

层状地基中群桩的水平振动特性

黄茂松¹, 吴志明², 任青¹

(1. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 上海城市建设设计研究院, 上海 200011)

摘要: 采用动力 Winkler 地基模型模拟桩土之间的动力相互作用, 并运用传递矩阵法考虑地基土的分层特性, 提出了计算层状地基中单桩和群桩动力阻抗函数的一种简化方法。在计算动力相互作用因子时考虑了“被动桩”与周围土体之间的相互作用。最后将相互作用因子和群桩阻抗的本文解与精确解进行了对比, 同时与有关现场试验结果作了比较, 验证了本文方法的有效性。

关键词: 层状地基; 群桩; 水平振动; 动力阻抗

中图分类号: TU470

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2007)01-0032-07

作者简介: 黄茂松(1965-), 男, 浙江玉环人, 教授, 博士生导师, 从事岩土工程方面的科研和教学工作。E-mail: mshuang@mail.tongji.edu.cn。

Lateral vibration of pile groups in layered soil

HUANG Mao-song¹, WU Zhi-ming², REN Qing¹

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Shanghai Urban Construction Design and

Research Institute, Shanghai 200011, China)

Abstract: A simple analytical solution was outlined for computing the lateral dynamic impedance of single floating piles and floating pile groups in layered soil media. A dynamic Winkler model utilizing the finite-element-based springs and dashpots was adopted for the effect of pile-soil interaction, combining with a transfer-matrix formulation in the case of multi-layered soils. Attention was then given to the lateral dynamic stiffness and damping of group piles. Pile-soil-pile interaction was considered by assuming interaction between the passive piles and the surrounding soil. It was demonstrated that the predicted result of the proposed simplified method was in good agreement with rigorous numerical solutions. Such a simplified approach was quite efficient for the computation of single piles and pile groups subjected to lateral vibration, and provided a useful tool for engineers due to its simplicity.

Key words: layered soil; pile groups; lateral vibration; dynamic impedance

0 前言

群桩水平振动分析的研究是动力基础设计的关键技术, 近年来在这一领域的研究取得了显著的进步, 但是距离将研究成果纳入规范仍有很长的路要走。因此, 有必要提出一种可供规范参考的简化方法。桩基计算的首要关键是桩土相互作用的分析, 其分析方法主要有连续介质模型、有限元模型以及 Winkler 地基模型等。事实上 Winkler 地基模型所需的参数可以通过与连续介质模型或有限元模型的分析结果拟合得到。Winkler 地基模型因为计算简单而得到广泛的应用。

群桩计算一般有两类方法: ①直接法或整体法, 一般通过有限元或边界元法^[1-4]来实现; ②基于相互作用因子的叠加法。Kaynia 和 Kausel^[1]采用边界积分法求解了群桩动力问题, 并将 Poulos^[5]提出的静力相互

作用因子的原理推广到群桩动力相互作用问题, 首次提出了动力相互作用的概念, 其解一般被认为是精确解。

Dobry 和 Gazetas^[6]曾提出一种均匀土层中计算动力相互作用因子的简化方法, 但是该方法没有考虑被动桩与周围土体之间的动力相互作用, 即直接将桩的位移等同于该处土的位移。Makris 和 Gazetas^[7]将地基作为动力 Winkler 介质, 考虑被动桩与土体之间的动力相互作用, 对均匀土层中的桩—桩动力相互作用进行了研究, 完善了上述简化方法。Gazetas、Fan 和 Kaynia^[8]在验证简化动力 Winkler 地基梁模型有效性的基础上, 研究了均质和弹性模量线性增加的地基中桩间距和布桩方式等因素对群桩动力阻抗的影响。

Mylonakis 和 Gazetas^[9]在考虑了被动桩与土体之间的动力相互作用基础上给出了层状地基中相互作用因子和群桩水平动力阻抗的计算方法, 但其方法仅限于双层土地基。蒯行成等^[10]也推导出了层状地基中相互作用因子和群桩水平动力阻抗的方法, 但计算仍较为复杂, 且桩端边界条件没有明确给出。因此有必要在已有研究的基础上建立一种更为简化但又能应用于任何分层地基的计算方法, 同时与有关现场试验结果进行比较。

本文仍然采用动力 Winkler 地基模型, 运用传递矩阵法, 首先建立层状介质中单桩阻抗的计算方法; 其次考虑被动桩和周围土体之间的相互作用, 求解层状土层中的桩桩动力相互作用因子; 然后在此基础上计算群桩水平动力阻抗和桩身内力; 同时给出了相关算例, 并和精确解以及有关试验结果进行对比验证。

1 单桩水平振动

图 1 为层状土层中的单桩, 桩体弹性模量为 E_p , 截面惯性矩为 I_p , 单位长度的质量为 m_p , 长度为 L , 半径为 r 。桩周土模拟为连续分布的弹簧和阻尼器, 其弹簧系数 k_x 和阻尼系数 c_x 如下^[8]:

$$k_x \approx 1.2E_s, \quad (1)$$

$$c_x \approx 2\beta_s \frac{k_x}{\omega} + 6\rho_s V_s d a_0^{-\frac{1}{4}}, \quad (2)$$

式中, E_s 、 ρ_s 、 β_s 和 V_s 分别为土的弹性模量、密度、阻尼比和剪切波速, d 是桩的直径, ω 是振动圆频率, $a_0 = \omega d / V_s$ 为无量纲频率, 其中 $V_s = \sqrt{G_s / \rho_s}$ 。

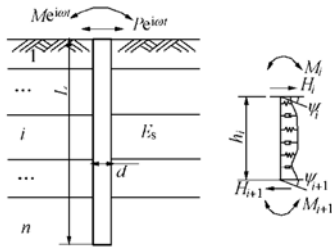


图 1 单桩水平振动计算图

Fig. 1 Calculation of lateral vibration of a single pile

在桩顶水平简谐力 $P e^{i\omega t}$ 与弯矩 $M e^{i\omega t}$ 的作用下单桩作水平振动, 将单桩按地基土体分层划分单元, 各单元的水平位移可表示为 $u_i(z, t) = u_i(z) e^{i\omega t}$ 。在自身荷载作用下, 对于稳态振动 $u_i(z)$ 满足下式:

$$\frac{\partial^4 u_i(z)}{\partial z^4} - \frac{\lambda_i^4}{h_i^4} u_i(z) = 0. \quad (3)$$

式 (3) 的解为

$$u_i(z) = A_{11i} \operatorname{ch} \lambda_i \frac{z}{h_i} + B_{11i} \operatorname{sh} \lambda_i \frac{z}{h_i} + C_{11i} \cos \lambda_i \frac{z}{h_i} + D_{11i} \sin \lambda_i \frac{z}{h_i}, \quad (4)$$

其中

$$\lambda_i = h_i \left[(\omega^2 m_p - k_x - i \omega c_x) / E_p I_p \right]^{1/4}, \quad (5)$$

式中, A_{11} , B_{11} , C_{11} 和 D_{11} 为积分常数, 由边界条件确定。

对于每个单元的两端点位移、转角、水平力和弯矩有如下的关系:

$$\begin{Bmatrix} u_i(h_i) \\ \varphi_i(h_i) \\ H_i(h_i) \\ M_i(h_i) \end{Bmatrix} = [T^1]_i \begin{Bmatrix} u_i(0) \\ \varphi_i(0) \\ H_i(0) \\ M_i(0) \end{Bmatrix}, \quad (6)$$

而

$$[T^1] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \operatorname{ch} \lambda_1 + \cos \lambda_1 & k_1 (\operatorname{sh} \lambda_1 + \sin \lambda_1) & k_3 (\operatorname{sh} \lambda_1 - \sin \lambda_1) & k_2 (\operatorname{ch} \lambda_1 - \cos \lambda_1) \\ \frac{\operatorname{sh} \lambda_1 - \sin \lambda_1}{k_1} & \operatorname{ch} \lambda_1 + \cos \lambda_1 & \frac{k_3 (\operatorname{ch} \lambda_1 - \cos \lambda_1)}{k_1} & \frac{k_2 (\operatorname{sh} \lambda_1 + \sin \lambda_1)}{k_1} \\ \frac{\operatorname{sh} \lambda_1 + \sin \lambda_1}{k_3} & \frac{k_1 (\operatorname{ch} \lambda_1 - \cos \lambda_1)}{k_3} & \operatorname{ch} \lambda_1 + \cos \lambda_1 & \frac{k_2 (\operatorname{sh} \lambda_1 - \sin \lambda_1)}{k_3} \\ \frac{\operatorname{ch} \lambda_1 - \cos \lambda_1}{k_2} & \frac{k_1 (\operatorname{sh} \lambda_1 - \sin \lambda_1)}{k_2} & \frac{k_3 (\operatorname{sh} \lambda_1 + \sin \lambda_1)}{k_2} & \operatorname{ch} \lambda_1 + \cos \lambda_1 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

式中, $k_1 = -h_i / \lambda_i$, $k_2 = h_i^2 / (E_p I_p \lambda_i^2)$, $k_3 = h_i^3 / (E_p I_p \lambda_i^3)$ 。

采用传递矩阵法, 就可以得到桩顶与桩端位移、转角、剪力和弯矩之间的关系:

$$\begin{Bmatrix} u(L) \\ \varphi(L) \\ H(L) \\ M(L) \end{Bmatrix} = [T^1] \begin{Bmatrix} u(0) \\ \varphi(0) \\ H(0) \\ M(0) \end{Bmatrix}, \quad (8)$$

式中, $[T^1] = [T^1]_n [T^1]_{n-1} \cdots [T^1]_1$ 。为了推导方便, 将 $[T^1]$ 拆分成四块:

$$[T^1] = \begin{bmatrix} T_{11}^1 & T_{12}^1 \\ T_{21}^1 & T_{22}^1 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

当桩长超过有效桩长后, 不同的桩端假定对桩顶刚度几乎没有影响^[11], 而实际工程中一般桩都会超过这个长度。这里假定桩端固定, 得到如下关系式:

$$\begin{Bmatrix} H(0) \\ M(0) \end{Bmatrix} = [K^s] \begin{Bmatrix} u(0) \\ \varphi(0) \end{Bmatrix}, \quad (10a)$$

或

$$\begin{Bmatrix} u(0) \\ \varphi(0) \end{Bmatrix} = [f^s] \begin{Bmatrix} H(0) \\ M(0) \end{Bmatrix}, \quad (10b)$$

其中, $[K^s]$, $[f^s]$ 分别为单桩水平振动刚度、柔度矩阵,

$$[K^s] = -[T_{12}^1]^{-1} [T_{11}^1], \quad (11a)$$

$$[f^s] = [K^s]^{-1}. \quad (11b)$$

如果将桩顶考虑约束转角, 即转角为 0, 此时式 (10a) 简化为

$$H(0) = K^s(1,1)u(0)。$$
 (12)

下面分析一根外径为 1.4 m，钢管壁厚为 85 mm，桩长为 34 m 的钢管混凝土桩。这一算例是文献[12]作为高刚度桩的一个极端例子，以此来说明在水平荷载作用下高刚度桩也可以按柔性桩来处理。有关土层参数详见文献[12]，为了便于与文献[12]的计算结果比较，将桩的水平运动阻抗写成

$$R_h = K_h + i\omega C_h = K_s(K + 2Di) \quad , \quad (13)$$

式中， $D = \omega C_h / 2K_s$ ， K_s 为单桩的静刚度（见文献[12]）。

文献[12]的作者考虑了场地土的基本周期或基本频率 f_n （约为 1.3 Hz）对单桩阻抗的影响，采用 Dobry 等^[13]的简化 Rayleigh 法对刚度和阻尼系数做了一些修正，而本文没有考虑这样的影响。因此，从图 2 可以看出，在 $0 < f < 2f_n$ 范围内本文结果与文献[12]的计算结果有一些的差异，如果频率超过这个范围本文解与文献[12]的计算结果就吻合很好。

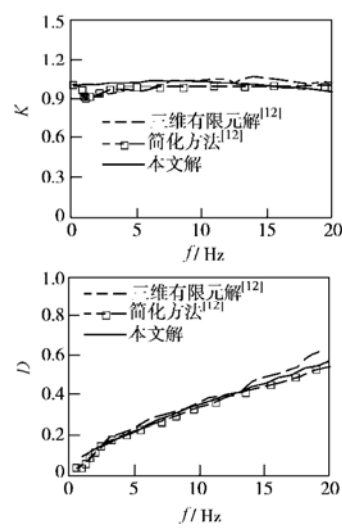


图 2 层状地基中的钢管混凝土桩水平阻抗

Fig. 2 Lateral dynamic impedance of a single steel pipe

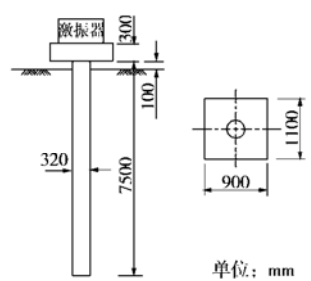


图 3 现场单桩试验示意图

Fig. 3 Dynamic field tests on a single pile in a layered soil

文献[14]介绍了单桩水平振动的现场试验，该试验是在哈尔滨南岗国家地震局工程力学研究所的桩基试验基地进行的。图 3 为现场试验的桩基图。试验桩为钻孔灌注钢筋混凝土桩，桩与桩顶承台混凝土标号

为 C30，同时浇注，养护 28 d。单桩承台长 1.10 m，宽 0.90 m，厚 0.30 m，重 7.3 kN，承台底面脱离地面 0.10 m，桩长 7.5 m，桩直径 0.32 m。该场地土体的力学性质见表 1，桩的力学性质见表 2。

表 1 土体力学性质

Table 1 Soil properties at the single pile test site				
深度 /m	重度 /($\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$)	孔隙比 e	含水率 $w/\%$	剪切波速 V_s /($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)
1	20.2	0.58	21.8	130
2				193
3	18.5	0.75	23.7	200
4				180
5	19.7	0.60	20.5	234
6				272
7	20.0	0.59	20.2	272
8				280

表 2 桩的力学性质

Table 2 Pile properties for the single pile test				
重度 /($\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$)	惯性矩 I_p/m^4	弹性模量 E_p/MPa	泊松比 ν_p	阻尼比 β_p
24.5	5.15×10^{-4}	1.96×10^4	0.25	0.01

机械式激振器固定于承台顶面，质量为 120.41 kg，激振器产生水平谐和激振力位于承台顶面 0.2 m，调整偏心质量的夹角可以改变激振力的幅值，这里选取激振角度为 $\theta = 8^\circ$ 的情况。在频繁振动下，桩顶附近一定深度范围的土体会与桩体脱开，文献[14]经过试算确定脱开长度为 0.32 m。图 4 为采用本文方法求解与现场实测的桩顶水平位移幅值对比。

从图 4 中可以看出，采用本文方法得到的桩顶水平位移幅值与实测值吻合得非常好，共振频率也几乎一致。

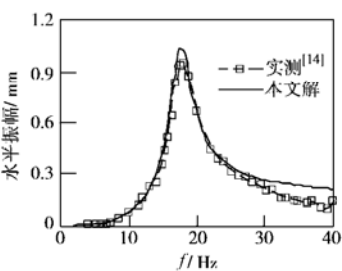


图 4 单桩水平动力反应与实测值的比较

Fig. 4 Comparison between analytical solution and experimental data for a single pile

2 桩桩动力相互作用因子

设群桩中所有单桩的几何尺寸和材料性质都相同。如图 5 所示，桩 1（主动桩）和桩 2（被动桩）轴线间的距离为 s 。取桩 1 振动方向为 x 方向，桩间连线与 x 方向的夹角为 θ （如图 6 所示）。

若桩 1 在桩头简谐荷载作用下的位移为

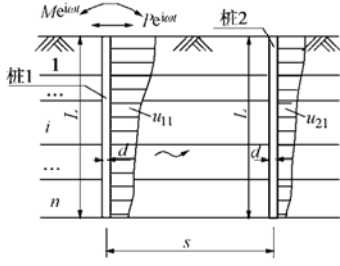


图 5 两桩水平振动相互作用

Fig. 5 Lateral dynamic interaction between two piles

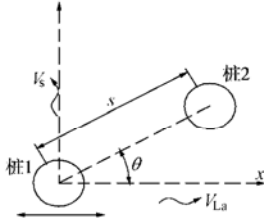


图 6 两桩平面位置示意图

Fig. 6 Configuration of two piles

$u_{1i}(z, t) = u_{1i}(z) e^{i\omega t}$, 由此在土中产生自由位移场为 $u_s(z, t) = u_s(z) e^{i\omega t}$, 可表示如下^[10]:

$$u_s(z, t) = u_s(z) e^{i\omega t} = \psi(s, \theta) u_{1i}(z) e^{i\omega t}, \quad (14)$$

其中

$$\psi(s, \theta) = \psi(s, 0) \cos^2 \theta + \psi\left(s, \frac{\pi}{2}\right) \sin^2 \theta, \quad (15a)$$

$$\psi(s, 0) = (r/s)^{\frac{1}{2}} \exp[-(\beta_s + i)\omega(s-r)/V_{La}], \quad (15b)$$

$$\psi\left(s, \frac{\pi}{2}\right) = (r/s)^{\frac{1}{2}} \exp[-(\beta_s + i)\omega(s-r)/V_s], \quad (15c)$$

$$V_{La} = 3.4V_s / [\pi(1 - \nu_s)]. \quad (15d)$$

由于土体位移场 u_s 的作用, 引起桩 2 桩身位移记为 $u_{2i}(z, t) = u_{2i}(z) e^{i\omega t}$. 对于桩身单元 i , 其平衡方程为

$$\frac{d^4 u_{2i}(z)_i}{dz^4} - \frac{\lambda_i^4}{h_i^4} u_{2i}(z)_i = \frac{k_{xi} + i\omega c_{xi}}{E_p I_p} \psi(s, \theta) u_{1i}(z)_i, \quad (16)$$

式 (16) 的解为

$$\begin{aligned} u_{2i}(z)_i = & A_{21i} \operatorname{ch} \lambda_i \frac{z}{h_i} + B_{21i} \operatorname{sh} \lambda_i \frac{z}{h_i} + C_{21i} \cos \lambda_i \frac{z}{h_i} + \\ & D_{21i} \sin \lambda_i \frac{z}{h_i} + \frac{k_{xi} + i\omega c_{xi}}{E_p I_p} \psi(s, \theta) \frac{h_i^3 z}{4\lambda_i^3} (A_{11i} \operatorname{sh} \lambda_i \frac{z}{h_i} + \\ & B_{11i} \operatorname{ch} \lambda_i \frac{z}{h_i} - C_{11i} \sin \lambda_i \frac{z}{h_i} + D_{11i} \cos \lambda_i \frac{z}{h_i}), \end{aligned} \quad (17)$$

式中, A_{21i} , B_{21i} , C_{21i} , D_{21i} 为积分常数, 由边界条件确定, A_{11i} , B_{11i} , C_{11i} , D_{11i} 见式 (4).

根据式 (17), 桩 2 桩身单元 i 两端点间位移、转角、剪力、弯矩的关系写成矩阵形式为

$$\begin{Bmatrix} u_i(h_i) \\ \varphi_i(h_i) \\ H_i(h_i) \\ M_i(h_i) \end{Bmatrix}_{21} = [t^1]_i \begin{Bmatrix} u_i(0) \\ \varphi_i(0) \\ H_i(0) \\ M_i(0) \end{Bmatrix}_{21} + [t^2]_i \begin{Bmatrix} u_i(0) \\ \varphi_i(0) \\ H_i(0) \\ M_i(0) \end{Bmatrix}_{11}, \quad (18)$$

式中 $[t^1]_i$ 见式 (7), 令 $[t_1^2]_i$, $[t_2^2]_i$, $[t_3^2]_i$ 和 $[t_4^2]_i$ 分别为 $[t^2]_i$ 的四个行向量, 则有

$$\begin{aligned} [t_1^2]_i^T &= \frac{k_i(\omega) \varphi_i(s, \theta) h_i^4}{8E_p I_p \lambda_i^4} \begin{Bmatrix} \lambda_i \operatorname{sh} \lambda_i - \lambda_i \sin \lambda_i \\ k_1(\lambda_i \operatorname{ch} \lambda_i + \lambda_i \cos \lambda_i - \operatorname{sh} \lambda_i - \sin \lambda_i) \\ k_3(\lambda_i \operatorname{ch} \lambda_i - \lambda_i \cos \lambda_i - 3 \operatorname{sh} \lambda_i + 3 \sin \lambda_i) \\ k_2(\lambda_i \operatorname{sh} \lambda_i + \lambda_i \sin \lambda_i - 2 \operatorname{ch} \lambda_i + 2 \cos \lambda_i) \end{Bmatrix}, \\ [t_2^2]_i^T &= -\frac{k_i(\omega) \varphi_i(s, \theta) h_i^3}{8E_p I_p \lambda_i^3} \begin{Bmatrix} \lambda_i \operatorname{ch} \lambda_i - \lambda_i \cos \lambda_i + \operatorname{sh} \lambda_i - \sin \lambda_i \\ k_1(\lambda_i \operatorname{sh} \lambda_i - \lambda_i \sin \lambda_i) \\ k_3(\lambda_i \operatorname{sh} \lambda_i + \lambda_i \sin \lambda_i - 2 \operatorname{ch} \lambda_i + 2 \cos \lambda_i) \\ k_2(\lambda_i \operatorname{ch} \lambda_i + \lambda_i \cos \lambda_i - \operatorname{sh} \lambda_i - \sin \lambda_i) \end{Bmatrix}, \\ [t_3^2]_i^T &= \frac{k_i(\omega) \varphi_i(s, \theta) h_i}{8 \lambda_i} \begin{Bmatrix} \lambda_i \operatorname{ch} \lambda_i + \lambda_i \cos \lambda_i + 3 \operatorname{sh} \lambda_i + 3 \sin \lambda_i \\ k_1(2 \operatorname{ch} \lambda_i - 2 \cos \lambda_i + \lambda_i \operatorname{sh} \lambda_i + \lambda_i \sin \lambda_i) \\ k_3(\lambda_i \operatorname{sh} \lambda_i - \lambda_i \sin \lambda_i) \\ k_2(\operatorname{sh} \lambda_i - \sin \lambda_i - \lambda_i \operatorname{ch} \lambda_i - \lambda_i \cos \lambda_i) \end{Bmatrix}, \\ [t_4^2]_i^T &= \frac{k_i(\omega) \varphi_i(s, \theta) h_i^2}{8 \lambda_i^2} \begin{Bmatrix} 2 \operatorname{ch} \lambda_i - 2 \cos \lambda_i + \lambda_i \operatorname{sh} \lambda_i + \lambda_i \sin \lambda_i \\ k_1(\operatorname{sh} \lambda_i + \lambda_i \operatorname{ch} \lambda_i - \sin \lambda_i - \lambda_i \cos \lambda_i) \\ k_3(-\operatorname{sh} \lambda_i + \lambda_i \operatorname{ch} \lambda_i - \sin \lambda_i + \lambda_i \cos \lambda_i) \\ k_2(\lambda_i \operatorname{sh} \lambda_i - \lambda_i \sin \lambda_i) \end{Bmatrix}, \end{aligned} \quad (19)$$

式中, $k_i(\omega) = k_{xi} + i\omega c_{xi}$.

采用传递矩阵法把桩 2 桩端处与桩 2、桩 1 处桩顶位移、转角、剪力、弯矩之间的关系表示如下:

$$\begin{Bmatrix} u(L) \\ \varphi(L) \\ H(L) \\ M(L) \end{Bmatrix}_{21} = [T^1] \begin{Bmatrix} u(0) \\ \varphi(0) \\ H(0) \\ M(0) \end{Bmatrix}_{21} + [T^2] \begin{Bmatrix} u(0) \\ \varphi(0) \\ H(0) \\ M(0) \end{Bmatrix}_{11}, \quad (20)$$

式中

$$[T^1] = [t^1]_n [t^1]_{n-1} \cdots [t^1]_1, \quad (21)$$

$$[T^2] = \sum_{j=1}^n [t^1]_n \cdots [t^1]_{j+1} [t^2]_j [t^1]_{j-1} \cdots [t^1]_1, \quad (22)$$

按照式 (9) 的方法将 $[T^2]$ 也拆成四块。

假定桩 2 桩端固定, 桩顶自由 (不受荷载作用) 并结合式 (10), 得

$$\begin{Bmatrix} u(0) \\ \varphi(0) \end{Bmatrix}_{21} = [\alpha(s, \theta)] \begin{Bmatrix} u(0) \\ \varphi(0) \end{Bmatrix}_{11}, \quad (23)$$

式中, $[\alpha]$ 为水平振动时桩桩相互关系矩阵,

$$[\alpha(s, \theta)] = [T_{11}^1]^{-1} \{ [T_{11}^2] + [T_{12}^2] [K^s] \}. \quad (24)$$

根据相互作用因子定义就可以得到

$$\alpha_{up} = u_{21}(0)/u_{11}(0) = \frac{a(1,1)f^s(1,1) + a(1,2)f^s(2,1)}{f^s(1,1)}, \quad (25a)$$

$$\alpha_{\varphi P} = \varphi_{21}(0)/u_{11}(0) = \frac{a(2,1)f^s(1,1) + a(2,2)f^s(2,1)}{f^s(2,1)}, \quad (25b)$$

$$\alpha_{uM} = u_{21}(0)/\varphi_{11}(0) = \frac{a(1,1)f^s(1,2) + a(1,2)f^s(2,2)}{f^s(1,2)}, \quad (25c)$$

$$\alpha_{\varphi M} = \varphi_{21}(0)/\varphi_{11}(0) = \frac{a(2,1)f^s(1,2) + a(2,2)f^s(2,2)}{f^s(2,2)}, \quad (25d)$$

于是得到桩桩水平振动相互作用因子矩阵

$$[\alpha(s, \theta)] = \begin{bmatrix} \alpha_{uP} & \alpha_{uM} \\ \alpha_{\varphi P} & \alpha_{\varphi M} \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Dobry 和 Gazetas 提出的简化方法^[6]中只是简单假定 $\alpha_{uP} = \psi(s, \theta)$, 而 α_{uM} 、 $\alpha_{\varphi P}$ 、 $\alpha_{\varphi M}$ 均为 0。

图 7 为线性地基中的水平相互作用因子的本文计算结果与 Kaynia 等^[1]精确解的对比。该地基土的弹性模量随着深度逐渐增大, 在地表 $E_p/E_s = 1250$, 在桩端 ($L/d = 20$ 处) $E_p/E_s = 500$ 。对于这样的地基本文将其等分为 10 层进行处理。

从图 7 中可以看出, 本文解都能和精确解较好的吻合, 尤其是在桩间距较小的时候。随着桩间距的增大, 本文解与精确解相比虽然会产生一定的偏差, 由于此时相互作用因子本身在数值上就比较小, 因此这样的偏差应该说对群桩的计算来讲影响不会很大。

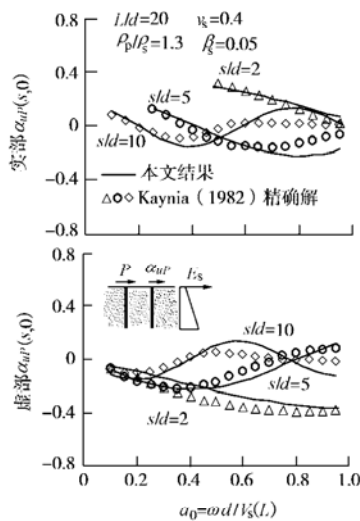


图 7 线性地基中水平相互作用因子

Fig. 7 Lateral interaction factor between two piles in inhomogeneous soil with linearly increasing modulus

本文解与精确解出现峰值和谷值时的频率基本一致, 只是峰值和谷值的绝对值略微有些差异 (一般偏大一些), 尤其是在桩间距比 $s/d = 10$ 的时候。

在桩间距比较小的时候 $s/d = 2$, 相互作用因子不论实部还是虚部都随着频率的变化比较简单而且缓慢。在桩间距较大的时候, 相互作用因子随着频率的

变化就比较复杂, 会出现值峰和谷值。

3 群桩水平动力阻抗

承台下群桩, 桩数为 n 。刚性承台, 不考虑其质量, 承受水平简谐荷载 $P^G e^{i\omega t}$ 作用。在承台荷载作用下, 群桩的水平位移 u^G 等于各桩头位移 u_i , 即

$$u^G = u_i = \sum_{j=1}^n \alpha_{uP,ij} P_j / K^s(1,1), \quad (27)$$

式中, $K^s(1,1)$ 为单桩水平阻抗, P_j 为桩 j 分担到的承台荷载, $\alpha_{uP,ij}$ 为桩 j 与桩 i 的水平动力相互作用因子, 且有 $\alpha_{uP,ij} = 1 (i = j)$ 。

承台上水平荷载由各桩共同承担, 即

$$P^G = \sum P_j, \quad (28)$$

上述关系可写成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ -1 & 1 & \alpha_{uP,12} & \cdots & \alpha_{uP,1n} \\ -1 & \alpha_{uP,21} & 1 & \cdots & \alpha_{uP,2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -1 & \alpha_{uP,n1} & \alpha_{uP,n2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u^G K^s(1,1) \\ P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P^G \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (29)$$

求解上式即可得群桩水平位移 u^G 和各单桩承担的荷载 P_j 。于是群桩的水平振动阻抗就可以表示为

$$R^G = P^G / u^G = K^G + i a_0 C^G, \quad (30)$$

式中, K^G , C^G 分别为群桩水平动刚度和动阻尼。

图 8 为线性地基中 3×3 群桩水平阻抗即动刚度和动阻尼的本文计算结果与 Kaynia 等^[1]精确解的对比, 其中将动刚度和动阻尼除以 9 倍单桩静刚度 $\bar{K}_h^s$ 进行无量纲化处理。从图中可以看出采用本文方法的计算结果能与精确解吻合得很好。

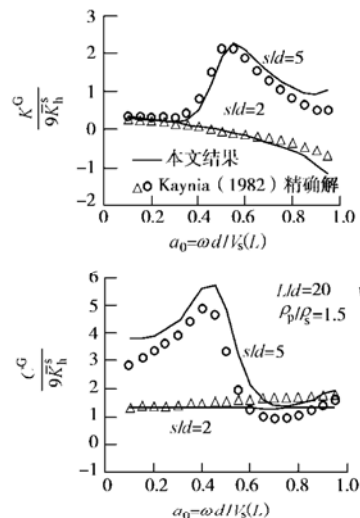


图 8 线性地基中 3×3 群桩水平阻抗

Fig. 8 Lateral dynamic impedance of 3×3 pile groups in inhomogeneous soil with linearly increasing modulus

在桩间距较小的时候 ($s/d=2$), 群桩动力阻抗随着频率的变化很小, 群桩的振动特性如同一埋置基础^[6, 15]。群桩动刚度随着频率增大缓慢减小, 在高频的时候变为负值; 群桩动阻尼在计算的频域范围内几乎保持恒定。在这么近的桩间距下, 波长比桩间距大 3 倍以上, 因此群桩范围内的土体是在同一相位内振动。

随着桩间距的增大, 群桩动力阻抗开始变得比较复杂, 其动刚度和动阻尼随着频率的增大会出现峰值和谷值, 出现的位置很大程度上取决于桩间距和地基土。动刚度和动阻尼的峰值或谷值并不同时出现, 一般而言动刚度的出现频率要略大于动阻尼。

本文在计算桩桩相互作用的时候忽略了中间桩体和邻桩的影响, 实际上这种影响是存在的, 随着桩数的增多, 这种影响会愈加明显, 尤其是峰值和谷值的大小。因此在处理桩数较多的群桩时候, 本文方法还需要改进。

下面对由 Crouse 和 Cheang^[16]所做的位于华盛顿州西雅图市 Duwamish 变电站的桩基现场试验进行分析。变压器固定在钢筋混凝土承台上, 桩承台的长度方向为 4.06 m、宽为 2.44 m, 其重量为 1454.0 kN, 埋置在地面以下; 桩基础是由 6 根钢管混凝土桩组成, 其外径为 0.305 m、钢管壁的厚度为 4.37 mm; 桩沿 x 轴的布置方向间距 1.42 m、沿 y 轴的布置方向间距 1.52 m; 桩的入土深度为 12.2 m, 桩尖达到了非常坚硬的岩层, 单根钢管桩的截面抗压刚度 EA 和截面抗弯刚度 EI 分别为 2.27×10^6 kN 和 2034.46 kN $\cdot$ m²。

图 9 为现场群桩试验的示意图, 表 3 为试验场地土参数。

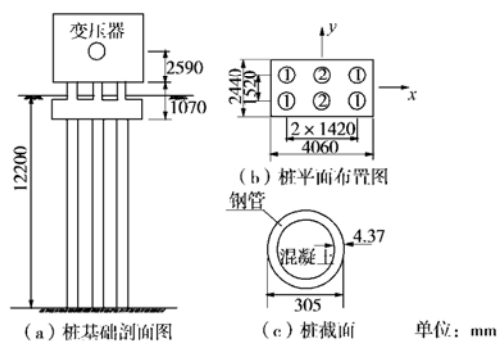


图 9 现场群桩试验的示意图

Fig. 9 Illustration of dynamic field tests of 2×3 pile groups

现场试验的结果为: 沿南北方向即沿 y 轴振动的振幅在频率等于 3.8 Hz 处达到最大值, 也即是 y 轴振动的共振频率为 3.8 Hz; 沿东西方向即沿 x 轴振动的振幅在频率等于 4.6 Hz 处达到最大值, 也即是沿 x 轴振动的共振频率为 4.6 Hz; 沿南北方向和东西方向的阻尼分别为 6%和 5%。

表 3 试验场地土的参数^[16]

Table 3 Soil properties at Duwamish Substation

层号	层厚	剪切波速 $/(m \cdot s^{-1})$	重度 $/(kN \cdot m^{-3})$	内摩擦角 $\phi/(^{\circ})$
1	3.66	125	17.3	30
2	1.22	165	17.3	30
3	1.22	165	17.3	30
4	1.52	165	17.3	30
5	0.91	165	20.3	40
6	2.44	165	18.7	30
7	1.83	165	18.7	30

从图 10、11 中可以看出在不考虑承台阻抗的情况下, 采用本文方法沿南北方向即沿 y 轴振动的振幅在频率等于 3.2 Hz 处达到最大值, 也即是 y 轴振动的共振频率为 3.2 Hz; 沿东西方向即沿 x 轴振动的共振频率为则为 3.9 Hz。在考虑了承台阻抗的条件下, 采用本文方法得到沿南北方向即 y 轴振动的共振频率为 4.0 Hz, 略高于实测值; 沿东西方向即沿 x 轴振动的共振频率为则为 4.5 Hz, 略低于实测值。Wu 和 Finn^[17]采用三维有限元法也对这个实例进行了计算, 得到的结果为, 沿南北方向即 y 轴振动的共振频率为 3.74 Hz, 沿东西方向即沿 x 轴振动的共振频率为则为 4.63 Hz。

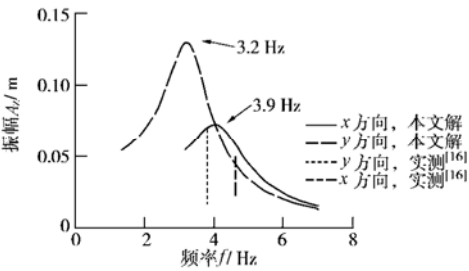


图 10 2×3 群桩振幅与频率的关系 (不考虑承台阻抗)

Fig. 10 Comparison between calculated resonant frequency and test results (no cap impedance considered)

采用本文方法可以得到与实测值非常接近的结果, 虽然比起采用有限元法计算的结果来, 本文的计算结果精度稍差, 但是完全可以满足工程的精度要求, 而且采用本文方法的计算工作量是很小的。

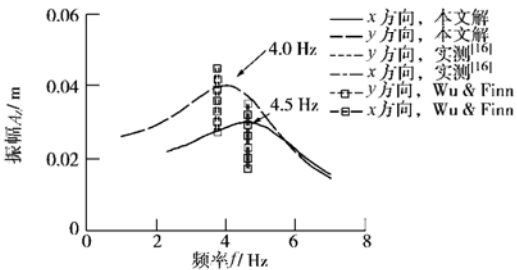


图 11 2×3 群桩振幅与频率的关系 (考虑承台阻抗)

Fig. 11 Comparison between calculated resonant frequency and test results (cap impedance considered)

尽管表层土体的强度较弱,而且承台的埋深也很浅,但其阻抗在计算中是不应该被忽略的,否则不能得到比较准确的结果。因此在计算群桩阻抗的时候,如果是低桩承台,承台与周围土体之间有紧密接触(一般表现为回填土被压密),那么就应该考虑这部分阻抗。在计算承台阻抗时除非承台与下卧土体有很好的接触,否则不应将这部分的作用计算在内。另外,本文在计算承台阻抗的时候,在不同的振动方向上采用了相同的阻抗函数,实际上在不同的方向上阻抗函数应该是不同的,但差别不大,本文在此作这样的近似处理也是合理的。

4 结 语

本文基于动力 Winkler 地基模型,运用传递矩阵,考虑了被动桩与周围土体之间的动力相互作用,得到层状土层中桩桩水平振动相互作用因子,并将其用于群桩水平振动计算,得到了与数值解以及现场试验比较吻合的结果。相对于数值方法,本文方法的计算工作量是相当小的,很适合在实际工程设计中运用。

需要指出的是,本文方法是以土体性质线性为前提,因而不适用于高度非线性问题。还有,本文在计算桩桩动力相互作用因子的时候没有考虑邻桩的影响,因此在处理大型群桩和桩间距较小的时候本文解可能会存在一定的偏差。

参考文献:

- [1] KAYNIA A M, KAUSEL E. Dynamic stiffness and seismic response of pile groups[R]. Massachusetts Institute of Technology, 1982.
- [2] WOLF J P, VON ARX G A. Impedance function of a group of vertical piles[J]. Proc of the Specialty Conf on Soil Dynamics and Earthquake Engrg, ASCE, 1978(2): 1024 - 1041.
- [3] MAMOON S M, KAYNIA A M, BANERJEE P K. Frequency-domain dynamic analysis of piles and pile groups[J]. J Geotech Engng, ASCE, 1990,116(10): 2237 - 2257.
- [4] SEN R, DAVIS G, BANERJEE P K. Dynamic analysis of piles and pile groups embedded in homogeneous soils[J]. Earthquake Engng Struct Dyn, 1985,13: 53 - 65.
- [5] POULOS H G. Analysis of the settlement of pile groups[J]. Geotechnique, 1988,38(4): 449 - 471.
- [6] DOBRY R, GAZETAS G. Simple method for dynamic stiffness and damping of floating pile groups[J]. Geotechnique, 1988, 38(4): 557-574.
- [7] MAKRI N, GAZETAS G. Dynamic pile-soil-pile interaction, Part II: lateral and seismic response[J]. Earthquake Engrg Struct Dyn, 1992,21(2): 145 - 162.
- [8] GAZETAS G, FAN K, KAYNIA A. Dynamic response of pile groups with different configuration[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engrg, 1993,12: 239 - 257.
- [9] MYLONAKIS G, GAZETAS G. Lateral vibration and internal forces of pile groups in layered soil[J]. J Geotech Geoenviron Engrg, ASCE, 1999,125(1): 16 - 25.
- [10] 蒯行成,沈蒲生.层状介质中群桩水平动力阻抗的简化计算方法[J]. 振动工程学报,1998,11(3): 258 - 264.(Kuai Xing-cheng, SHEN Pu-sheng. Simplified method for calculating horizontal dynamic impedances of pile groups in layered media[J]. Journal of Vibration Engineering, 1998,11(3): 258 - 264.(in Chinese))
- [11] 胡安峰,谢康和,肖志荣.水平荷载下单桩动力反应分析[J]. 浙江大学学报,2003,37(4): 420 - 425.(HU An-feng, XIE Kang-he, XIAO Zhi-rong. Dynamic response analysis for a single pile subjected to lateral loading[J]. Journal of Zhejiang University, 2003,37(4): 420 - 425.(in Chinese))
- [12] GAZETAS G, DOBRY R. Horizontal response of piles in layered soils[J]. J Geotech Engng, ASCE, 1984,110(1): 20 - 40.
- [13] DOBRY R, OWEIS I, URZUA A. Simplified procedures for estimating the fundamental period of a soil profile[J]. Bull Seismol Soc Am, 1976,66(4): 1293 - 1321.
- [14] HAN Y, et al. Dynamic response of pile groups under lateral loading[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engrg, 1992,11: 87 - 99.
- [15] GAZETAS G, DOBRY R, TASSOILAS J L. Vertical response of arbitrarily shaped embedded foundations[J]. J Geotech Engng, ASCE, 1985,11: 750 - 770.
- [16] CROUSE C B, CHEANG L. Dynamic testing and analysis of pile-group foundation[J]. Dynamic Response of Pile Foundation - Experiment, Analysis and Observation, ASCE Geotech Spec Publ, 1987,11: 79 - 98.
- [17] WU G, FINN W D L. Dynamic elastic analysis of pile foundation using finite element method in frequency domain[J]. Can Geotech J, 1997,34: 34 - 43.