

砂土液化大变形的弹塑性循环本构模型

王 刚¹, 张建民²

(1. 二滩水电开发有限责任公司, 四川 成都 610021; 2. 清华大学土木水利学院, 北京 100084)

摘 要: 循环剪切过程中饱和砂土的 3 个体积应变分量(有效球应力变化引起的体变、剪切引起的可逆性体变和不可逆性体变)的变化规律决定了液化后剪应变的发展。基于上述机理、对剪切引起的可逆性和不可逆性体变的数学描述、体积相容性条件以及边界面本构理论框架, 建立了一个可描述饱和砂土液化后大变形的弹塑性循环本构模型。通过对饱和砂土排水和不排水循环扭剪试验结果的模拟表明, 该模型不仅可以合理地模拟饱和砂土循环加载条件下从液化前到液化后、从小剪应变到大剪应变的变形发展过程, 而且可以合理地模拟饱和砂土液化后再固结大体变的累积特性。本文的研究为定量描述砂土液化后大变形提供了一条合理而有效的途径。

关键词: 砂土; 液化后大变形; 往返荷载; 弹塑性; 循环本构模型

中图分类号: TU435

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2007)01-0051-09

作者简介: 王 刚(1978-), 男, 博士, 主要从事岩土本构理论、数值分析等方面的研究工作。E-mail: wanggang96@tsinghua.org.cn。

A cyclic elasto-plastic constitutive model for evaluating large liquefaction-induced deformation of sand

WANG Gang¹, ZHANG Jian-min²

(1. Ertan Hydropower Development Company, Ltd, Chengdu 610021, China; 2. School of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The post-liquefaction shear strain of saturated sand subjected to cyclic loading was found to be governed by the changes of the three volumetric strain components, i.e., a component induced by the variation in the mean effective confining stress, a reversible dilatancy component and an irreversible dilatancy component. Then a new cyclic elasto-plastic constitutive model for saturated sand were established, based on the following four important aspects: ① the above-mentioned new mechanism; ② a new mathematical description of the two dilatancy components; ③ consistent condition that the three volumetric strain components must meet for various conditions of drainage; ④ the theoretical frame of bounding surface plasticity. The model had been preliminarily confirmed to be effective through various comparisons between the calculated and tested results for Toyoura sand. It was shown that the presented model could be used well, not only to simulate the development of shear strain from a small to large range during an entire pre- and post-liquefaction process, but also to evaluate the accumulation process of large volumetric strain induced in post-liquefaction reconsolidation. The present study provided a rational and effective approach to evaluate the large liquefaction-induced deformation quantitatively.

Key words: sand; post-liquefaction large deformation; cyclic loading; elasto-plasticity; cyclic constitutive model

0 前 言

Seed 等^[1]把不排水循环剪切试验中有效应力第一次为 0 的状态称为“初始液化”, 从而把液化过程分为“初始液化前(简称液化前)”和“初始液化后(简称液化后)”两个阶段。迄今为止, 针对饱和砂土建立的大多数本构模型都是针对液化前的应力应变行为。它们将初始液化状态当作强度界限, 认为初始液化后饱和砂土不能抵抗剪切作用。试验表明, 饱和的中密砂

或密砂在液化后的不排水循环剪切条件下呈现出如图 1 所示的“往返活动性”现象, 表现为循环剪应变随着循环剪切次数逐渐增大, 在每一个剪切循环中剪切模量和强度随着剪应变的增加而逐渐恢复。试验还表

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50479015); 北京市自然科学基金重点项目(8011002)

收稿日期: 2005-03-07

明^[2-3], 饱和砂土在液化后循环剪切作用下产生的再固结体变较液化前有非常显著的增加。因此, 合理模拟饱和砂土在液化后的变形行为对于从变形的角度评价与液化有关的实际工程问题有极其重要的意义。

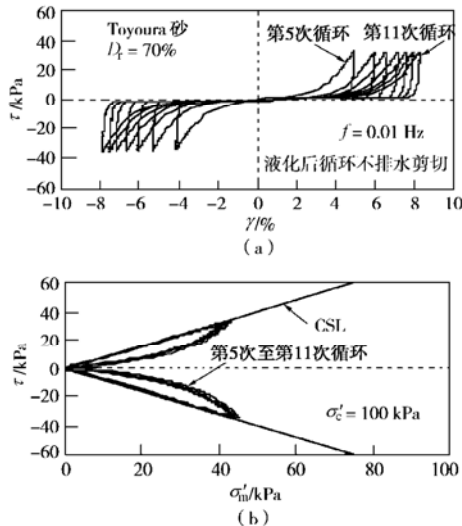


图1 不排水循环剪切下饱和砂土液化后的应力应变响应

Fig. 1 Post-liquefaction strain-stress response of saturated sand in typical undrained shear tests

Parra^[4]和杨朝晖等^[5-6]在 Provost^[7]的套叠屈服面模型的基础上通过在应变空间引入一个随剪切过程增大和移动的完全塑性域来模拟饱和砂土液化后的循环剪应变随着循环剪切次数增加的现象。王志良等^[8-9]则在其亚塑性界面模型的基础上引入一个随累积的塑性剪应变增加的模量软化因子, 通过降低模量的方法来模拟液化后循环剪应变逐渐增加的现象。但是, 上述两模型仅可针对液化后大变形的宏观现象进行非常有限程度的数学模拟, 缺少对液化后大变形形成机理的深入理解, 缺少合理的建立本构模型的物理基础, 因而尚不能合理地描述液化后大变形发展过程的多样性, 也不能合理地模拟液化后排水再固结体应变的累积特性, 尽管这对于评价液化引起的土体位移是至关重要的。

张建民^[10]、Shamoto 和张建民等^[11]提出了对饱和砂土液化后大变形的机理解释, 揭示了饱和砂土液化后的剪应变与体积应变间的内在联系, 发展了一个适用液化后单调加载条件的本构模型。张建民和王刚^[12]在 Ramberg-Osgood 模型基础上进一步提出了一统一模拟饱和砂土液化前后不排水循环加载变形行为的非线性弹性本构模型。张建民和王刚^[13]对液化后大变形机理做了进一步的发展和完善。张建民和罗刚^[14]在边界面塑性理论基础上提出了一个描述粒状土完全排水循环加载变形的弹塑性循环本构模型, 为建立饱和砂土液化后大变形的弹塑性循环本构模型奠定了基础。

对砂土液化后大变形机理的已有认识的基础上建立一个实用的可统一模拟饱和砂土液化前后应力应变响应的弹塑性循环本构模型^[10-11,13]。该模型不仅能模拟不排水条件下饱和砂土液化前后循环应变的发展过程和液化后排水再固结体变的累积过程, 还能模拟饱和砂土在排水条件下的应力应变响应。本研究本质意义在于探索定量描述砂土液化后大变形的合理途径。

1 液化后大变形的机理

剪切过程中饱和砂土总的体积应变由 3 个分量组成^[10-12,14]:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_{vc} + \varepsilon_{vd} = \varepsilon_{vc} + \varepsilon_{vd, re} + \varepsilon_{vd, ir} \quad (1)$$

式中 ε_{vc} 为有效球应力变化引起的体积应变, 称为“压缩体变”; ε_{vd} 为剪切作用引起的体变, 通常称其为“剪胀(或者剪缩)体变”, 它可以分解为一个可逆性的分量 $\varepsilon_{vd, re}$ 和一个不可逆性的分量 $\varepsilon_{vd, ir}$, 分别简称为“可逆性剪切体变”和“不可逆性剪切体变”。可逆性剪切体变 $\varepsilon_{vd, re}$ 总表现为体积膨胀, 它的大小主要由当前的剪应变的大小决定; 不可逆性剪切体变 $\varepsilon_{vd, ir}$ 总表现为体积收缩, 它的大小主要由剪切作用历史决定。由体积相容性条件, 循环剪切过程中的压缩体变为

$$\varepsilon_{vc} = \varepsilon_v - (\varepsilon_{vd, re} + \varepsilon_{vd, ir}) \quad (2)$$

在循环剪切过程中, 如果限制总的体积变化(对完全不排水条件, $\varepsilon_v = 0$), 而 $\varepsilon_{vd, ir}$ 和 $\varepsilon_{vd, re}$ 随剪切作用而发生着变化, 于是 ε_{vc} 必须相应发生改变, 而 ε_{vc} 的变化只能由有效应力的变化引起, 于是就产生了超静孔隙水压力。 $\varepsilon_{vd, ir}$ 在剪切过程中呈体积收缩的单调增大, $\varepsilon_{vd, re}$ 呈体积膨胀的可逆性变化, 所以超静孔隙水压力在呈现出平均单调增加的同时又随剪应变的变化呈波动变化。

ε_{vc} 存在一个界限值, 即有效球应力从初始有效固结应力刚好减小到 0 时的膨胀体积应变, 记作 $\varepsilon_{vc, 0}$ 。在液化后的循环剪切过程中饱和砂土可能处于两种应力状态: 零有效应力状态和非零有效应力状态。两种应力状态可由压缩体变值来界定。在非零有效应力状态 ($\varepsilon_{vc} > \varepsilon_{vc, 0}$), 压缩体变的变化和有效应力的变化有关。在零有效应力状态 ($\varepsilon_{vc} \leq \varepsilon_{vc, 0}$), 土颗粒处于悬浮状态或临界接触状态, 压缩体变值不能由有效球应力确定, 只能根据体积相容条件, 由式 (2) 确定。这就是为什么试验^[2-3]发现在液化后同一个有效应力值会对应多个再固结体变值。

在液化后, 一般 $\varepsilon_{vd, ir} \ll -\varepsilon_{vc, 0}$, 但是剪应变的增加会使产生的可逆性剪切体变 $\varepsilon_{vd, re}$ 增加, 当可逆性剪切体变产生足够大的体积膨胀使得

$$\varepsilon_{vc} = \varepsilon_v - \varepsilon_{vd, ir} - \varepsilon_{vd, re} > \varepsilon_{vc, 0} \quad (3)$$

土颗粒重新进入非零有效应力状态, 土的剪切强度和刚度得以恢复。由于 $\varepsilon_{\text{vd,ir}}$ 随循环剪切过程的继续不断增大, 离开零有效应力状态所需要的 $|\varepsilon_{\text{vd,rc}}|$ 也随循环剪切过程的继续而增大; 根据前述 $\varepsilon_{\text{vd,rc}}$ 的变化规律, 为了产生相应大小的 $\varepsilon_{\text{vd,rc}}$, 必需发生足够大的剪应变, 于是液化后的剪应变随循环剪切过程的继续而不断增大。这就是饱和砂土液化后大剪应变产生的机理, 它表明液化后剪切过程中剪应变的发展过程是 3 个体变分量的变化过程决定的。

根据上述机理, 饱和砂土液化后应力应变行为模拟的关键在于确定可逆性和不可逆性剪切体变的发展规律。只要确定了它们的发展规律, 就可以根据体积相容性条件以及零与非零有效应力状态的体变分量的界限条件确定出液化后剪应变的发展规律。

2 模型的具体描述

本节给出可逆性和不可逆性剪切体变的数学描述, 在 Dafalias^[16]的边界面塑性理论框架的基础上建立完整模拟饱和砂土液化前后应力应变行为的循环本构模型。在模型的具体定义中借鉴了王志良模型^[9]和李湘崧模型^[17]的一些元素。

2.1 变量说明

应力和应变都采用张量的标记和运算约定。当省略下标时, 张量用黑体标记。变量上加点代表变化率, 因本模型是率无关的, 应力和应变的变化率只代表增量的意思。

应力张量为 $\sigma(\sigma_{ij})$, 球应力 $p = \sigma_{kk}/3$; 偏应力 $s = \sigma - p\delta$, δ 为 Kronecker 符号 (二阶单位张量)。偏应力比张量为 $r = s/p$ 。广义剪应力和广义剪应力比分别为 $q = \sqrt{3s_{ij}s_{ji}/2}$, $\eta = q/p = \sqrt{3r_{ij}r_{ji}/2}$ 。应力 Lode 角为

$$\theta_\sigma = \frac{1}{3} \sin^{-1} \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{S}{q} \right)^3 \right), \quad (4)$$

其中 $S = \sqrt{3s_{ij}s_{jk}s_{ki}/3}$, 为第三偏应力不变量。

应变张量用 $\varepsilon(\varepsilon_{ij})$ 表示, 将其分解为体积应变 $\varepsilon_v = \varepsilon_{kk}$, 偏应变 $e(e_{ij}) = \varepsilon - \delta\varepsilon_v/3$ 。

2.2 本构方程

弹塑性理论将应变增量分为弹性和塑性部分

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^p. \quad (5)$$

本模型中, 弹性应变增量采用各向同性广义虎克定律确定,

$$\dot{\varepsilon}^e = \dot{\varepsilon}^e + \frac{1}{3} \dot{\varepsilon}_v^e \delta = \frac{1}{2G} \dot{s} + \frac{1}{3K} \dot{p} \delta, \quad (6)$$

式中, G 和 K 分别为弹性剪切和弹性体积模量。

王志良等^[9]基于产生塑性变形的剪切机制和压缩

机制, 把应力增量分解为剪应力比增量部分和球应力增量部分

$$\dot{\sigma} = p\dot{r} + \dot{p} \frac{\sigma}{p}. \quad (7)$$

本模型只考虑剪切机制 ($p\dot{r}$) 引起的塑性变形, 定义塑性加载强度为 $\Delta L = p\dot{r} : n$, n 为应力比空间的加载方向。塑性硬化规律为

$$\dot{\lambda} = \dot{\gamma}^p = \langle p\dot{r} : n \rangle / H, \quad (8)$$

式中, H 为塑性硬化模量。

根据塑性流动法则可得, 塑性应变的各分量为

$$\dot{\varepsilon}^p = \left(m + \frac{D_{\text{re}} + D_{\text{ir}}}{3} \delta \right) \frac{\langle p\dot{r} : n \rangle}{H}, \quad (9)$$

式中, m 为塑性偏应变的流动方向, $D_{\text{ir}} = \dot{\varepsilon}_{\text{vd,ir}}^p / \dot{\gamma}^p$ 为不可逆性剪胀速率, $D_{\text{re}} = \dot{\varepsilon}_{\text{vd,rc}}^p / \dot{\gamma}^p$ 为可逆性剪胀速率。因本模型认为剪切引起的体积变形都是塑性变形, 所以 $\varepsilon_{\text{vd,rc}} = \varepsilon_{\text{vd,rc}}^p$, $\varepsilon_{\text{vd,ir}} = \varepsilon_{\text{vd,ir}}^p$ 。

综上可得本构方程为

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^p = \frac{1}{2G} \dot{s} + \frac{1}{3K} \dot{p} \delta + \left(m + \frac{D_{\text{re}} + D_{\text{ir}}}{3} \delta \right) \frac{\langle p\dot{r} : n \rangle}{H}. \quad (10)$$

下面采用边界面塑性理论对本构方程的各元素给出具体数学描述。

2.3 弹性模量

砂土是压硬性材料, 其弹性剪切模量 G 和弹性体积模量 K 和球应力有关, 采用下述公式描述:

$$G = G_o \frac{(2.973 - e)^2}{1 + e} p_a \left(\frac{p}{p_a} \right)^n, \quad (11)$$

$$K = \frac{1 + e}{\kappa} p_a \left(\frac{p}{p_a} \right)^n, \quad (12)$$

式中, p_a 为标准大气压力, 一般取 101 kPa, G_o , κ 和 n 是与土的种类和密度有关的材料参数。根据模型的假设, 球应力变化引起的体变 (压缩体变) 都是弹性的, $\varepsilon_{\text{vc}} = \varepsilon_v^e$ 。压缩体变和球应力间的关系为

$$\dot{p} = K \dot{\varepsilon}_{\text{vc}}. \quad (13)$$

2.4 边界面及映射法则

破坏面定义为

$$f(\hat{\sigma}) = \hat{\eta} - M_{\text{fc}} g(\hat{\theta}_\sigma) = 0, \quad (14)$$

式中, 应力上加 “^” 表示该量为破坏面上的量, $\hat{\sigma}$ 为破坏面上的应力, $\hat{\eta}$ 为破坏面上的应力比, M_{fc} 为三轴压缩时 ($\theta_\sigma = -30^\circ$) 的破坏应力比, $g(\theta_\sigma)$ 是 π 平面上破坏轨迹的插值函数, 采用张建民^[18]的简化函数:

$$g(\theta_\sigma) = \frac{1}{1 + \frac{M_{\text{fc}}}{6} (1 + \sin 3\theta_\sigma - \cos^2 3\theta_\sigma) + \frac{(M_{\text{fc}} - M_{\text{fo}})}{M_{\text{fo}}} \cos^2 3\theta_\sigma}, \quad (15)$$

其中, $M_{f,0}$ 为等向固结单剪条件下 ($\theta_\sigma = 0^\circ$) 的破坏应力比。 $M_{f,c}$ 和 $M_{f,0}$ 与破坏内摩擦角 ϕ_f 的关系为

$$\begin{cases} M_{f,c} = \frac{6 \sin \phi_f}{3 - \sin \phi_f}, \\ M_{f,0} = \frac{2\sqrt{3} \tan \phi_f}{\sqrt{3 + 4 \tan^2 \phi_f}}. \end{cases} \quad (16)$$

图 2 给出了式(14)定义的破坏面在 π 平面上的形状。

边界面取历史最大应力比面

$$f(\bar{\sigma}) = \bar{\eta} - \eta_m g(\bar{\theta}_\sigma) = 0, \quad (17)$$

式中, 变量上加 “-” 表示该量为边界面上的量, η_m 是历史上最大的三轴压缩应力比, 是模型的内变量, 它记录了边界面的大小。

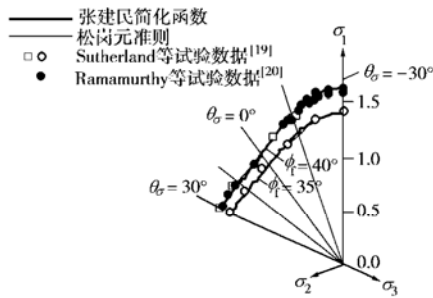


图 2 π 平面上模型的破坏轨迹

Fig. 2 Loci of failure criterion on π -plane

图 3 给出了应力比空间中模型的映射规则。图中, α 为投影中心, r 为当前应力点, $\bar{r}$ 为当前应力点在边界面上的映射点, $\bar{n}$ 为映射点的外法线方向, ρ 和 $\bar{\rho}$ 分别为投影中心点到当前应力点和边界面上映射点间的距离。采用应力比全量的线性映射规则, 即边界面上映射点的应力比为

$$\bar{r} = \alpha + \beta(r - \alpha), \quad (18)$$

式中, β 为一始终为正的系数。将式 (18) 代入边界面方程式 (17) 即可求得 β 和映射应力点 $\bar{r}$, 相应地可以得到 $\bar{n}$ 、 ρ 和 $\bar{\rho}$ 如下:

$$\bar{n} = \partial \bar{f} / \partial \bar{r}, \quad (19)$$

$$\begin{cases} \bar{\rho} = \sqrt{3(\bar{r} - \alpha) : (\bar{r} - \alpha) / 2}, \\ \rho = \sqrt{3(r - \alpha) : (r - \alpha) / 2}. \end{cases} \quad (20)$$

2.5 加载方向、流动方向及应力转折

加载方向 n 和塑性偏应变的流动方向 m 都取为边界面上映射点的外法线方向 $\bar{n}$, 即

$$n = m = \bar{n}. \quad (21)$$

图 4 给出了应力反转的处理机制。通过加载方向和应力比增量的夹角 θ 来判断应力是否发生反转: 当 $\theta \leq 90^\circ$ 时, 无应力反转; $\theta > 90^\circ$ 时, 应力反转。一

旦出现应力反转, 投影中心点 α 即移动到当前应力点 r 。在应力反转的瞬时 $\alpha = r$, 应力应变响应为弹性; 一旦当前应力点 r 离开投影中心点 α , 根据新的映射条件又将得到映射点 $\bar{r}$ 和加载方向 n , 使得 $\Delta L = p \bar{r} : n \geq 0$, 在后续的加载中又会产生塑性变形。可见, 应力路径的转折和塑性加卸载判断是一致的。

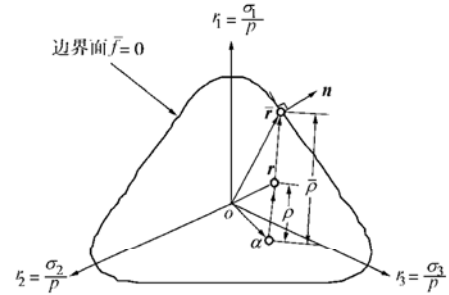


图 3 映射法则及各种量的定义

Fig. 3 Mapping rule and definition of variables

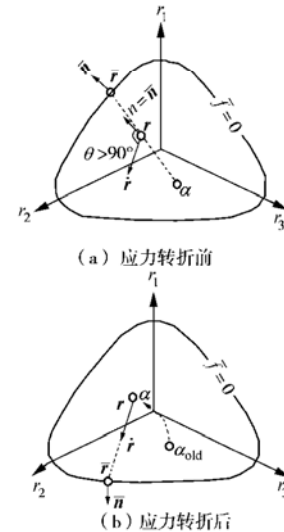


图 4 应力路线的转折

Fig. 4 Illustration of stress path reversal

2.6 塑性模量

塑性模量采用如下公式:

$$H = hg(\bar{\theta})G \left(\frac{M_{f,c}}{\eta_m} \frac{\bar{\rho}}{\rho} - 1 \right), \quad (22)$$

式中, h 是一个系数, G 为弹性剪切模量, $\bar{\rho}$ 和 ρ 分别为投影中心点到当前应力点的距离, 见图 3。该模量公式是李湘崧^[17]在王志良模型公式^[9]的基础上简化得到的。当应力刚转折时, $\bar{\rho}/\rho = \infty$, $H = \infty$, 材料的瞬时响应为弹性; 当应力到达破坏面时, $\eta/g(\theta_\sigma) = \eta_m = M_{f,c}$, $\bar{\rho} = \rho$, $H = 0$, 保证了破坏准则的实现。

2.7 可逆性剪胀速率

根据可逆性剪切体变的特点^[15], 对于其产生段和

释放段, 建议分别采用不同的数学描述, 即

$$D_{re} = \frac{\dot{\varepsilon}_{vd, re}^p}{\dot{\gamma}^p} = \begin{cases} D_{re, gen} & (\eta \geq M_{d,c} g(\theta_\sigma) \text{ 且 } \dot{\eta} > 0), \\ D_{re, rel} & (\eta < M_{d,c} g(\theta_\sigma) \text{ 或 } \dot{\eta} < 0), \end{cases} \quad (23)$$

式中, $M_{d,c}$ 为一材料常数, $M_{d,c} g(\theta)$ 在应力比空间将可逆性剪切体变分为产生域和释放域。

试验结果^[15]表明, 砂土在剪胀段的剪胀速率与应力比具有线性关系, 因此对可逆性剪切体变的产生速率采用如下数学描述:

$$D_{re, gen} = d_{re, l} (M_{d,c} g(\theta_\sigma) - \eta), \quad (24)$$

式中, $d_{re, l}$ 为模型参数。 $D_{re, gen} \leq 0$, 所以可逆性剪切体变始终为负值, 亦即体积膨胀。需要指出的是, 式

(24) 与 Rowe 剪胀公式是完全同构的, 即本文认为 Rowe 剪胀公式只适用于描述可逆性剪胀在剪胀段的变化速率。

可逆性剪切体变释放的速率主要与当前已累积的可逆性剪切体变的大小有关。设可逆性剪切体变的释放速率为

$$D_{re, rel} = (-d_{re, 2} \varepsilon_{vd, re})^2, \quad (25)$$

式中, $d_{re, 2}$ 是一系数。 $D_{re, rel}$ 始终大于等于 0, 当 $\varepsilon_{vd, re}$ 为零后, $D_{re, rel}$ 为 0, 保证了可逆性剪切体变的释放量不超过其生成量。

图 5 给出了可逆性剪胀的模型公式 (24)、(25) 的表现。可以看出, 在初始剪切时, 由于可逆性剪切体变为 0, 在剪切的初始阶段, 可逆性剪胀速率为 0, 当应力比到达产生域, 才开始可逆性剪切体变的累积。在以后的过程中, 无论对于初始应力循环还是非对称应力循环, 模型公式都严格保证了可逆性剪切体变的可逆性。

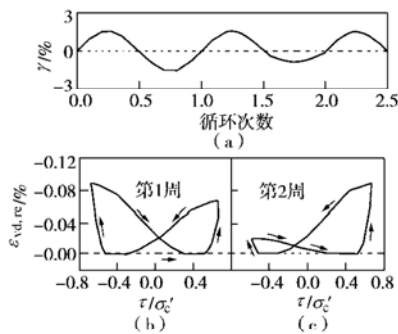


图 5 可逆性剪胀公式的表现

Fig. 5 Performance of reversible volumetric strain formula

2.8 不可逆性剪胀速率

试验分析^[15]表明, 不可逆性剪切体变的累积过程满足两个“递减率”: ①不可逆性剪切体变的累积速率随已经累积的不可逆性剪切体变的增大而减小; ②在每一个单向剪切过程中, 不可逆性剪切体变的累积速率在单向剪切的起始处最大, 然后随单向剪应变的增大而减小。

为反映“递减率①”, 设不可逆性剪切体变的累积速率为

$$\dot{\varepsilon}_{vd, ir}^p = \dot{\gamma}_{eff} d_{ir} \exp(-\alpha \varepsilon_{vd, ir}), \quad (26)$$

式中, d_{ir} 和 α 为模型参数, $\varepsilon_{vd, ir}$ 为已经累积的不可逆性剪切体变, γ_{eff} 为“有效剪应变”^[15]。有效剪应变可理解为对不可逆性剪切体变的生长有贡献的剪应变, 它的引入是为了反映“递减率②”。设有效剪应变与实际发生的塑性剪应变的关系为

$$\dot{\gamma}_{eff} = \dot{\gamma}^p / (1 + \gamma_{mono} / \gamma_{d, r})^2, \quad (27)$$

式中, γ_{mono} 是单向剪应变长度, 它在每一次应力反转时都被置零; $\gamma_{d, r}$ 为一模型参数, 称为“参考剪应变”。

综上可得, 不可逆性剪胀速率为

$$D_{ir} = \frac{\dot{\varepsilon}_{vd, ir}^p}{\dot{\gamma}^p} = \frac{d_{ir} \exp(-\alpha \varepsilon_{vd, ir})}{(1 + \gamma_{mono} / \gamma_{d, r})^2}. \quad (28)$$

图 6 给出了不可逆性剪胀公式的表现。

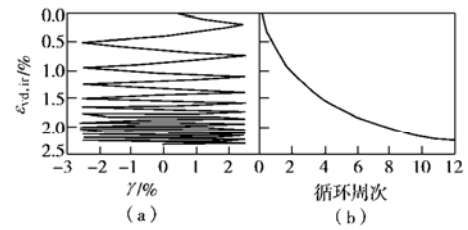


图 6 不可逆性剪胀公式的表现

Fig. 6 Performance of irreversible volumetric strain formula

3 模型的数值实现

3.1 零有效应力状态的处理

土是一种压硬性材料, 其模量和强度都与有效球应力有关, 为避免计算中出现 0/0 或 $n/0$ 的数值困难, 在计算中取一小值作为零有效应力状态的有效球应力值, 记作 p_{min} , 即:

$$\begin{cases} p > p_{min} & \text{非零有效应力状态,} \\ p = p_{min} & \text{零有效应力状态,} \end{cases} \quad (29)$$

p_{min} 的具体数值需根据精度要求和数值稳定性权衡, 一般可取初始有效球应力的百分之一到万分之一。

在零有效应力状态, 球应力始终保持等于 p_{min} , 在这个强制约束条件下, 计算塑性剪应变、可逆性剪切体变 $\varepsilon_{vd, re}$ 和不可逆性剪切体变 $\varepsilon_{vd, ir}$ 的发展, 同时根据体积相容条件计算并记忆压缩体变 ε_{vc} 的大小, 然后再根据压缩体变 ε_{vc} 判断应力是否离开零有效应力状态。为了说明零有效应力状态模型的处理细节, 图 7 将 p_{min} 放大给出了液化后一个剪切循环中模型计算的应力应变曲线和压缩体变的变化曲线。图中的 bc 段和 ef 段都处于零有效应力状态, 可见在零有效应力状态, $\varepsilon_{vc} \leq \varepsilon_{vc, 0}$, $p = p_{min}$, 应力应变曲线为等 p 剪切条件下的曲线。一旦 $\varepsilon_{vc} \geq \varepsilon_{vc, 0}$, ε_{vc} 的继续增加导致有效

球应力的增加, 于是应力离开零有效应力状态。

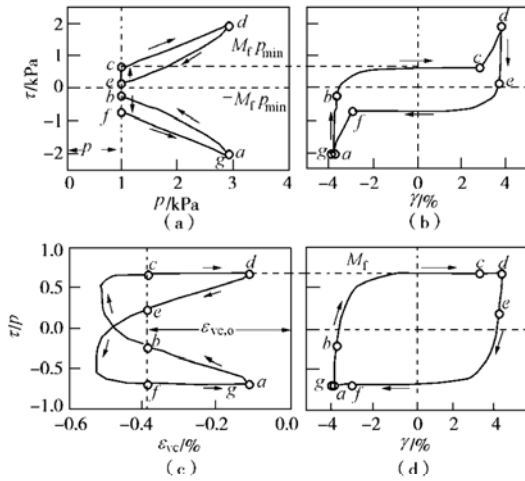


图 7 模型在液化后的计算机制示意图

Fig. 7 Illustration of post-liquefaction calculation mechanism

3.2 应力积分算法

由于在零有效应力状态, 球应力强制等于 $p_{\min}$, 压缩体变只能由体积相容性条件计算且与球应力的变化无关, 因此在零有效应力状态应力增量和应变增量间也不存在一一对应关系。该特点使得该模型的应力积分算法也较一般的弹塑性模型有所不同。

本构模型的应力积分问题表述如下: 已知 σ_n , ε_n 和应变增量 $\Delta\varepsilon_{n+1}$, 求应力 σ_{n+1} 。根据弹塑性理论的应变分解规则, 应力和应变间的关系可写为

$$\sigma_{n+1} = \sigma_n + D^e : (\Delta\varepsilon_{n+1} + \varepsilon_{n+1}^p) = \sigma_{n+1}^{\text{tr}} - \Delta\sigma_{n+1}^{\text{cor}}, \quad (30)$$

式中, $\sigma_{n+1}^{\text{tr}} = \sigma_n + D^e : \Delta\varepsilon_{n+1}$ 为弹性预测的试应力, $\Delta\sigma_{n+1}^{\text{cor}} = D^e : \Delta\varepsilon_{n+1}^p$ 是由于产生了塑性应变而引起的应力松弛量。由式 (30), 可将应力积分算法分解为两步:

①弹性预测, 即计算 σ_{n+1}^{tr} ; ②塑性修正, 即计算 $\Delta\sigma_{n+1}^{\text{cor}}$ 。

本模型的应力积分算法的具体过程分 4 步: ①由结点位移根据几何关系得到应变增量 $\Delta\varepsilon_{n+1}$, 前期的压缩体变值 $(\varepsilon_{\text{vc}})_n$ 和历史变量等; ②弹性预测。假设应变都为弹性应变, 计算试应力,

$$\begin{cases} (\varepsilon_{\text{vc}})_{n+1}^{\text{tr}} = (\varepsilon_{\text{vc}})_n + (\Delta\varepsilon_{\text{v}})_{n+1}, \\ p_{n+1}^{\text{tr}} = f((\varepsilon_{\text{vc}})_{n+1}^{\text{tr}}), \\ \sigma_{n+1}^{\text{tr}} = \sigma_n + 2G_{n+1}\Delta\varepsilon_{n+1}; \end{cases} \quad (31)$$

③加卸载判断, $\Delta f^{\text{tr}} = \Delta s_{n+1}^{\text{tr}} : n_L - \Delta p_{n+1}^{\text{tr}} r_{n+1}^{\text{tr}}$; $n_L > 0$, 如果为否, 弹性预测值即为应力更新值, 退出; 如果为是, 进行塑性修正, 进入第 4 步; ④塑性修正 (局部 Newton-Raphson 迭代法求塑性应变)。迭代初始化: $k = 0$, $\Delta\varepsilon_{n+1}^{p(0)} = 0$, $\Delta\varepsilon_{n+1}^{e(0)} = \Delta\varepsilon_{n+1}$, $\Delta L^{(0)} = 0$,

$$\Delta\lambda^{(0)} = 0, \quad \Delta f^{(0)} = \Delta f^{\text{tr}}.$$

开始迭代:

$$\begin{cases} \delta\lambda^{(k)} = \frac{\Delta f^{(k)}}{H + 3G - KD(r : n_L)}, \\ \Delta\lambda^{(k+1)} = \Delta\lambda^{(k)} + \delta\lambda^{(k)}, \\ \Delta L^{(k+1)} = \Delta L^{(k)} + H\delta\lambda^{(k)}, \\ (\Delta\varepsilon_{\text{v}}^p)_{n+1}^{(k+1)} = \Delta\lambda^{(k+1)} D, \\ (\Delta\varepsilon^p)_{n+1}^{(k+1)} = \Delta\lambda^{(k+1)} n_L, \\ (\Delta\varepsilon_{\text{v}}^e)_{n+1}^{(k+1)} = (\Delta\varepsilon_{\text{v}})_{n+1} - (\Delta\varepsilon_{\text{v}}^p)_{n+1}^{(k+1)}, \\ (\Delta\varepsilon^e)_{n+1}^{(k+1)} = \Delta\varepsilon_{n+1} - (\Delta\varepsilon^p)_{n+1}^{(k+1)}, \\ (\varepsilon_{\text{vc}})_{n+1}^{(k+1)} = (\varepsilon_{\text{vc}})_n + (\Delta\varepsilon_{\text{v}}^e)_{n+1}^{(k+1)}, \\ p_{n+1}^{(k+1)} = f(\varepsilon_{\text{vc}})_{n+1}^{(k+1)}, \\ s_{n+1} = s_n + 2G_{n+1}(\Delta\varepsilon^e)_{n+1}^{(k+1)}. \end{cases} \quad (32)$$

计算屈服函数残余值:

$$\Delta f^{(k+1)} = \Delta s_{n+1}^{(k+1)} : n_L - \Delta p_{n+1}^{(k+1)} r_{n+1}^{(k+1)} - \Delta L^{(k+1)}.$$

收敛判断: $|\Delta f^{(k+1)}| \leq \text{TOL1}$ 且 $|p_{n+1}^{(k+1)} - p_{n+1}^{(k)}| \leq \text{TOL2}$,

如果为否, $k \leftarrow k+1$, 继续迭代; 是, 更新应力、应变及内变量, 退出。其中, $s_{n+1} = s_{n+1}^{(k+1)}$, $p_{n+1} = p_{n+1}^{(k+1)}$, $(\varepsilon_{\text{vc}})_{n+1} = (\varepsilon_{\text{vc}})_{n+1}^{(k+1)}$ 。

其最主要的特点是: ①首先根据体积相容性条件, 计算压缩体变, 由压缩体变计算球应力 (分别处理零和非零有效应力状态), 然后再在该球应力下计算偏应力和塑性应变; ②塑性修正过程中, 不仅要对塑性一致性条件进行迭代, 还要对球应力进行迭代。为了表中表述简便, 用 $p = f(\varepsilon_{\text{vc}})$ 来表示球应力和压缩体变间的关系, 根据式 (12)、(13) 可积分得到它的具体形式为

$$p = f(\varepsilon_{\text{vc}}) = \begin{cases} p_a \left(\left(\frac{p_0}{p_a} \right)^{1-n} + (1-n) \frac{1+e}{k} \varepsilon_{\text{vc}} \right)^{\frac{1}{1-n}} & (\varepsilon_{\text{vc}} > \varepsilon_{\text{vc},0}), \\ p_{\min}, & (\varepsilon_{\text{vc}} \leq \varepsilon_{\text{vc},0}), \end{cases} \quad (33)$$

其中 $\varepsilon_{\text{vc},0}$ 为有效应力从 p_0 减小到 $p_{\min}$ 所对应的压缩体变值, 将 $p = p_{\min}$ 代入式 (33), 即可求得 $\varepsilon_{\text{vc},0}$ 。

4 模型的初步验证

模型共有 11 个材料参数, 见表 1。需要指出的是, 模型的参数不仅与砂的相对密度有关, 而且还与砂的结构性有关, 因此应该采用制样方法相同的一组试样来确定模型参数。

强度参数和弹性模量参数都是土力学中的经典参数, 其确定方法不再赘述。塑性模量系数 h 可通过拟合模量衰减曲线确定^[21]。

当模拟排水试验结果时, 利用张建民^[15]提出的方法可将总剪切体变的变化曲线分解为可逆性和不可逆性部分, 分别拟合两个剪切体变分量的变化曲线确定各自的参数。 $\gamma_{d,r}$ 可近似取 0.05 作为预估值; $d_{re,2}$ 可近似取 (1000~1500), 以保证可逆性剪切体变能在较短的应变长度下完全释放。

表 1 Toyoura 砂的模型参数值
Table 1 Model parameters of Toyoura sand

类别	参数符号	$D_r = 72\%$	$D_r = 70\%$	$D_r = 48\%$
强度	$M_{f,c}$	1.79	1.79	1.61
	G_o	125	125	125
	κ	(0.005)	0.005	0.006
模量	n	0.6	0.6	0.6
	h	0.9	0.9	0.9
可逆性 剪胀	$M_{d,c}$	0.5	0.5	0.5
	$d_{re,1}$	0.4	0.4	0.4
	$d_{re,2}$	1200	1200	1200
	d_{ir}	0.25	0.26	0.25
不可逆性 剪胀	α	170	80	30
	$\gamma_{d,r}$	0.05	0.05	0.05

当模拟不排水试验结果时, 因不能测得两个剪切体变分量的发展过程, 剪胀参数不能通过直接拟合体变变化曲线得到。研究表明^[15], 对于同一种砂在剪胀段的应力 - 剪胀 ($\Delta\varepsilon_{vd}/\Delta\gamma - \eta$) 关系基本是唯一的, 不受相对密度和固结应力等影响, 因此可逆性剪胀参数可参考排水试验确定的值。在可逆性剪胀参数确定后, 不可逆性剪胀参数可以通过拟合液化前的孔压发展过程和液化后的循环剪应变发展过程确定。

采用日本丰浦砂 (Toyoura sand) 的中空循环扭剪试验结果来初步验证模型的模拟能力。丰浦砂的基本物性指标: $G_s = 2.65$, $d_{50} = 0.18\text{ mm}$, $e_{\max} = 0.973$, $e_{\min} = 0.635$ 。试样采用控制落高的砂雨法制备, 采用先通 CO_2 气体排除试样中空气、后填充脱气水、然后再施加反压的方法饱和。所有试样的 B 值都大于 0.95。试样在均压 σ'_c 作用下固结完成后施加频率 $f = 0.01\text{ Hz}$ 的非常缓慢的循环扭剪作用, 以减少黏滞性对应力应变曲线的影响。确定的 3 种不同相对密度的丰浦砂的模型参数列于表 2。

图 8 给出了 $D_r = 72\%$ 的试样排水循环扭剪试验的试验和计算结果。对比表明, 本模型较好地模拟了饱和砂土在排水循环剪切条件下的剪应力 - 剪应变特性和体变累积特性。

图 9、10 给出了 $D_r = 70\%$ 的试样不排水循环扭剪试验的试验和计算结果, 图 11 给出了 $D_r = 48\%$ 的试样不排水循环扭剪试验的试验和计算结果。从模拟结果来看, 尽管模型对液化前的有效应力路径的模拟效果不太好, 但是模型较好地模拟了液化后变形的发展过程, 这也是本模型最突出的优点。在液化前小动应力比 (小动应变) 范围内, 不可逆性剪切体变的发展受试样结构性的影响很大, 该因素在模型中没有考虑。

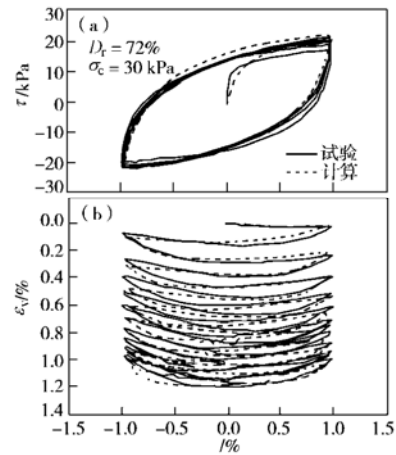


图 8 排水扭剪试验模拟
Fig. 8 Simulation of drained torsional tests

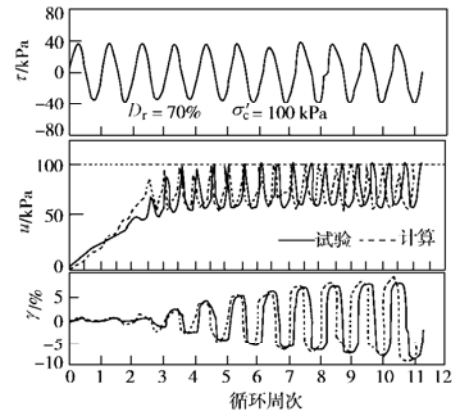


图 9 不排水循环扭剪试验模拟 ($D_r = 70\%$)
Fig. 9 Simulation of undrained torsional shear tests on Toyoura sand

为了说明模型对再固结体变响应的模拟, 图 12 给出了 $D_r = 70\%$ 的试样在不排水循环剪切条件下, 模型模拟的不可逆性剪切体变和可逆性剪切体变的发展过程。实际的再固结体变主要由不可逆性剪切体变和部分残余的可逆性剪切体变组成。由不可逆性剪切体变随循环振次的累积曲线可见, 模型计算的不可逆性剪切体变在液化后仍然在不断累积, 且液化后的不可逆性剪切体变在数值上远大于液化前。当模型用于实际边值问题分析时, 如考虑排水固结过程就能模拟饱和砂土的再固结体变响应。

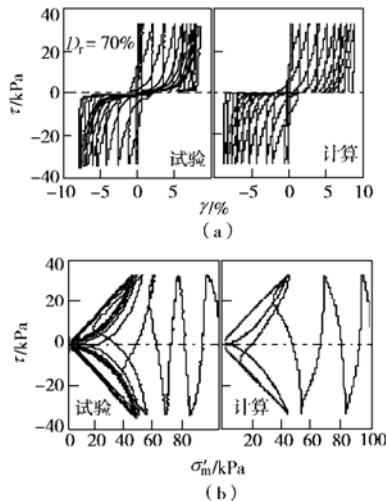


图 10 不排水循环扭剪试验模拟 ($D_r=70\%$)

Fig. 10 Simulation of undrained torsional shear tests on Toyoura sand

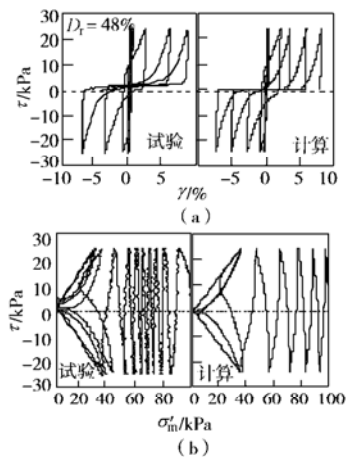


图 11 不排水循环扭剪试验模拟 ($D_r=48\%$)

Fig. 11 Simulation of undrained torsional shear tests on Toyoura sand

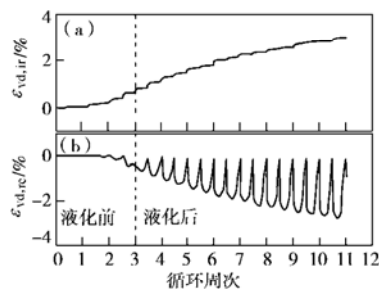


图 12 模型中两个剪切体变分量的累积过程 ($D_r=70\%$)

Fig. 12 Calculated accumulation process of two dilatancy components

5 结 语

本文基于新的砂土液化后大变形的机理建立了一个饱和砂土的弹塑性循环本构模型。该模型通过对剪切引起的可逆性和不可逆性体变的描述,既可合理地模拟饱和砂土液化后不排水循环剪应变的发展过程,

又可合理地模拟液化后排水再固结体变的累积过程,而不需要引入额外的假定和参数。通过对日本丰浦砂的排水和不排水循环扭剪试验结果的模拟验证了模型良好的模拟能力和有效性。

本文研究的科学意义在于探索一条定量描述砂土液化后大变形的合理途径。在本文所提出的建模思路基础上,可通过修改模型中具体元素的方式,进一步发展能够模拟更为复杂因素和更为复杂应力路径条件下的砂土液化后大变形的弹塑性循环本构模型。

参考文献:

- [1] SEED H B, LEE K L. Liquefaction of saturated sands during cyclic loading[J]. Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering Division, ASCE, 1966, **92**(SM6): 105 - 134.
- [2] LEE K L, ALBAISA A. Earthquake induced settlements in saturated sands[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 1974, **100**(GT4): 387 - 406.
- [3] TATSUOKA F, SASAKI T, YAMADA S. Settlement in saturated sand induced by cyclic undrained simple shear[C]// Proceedings of 8th World Conference on Earthquake Engineering, San Francisco. 1984, **3**: 398 - 405.
- [4] PARRA E. Numerical modeling of liquefaction and lateral ground deformation including cyclic mobility and dilation response in soil systems[D]. New York: Department of Civil Engineering, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, 1996.
- [5] YANG Z H. Numerical modeling of earthquake site response including dilation and liquefaction[D]. New York: Department of Civil Engineering and Engineering Mechanics, Columbia University, 2000.
- [6] YANG Z H, ELGAMAL A, PARRA E. Computational model for cyclic mobility and associated shear deformation[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 2003, **129**(12): 1119 - 1127.
- [7] PREVOST J H. A simple plasticity theory for frictional cohesionless soils[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1985, **4**(1): 9 - 17.
- [8] WANG Z L, DAFALIAS Y F. Simulation of post-liquefaction deformation of sand [C]// Proceedings of ASCE 15th Engineering Mechanics Conference. New York: Columbia University, 2002.
- [9] WANG Z L, DAFALIAS Y F, SHEN C K. Bounding surface hypoplasticity model for sand[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1990, **116**(5): 983 - 1001.
- [10] ZHANG J M. Prediction of liquefaction-induced residual deformation[R]. Shimizu Technical Research Bulletin, 1996,

- 15: 1 - 29.
- [11] SHAMOTO Y, ZHANG J M, GOTO S. Mechanism of large post-liquefaction deformation in saturated sands[J]. Soils and Foundations, 1997, **37**(2): 71 - 80.
- [12] 张建民, 王 刚. 评价饱和砂土液化过程中小应变到大应变的本构模型[J]. 岩土工程学报, 2004, **26**(4): 546 - 552. (ZHANG Jian-min, WANG Gang. A constitutive model for evaluating small to large cyclic strains of saturated sand during liquefaction process[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, **26**(4): 546 - 552. (in Chinese))
- [13] 张建民, 王 刚. 砂土液化后大变形的机理[J]. 岩土工程学报, 2006, **28**(7). (ZHANG Jian-min, WANG Gang. Mechanism of large post-liquefaction deformation in saturated sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, **28**(7). (in Chinese))
- [14] 张建民, 罗 刚. 考虑可逆与不可逆性剪胀的粗粒土本构模型, 岩土工程学报, 2005, **27**(2): 1 - 7. (ZHANG Jian-min, WANG Gang. A new cyclic constitutive model for granular soil considering reversible and irreversible dilatancy[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, **27**(2): 1 - 7. (in Chinese))
- [15] 张建民. 砂土的可逆性和不可逆性剪胀规律[J]. 岩土工程学报, 2000, **22**(1): 12 - 17. (ZHANG Jian-min. Reversible and irreversible dilatancy of sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, **22**(1): 12 - 17. (in Chinese))
- [16] DAFALIAS Y F. Bounding surface plasticity, I: mathematical foundation and hypoplasticity[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1986, **112**(12): 1263 - 1291.
- [17] LI X S. A sand model with state-dependent dilatancy[J]. Geotechnique, 2002, **52**(3): 173 - 186.
- [18] ZHANG J M. Cyclic critical stress state theory of sand with its application to geotechnical problems[R]. Tokyo: Research Report No. RU97007, 1997: 1 - 269.
- [19] SUTHERLAND H B, MESDAY M S. The influence of the intermediate principal stress on the strength of sand [C]// Proceedings of 7th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Mexico City, 1969, **1**: 391 - 399.
- [20] RAMAMURTHY T, RAWAT P C. Shear strength of sand under general stress system[C]// Proceedings of 8th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Moscow. 1973(1): 339 - 342.
- [21] LI X S, DAFALIAS Y F. Dilatancy for cohesionless soils[J]. Geotechnique, 2000, **50**(4): 449 - 460.

第四届全国基坑工程研讨会在上海召开

第四届全国基坑工程研讨会于 11 月 15~18 日在上海召开。来自国内外大专院校、科研机构、设计和施工部门等 100 多个单位的基坑工程领域 350 余位专家学者云集一堂, 带来并探讨了国内基坑工程领域的最新研究成果、发展趋势及热点难点问题。中国工程院刘建航院士、中国工程院叶可明院士、基坑工程专业委员会主任浙江大学龚晓南教授、现代设计集团华东建筑设计研究院汪大绥总工以及中国建筑学会、中国土木工程学会、上海市力学学会、香港工程师学会等相关学会的领导出席了本次会议, 华东建筑设计研究院王卫东博士主持了会议开幕仪式。

本次会议得到了国内众多岩土工作者的广泛响应和有关单位的大力支持, 共收到投稿论文 172 篇, 经过评审最终有 139 篇论文入选国内专业权威刊物《岩土工程学报》增刊, 作为本次会议的论文集。所收录的论文来源基本覆盖了全国的各个省

市, 论文作者来自国内外大专院校、科研机构以及工程第一线的设计和施工单位。这些论文内容涉及到基坑工程理论分析、设计方法与实践、施工技术及应用、基坑工程实录及事故分析、基坑工程风险评估与管理等方面, 反映了我国岩土工作者在基坑工程领域所取得的一系列研究成果。此次盛会由中国建筑学会建筑施工分会基坑工程专业委员会和上海市力学学会岩土力学专业委员会主办, 现代设计集团华东建筑设计研究院、上海交通大学、同济大学、上海建工(集团)总公司、上海申通集团有限公司、中船第九设计研究院、上海城建集团等单位共同承办, 由岩土工程学报编辑部、上海建筑设计研究院有限公司、上海申元岩土工程有限公司、武汉地质勘察基础工程有限公司上海公司、上海天裕建筑工程有限公司、上海普盛建设工程有限公司、上海凌翌建设工程有限责任公司等协办, 并得到了上海地区各设计施工单位的大力支持。

(上海交通大学 供稿)