

砂土液化变形的数值模拟

王 刚¹, 张建民²

(1. 二滩水电开发有限责任公司, 四川 成都 610021; 2. 清华大学土木水利学院, 北京 100084)

摘 要: 基于模拟饱和砂土液化后大应变响应的弹塑性循环本构模型及相应的数值算法, 采用完全耦合的饱和土动力反应分析程序 SWANDYNE II, 对 VELACS 项目中的三个动力离心模型试验(饱和松砂水平地基、饱和松砂倾斜地基、松砂和密砂的水平组合地基)进行了数值模拟。数值模拟较好地再现了离心模型试验测得的加速度响应、超静孔压响应及变形累积过程, 给出了典型土单元的应力应变曲线和有效应力路径, 从土的应力应变响应的角度较好地解释了模型中超静孔压的产生、扩散、消散过程以及液化大变形的发展过程。

关键词: 砂土; 液化; 液化变形; 数值模拟

中图分类号: TU435

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2007)03-0403-07

作者简介: 王 刚(1978-), 男, 博士, 主要从事岩土本构理论、数值分析等方面的研究工作。E-mail: wanggang96@tsinghua.org.cn。

Numerical modeling of liquefaction-induced deformation in sand

WANG Gang¹, ZHANG Jian-min²

(1. Ertan Hydropower Development Co., Ltd., Chengdu 610021, China; 2. School of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: A cyclic elasto-plasticity model developed by the authors, which could be used to simulate the large strain development during an entire pre- and post-liquefaction process, had been implemented in an effective stress based and fully coupled finite element program – SWANDYNE II. Three dynamic centrifuge model tests performed in the VELACS project were simulated in this paper using the program. The macroscopic phenomena observed in the physical model tests, such as acceleration series, the generation, diffusion and dissipation of excess pore water pressure, and permanent deformation accumulation, were well reproduced in the numerical models. The calculated stress-strain curves and effective stress paths of typical soil elements in the models were also given by the numerical models, through which the whole liquefaction process of the models could be well understood.

Key words: sand; liquefaction; liquefaction-induced deformation; numerical modeling

0 前 言

液化引起的大变形是强震中饱和砂土地基破坏的主要形式, 定量地预测实际边值问题中液化引起的变形具有重要的工程价值。Seed 等(1966)^[1]把不排水循环剪切试验中有效应力第一次为零的状态称为“初始液化”, 从而把液化过程分为“初始液化前(简称: 液化前)”和“初始液化后(简称: 液化后)”两个阶段。试验表明^[2-5], 饱和的中密砂或密砂在液化后的不排水循环剪切条件下呈现出“往返活动性”现象, 表现为循环剪应变随着循环剪切次数逐渐增大, 在每一个剪切循环中剪切模量和强度随着剪应变的增加而逐渐恢复。虽然从 20 世纪 70 年代初开始, 发展了一些数值方法来模拟饱和砂土在液化过程中的变形行为。但是, 这些方法都认为循环剪应变的逐渐增大源于饱

和砂土中孔隙水压力增加、有效应力降低导致的模量降低, 而一旦当有效应力减小到零, 则变形是不确定的。因此, 它们不能模拟饱和砂土在液化后的剪切过程中的变形发展过程。由于实际边值问题中常有大范围区域处于液化后状态, 因此前述数值方法对于液化变形的模拟能力是很有限的, 甚至是无能为力的。

笔者^[6-7]通过试验研究和机理分析发现, 饱和砂土液化后大变形的发展是由 3 个体变分量(压缩体变分量、可逆和不可逆性剪切体变分量)的组合变化及体积相容性条件决定的。在此基础上, 建立了一个能够模拟饱和砂土液化前后的应力应变响应、尤其是液化后大变形响应的弹塑性循环本构模型^[6,8]。本文基于该

模型,采用基于饱和土动力固结理论的分析方法,拟通过对 VELACS 项目中的 3 个动力离心模型试验进行数值模拟,说明边值问题中液化变形的合理模拟方法及其有效性,同时从土的应力应变响应的角度来理解具体边值问题中液化变形的宏观发展过程。

1 液化变形的数值模拟方法

饱和土震动液化过程实质上是一个伴随着土骨架与孔隙水相互作用的动力固结过程。对震动液化过程进行合理的数值模拟应该采用基于饱和土动力固结理论的完全耦合的动力反应分析程序,以及一个可以模拟饱和砂土整个液化过程中(包括液化前和液化后)应力应变响应的本构模型。

本文所采用的程序为 DIANA-SWANDYNE II [9-10]。该程序是目前国际上最为著名、应用最为广泛的饱和土动力固结分析程序。它可以求解二维的稳定渗流问题、静动力固结问题。

砂土的应力应变行为采用作者提出的本构模型来描述。该模型的优点是^[6-8]:①不需要引入额外的假定和参数,仅通过对剪切引起的可逆性和不可逆性体变的描述,就既可合理地模拟饱和砂土液化后循环剪切下剪应变的发展过程,又可合理地模拟液化后排水再固结体变的累积过程;②从机理上反映了饱和砂土的残余体积应变与残余剪应变间的相互影响。该模型共有 11 个模型参数,见表 1。笔者^[6]将本文的饱和砂土循环本构模型添加到 SWANDYNE II 程序中,并进一步发展了该程序的局部应力积分算法和总体求解方案,增强了该程序求解非线性问题尤其是液化问题的收敛性和稳定性。

表 1 内华达砂的模型参数

Table 1 Model parameters for Nevada sand				
类别	参数符号	$D_r=40\%$	$D_r=45\%$	$D_r=70\%$
强度	$M_{f,c}$	1.46	1.46	1.52
	G_o	125	125	125
模量	κ	0.005	0.005	0.005
	n	0.5	0.5	0.5
	h	1.2	1.2	1.2
可逆性 剪胀	$M_{d,c}$	0.5	0.5	0.5
	$d_{re,1}$	0.4	0.4	0.4
	$d_{re,2}$	1000	1000	1000
不可逆性 剪胀	d_{ir}	0.45	0.4	0.35
	α	20	20	50
	$\gamma_{d,r}$	0.05	0.05	0.05

2 VELACS 项目及本文分析对象

VELACS 项目是美国国家自然科学基金资助的研究项目(Arulanandan 和 Scott, 1993^[11])。该项目的目的是用动力离心模型试验来验证液化数值分析方法的可靠性和有效性。该项目主要分两个内容:①动力

离心模型试验;②对离心模型试验结果进行预测和模拟。动力离心模型试验共做了 12 个模型,对其中的大多数模型都由不同的机构进行了平行试验。来自世界各地的三十多个小组参加了数值模拟,当时可用的数值分析方法几乎都被采用了。结果表明,即使是公布试验结果后的事后模拟(C 类考题)的效果也不好,尤其是对超静孔压和变形的发展过程的模拟效果较差。笔者认为,由于当时参加预测的所有本构模型均不能反映饱和砂土液化后的应力应变行为,所以他们几乎不可能正确模拟出饱和砂土层已经大范围达到液化后状态的模型的变形响应。

本文对 VELACS 项目中的 3 个模型试验(模型 1, 2 和 3)进行模拟(C 类考题)。如图 1 所示,模型 1 为饱和松砂水平地基,模型 2 为饱和松砂倾斜地基(倾斜角 $\alpha=2^\circ$)。两模型都被放在一个叠环式的剪切盒模型箱中,以近似模拟无限地基的一维剪切效应。两模型的土层厚都为 20 cm,在 50g 的离心加速度下(原型 10 m 厚)受与底部平行的地震输入。模型土料为内华达砂(Nevada Sand)。模型试验中水被用来作为孔隙流体。RPI(Rensselaer Polytechnic Institute)^[12-13]是这两个模型的主要试验机构。

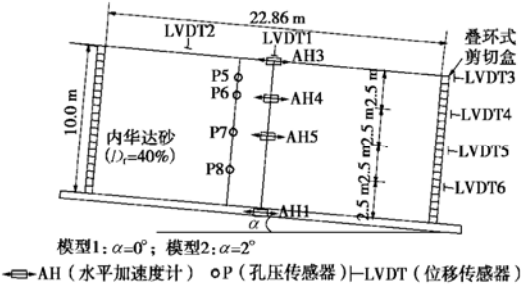


图 1 VELACS 模型 1 与 2 的基本信息

Fig. 1 Configuration of VELACS Model #1 and #2

如图 2 所示,模型 3 为组合水平地基(左侧为松砂、右侧为密砂)。模型被放置于一个剪切盒模型箱中,在 50g 的离心加速度下受水平地震输入。砂层厚为 22 cm,模拟的原型土层厚 11 m。在模型试验中水被用来作为孔隙流体。该模型的动力离心模型试验主要由 CalTech^[14]完成,UC Davis^[15]和 RPI^[16]做平行试验。

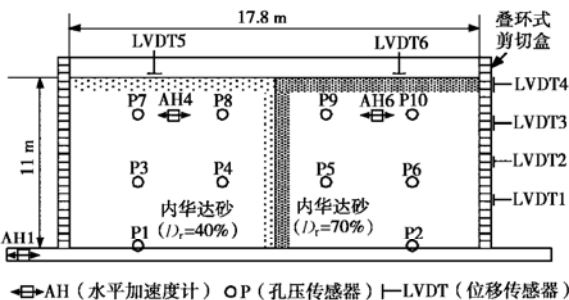


图 2 VELACS 模型 3 的基本信息

Fig. 2 Configuration of VELACS model #3

3 有限元数值模型

3.1 有限元网格及边界条件

模型 1 和 2 可用一维土柱来模拟, 有限元模型见图 3, 模型 3 的有限元网格见图 4。有限元模型的边界条件为: ①底边作为加速度输入边界; ②左右两边同一高程的结点的水平和竖向自由度都相同, 以模拟等效剪切梁模型箱对边界的限制; ③表面结点的孔隙水压力为零; ④底边界和侧边界都为不透水边界。采用指定模型加速度条件下的静力计算所得的应力场作为动力计算的初始应力场和初始静孔压场。

3.2 材料参数

内华达砂是一种均匀的、圆角状颗粒的细砂, 其基本物性指标为: $D_{50}=0.1 \text{ mm}$, $G_s=2.67$, $e_{\min}=0.511$, $e_{\max}=0.887$ 。作为 VELACS 项目的内容之一, Arulmoli 等 (1992) [17] 对不同相对密度的内华达砂进行了详细的物性试验和力学特性试验, 以便为参加模拟的各个数值模型确定参数。模型 1 和模型 2 制作完成时砂土的实际相对密度为 $D_r=45\%$ ($e=0.724$), 比预先规定的稍高。由内华达砂的室内单元试验 (共振柱试验、循环三轴试验、循环单剪试验) 确定内华达砂的模型参数, 再根据动力离心模型试验的模拟结果和试验结果的符合程度, 对参数进行了调整, 所采用的模型参数见表 1。

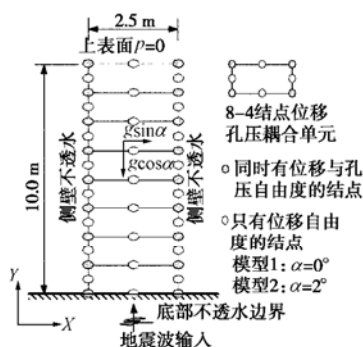


图3 VELACS 模型1和2的有限元计算模型

Fig. 3 FE models for VELACS model #1 and #2

4 计算结果及分析

4.1 模型1: 水平地震

与 RPI 的试验结果 [12] 进行对比, 所有的数据都以原型的尺度给出。图 5~9 给出了模型 1 的试验和计算的侧向加速度、超静孔压、侧向位移和竖向沉降时程以及模型中典型点的应力应变响应。

加速度计算结果与试验结果 (见图 5) 符合较好。由于土层达到液化状态, 土层表面的加速度反应 (AH3) 大约在 5 s 后变得较小; 在 2.5 m 深度处

(AH4), 大约在 7 s 后加速度变得较小。在 5.0 m 深度处 (AH5), 试验记录的加速度时程在地震的后期 (8 s 后) 出现了一些高频的峰值, 计算的加速度时程中没有反映出这一特点, 关于试验记录的高频加速度峰值出现的原因有待进一步探讨。

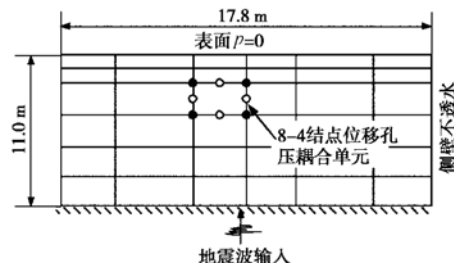


图4 VELACS 模型3的有限元计算模型

Fig. 4 FE model for VELACS model #3

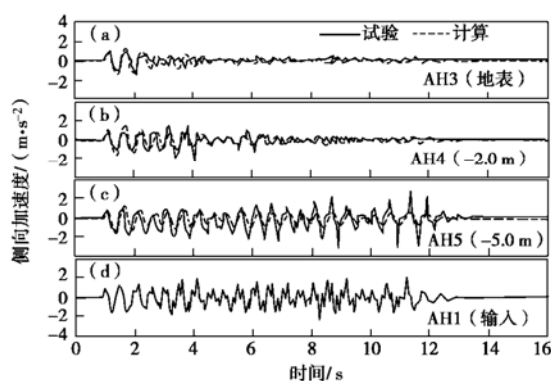


图5 模型1的加速度时程的计算与试验结果对比

Fig. 5 A comparison between calculated and measured acceleration series of model #1

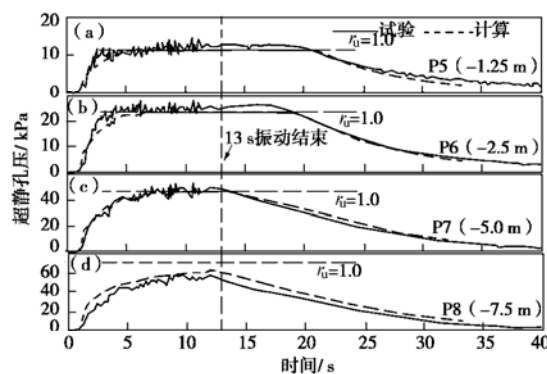


图6 模型1的孔压时程的计算与试验结果对比

Fig. 6 A comparison between calculated and measured pore water pressure series of model #1

从图 6 的超静孔压时程来看, 大约 5.0 m 深度以上的超静孔压比 $r_u = u/\sigma'_v$ 都达到了 1.0, 土层都达到了液化状态。由于地震过程中以及地震过程后的超静孔压自下而上的扩散过程, 模型上部土层的超静孔压的消散过程明显要慢一些。由于超静孔压的扩散效应,

虽然地震过程在 13 s 时结束,但表层土在 20 s 时还保持着液化状态 (P5)。可以看出,数值模拟无论从趋势还是数量上都很好地模拟了模型中超静孔压的产生、扩散和消散过程。

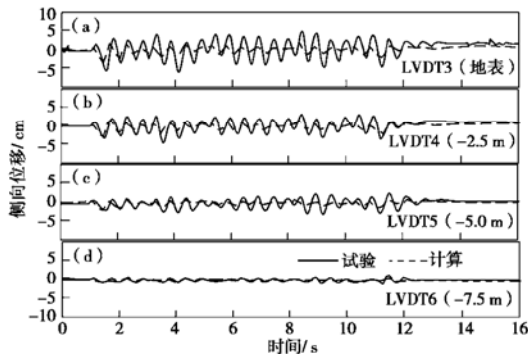


图 7 模型 1 的侧向位移过程的计算与试验结果对比

Fig. 7 A comparison between calculated and measured lateral displacement of model #1

从图 7 可以看出,在水平地基模型中,侧向位移比较小,且基本上没有残余的侧向永久变形。振动过程中表面的侧向位移最大振幅约为 5 cm,如果认为地基主要以第一振型振动,那么振动过程中的最大侧向剪应变约为 0.5%。计算的水平位移时程和试验测定的变化规律一致,在数值上略有差别。考虑到位移的绝对数值本来就很小 (<5 cm),以及测试过程中的其它因素的干扰,可以认为计算结果和试验结果符合良好。图 8 给出了地表沉降的试验和计算结果。从中可以看出,计算结果和试验结果差别较大。计算的最终沉降量约为 14 cm,而试验所得的沉降量约为 20 cm。计算的沉降发展过程也较试验的慢。

图 9 给出了模型计算的不同深度处土质点的应力应变曲线和有效应力路径。从中可以清楚地看出,振动过程中孔隙水压力上升引起土的有效应力降低以及土的剪切刚度逐渐减小的过程。由于振动过程中产生的剪应变较小 (<0.5%,和位移时程的分析结论一致),剪应力剪应变曲线还没能发展到剪切刚度恢复段,所以在 8 s 后土层上部的加速度反应很小。

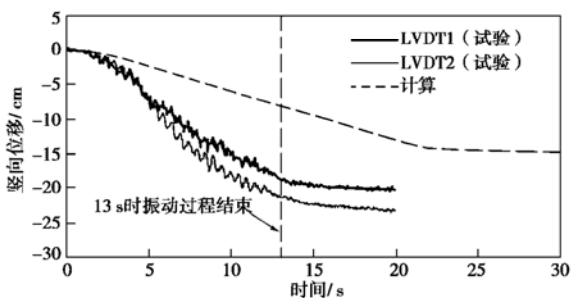


图 8 模型 1 的地面沉降过程的计算与试验结果对比

Fig. 8 A comparison between calculated and measured surface settlement of model #1

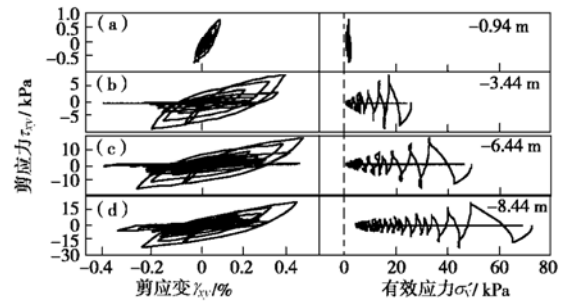


图 9 计算的模型 1 中典型点的应力应变响应

Fig. 9 Calculated shear stress-strain curves and effective stress paths at different depths of model #1

4.2 模型 2: 倾斜地基

与 RPI 的试验结果^[13]进行对比,所有的数据都以原型的尺度给出。图 10~14 给出了模型 2 的试验和计算的侧向加速度、超静孔压、侧向位移和竖向沉降时程以及模型中典型点的应力应变响应。模型 2 有 2 度的倾斜角,由于重力在倾斜方向上的分量使得土层中存在着一个静的驱动剪应力。从计算结果中可以看出,尽管只有 2 度的倾斜角,却使得模型 2 的动力响应较模型 1 有很大的区别。

计算和试验结果显示,模型 2 表层的加速度响应并不像模型 1 在某个时刻后几乎衰减消失(见图 10)。和模型 1 一样,试验记录的加速度时程中出现的一些高频的峰值(以 AH4 的记录最为明显)在计算中没有被模拟出来。

图 11 给出了不同深度处的超静孔压的试验和计算结果。与模型 1 的结果相比,无论试验还是计算结果在超静孔压的峰值处均出现了较大的波动。

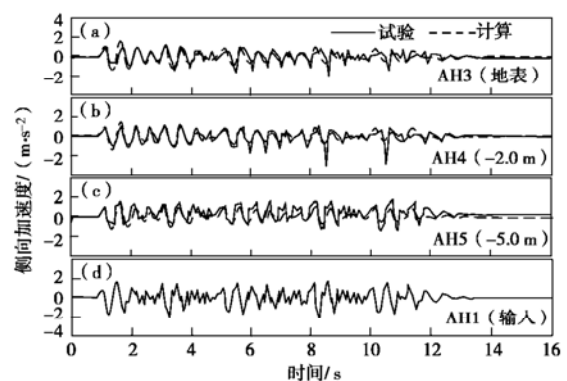


图 10 模型 2 的加速度时程的计算与试验结果对比

Fig. 10 A comparison between calculated and measured acceleration series of model #2

从图 12 的侧向位移记录来看,由于初始驱动剪应力的作用,在振动的过程中土层的变形始终沿着初始驱动剪应力的方向逐渐累积,在地震结束时达到最大值(地表约 0.5 m)。在 5.0 m 和 7.5 m 深度处,侧向

位移的计算值和试验记录值差别较大, 在地表处计算的侧向位移和试验结果符合较好。鉴于模型试验中土层内位移量测的精度以及模型箱的侧壁约束效应等条件的限制, 可以认为侧向位移的模拟效果良好。图 13 给出了地表沉降的试验和计算结果的对比, 与模型 1 一样, 计算的沉降数值较试验值略小, 沉降发展过程也较试验的慢。

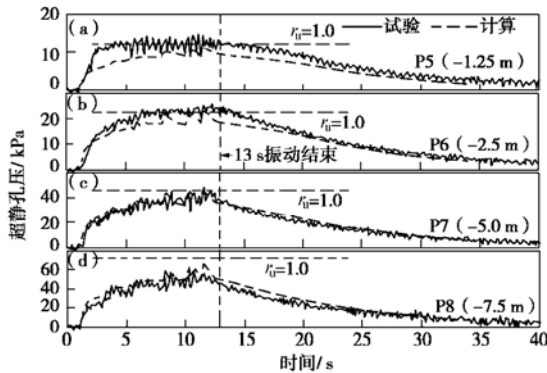


图 11 模型 2 的孔压时程的计算与试验结果对比

Fig. 11 A comparison between calculated and measured pore water pressure series of model #2

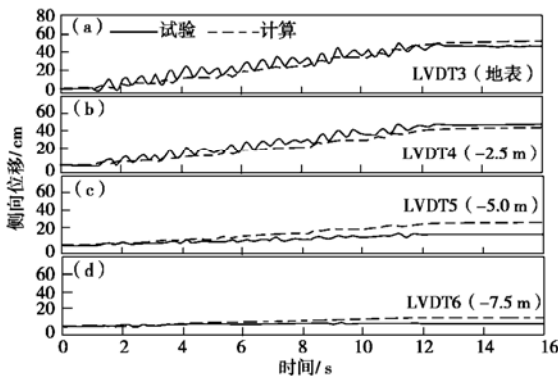


图 12 模型 2 的侧向位移过程的计算与试验结果对比

Fig. 12 A comparison between calculated and measured lateral displacement of model #2

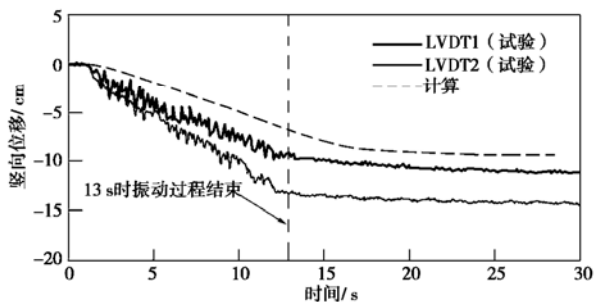


图 13 模型 2 的地面沉降过程的计算与试验结果对比

Fig. 13 A comparison between calculated and measured surface settlement of model #2

图 14 给出了典型土质点的剪应力剪应变曲线和

有效应力路径。它可以说明侧向位移逐渐累积和超静孔压波动的原因。由于土单元中存在初始驱动剪应力, 剪应变在每个循环过程中都向初始趋动剪应力方向累积, 尤其是在初始液化后该累积过程更为明显。在液化后的剪切循环中, 当剪应变发展到超过某一值后, 由于可逆性剪胀的发挥, 土的有效应力、剪切刚度和抗剪强度随着剪应变的增加而逐渐恢复。

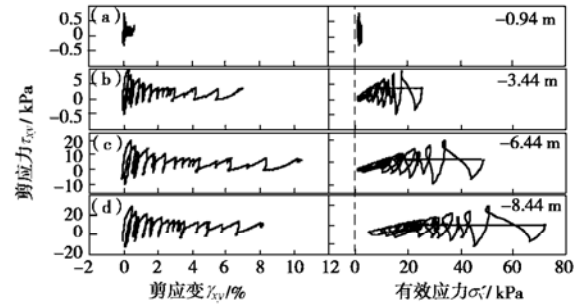


图 14 计算的模型 2 中典型点的应力应变响应

Fig. 14 Calculated shear stress-strain curves and effective stress paths at different depths of model #2

通过模型 2 的模拟, 说明笔者所提出的本构模型能够模拟实际边值问题中有初始驱动剪应力情况下饱和砂土的应力应变响应以及由此导致的侧向变形累积过程。

4.3 模型 3: 水平组合地基

模型 3 的主要试验和平行试验的结果差别较大, 为此, 在对比分析中, 同时给出了 CalTech^[15]和 RPI^[16]的试验结果。和前两个模型一样, 加速度响应的模拟效果很好, 限于篇幅本文就不再给出。

图 15 给出了 10 个孔压测点的超静孔压时程的试验结果和计算结果的对比。需要指出的是, 图中 RPI 的超静孔压时程曲线是从文献[16]的图表中读取的数据点绘出的, 因而超静孔压的振荡过程被忽略了, 但这并不影响对超静孔压的产生和消散过程的对比。从中可以看出, CalTech 和 RPI 的试验给出的超静孔压时程差别较大 (RPI 未给出 P4 和 P10 的孔压时程)。RPI 的超静孔压的峰值较 CalTech 的大 (尤其是在 P1、P2、P3、P5 和 P6 点), 这可能与 RPI 试验的实际加速度输入较强有关。就超静孔压的消散过程来看, RPI 的超静孔压的消散速度要明显快于 CalTech。本文计算的超静孔压时程介于 CalTech 和 RPI 的试验结果之间, 超静孔压的消散过程更接近 RPI 的结果。

图 16 给出了侧向位移的试验和计算结果。计算的侧向位移的波动变化趋势和试验的基本一致, 但是计算的侧向位移的振幅较试验值小, 尤其是在模型的上半部。总的来看, 侧向位移的模拟效果较好。

图 17 分别给出在松砂侧和密砂侧的表面沉降的试验结果和计算结果。在松砂侧 (L5), 计算的最终

沉降量和 CalTech 的试验结果差别较小, RPI 的沉降量略大。与模型 1 和 2 一样, 模型 3 计算的沉降的发展过程也较试验过程慢, 看来这并非偶然现象。作者认为试验所得的沉降发展过程有两点比较难以理解:

①试验结果表明在强振动结束时(第 20 s 时)沉降已基本完成, 但此时超静孔压基本上还处于峰值(见图 15), 似乎表明超静孔压的消散过程引起的沉降很小; ②根据固结理论, 土的孔隙体积的减小要求排出相应数量的孔隙流体, 那么前 20 s 必然要发生一个很快的排水固结过程才能完成如此大的沉降, 但是这似乎和后面较慢的孔压消散过程相悖。数值模型计算的沉降发展过程与固结过程的速度是一致的。

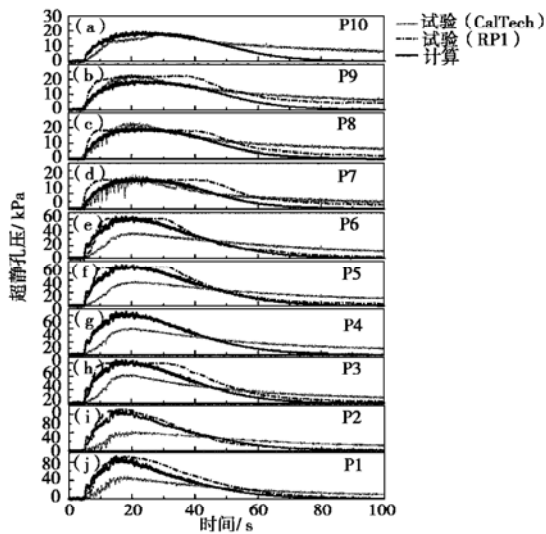


图 15 模型 3 的孔压时程的计算与试验结果对比

Fig. 15 A comparison between calculated and measured pore water pressure series of model #3

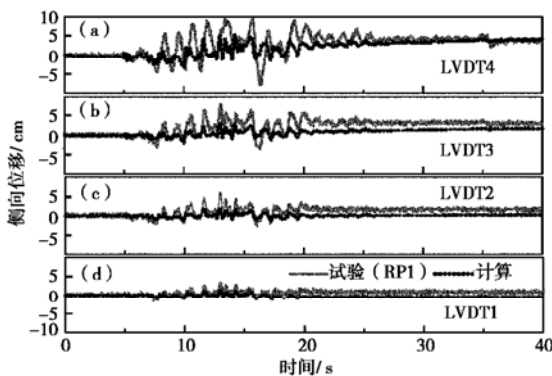


图 16 模型 3 的侧向位移过程的计算与试验结果对比

Fig. 16 A comparison between calculated and measured lateral displacement of model #3

在密砂侧(L6), 两个试验所得的表面沉降量差别很大(CalTech 约为 25 cm, RPI 约为 60 cm), 两个试验测得的密砂侧(L6)的沉降都远大于松砂侧(L5)。模型试验者通过分析发现, 产生该现象的原因是模型

中下部的密砂在松砂液化后, 由于失去侧向支撑而挤入了松砂侧。笔者所建立的数值模型不能反映密砂坍塌挤入松砂这一现象, 因而计算的密砂侧的沉降略小于松砂侧, 这和密砂的不可逆性剪胀参数略小于松砂是一致的。

总的来说, 数值模拟很好地模拟了模型 3 的加速度响应, 较好地模拟了超静孔压的产生、扩散和消散过程; 对于变形过程的模拟效果较差, 但是考虑到模型试验中一些因素在数值计算中没有考虑, 以及模型试验的精度(如平行试验的结果差别较大), 模拟效果还是可以接受的。

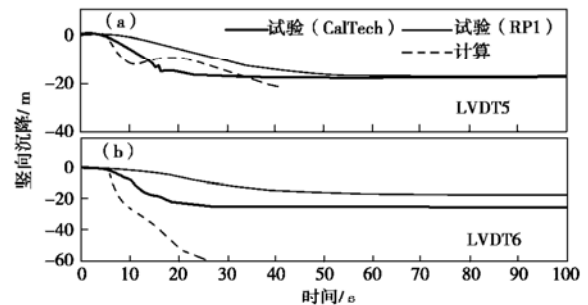


图 17 模型 3 的表面沉降过程的计算与试验结果对比

Fig. 17 A comparison between calculated and measured surface settlement of model #3

5 结 论

基于笔者提出的本构模型, 采用完全耦合的饱和土动力反应分析程序对 VELACS 项目的部分动力离心模型试验进行了数值模拟, 可以得出以下结论:

(1)作者所提出的饱和砂土模型可以较好地模拟饱和砂土中土单元在整个液化过程中的应力应变行为, 因此在宏观现象上可以较好地模拟离心模型试验测得的加速度响应、超静孔隙水压力的响应以及变形的累积过程。

(2)在实际边值问题中, 饱和砂土的液化变形是可以预测的。液化变形的数值模拟方法的有效性主要取决于所采用的本构模型对饱和砂土在整个液化过程中(液化前和液化后)的应力应变行为、尤其是液化后的大变形行为的描述能力。

鉴于实际地震工程边值问题的复杂性, 本文只模拟了动力离心模型试验这一简单的边值问题, 地震液化变形问题的研究还任重而道远。

参考文献:

- [1] SEED H B, LEE K L. Liquefaction of saturated sands during cyclic loading[J]. Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering Division, ASCE, 1966, 92(SM6):105 - 134.

- [2] YASUDA S, MASUDA T, et al. Torsional shear and triaxial compression tests on deformation characters of sands before and after liquefaction[C]// Proceedings of 5th US-Japan Workshop on Earthquake Resistant Design of Lifelines and Countermeasures against Soil Liquefaction, 1994: 249 - 265.
- [3] YOSHIDA N, YASUDA S, et al. Behavior of sand after liquefaction[C]// Proceedings of 5th US-Japan Workshop on Earthquake Resistant Design of Lifelines and Countermeasures against Soil Liquefaction, 1994: 181 - 198.
- [4] VAID Y P, THOMAS J. Liquefaction and post liquefaction behavior of sand[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1995, **121**(2): 163 - 173.
- [5] SHAMOTO Y, ZHANG J M, GOTO S. Mechanism of large post-liquefaction deformation in saturated sands [J]. Soils and Foundations, 1997, **37**(2): 71 - 80.
- [6] 王 刚. 砂土液化后大变形的物理机制与本构模型研究[D]. 北京: 清华大学, 2005.(WANG Gang. Research on physical fundamentals and constitutive model of large post-liquefaction deformation of sand[D]. Beijing: Tsinghua University, 2005.(in Chinese))
- [7] 张建民, 王 刚. 砂土液化后大变形的机理[J]. 岩土工程学报, 2006, **28**(7): 835 - 840.(ZHANG Jian-min, WANG Gang. Mechanism of large post-liquefaction deformation in saturated sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, **28**(7): 835 - 840.(in Chinese))
- [8] 王 刚, 张建民. 砂土液化后大变形的弹塑性循环本构模型[J]. 岩土工程学报, 2007, **29**(1): 51 - 59.(WANG Gang, ZHANG Jian-min. A cyclic elasto-plastic constitutive model for evaluating of large post-liquefaction deformation of sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, in press, 2007, **29**(1): 51 - 59.(in Chinese))
- [9] CHAN A H C. A unified finite element solution to static and dynamic geomechanics problem[D]. Wales: University College of Swansea, 1988.
- [10] CHAN A H C. User's manual for DIANA-SWANDYNE II [R]. Report of Department of Civil Engineering, Glasgow University, 1990.
- [11] ARULANANDAN K, SCOTT R F. Proceedings of verification of numerical procedures for the analysis of soil liquefaction problems[M]. Netherlands: A A Balkema Publishers, 1993.
- [12] TABOADA V M, DOBRY R. Experimental results of model No.1 at RPI[C]// ARULANANDAN K, SCOTT R F, eds. Proceedings of Verification of Numerical Procedures for The Analysis of Soil Liquefaction Problems, Netherlands: A A Balkema Publishers, 1993: 3 - 17.
- [13] TABOADA V M, DOBRY R. Experimental results of model No.2 at RPI[C]// ARULANANDAN K, SCOTT R F, eds. Proceedings of Verification of Numerical Procedures for the Analysis of Soil Liquefaction Problems, Netherlands: A A Balkema Publishers, 1993: 277 - 294.
- [14] SCOTT R F, HUSHMAND B, RASHIDI H. Model No.3 primary test description and test results[C]// ARULANANDAN K, SCOTT R F, eds. Proceedings of Verification of Numerical Procedures for the Analysis of Soil Liquefaction Problems, Netherlands: A A Balkema Publishers, 1993: 435 - 462.
- [15] FARRELL T M, KUTTER B L. Experimental results of Model No.3[C]// ARULANANDAN K, SCOTT R F, eds. Proceedings of Verification of Numerical Procedures for the Analysis of Soil Liquefaction Problems, Netherlands: A A Balkema Publishers, 1993: 463 - 469.
- [16] TABOADA V M, DOBRY R. Experimental results of attempted duplication of Model No.3 at RPI[C]// ARULANANDAN K, SCOTT R F, eds. Proceedings of Verification of Numerical Procedures for the Analysis of Soil Liquefaction Problems, Netherlands: A.A.Balkema Publishers, 1993: 471 - 482.
- [17] ARULMOLI K, MURALEETHARAN K K, HOSSAIN M M, FRUTH L S. VELACS: Verification of liquefaction analysis by centrifuge studies, laboratory testing program, soil data report[R]. Project No. 90-0562, The Earth Technology Corporation, Irvine, California, 1992.