

低应变反射波法测桩的轴对称问题数值计算

柯宅邦^{1, 2}, 刘东甲¹

(1. 合肥工业大学资源与环境工程学院, 安徽 合肥 230009; 2. 安徽省建筑科学研究设计院, 安徽 合肥 230001)

摘要: 建立了更符合工程实际的桩土系统瞬态振动计算模型。利用有限差分法计算了完整桩在瞬态轴向激振力作用下的动力响应, 比较分析了三维和一维桩顶轴向速度响应的差别。结果表明: 相对激振半径、桩周土剪切波速也是影响三维效应的重要因素; 传感器放在 $0.55R$ (R 是桩的半径) 处可以得到干扰较小的信号。绘制了不同时刻的波场图, 直观地反映了波在桩中的传播规律。

关键词: 动力响应; 有限差分法; 三维效应; 低应变测桩; 三维模型

中图分类号: TU433

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2006)12-2111-05

作者简介: 柯宅邦(1981-), 男, 安徽歙县人, 硕士, 主要从事工程桩基质量检测与研究工作。

Numerical computation of axisymmetric problems in low strain integrity tests on piles

KE Zhai-bang^{1, 2}, LIU Dong-jia¹

(1. School of Resources and Environmental Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China; 2. Anhui Institute of Building Research and Design, Hefei 230001, China)

Abstract: A computing model for the transient vibration of soil-pile system was presented. The dynamic response of an intact pile impacted by transient axial impulse was computed by use of the finite difference method, and the difference between 3D (axisymmetric) and 1D axial velocity responses at the pile top was compared and analyzed. It was shown that the 3D effect was also related to the ratio of hammer radius to pile radius and shear velocity of the soil around the pile. The best position of receiver is $0.55R$ (R was pile radius) from the pile center. The wave snapshots at different time, which gave a visual interpretation of propagation of wave in the pile, were obtained.

Key words: dynamic response; finite difference method; three-dimensional effects; low strain integrity testing of pile; three-dimensional models

0 引言

桩基础在工程建设中应用广泛, 其质量检测非常关键, 而桩的低应变测试是桩身完整性检测的主要方法。桩土系统振动理论对低应变动测信号的分析有重要的指导作用, 科研工作者对与此相关的问题进行了一系列研究, 取得了丰硕的成果^[1-10]。但由于问题的复杂性, 上述成果主要建立在桩身为一维杆的基础上。而工程实践中, 很多桩的长径比 (L/D) 并不大, 此时不宜将桩当作一维杆。陈凡^[1]等通过有限元法计算了三维自由桩的振动, 并探讨了三维效应; 赵振东^[2]利用三维有限元初步探讨了几种典型缺陷桩的计算结果; Chow Y. K.^[10]等也利用有限元法讨论了桩中波传播的三维效应。本文建立了空间轴对称条件下桩土系统瞬态振动的计算模型, 得到了稳定收敛的差分格式; 利用差分法计算了大直径桩在桩顶中心受轴向激振力

作用时的动力响应, 得到不同时刻桩中波传播的波场图, 并将三维结果与一维正演计算结果进行了比较; 还探讨了影响三维效应的主要因素。

1 计算模型及定解问题

假设半径为 R 、桩长为 L 的桩嵌入在半无限土中, 桩和土皆为均匀各向同性弹性体, 桩土界面不分离。当桩顶受轴对称轴向冲击力作用时, 系统产生的应力及速度也是轴对称分布的, 由弹性理论可得速度-应力的关系如下:

$$\rho \frac{\partial v_r}{\partial t} = \frac{\partial T_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial T_{rz}}{\partial z} + \frac{T_{rr} - T_{\theta\theta}}{r}, \quad (1a)$$

$$\rho \frac{\partial v_z}{\partial t} = \frac{\partial T_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial T_{zz}}{\partial z} + \frac{T_{rz}}{r}, \quad (1b)$$

$$\frac{\partial T_{rr}}{\partial t} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_r}{\partial r} + \lambda \left(\frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right), \quad (1c)$$

$$\frac{\partial T_{\theta\theta}}{\partial t} = (\lambda + 2\mu) \frac{v_r}{r} + \lambda \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right), \quad (1d)$$

$$\frac{\partial T_{zz}}{\partial t} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_z}{\partial z} + \lambda \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} \right), \quad (1e)$$

$$\frac{\partial T_{rz}}{\partial t} = \mu \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right). \quad (1f)$$

式中 ρ 为材料质量密度; λ 、 μ 为拉梅系数; v_r 、 v_z 为质点振动的径向速度和轴向速度; T_{rr} 、 $T_{\theta\theta}$ 、 T_{zz} 分别为径向、环向和轴向正应力; T_{rz} 为剪应力。

边界条件: 桩顶受到轴向冲击力 $p(t)$, 其在作用范围内均匀分布, 则桩顶面的轴向正应力表示为 $T_{zz}(r, z, t)|_{z=0} = -p(t)/(\pi r_0^2)$, 其中, r_0 为 $p(t)$ 的作用半径^[8],

$$p(t) = \begin{cases} \frac{I}{t_0} \left(1 - \cos \frac{2\pi t}{t_0} \right) & (0 \leq t \leq t_0) \\ 0 & (\text{其它}) \end{cases}, \quad (2)$$

式中, I 和 t_0 分别为激振力冲量和作用时间。

地表的自由边界条件为 $T_{rz}(r, z, t)|_{z=0} = 0$ 。

轴对称条件 $T_{rz}(r, z, t)|_{r=0} = 0$, $v_r(r, z, t)|_{r=0} = 0$ 。

初始条件: 系统开始处于静止状态, 所以速度与应力皆为 0。

上述运动方程、边界条件和初始条件就构成定解问题。

2 网格划分及方程离散

采用有限积分技术^[11], 网格划分如图 1 所示。

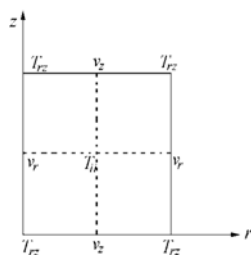


图 1 有限差分网格划分

Fig. 1 FDM grid

正应力的采样结果是 $T_{ii}((l+1/2)\Delta r, (m+1/2)\Delta z, (n+1/2)\Delta t)$, 此处的 ii 代表 rr , $\theta\theta$ 和 zz ; 剪应力的采样结果是 $T_{rz}(l\Delta r, m\Delta z, (n+1/2)\Delta t)$; 质点振动速度的采样结果是 $v_r(l\Delta r, (m+1/2)\Delta z, n\Delta t)$ 和 $v_z((l+1/2)\Delta r, m\Delta z, n\Delta t)$; 材料参数 (ρ , λ , μ) 的采样位置与正应力的采样位置一致。为了使方程 (1) 离散后的差分格式简洁, 定义平移算子 H 和差分算子 δ : 对于函数 f

(x), 如果经过离散后在采样点 $x = (l_x + 1/2)\Delta x$ 得到采样值, 算子 H 和 δ 分别定义为

$$\left. \begin{aligned} H_x f &= \frac{f[(l_x + 1/2)\Delta x] + f[(l_x - 1/2)\Delta x]}{2l_x \Delta x} \\ \delta_x f &= \frac{f[(l_x + 1/2)\Delta x] - f[(l_x - 1/2)\Delta x]}{\Delta x} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

且用两个采样值的平均值近似采样点之间的函数值, 即 $f(l_x \Delta x)/(l_x \Delta x) \approx H_x f$, 于是方程 (1) 可以写成具有二阶精度的差分方程:

$$\left. \begin{aligned} v_r^{n+1} &= v_r^n + \Delta t [(\delta_r + H_r)T_{rr}^{n+1/2} + \delta_z T_{rz}^{n+1/2} - H_r T_{\theta\theta}^{n+1/2}] / \rho \\ v_z^{n+1} &= v_z^n + \Delta t [(\delta_r + H_r)T_{rz}^{n+1/2} + \delta_z T_{zz}^{n+1/2}] / \rho \\ T_{rr}^{n+1/2} &= T_{rr}^{n-1/2} + \Delta t [(\lambda + 2\mu)\delta_r v_r^n + \lambda(H_r v_r^n + \delta_z v_z^n)] \\ T_{\theta\theta}^{n+1/2} &= T_{\theta\theta}^{n-1/2} + \Delta t [(\lambda + 2\mu)H_r v_r^n + \lambda(\delta_r v_r^n + \delta_z v_z^n)] \\ T_{zz}^{n+1/2} &= T_{zz}^{n-1/2} + \Delta t [(\lambda + 2\mu)\delta_z v_z^n + \lambda(\delta_r + H_r)v_r^n] \\ T_{rz}^{n+1/2} &= T_{rz}^{n-1/2} + \Delta t [\mu(\delta_z v_r^n + \delta_r v_z^n)] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其稳定收敛的条件为 $\Delta t \leq 1/(C_{\max} \sqrt{(1/\Delta r)^2 + (1/\Delta z)^2})$, 其中, $C_{\max}$ 表示波传播的最大波速。

对于材料参数不连续的界面, 我们通过调整网格使速度和剪应力的采样点刚好在界面上, 计算点上与速度和剪应力对应的材料参数值可以用等效值^[11]来表示, 即

$$\left. \begin{aligned} \rho &= (\rho_1 + \rho_2) / 2 \\ \mu &= 4 / (1/\mu_1 + 1/\mu_2 + 1/\mu_3 + 1/\mu_4) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中 ρ_1 和 ρ_2 分别为计算点邻近两个采样点的质量密度; μ_1 、 μ_2 、 μ_3 和 μ_4 分别为计算点临近四个采样点的剪切模量。

人工边界: 由于波在桩中传播一个回程的时间很短, 因此对于桩周土较软时可以采用远置人工边界, 只要波还未传到边界处就可以满足条件; 当桩周土较硬或者计算时间较长时, 可以用透射边界。

3 数值计算结果与分析

由上述算法, 编制了程序, 并对桩的瞬态振动进行正演计算。本文只讨论完整桩, 其参数如下: 桩质量密度 $\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$, 桩长 $L = 12 \text{ m}$, 桩半径 $R = 0.6 \text{ m}$, 泊松比 $\nu = 0.28$, 弹性模量 $E = 3.1104 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$; 桩周土质量密度及剪切波速: $\rho_s = 1800 \text{ kg/m}^3$, $C_s = 20 \text{ m/s}$; 泊松比 $\nu_s = 0.40$; 桩底土质量密度、剪切波速及泊松比: $\rho_b = 2000 \text{ kg/m}^3$, $C_b = 150 \text{ m/s}$, $\nu_b = 0.35$; 激振力参数: $t_0 = 0.8 \text{ ms}$, $I = 1 \text{ N}\cdot\text{s}$, $r_0/R = 0.1$ 。计算网格参数: $dr = 0.01 \text{ m}$, $dz = 0.02 \text{ m}$, $dt = 1 \mu\text{s}$ 。

图 2 是利用上述参数计算出来的不同时刻桩中各点的轴向速度灰度图。从中可以看出: 波在桩中传播,

一部分能量沿轴向向桩底传播, 另一部分径向沿桩顶面传播。沿桩顶面传播的波遇到桩土界面又部分反射回桩中心, 并在中心分成沿轴向和径向传播的两部分, 这个过程一般有多个反复。如果在桩顶面放一传感器, 就可以接受到不断沿顶面来回传播的波, 也就是通常说的三维效应干扰波。

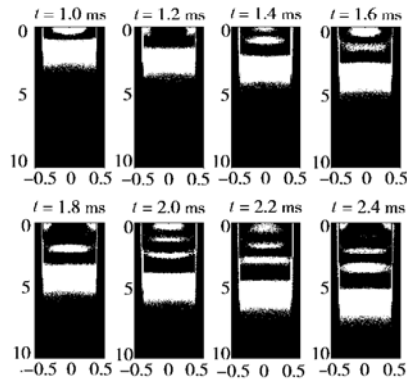
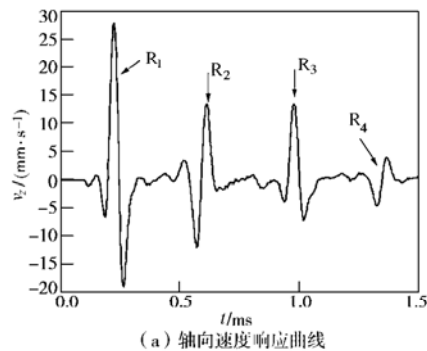


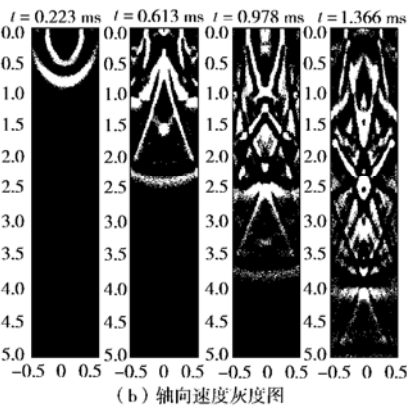
图 2 不同时刻的波场图

Fig. 2 Wave snapshots at different time

图 3 说明了三维干扰波的产生主要原因, 图 3 (a) 是桩顶一点 (距桩心 $R/2$ 处) 轴向速度响应曲线, 图 3 (b) 是图 3 (a) 上峰值对应时刻桩身各点轴向速度灰度图。



(a) 轴向速度响应曲线



(b) 轴向速度灰度图

图 3 三维干扰波的形成机理图

Fig. 3 Formation of 3D disturbing wave

为了使各种波有所分离, 计算时取 $t_0 = 0.08$ ms; 又取 $R = 0.8$ m, $r_0 = 0.04$ m, $dr = 0.01$ m, $dz = 0.02$

m, $dt = 0.5$ μ s; 其他参数同上例。分别计算图 3 中几个主要峰值对应的波速, 计算结果表明图中四个峰 (R_1 、 R_2 、 R_3 和 R_4) 对应的波速 (2120、2115、2170 和 2159 m/s) 与面波波速 ($C_{PR} = 2122$ m/s) 相符, 说明 R_1 主要由于激振力作用产生的面波传到传感器位置引起的, 同样说明 R_2 为 R_1 在桩土边界的一次反射波; R_3 为 R_2 汇聚至桩顶中心再传至测点的面波; R_4 为 R_3 传至桩土边界的反射波。这从图 3 (b) 中也能得到验证: 在桩顶速度响应出现峰值的时刻, 波场灰度图中显示, 此时面波刚好经过该点。因此可认为在基桩低应变动测曲线上, R_1 对应入射波 (或称直达波), R_2 、 R_3 、 R_4 ... 对应三维效应产生的干扰波。

当 t_0 取实际值 (如图 4 中 $t_0 = 0.8$ ms) 时, R_1 、 R_2 、 R_3 、 R_4 ... 便不再相互分离, 而表现为叠加波形 (如图 4 (a) 中实线所示)。

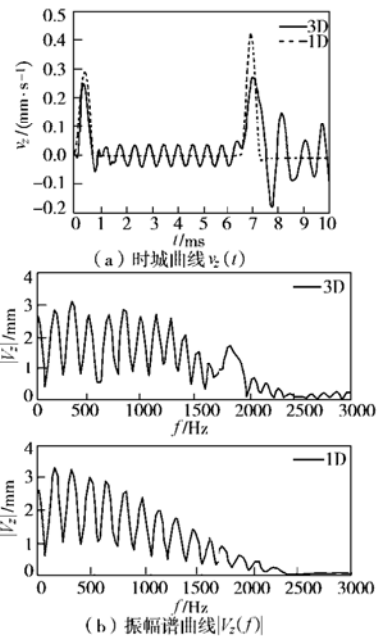


图 4 三维结果和一维结果的比较

Fig. 4 Comparison between 3D and 1D results

图 4 说明了三维和一维桩顶一点轴向速度响应在时域和频域内的区别。取 $r_0/R = 0.6$, r_0 是传感器到桩顶中心的距离, 其他参数同图 2 所取参数。通过对比可以发现: ① 三维入射波比一维入射波滞后, 这是因为面波传到传感器需要时间; ② 三维比一维多了干扰波的成分, 其频率比较高, 约为 1750 Hz (见图 4 (b)); ③ 三维结果的反射波脉冲宽度比入射波脉冲宽度大, 一维结果两者几乎是一致的; ④ 三维反射波比一维弱。这是因为质点的横向运动会带走部分能量, 同时引起波在桩中传播发生弥散效应, 导致脉冲宽度改变。

图 5 分别反映了桩顶一点轴向速度响应曲线和振幅谱曲线的对应关系, 干扰波的振幅值基本上能反映

干扰波影响的大小。图 5 (a) 表示相对激振半径 r_0/R (工程实践中代表锤子半径和桩半径的比值) 变化时, 桩顶一点 ($r_t/R = 0.8$) 轴向速度响应, 图中干扰波的影响随 r_0/R 的增大而减小。图 5 (b) 是该点轴向速度的振幅谱曲线, 从中可以看出: 随着 r_0/R 增大, 干扰波对应的幅值减小, 但其频率不变, 均为 1750 Hz。陈凡认为这种干扰波主要是面波和横波在顶面上的反射形成的, 其频率介于 f_s 和 f_R 之间, 其中 $f_s = C_{PS}/D$ 和 $f_R = C_{PR}/D$ (C_{PS} 和 C_{PR} 分别是桩的剪切波速和面波波速, D 是桩的直径) 分别表示横波和面波在桩顶面上来回反射的频率^[1]。显然, 在同一根桩中, f_s 和 f_R 是常数, 干扰波的频率也是一定的, 干扰波的影响和干扰波的幅值是对应的。因此同一根桩中, 可以通过比较振幅谱曲线上干扰波的幅值来近似比较三维效应影响的大小。

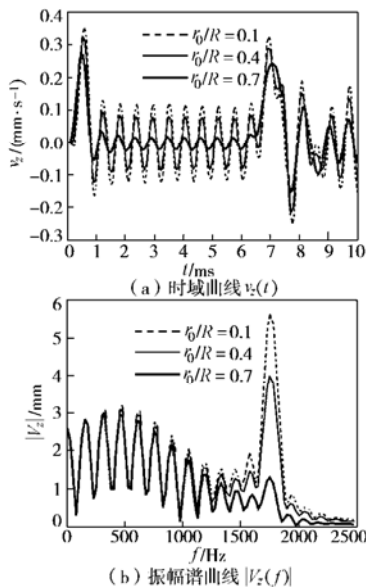


图 5 时域曲线 $v_z(t)$ 和其振幅谱曲线 $|V_z(f)|$ 的对应关系

Fig. 5 Relative relationship between $v_z(t)$ and $|V_z(f)|$

本文计算了摩擦桩在桩顶中心受瞬态轴向激振力作用时桩顶各点的轴向速度响应和对应的振幅谱, 并根据振幅谱曲线上干扰波对应的幅值来比较三维效应的影响。图 6 反映了桩、土和激振力参数变化时三维效应的影响与传感器位置的关系。从中可以得到: 不论参数如何变化, 三维效应影响随 r_t/R 的增大先减弱后增强, 计算结果显示干扰最小的点约在距桩中心 $0.55R$ 处。当桩材料参数和桩径一定时, 其他参数变化引起桩顶同一点干扰波幅值的变化也反映了该参数对三维效应的影响。因此由图 6 (b)、(d) 可知, 桩长和桩底土对三维效应的影响很小。图 6 (c) 说明三维效应影响随桩周土变硬而减小, 其桩顶轴向速度响应曲线如图 7 所示。图 6 (e)、(f) 分别反映了同一根桩中三维效应的影响随着激振力作用时间的增大而

减小, 随着相对激振半径的增大而减小。

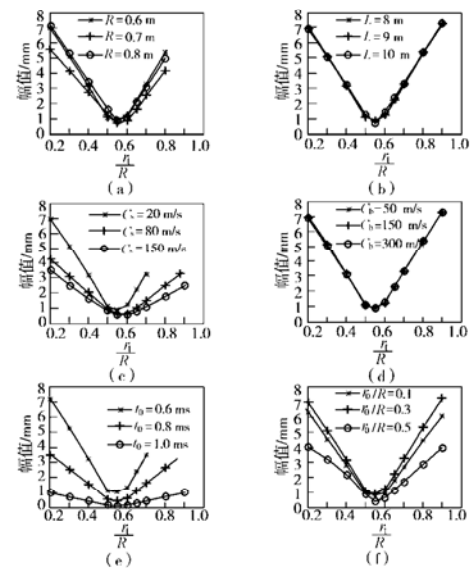


图 6 三维效应与传感器位置 (r_t/R) 的关系

Fig. 6 Dimensional effects vs r_t/R

图 7 是桩周土剪切波速不同时, 桩顶距桩中心 $0.55R$ 处一点的轴向速度响应图。桩周土剪切波速越大, 即桩周土越硬, 桩底反射越小, 也就是波在较硬的土中衰减更快。同时, 桩周土越硬, 波传到桩边缘时, 反射回桩中心的能量较小, 所以在图中, 不同桩周土条件下, 入射直达波信号和高频干扰波在桩土边界的一次反射信号基本重合, 尔后高频干扰波的多次反射随着桩周土剪切波速的增大而减小, 三维效应的影响也相对减小。

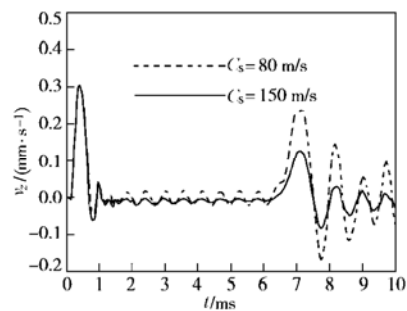


图 7 桩顶轴向速度响应 v_z 与桩周土剪切波速 C_s 的关系

Fig. 7 Relation between v_z and C_s

综上所述, 影响三维效应的主要因素有桩径大小、激振力作用时间、相对激振半径 (r_0/R)、传感器安装位置及桩周土剪切波速等。

4 结 论

(1) 通过建立三维轴对称条件下桩土振动计算模型, 得到了低应变测桩的三维正演算法及相应程序。该算法简单, 有足够的精度, 且计算速度快 (用一般配置的个人电脑, 通常不超过 2 min), 可以对各种复

杂条件下桩的振动进行正演计算, 有广泛的适用性。

(2) 计算了完整桩在均匀土中振动的桩顶速度响应, 并与一维结果进行比较, 与已有理论成果和实际相符。

(3) 各个时刻的振动波场图直观地反映了干扰波的形成和波在桩中传播的规律。

(4) 相对激振半径 (r_0/R) 越小, 激振时间越短, 桩径越大, 桩周土越软, 三维效应越明显; 传感器放在 $0.55R$ 处时可以得到干扰较小的信号。进行低应变测试时尽量采用减少三维效应的措施, 如加大激振半径, 垫橡皮垫, 选择合适的拾振点等; 同时对实测曲线反演时也应考虑三维效应的影响。

(5) 本文的算法只是进行研究的必要方法, 波在大直径桩 (完整桩、缺陷桩) 中的各种具体传播特性将另文讨论。

参考文献:

- [1] 陈 凡, 王仁军. 尺寸效应对基桩低应变完整性检测的影响[J]. 岩土工程学报, 1998, **20**(5): 92 - 96. (CHEN Fan, WANG Ren-jun. Dimension effect on low strain integrity testing of piles[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1998, **20**(5): 92 - 96.)
- [2] 赵振东, 杉本三千雄, 铃木善雄. 桩基低应变完整性检测的分析研究[J]. 地震工程与工程振动, 1995, **15**(4): 104 - 111. (ZHAO Zhen-dong, SUGIMOTO Michio, SUZUKI Yoshio. Analytical study on low strain integrity testing for piles[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1995, **15**(4): 104 - 111.)
- [3] WANG J T, DING M Y. Quantitative analysis for pile integrity[C]// Proc of the Fifth International Conference on Application of Stress Wave Theory to Piles, Orlando FL, 1996: 936 - 944.
- [4] 雷林源, 杨长特. 桩基瞬态动测响应的数学模型及基本特性[J]. 地球物理学报, 1992, **35**(4): 501 - 509. (LEI Lin-yuan, YANG Zhang-te. The mathematical models and basic characters of transient response for dynamic test of pile[J]. Acta Geophysica Sinica, 1992, **35**(4): 501 - 509.)
- [5] 柴华友. 土阻尼对应力波在一维变阻抗杆中传播的影响[J]. 土木工程学报, 1994, **27**(3): 41 - 49. (CHAI Hua-you. Effects of soil damping on propagation of stress-wave in 1-D bar with varying impedance[J]. China Civil Engineering Journal, 1994, **27**(3): 41 - 49.)
- [6] 王奎华, 谢康和, 曾国熙. 有限长桩受迫振动问题解析解及其应用[J]. 岩土工程学报, 1997, **19**(6): 27 - 35. (WANG Kui-hua, XIE Kang-he, ZENG Guo-xi. Analytical solution to vibration of finite length pile under exciting force and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1997, **19**(6): 27 - 35.)
- [7] 刘东甲. 不均匀土中多缺陷桩的轴向动力响应[J]. 岩土工程学报, 2000, **22**(4): 391 - 395. (LIU Dong-jia. Dynamic axial response of multi-defective piles in nonhomogeneous soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, **22**(4): 391 - 395)
- [8] 刘东甲. 纵向振动桩侧壁切应力频率域解及其应用[J]. 岩土工程学报, 2001, **23**(5): 544 - 546. (LIU Dong-jia. Frequency-domain solution of shear stress along pile-soil interface for longitudinal vibration of piles and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, **23**(5): 544 - 546.)
- [9] 冯世进, 陈云敏, 刘明振. 成层土中粘弹性桩轴向振动分析及工程应用[J]. 中国公路学报, 2004, **17**(2): 59 - 63. (FENG Shi-jin, CHEN Yun-min, LIU Ming-zhen. Analysis and application in engineering on vertical vibration of viscoelasticity piles in layered soil[J]. China Journal of Highway and Transport, 2004, **17**(2): 59 - 63.)
- [10] CHOW Y K, PHOON K K, CHOW W F, WONG K Y. Low strain integrity testing of piles: three-dimensional effects[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2003, **129**(11): 1057 - 1062.
- [11] FRANK Schubert, ALEXANDER Peiffer, BERND Kehler. The elastodynamic finite integration technique for waves in cylindrical geometries[J]. J Acoust Soc Am, 1998, **104**(5): 2604 - 2614.