

土层锚杆和挡土桩共同作用的非线性分析及其优化设计

刘岸军^{1, 2}, 钱国桢², 龚晓南¹

(1. 浙江大学土木工程系, 浙江 杭州 310027; 2. 杭州天元建筑设计研究院, 浙江 杭州 311201)

摘要: 对锚杆抗拔力试验 $p-s$ 曲线用最小二乘法作多项式拟合, 并根据土层锚杆与挡土桩交点变形协调关系建立非线性方程组, 联立求解可以得到挡土桩的水平位移。本文进一步以挡土桩最大水平位移为约束条件, 以锚杆布置间距等作为变量, 以挡土桩的最小刚度为目标函数进行优化。最后给出了优化实例。

关键词: 土层锚杆; 共同作用; 非线性回归函数; 约束条件; 优化解

中图分类号: TU411

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2006)10-1288-04

作者简介: 刘岸军(1980-), 男, 浙江嵊州人, 硕士研究生, 主要从事基坑围护设计和软土地基处理研究。

Nonlinear analysis of combined actions of anchor rod and earth-retaining pile wall and its optimum design

LIU An-jun¹, QIAN Guo-zhen², GONG Xiao-nan¹

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China; 2. Hangzhou Tianyuan Architecture

Design and Research Institute, Hangzhou 311201, China)

Abstract: Multinomial fitting equations of experimental $p-s$ curve of soil anchors were obtained with the method of the least squares, then according to the compatibility of deformation of the crossing point of soil anchors and earth-retaining pile wall, the nonlinear equations were proposed. Solving the above simultaneous equations, the horizontal displacement of the earth-retaining pile wall could be obtained. The optimum design of above problem was discussed where the maximum horizontal displacement of the earth-retaining pile wall was taken as the constraint condition, the interval of the soil anchors as variables and the minimum stiffness of the earth-retaining pile wall as the target function. In the end, an optimizing example was given.

Key words: soil anchor; combined actions; nonlinear regression function; constraint condition; optimum design

0 前言

在基础工程中, 早已经提出了按照基础的最大沉降量来进行基础设计的方法, 但是在基坑工程中, 由于挡土桩的最大水平位移比较难确定, 因此这个问题一直没有解决。笔者曾在文献[1]中, 假定 $p-s$ 曲线为线性的基础上, 考虑土层锚杆和挡土桩的共同作用, 求得了挡土桩上各点的水平位移。本文进一步考虑了土层锚杆和挡土桩 $p-s$ 曲线的非线性关系, 按照土层锚杆与挡土桩的共同作用原理, 将土层锚杆抗拔力试验的 $p-s$ 曲线进行非线性多项式拟合, 考虑土层锚杆与挡土桩交点的变形协调关系, 建立了非线性方程组, 提出计算土层锚杆挡土桩围护的水平位移的方法, 并以挡土桩的最大水平位移等参数为约束条件, 以挡土桩刚度最小为目标函数, 对锚杆的间距进行了优化。

1 本文的假设及前提条件

(1) 本文间距优化宜在挡土桩的桩长, 锚杆的长度, 锚杆的排数已经确定及锚杆的抗拔力试验已经完成的基础上进行。

(2) 本文认为初步设计中考虑了围护结构的稳定性及坑底抗隆起性, 不再对上述两条件进行验算。

(3) 锚杆布置为等间距布置, 锚杆布置图模式见图 1。

(4) 认为在软土地基中, 基坑围护破坏时挡土桩绕着土下某一点转动, 该点根据多排支撑围护的经验取挡土桩入土深度的 0.6 倍 (如图 1 所示)。

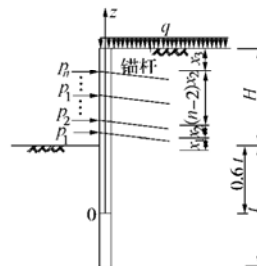


图 1 基坑剖面锚杆布置模式图

Fig. 1 Layout of anchor rod in the cross-section of foundation ditch

2 土层锚杆挡土桩共同作用的非线性分析

将各排锚杆的作用简化为相应的集中力 p_i 。根据锚杆挡土桩交点处变形协调的原则, 可列出变形协调的方程组^[1]

$$\begin{cases} \Delta_{11}p_1 + \Delta_{12}p_2 + \cdots + \Delta_{1n}p_n - \Delta_{1p} = -s_1, \\ \Delta_{21}p_1 + \Delta_{22}p_2 + \cdots + \Delta_{2n}p_n - \Delta_{2p} = -s_2, \\ \vdots \\ \Delta_{n1}p_1 + \Delta_{n2}p_2 + \cdots + \Delta_{nn}p_n - \Delta_{np} = -s_n, \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{即} \quad \sum_{N=1}^n \Delta_{iN}p_i - \Delta_{ip} = -s_i, \quad (2)$$

($i=1, 2, \dots, n$, n 为竖向锚杆的排数)。

其中 Δ_{ip} 为土压力在 i 处引起的位移, 与土压力大小、锚杆间距 x_1, x_2 及 EI 有关; Δ_{iN} 为对于在 N 点受单位力作用在 i 点引起的位移, 与 x_1, x_2 及 EI 有关。

根据锚杆抗拔力试验 $p-s$ 曲线, 对每一排锚杆可以拟合一个 k 次非线性回归函数方程:

$$p_i = a_0 + a_1s_i^1 + \cdots + a_k s_i^k, \quad (3)$$

a_i 为各个常数, 可由最小二乘法拟合求得。由此式可以表示出 p_i 与 s_i 的非线性关系。

将式 (3) 代入式 (1), 用不动点迭代法编程求解非线性方程组, 即可以解出各排锚杆处的位移和各排锚杆受到的力。最后考虑到单根锚杆抗拔力试验与锚杆挡土桩组合的差异; 实际土层的复杂性, 及土体变形随时间、固结、水位等的变化而变化; 需要对计算出来的变形 s_i 根据土质条件的不同乘以一个经验系数 ξ 。 ξ 可以根据地区的工程经验选取, 文献[1]中给出了有关的数值供参考。

3 优化思路

从上述位移求解过程可知: 如果变换设计参数 x_1, x_2 及 EI , 就可以求得不同的 s_i 组合。当 ξs_i 组合中的最大值 $S_{\max}$ 与工程允许位移值 $[S]$ 相等时, 得到的最小 EI 值所对应的挡土桩截面为最经济截面。但这样求解过程较为复杂, 现在考虑一种逆向算法, 即将 s_i 与 x_1, x_2 都当作变量, 而将 EI 作为应变变量, 在一组 s_i 与 x_1, x_2 下, 可以求得一个 EI 可行性解, 再将各组求得的 EI 作比较, 取其最小值所对应的挡土桩截面即为最经济截面。因为 x_1, x_2 参数变化范围很小, s_i 在容许范围内变化幅度也有限, 因此可以采取穷举法进行优化。为此将式 (1) 两边同时乘以 EI , 得

$$\begin{cases} \delta_{11}p_1 + \delta_{12}p_2 + \cdots + \delta_{1n}p_n - \delta_{1p} = -s_1EI, \\ \delta_{21}p_1 + \delta_{22}p_2 + \cdots + \delta_{2n}p_n - \delta_{2p} = -s_2EI, \\ \vdots \\ \delta_{n1}p_1 + \delta_{n2}p_2 + \cdots + \delta_{nn}p_n - \delta_{np} = -s_nEI, \end{cases} \quad (4)$$

即

$$\sum_{N=1}^n \delta_{iN}p_i - \delta_{ip} = -s_iEI, \quad (5)$$

($i=1, 2, \dots, n$, n 为竖向锚杆的排数)。

其中 δ_{iN} 为单位刚度的挡土桩上在 N 点受单位力作用时引起的在 i 点位移; δ_{ip} 为土压力作用在单位刚度的挡土桩上引起在 i 点的位移值; s_i 为各排土锚杆的水平位移值; p_i 为各排锚杆受到的抗拔力, 其位置见图 1。

将锚杆抗拔力试验得到的 $p-s$ 曲线经多项式拟合后得到的非线性关系式 (3) 代入式 (4), 即可以根据此式来对挡土桩的刚度 EI 进行优化。

4 目标函数

选择每延米挡土桩的抗弯刚度 EI 最小为目标函数, 即

$$\min. \text{fun}(x) = EI(x_1, x_2, s_i) \quad (6)$$

5 约束条件

5.1 挡土桩的最大位移约束

$$\xi s_i \leq S_{\max}, \quad (7)$$

s_i 为各排锚杆的水平位移值; $S_{\max}$ 为考虑挡土桩围护安全度所能允许的最大水平位移。 ξ 为考虑实际土质条件, 对土锚杆位移进行修正的经验系数, 可以按照文献[1]取值。

5.2 第一排锚杆上覆土层最小厚度 x_3 的约束

为保证第一排锚杆有足够的抗拔力, 根据建筑地基基础设计规范 (GB50007-2002) 有

$$x_3 \geq 4 \text{ (m)}. \quad (8)$$

x_3 的位置见图 1, 考虑到基坑布置的几何条件 $x_1 + (n-1)x_2 + x_3 = H$, 可以将该约束条件转化为对变量 x_1, x_2 的约束。 H 为基坑深度, n 为锚杆排数。

5.3 锚杆最小竖向间距 x_2 的约束

为使锚杆间不产生群锚效应, 建筑地基基础设计规范 (GB50007-2002) 规定

$$x_2 \geq 2.5 \text{ (m)}. \quad (9)$$

x_2 的位置见图 1。

5.4 锚杆最大竖向间距 x_2 的约束

根据锚杆的承载能力, 一般认为土层锚杆的最大竖向间距不宜大于 4 m, 即

$$x_2 \leq 4 \text{ (m)}. \quad (10)$$

6 优化步骤

6.1 初步优化

本文实质上是求解一个具有 $n+2$ 个变量, $n+3$ (n 为锚杆的排数) 个不等式约束的非线性规划问题。笔

表 1 桩径及混凝土等级选用表

Table 1 The relationship of stiffness with pile diameter and concrete grade

桩径 d/mm	600			700		
水泥标号	C25	C30	C35	C25	C30	C35
$EI/(\text{kN}\cdot\text{m}^2)$	151330	162140	170250	280360	300390	315410
桩径 d/mm	750			800		
水泥标号	C25	C30	C35	C25	C30	C35
$EI/(\text{kN}\cdot\text{m}^2)$	369460	395850	415650	478280	512450	538070
桩径 d/mm	850			900		
水泥标号	C25	C30	C35	C25	C30	C35
$EI/(\text{kN}\cdot\text{m}^2)$	609540	653080	685730	766120	820840	861880
桩径 d/mm	950			1000		
水泥标号	C25	C30	C35	C25	C30	C35
$EI/(\text{kN}\cdot\text{m}^2)$	951090	1019000	1070000	1167700	1251100	1313600

者用 Borland C++ 语言编程,采用固定搜索步长(x_1, x_2 的步长为 0.1 m, s_i 的步长为 0.001 m),对最小 EI 进行穷举法搜索。最后获得满足约束条件的最小 EI 和锚杆间距 x_1, x_2 值。

由于在工程上 EI 变化并不是连续的,因此考虑工程实际应用的方便,列表进行二次优化,以便更方便地进行工程设计及取得更好的经济效益。

6.2 二次优化

根据刚度与桩径及混凝土等级的关系列表(见表 1),根据表格选择最经济的挡土桩的桩径和混凝土等级。 $EI=0.85 E_c I$ 。 E_c 为混凝土的弹性模量,与混凝土的等级有关; I 为每延米挡土桩的惯性矩。

7 优化算例

笔者引用镇江国贸大厦锚杆支护的工程实例^[2-4]。该工程采用钢筋混凝土灌注桩加斜土锚的设计方案,钻孔灌注桩间距为 1 m,基坑深 11.70 m,设两道锚杆,土锚杆上面放坡为 2 m。该基坑结构布置剖面图见图 2。

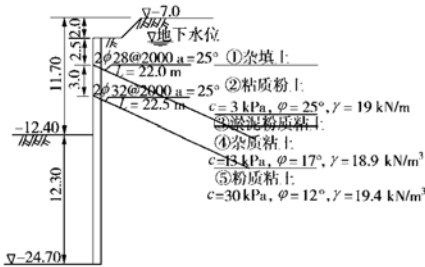


图 2 基坑结构剖面图

Fig. 2 The cross-section of foundation ditch

根据土锚杆挡土桩变形协调方程关系,得到变形协调方程组,即目标函数 $EI(x_1, x_2, s_1, s_2)$:

$$\begin{cases} \frac{(7.4+x_1)^3}{3} * p_1 + [\frac{(7.4+x_1)^3}{3} + \frac{(7.4+x_1)^2 * x_2}{2}] * p_2 - \\ \delta_{1p} + s_1 * EI = 0, \\ \frac{(7.4+x_1)^3}{3} + \frac{(7.4+x_1)^2 * x_2}{2} * p_1 + \frac{(7.4+x_1+x_2)^3}{3} * p_2 - \\ \delta_{2p} + s_2 * EI = 0. \end{cases} \quad (11)$$

根据图 3 的土压力分布图,可以得到 δ_{ip} 的计算公式

$$\begin{cases} \delta_{1p} = -0.0963x_1^5 + 5.4533x_1^4 - 121x_1^3 + 1321.1x_1^2 + \\ 42923.8x_1 + 187902.9, \\ \delta_{2p} = -0.0963(x_1+x_2)^5 + 5.4533(x_1+x_2)^4 - 121(x_1+x_2)^3 + \\ 1321.1(x_1+x_2)^2 + 42923.8(x_1+x_2) + 187902.9. \end{cases} \quad (12)$$

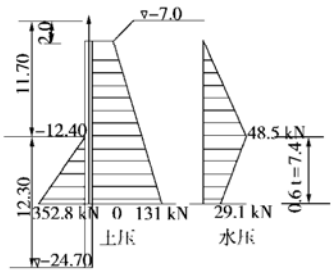


图 3 计算土压力分布图

Fig. 3 Distribution of soil pressure and water pressure

根据图 4 的 $p-s$ 曲线图,进行最小二乘法拟合,得出 p_i 与 s_i 的关系式:

$$\begin{cases} p_1 = 24 * 10^6 s_1^3 - 1.3359 * 10^6 s_1^2 + 30.5504 * 10^3 s_1 + 27.5203, \\ p_2 = 24 * 10^6 s_2^3 - 1.3359 * 10^6 s_2^2 + 30.5504 * 10^3 s_2 + 27.5203, \end{cases} \quad (13)$$

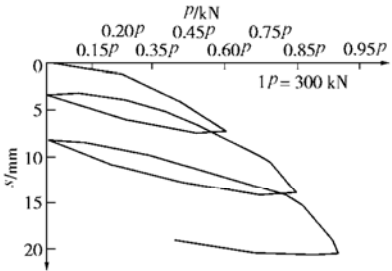


图 4 4 锚杆 $p-s$ 曲线

Fig. 4 $p-s$ curve of the 4th anchor rod

将式 (12)、(13) 代入式 (11),考虑到 2 m 放坡,并且以挡土桩入土深度 0.6 t=7.4 m 为计算深度,对照图 1,可得 $n=2, x_3 \geq 2, 2.5 \leq x_2 \leq 4, x_1+x_2+x_3=9.7$,上述关系可以化简,得到 3 个不等式约束

$$\begin{cases} x_2 \geq 2.5, \\ x_2 \leq 4, \\ x_1 + x_2 \leq 7.7(x_1 \geq 0). \end{cases} \quad (14)$$

另外还有 n 个不等式约束 (此例 $n=2$), 即 $\xi s_i \leq S_{\max}$, 根据原工程的最大位移值, 近似取 $S_{\max}=0.05\text{ m}$, 经验系数 $\xi=2.0$, 因此有

$$0 \leq s_1 \leq 0.025, \quad 0 \leq s_2 \leq 0.025. \quad (15)$$

笔者用 Borland C++语言编程, 用穷举法对最小 EI 进行求解, 结果见表 2。

表 2 计算结果与实际工程采用值对比

Table 2 Comparison between the calculated result and real data

	优化计算结果	二次优化结果	原工程采用值
$EI/(\text{kN} \cdot \text{m}^2)$	474747.3	478280	609540
桩径/mm		800	850
混凝土等级		C25	C25
x_1/m	4.8	4.8	4.2
x_2/m	2.6	2.6	3.0
x_3/m	2.3	2.3	2.5
s_1/m	0.025	0.0249	0.0239
s_2/m	0.013	0.0131	0.0171
p_1/kN	331.2	330.7	321.8
p_2/kN	252	252.3	279.3
$\xi s_1/\text{m}$	0.050	0.0498	0.0478
$\xi s_2/\text{m}$	0.026	0.0262	0.034

注: 挡土桩围护实测最大位移 0.05 m。

每立方 C25 混凝土价格以 285 元计, 原工程每根挡土桩桩长为 22 m, 总计 216 根桩, 在控制挡土桩最大水平位移与原设计最大水平位移同水平条件下, 经锚杆间距优化后可以节省 8.77 万元。

8 结 语

笔者根据土层锚杆挡土桩共同作用原理, 以土层锚杆挡土桩围护的最大水平位移等参数为约束条件, 以挡土桩最小的抗弯刚度为目标函数, 对已经布置的各排锚杆的竖向间距进行优化。并在满足安全度的前提下, 选用最优的挡土桩桩径及混凝土等级。实现了对土层锚杆挡土桩造价的优化。由于基坑工程的工程

量相当庞大, 因此采用此方法优化后, 可以节省相当可观的工程造价。

参考文献:

[1] 刘岸军,钱国桢,龚晓南.土锚杆和挡土桩共同作用的经验分析法[J].建筑施工, 2005, 3: 5 - 7. (LIU An-jun, QIAN Guo-zhen, GONG Xiao-nan. Empirical analyzing method for combined action of soil anchor rod and earth-retaining pile wall[J]. Building Constrction, 2005, 3: 5 - 7.)

[2] 韩选江,李均民,岳俊生.镇江国贸大厦深基坑支护结构的设计、施工与监测[M]// 深基坑支护工程实例集. 北京:中国建筑工业出版社,1997. (HAN Xuan-jiang, LI Jun-min, YUE Jun-sheng. The design, construction and monitoring of supporting structure used in the deep foundation pit of Zhenjiang national trade mansion[M]// Practical Cases of Supporting Structure in Deep Foundation Pit. Beijing: China Architecture and Building Press, 1997.)

[3] 韩选江,岳俊生.镇江国贸大厦深基坑土锚支护[J].施工技术,1997,1:12 - 13. (HAN Xuan-jiang, YUE Jun-sheng. Soil anchor rod support used in the deep foundation pit of Zhenjiang national trade mansion[J]. Constrction Technology, 1997, 1: 12 - 13.)

[4] 韩选江.镇江国贸大厦深基坑支护结构的锚拉试验与检验[J].岩土力学,2003, 2(1): 97 - 102. (HAN Xuan-jiang. The anchor-tension testing and examination of supporting structure for slope soil anchor of the deep foundation pit of Zhenjiang national trade mansion[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 2(1): 97 - 102.)

[5] 黄 强.建筑基坑支护技术规程应用手册[M].北京:中国建筑工业出版社,1999. (HUANG Qiang. Manual of technical specification for retaining and protection of building foundation excavations[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 1999.)

[6] GB50007—2002 建筑地基基础设计规范[S].北京:中国建筑工业出版社,2002. (GB50007—2002 Code for design of building foundation[S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2002.)