轴反向。滑面 $s(x, y)$ 用表示。当滑动方向改变时, 坐标系需作相应旋转变换。取滑体中任一条柱, 在平面上投影面积为 $dx dy$, 其底面真面积为

$$dA = \Delta dx dy, \quad (1)$$

基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目 (50539110)

收稿日期: 2006-08-22

其中

$$\Delta = (1 + s_x'^2 + s_y'^2)^{1/2} \quad (2)$$

滑面沿 x, y 轴方向倾角分别为 α_x, α_y ; 滑面法线与 z 轴夹角为 γ_z 。根据几何关系有

$$\tan \alpha_x = s_x'; \quad \tan \alpha_y = s_y'; \quad (3)$$

$$\cos \gamma_z = \left(\frac{1}{s_x'^2 + s_y'^2 + 1} \right)^{1/2} = \frac{1}{\Delta} \quad (4)$$

作用于滑面上的正应力与剪应力分别是 σ 和 τ , 孔隙水压力为 u 。滑面有效内摩擦角和黏聚力分别为 φ , c 。条柱重量为 $w dx dy$, w 为单位投影面积的条柱重量, 水平地震影响系数为 K_c , 作用点位置 (x, y, z_c) 。

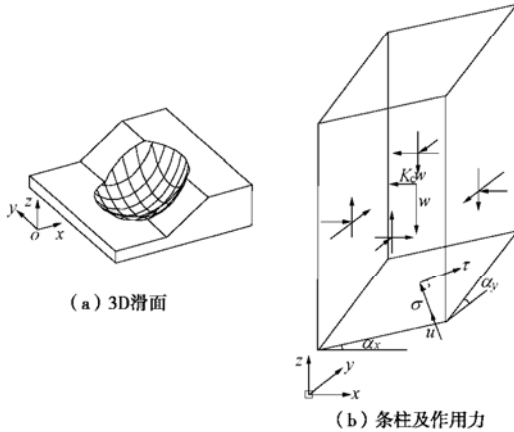


图 1 3D 滑面及条柱受力

Fig. 1 3D slip surface and forces acting on a column

σ 和 τ 方向余弦分别为 $(n_\sigma^x, n_\sigma^y, n_\sigma^z)$, $(n_\tau^x, n_\tau^y, n_\tau^z)$ 。已假设滑动方向与 oxz 面平行, 故剪力 τ 也与 oxz 面平行, 因此, $n_\tau^y = 0$ 。有几何关系:

$$(n_\sigma^x, n_\sigma^y, n_\sigma^z) = \left(-\frac{s_x'}{\Delta}, -\frac{s_y'}{\Delta}, \frac{1}{\Delta} \right) \quad (5)$$

$$(n_\tau^x, n_\tau^y, n_\tau^z) = \left(\frac{1}{\Delta'}, 0, \frac{s_x'}{\Delta'} \right) \quad (6)$$

其中

$$\Delta' = \sqrt{1 + (s_x')^2} \quad (7)$$

初始滑面正应力分布设为 $\sigma_0(x, y)$, 类似 Hovland 的瑞典法 3D 扩展假设^[1], 忽略条柱间作用力, 由竖直方向力的平衡, 得

$$\sigma_0 = \frac{w \cdot \cos \gamma_z}{\Delta} = \frac{w}{\Delta^2} = \frac{w}{1 + s_x'^2 + s_y'^2} \quad (8)$$

使 3D 滑体满足所需的平衡条件, 然后对其进行修正, 设修正函数为 $\xi(x, y)$,

$$\sigma(x, y) = \sigma_0(x, y) \xi(x, y) \quad (9)$$

后面可知, 本文方法要求滑体满足 4 个平衡条件, 因此, 修正函数要求含 3 个待定参数, 使问题静定可解。修正函数的一般形式为

$$\xi(x, y) = \xi_0(x, y) + \lambda_1 \xi_1(x, y) + \lambda_2 \xi_2(x, y) + \lambda_3 \xi_3(x, y),$$

本文取线性修正函数:

$$\xi(x, y) = \lambda_1 + \lambda_2 x + \lambda_3 y \quad (11)$$

2 平衡方程

要求 3D 滑体整体上满足 3 个方向力的平衡条件, 以及绕垂直滑动方向的坐标轴即 y 轴力矩平衡:

$$\iint \sigma \cdot n_\sigma^y \cdot dA = 0 \quad (12a)$$

$$\iint (\sigma \cdot n_\sigma^x + \tau \cdot n_\tau^x) dA = K_c W \quad (12b)$$

$$\iint (\sigma \cdot n_\sigma^z + \tau \cdot n_\tau^z) dA = W \quad (12c)$$

$$\iint (\sigma \cdot n_\sigma^z + \tau \cdot n_\tau^z) \cdot x \cdot dA - \iint (\sigma \cdot n_\sigma^x + \tau \cdot n_\tau^x) \cdot s \cdot dA = M \quad (12d)$$

其中

$$W = \iint w dx dy \quad (13a)$$

$$M = \iint w \cdot x \cdot dx dy - \iint K_c \cdot w \cdot z_c dx dy \quad (13b)$$

将式 (5)、(6) 代入 (12a) ~ (12d), 得

$$\iint \sigma \cdot s_y' \cdot dx dy = 0 \quad (14a)$$

$$\iint \left(-\sigma \cdot s_x' + \tau \cdot \frac{\Delta}{\Delta'} \right) dx dy = K_c W \quad (14b)$$

$$\iint \left(\sigma + s_x' \cdot \frac{\Delta}{\Delta'} \tau \right) dx dy = W \quad (14c)$$

$$\iint \left(\sigma + s_x' \cdot \frac{\Delta}{\Delta'} \tau \right) \cdot x dx dy - \iint \left(-\sigma \cdot s_x' + \frac{\Delta}{\Delta'} \tau \right) \cdot s dx dy = M \quad (14d)$$

根据莫尔-库仑准则

$$\tau = \frac{(\sigma - u) \cdot \tan \varphi + c}{F_s} = \frac{\sigma \cdot \psi + c_u}{F_s} \quad (15)$$

其中

$$\psi = \tan \varphi \quad (16a)$$

$$c_u = c - u \cdot \tan \varphi \quad (16b)$$

$$\rho = \frac{\Delta}{\Delta'} \quad (16c)$$

平衡方程组 (14a) ~ (14d) 重新整理为

$$\iint \sigma \cdot s_y' \cdot dx dy = 0 \quad (17a)$$

$$\iint \left(-s_x' + \rho \psi \frac{1}{F_s} \right) \cdot \sigma \cdot dx dy = K_c W - \frac{1}{F_s} \iint \rho \cdot c_u dx dy, \quad (17b)$$

$$\iint \left(1 + s_x' \cdot \rho \cdot \psi \frac{1}{F_s} \right) \cdot \sigma \cdot dx dy = W - \frac{1}{F_s} \iint s_x' \cdot \rho \cdot c_u \cdot dx dy, \quad (17c)$$

$$\begin{aligned} & \iint \left[(x + s \cdot s_x') + \frac{1}{F_s} \rho \psi (s_x' \cdot x - s) \right] \cdot \sigma \cdot dx dy \\ & = M - \frac{1}{F_s} \iint \rho (s_x' \cdot x - s) c_u dx dy \quad (17d) \end{aligned}$$

将式 (10) 代入式 (9), 再代入式 (17a) ~ (17d) 得

$$\lambda_1 \iint s'_y \xi_1 \sigma_0 dx dy + \lambda_2 \iint s'_y \xi_2 \sigma_0 dx dy + \lambda_3 \iint s'_y \xi_3 \sigma_0 dx dy = - \iint s'_y \xi_0 \sigma_0 dx dy, \quad (18a)$$

$$\lambda_1 \iint \left(-s'_x + \rho \psi \frac{1}{F_s} \right) \xi_1 \sigma_0 dx dy + \lambda_2 \iint \left(-s'_x + \rho \psi \frac{1}{F_s} \right) \xi_2 \sigma_0 dx dy + \lambda_3 \iint \left(-s'_x + \rho \psi \frac{1}{F_s} \right) \xi_3 \sigma_0 dx dy = K_c W - \frac{1}{F_s} \iint \rho c_u dx dy - \iint \left(-s'_x + \rho \psi \frac{1}{F_s} \right) \xi_0 \sigma_0 dx dy, \quad (18b)$$

$$\lambda_1 \iint \left(1 + s'_x \rho \psi \frac{1}{F_s} \right) \xi_1 \sigma_0 dx dy + \lambda_2 \iint \left(1 + s'_x \rho \psi \frac{1}{F_s} \right) \xi_2 \sigma_0 dx dy + \lambda_3 \iint \left(1 + s'_x \rho \psi \frac{1}{F_s} \right) \xi_3 \sigma_0 dx dy = W - \frac{1}{F_s} \iint s'_x \rho c_u dx dy - \iint \left(1 + s'_x \rho \psi \frac{1}{F_s} \right) \xi_0 \sigma_0 dx dy, \quad (18c)$$

$$\lambda_1 \iint \left(r_\sigma + \rho \psi r_\tau \frac{1}{F_s} \right) \xi_1 \sigma_0 dx dy + \lambda_2 \iint \left(r_\sigma + \rho \psi r_\tau \frac{1}{F_s} \right) \xi_2 \sigma_0 dx dy + \lambda_3 \iint \left(r_\sigma + \rho \psi r_\tau \frac{1}{F_s} \right) \xi_3 \sigma_0 dx dy = M_c - \frac{1}{F_s} \iint \rho r_\tau c_u dx dy - \iint \left(r_\sigma + \rho \psi r_\tau \frac{1}{F_s} \right) \xi_0 \sigma_0 dx dy. \quad (18d)$$

式 (18d) 中

$$r_\sigma = x + s \cdot s'_x, \quad (19a)$$

$$r_\tau = s'_x \cdot x - s. \quad (19b)$$

式 (18a) ~ (18d) 含有 4 个未知量, 即 λ_1 , λ_2 , λ_3 及 F_s 的 4 个方程, 问题静定可解。

3 安全系数求解

平衡方程组 (19a) ~ (19d) 简记为

$$\lambda_1 \cdot D_1 + \lambda_2 \cdot D_2 + \lambda_3 \cdot D_3 = E, \quad (20a)$$

$$\lambda_1 \cdot \left(A_{11} + \frac{1}{F_s} A'_{11} \right) + \lambda_2 \cdot \left(A_{12} + \frac{1}{F_s} A'_{12} \right) + \lambda_3 \cdot \left(A_{13} + \frac{1}{F_s} A'_{13} \right) = A_{14} + \frac{1}{F_s} A'_{14}, \quad (20b)$$

$$\lambda_1 \cdot \left(A_{21} + \frac{1}{F_s} A'_{21} \right) + \lambda_2 \cdot \left(A_{22} + \frac{1}{F_s} A'_{22} \right) + \lambda_3 \cdot \left(A_{23} + \frac{1}{F_s} A'_{23} \right) = A_{24} + \frac{1}{F_s} A'_{24}, \quad (20c)$$

$$\lambda_1 \cdot \left(A_{31} + \frac{1}{F_s} A'_{31} \right) + \lambda_2 \cdot \left(A_{32} + \frac{1}{F_s} A'_{32} \right) +$$

$$\lambda_3 \cdot \left(A_{33} + \frac{1}{F_s} A'_{33} \right) = A_{34} + \frac{1}{F_s} A'_{34}. \quad (20d)$$

比较式 (20) 与式 (18) 可直接写出式 (20) 中有关系数。这些系数可由数值积分或分条柱求和计算。

由式 (20b) 与式 (20d) 解得

$$\lambda_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta_0}, \quad (21a)$$

$$\lambda_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta_0}, \quad (21b)$$

$$\lambda_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta_0}. \quad (21c)$$

其中

$$\Delta_0 = \begin{vmatrix} F_s A_{11} + A'_{11} & F_s A_{12} + A'_{12} & F_s A_{13} + A'_{13} \\ F_s A_{21} + A'_{21} & F_s A_{22} + A'_{22} & F_s A_{23} + A'_{23} \\ F_s A_{31} + A'_{31} & F_s A_{32} + A'_{32} & F_s A_{33} + A'_{33} \end{vmatrix}, \quad (22a)$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} F_s A_{14} + A'_{14} & F_s A_{12} + A'_{12} & F_s A_{13} + A'_{13} \\ F_s A_{24} + A'_{24} & F_s A_{22} + A'_{22} & F_s A_{23} + A'_{23} \\ F_s A_{34} + A'_{34} & F_s A_{32} + A'_{32} & F_s A_{33} + A'_{33} \end{vmatrix}, \quad (22b)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} F_s A_{11} + A'_{11} & F_s A_{14} + A'_{14} & F_s A_{13} + A'_{13} \\ F_s A_{21} + A'_{21} & F_s A_{24} + A'_{24} & F_s A_{23} + A'_{23} \\ F_s A_{31} + A'_{31} & F_s A_{34} + A'_{34} & F_s A_{33} + A'_{33} \end{vmatrix}, \quad (22c)$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} F_s A_{11} + A'_{11} & F_s A_{12} + A'_{12} & F_s A_{14} + A'_{14} \\ F_s A_{21} + A'_{21} & F_s A_{22} + A'_{22} & F_s A_{24} + A'_{24} \\ F_s A_{31} + A'_{31} & F_s A_{32} + A'_{32} & F_s A_{34} + A'_{34} \end{vmatrix}. \quad (22d)$$

令

$$A_{ijk} = \begin{bmatrix} A_{1i} & A_{1j} & A_{1k} \\ A_{2i} & A_{2j} & A_{2k} \\ A_{3i} & A_{3j} & A_{3k} \end{bmatrix}, \quad (23a)$$

$$A'_{ijk} = \begin{bmatrix} A'_{1i} & A'_{1j} & A'_{1k} \\ A'_{2i} & A'_{2j} & A'_{2k} \\ A'_{3i} & A'_{3j} & A'_{3k} \end{bmatrix}, \quad (23b)$$

$$A_{i'j'k} = \begin{bmatrix} A'_{1i} & A'_{1j} & A'_{1k} \\ A'_{2i} & A'_{2j} & A'_{2k} \\ A'_{3i} & A'_{3j} & A'_{3k} \end{bmatrix}, \quad (23c)$$

$$A_{ij'k'} = \begin{bmatrix} A'_{1i} & A'_{1j} & A'_{1k} \\ A'_{2i} & A'_{2j} & A'_{2k} \\ A'_{3i} & A'_{3j} & A'_{3k} \end{bmatrix}. \quad (23d)$$

$A_{ij'k}$, $A_{ijk'}$, $A_{ij'k'}$ 与 $A_{i'jk'}$ 表达式如此类推 (22a) ~ (22d) 展开为

$$\begin{aligned} \Delta_0 &= F_s^3 |A_{123}| + F_s^2 (|A_{1'23}| + |A_{12'3}| + |A_{123'}|) + \\ &\quad F_s (|A_{1'2'3}| + |A_{12'3'}| + |A_{1'2'3'}|) + |A_{1'2'3'}| \\ &= F_s^3 \Delta_{a0} + F_s^2 \Delta_{b0} + F_s \Delta_{c0} + \Delta_{d0}, \quad (24a) \\ \Delta_1 &= F_s^3 |A_{423}| + F_s^2 (|A_{4'23}| + |A_{42'3}| + |A_{423'}|) + \\ &\quad F_s (|A_{4'2'3}| + |A_{42'3'}| + |A_{4'2'3'}|) + |A_{4'2'3'}| \end{aligned}$$

$$= F_s^3 \Delta_{a1} + F_s^2 \Delta_{b1} + F_s \Delta_{c1} + \Delta_{d1} \quad , \quad (24b)$$
$$\Delta_2 = F_s^3 |A_{143}| + F_s^2 (|A_{1'43}| + |A_{14'3}| + |A_{143'}|) + F_s (|A_{1'4'3}| + |A_{14'3'}| + |A_{1'43'}|) + |A_{1'4'3'}|$$
$$= F_s^3 \Delta_{a2} + F_s^2 \Delta_{b2} + F_s \Delta_{c2} + \Delta_{d2} \quad , \quad (24c)$$
$$\Delta_3 = F_s^3 |A_{124}| + F_s^2 (|A_{1'24}| + |A_{12'4}| + |A_{124'}|) + F_s (|A_{1'2'4}| + |A_{12'4'}| + |A_{1'24'}|) + |A_{1'2'4'}|$$
$$= F_s^3 \Delta_{a3} + F_s^2 \Delta_{b3} + F_s \Delta_{c3} + \Delta_{d3} \quad . \quad (24d)$$

将上式代入式 (20a) 得 3D 安全系数代数方程:

$$t_3 F_s^3 + t_2 F_s^2 + t_1 F_s + t_0 = 0 \quad , \quad (25)$$

其中

$$t_3 = D_1 \Delta_{a1} + D_2 \Delta_{a2} + D_3 \Delta_{a3} - E \Delta_{a0} \quad , \quad (26a)$$

$$t_2 = D_1 \Delta_{b1} + D_2 \Delta_{b2} + D_3 \Delta_{b3} - E \Delta_{b0} \quad , \quad (26b)$$

$$t_1 = D_1 \Delta_{c1} + D_2 \Delta_{c2} + D_3 \Delta_{c3} - E \Delta_{c0} \quad , \quad (26c)$$

$$t_0 = D_1 \Delta_{d1} + D_2 \Delta_{d2} + D_3 \Delta_{d3} - E \Delta_{d0} \quad . \quad (26d)$$

方程 (25) 有 3 个解析根^[10], 如果有 1 个实根, 便是边坡 3D 安全系数解答; 如果有 2 个或 3 个实根, 只有最大的实根有意义, 因为对于边坡稳定问题不可能存在 2 个或 3 个不等的安全系数。

4 算 例

图 2 为经常被引用的二维边坡算例^[11], 文献[3, 5, 12]曾以此二维滑面用为三维滑体的主滑面, 三维滑面为椭球面与软弱层组合。为了便于比较, 椭球 y 方向半轴长 R_y 取为 78.2 m, 使滑体体积与文献[3, 5, 12]相等, 即 1300 m³, 三维滑面关于 y 轴对称, 见图 3。

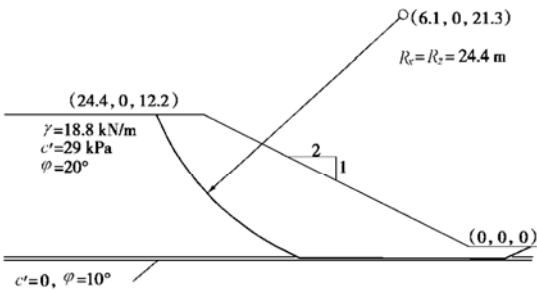


图 2 边坡主剖面及参数
Fig. 2 Cross-section and parameters of a slope

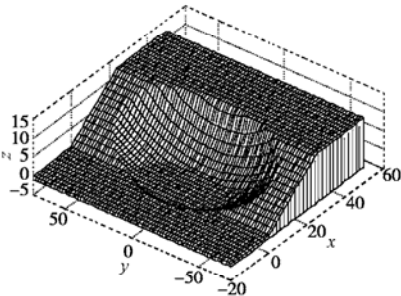


图 3 对称三维滑面
Fig. 3 Symmetrical 3D slip surface

文献[3, 5, 12]计算上述对称三维边坡安全系数

分别为 1.553, 1.603 和 1.62。本文方法计算三维安全系数为 1.656, 与文献[5, 12]非常接近, 与文献[3]相差不到 7%。方程 (25) 另外两个共轭虚根为 $-0.001 \pm 0.0221i$, 不存在另外一个不易取舍的实根。

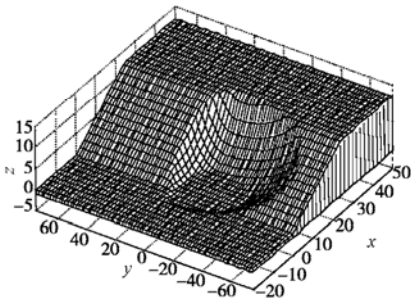


图 4 非对称三维滑面 ($R'_y=0.3 R_y$)
Fig. 4 Asymmetric 3D slip surface

文献[3, 5, 12]没有考虑三维滑体横向力的平衡条件, 原则上只适用对称三维滑体。本文增加一个横向力平衡条件, 更适合一般非对称三维滑体。图 4 为由两个 y 方向半轴长不等的椭球面组成的非对称滑面, 表 1 为一系列非对称滑面的三维安全系数。由表 1 可见, 随着非对称性增加 (R_y 不变, R'_y 逐渐减小), 三维安全系数逐渐增大。

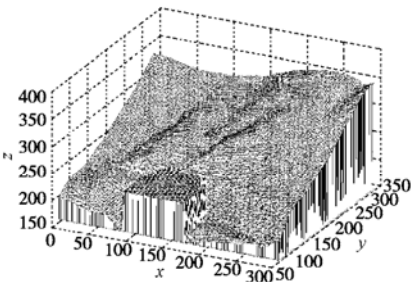
表 1 非对称边坡三维安全系数 ($R_x=R_z=24.4$ m, $R_y=78.2$ m)

Table 1 3D factors of safety of asymmetrical slopes

R'_y/R_y	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6
F_s	1.660	1.661	1.663	1.667	1.673
R'_y/R_y	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
F_s	1.667	1.673	1.698	1.720	1.774

5 工程应用

重庆乌江银盘水电站重力坝左岸坝肩边坡有一条层间剪切带与两组裂隙面构成潜在滑体, 需要验算左岸坝肩边坡及左岸岸坡坝段沿建基面整体滑动的安全系数。左岸坝肩边坡、岸坡坝段及潜在空间滑面见图 5 (a)、(b), 滑面有关参数见表 5。图 5 中 x, y 为原始坐标系, 表 2 中倾向角为倾向与 x 轴正方向夹角(逆时针为正)。计算安全系数时, 取不同的滑动方向, x, y 坐标轴相应作旋转变换, 使新的 x 坐标轴反向与滑动方向一致。



(a) 坝肩及坝体

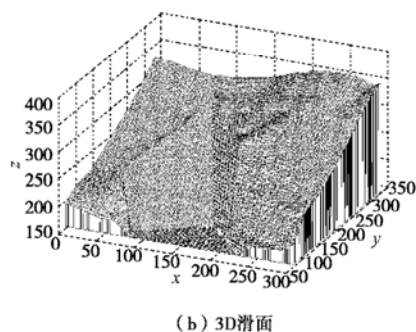


图 5 坝肩边坡及 3D 滑面
Fig. 5 Slope and 3D slip surface of dam abutment

表 2 滑面几何及力学参数

Table 2 Geometrical and mechanical parameters of slip surfaces				
	层间剪切带	裂隙面 (1)	裂隙面 (2)	建基面
倾向/(°)	-56	-138	20	
倾角/(°)	39	70	75	0
黏聚力/kPa	15	330	330	450
内摩擦角/(°)	13.2	32.2	32.2	36.87

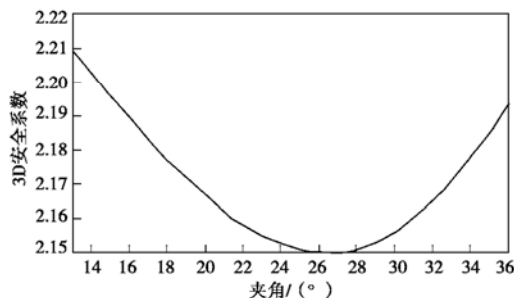


图 6 3D 安全系数与滑动方向关系
Fig. 6 Relationship between 3D factor of safety and sliding direction

取一系列滑动方向，计算相应的 3D 安全系数，为了保证计算结果的合理性，同时验证修正后滑面正应力分布的非负性。3D 安全系数与滑动方向关系见图 6。计算结果表明，当滑动方向自层间剪切带倾向顺时针偏转 13~36° 时，修正后滑面正应力仍为正值，超出此范围，滑面正应力出现负值。当 $\theta=26\sim27^\circ$ ，3D 安全系数值达到最小即 2.150，最大安全系数为 2.209，最大最小 3D 安全系数相差仅 2.7%，因此实际计算时只要保证修正滑面正应力为正值，计算结果完全可以满足工程精度要求。

6 结 语

本文基于空间滑面正应力修正模式，得到一般形状边坡 3D 极限平衡解答。采用 3D 扩展的瑞典法滑面初始正应力假设和含 3 个待定系数的线性修正函数，根据 4 个平衡方程（3 个方向力平衡方程，以及绕与滑动方向垂直坐标轴的力矩平衡方程），推导出关于 3D 安全系数的 3 次代数方程，从而得到 3D 安全系数的极限平衡显式解。算例表明，在保证修正后滑面正

应力为正值的情况下，3D 安全系数随着滑动方向的改变变化范围仅 2.7%，完全在极限平衡方法精度范围内。本文方法比条柱法简便，计算结果稳定；由于满足了所有的力平衡条件及主要的力矩平衡条件，计算精度得到足够保证；同时由于适合任意形状空间滑面，因而具有工程推广价值。

参考文献:

[1] HOVLAND H J. Three-dimensional slope stability analysis method[J]. J Geotech Eng, ASCE, 1977, **103**(9): 971 - 986.

[2] HUNGR O. An extension of Bishop's simplified method of slope stability analysis to three dimension[J]. Geotechnique 1987. **37**: 113 - 117.

[3] XING Z. Three-dimensional stability analysis of concave slopes in plan view[J]. J Geotech Eng, 1987, **114**(6): 658 - 671.

[4] 陈祖煜, 弥宏亮, 汪小刚. 边坡稳定三维分析的极限平衡方法[J]. 岩土工程学报, 2001, **23**(5): 525 - 529. (CHEN Zu-yu, MI Hong-liang, WANG Xiao-gang. A three-dimensional limit equilibrium method for slope stability analysis[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, **23**(5): 525 - 529. (in Chinese))

[5] LAM L, FREDLUND D G. A general limit equilibrium model for three-dimensional slope stability analysis[J]. Can Geotech J, 1993, **30**: 905 - 919.

[6] HUANG C C, TSAI C C. New method for 3D and asymmetrical slope stability analysis[J]. J Geotech Geoenviron Eng, 2002, **126**(10): 917 - 927.

[7] HUANG C C, TSAI C C, CHEN Y H. Generalized method for three-dimensional slope stability analysis[J]. J Geotech Geoenviron Eng, 2002, **128**(10): 836 - 848.

[8] ZHU D Y, LEE C F. Explicit limit equilibrium solution for slope stability[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2002, **26**: 1573 - 1590.

[9] ZHU D Y, LEE C F, JIANG H D. Generalised framework of limit equilibrium methods and numerical procedure for slope stability analysis[J]. Geotechnique, 2003, **53**(4): 377 - 395.

[10] HARRIS J W, STOCKER H. Handbook of mathematics and computational science[M]. New York: Springer-Verlag, 1998.

[11] FREDLUND D G, KRAHN J. Comparison of slope stability methods of analysis[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1977, **14**: 429 - 439.

[12] HUNGR O, SALGADO F M, BYRNE P M. Evaluation of a three-dimensional method of slope stability analysis[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1989, **26**: 679 - 686.