

裂纹扩展时物理覆盖与流形单元的生成算法

Formation algorithm of covers and manifold elements in NMM during propagation of cracks

韩有民^{1,3}, 罗先启¹, 王水林², 张润峰¹

(1. 三峡大学 土木水电学院, 湖北 宜昌 443002; 2. 中国科学院 武汉岩土力学研究所, 湖北 武汉 430071;
3. 芜湖市建筑设计研究院, 安徽 芜湖 241001)

摘 要: 探讨了基于三角形有限元网格的平面流形元覆盖系统; 通过设置流形单元的悬挂节点来修改裂纹扩展时流形覆盖系统中的节点下标(物理覆盖编码), 通过初始有限元被物理网格再剖分后所生成的流形单元链表的设置提出了裂纹扩展时新生成的流形单元中物理覆盖编码(有限单元节点及下标)、悬挂节点信息和积分区域角点信息的生成方法, 进而提出了裂纹扩展时流形元方法的物理覆盖和流形单元的生成算法。并举例说明了该方法的可行性。

关键词: 流形方法; 物理覆盖; 流形单元; 有限元网格; 悬挂节点; 流形单元链表; 生成算法

中图分类号: TU 452; O 302

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 4548(2005)06 - 0662 - 05

作者简介: 韩有民(1980 -), 男, 安徽南陵人, 硕士研究生, 2002 年毕业于中国矿业大学土木工程专业, 主要从事岩土工程数值计算方法及应用的研究工作。

HAN You-min¹, LUO Xian-qi¹, WANG Shui-lin², ZHANG Run-feng¹

(1. College of Civil & Hydroelectric Engineering, China Three Gorges University, Yichang 443002, China; 2. Institute of Rock and Soil Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China; 3. Wuhu City Institute of Architectural Design and Research, Wuhu 241001, China)

Abstract: The cover system of the plane numerical manifold method (NMM) was discussed based on the mesh of the triangle finite element method (FEM). The numbers of physical cover of the cover system in NMM when the crack was extended were amended through the setting of hanging nodes. The formation methods of the numbers of physical cover, the hanging nodes and the angle notes of the integral area in the new manifold elements, when the crack was extended, were advanced through setting the chain list of the manifold elements only that were created when the original finite elements were disparted by physical mesh. Then the formation algorithm of the physical covers and the manifold elements in NMM were advanced when the crack was extended. The calculated result shows that the algorithm is feasible.

Key words: manifold method; physical cover; manifold element; the mesh of the finite element method; hanging node; the chain list of the manifold elements; formation algorithm

0 引 言

一般而言, 岩体既非完全的连续体, 也非完全的离散体, 而是含有裂隙等的缺陷体, 岩体破坏主要是从其中的裂隙、节理处起裂、扩展、贯通直至破坏。因此研究裂隙的起裂扩展过程对分析岩体工程的破坏有特别重要的意义。而数值流形方法对研究裂纹扩展有着巨大的优越性。

数值流形方法自石根华^[1]1992 年提出以来, 国内外学者对此方法进行了广泛的研究。王水林等^[2, 3]应用数值流形方法模拟裂纹扩展的实现过程。王芝银^[4]等对流形方法中的约束条件、边界释放荷载和积分方法进行了改进。王书法^[5]通过引入假想不连续面提出了一种模拟岩体的简化方法, 同时研究了实际工程中遇到的锚杆支护和地下水作用的流形元模拟方法。朱以

文等^[6]完成了岩石大变形分析的增量流形方法, 模拟了具有节理、裂隙的岩石大变形问题。张湘伟等对物理覆盖系统的构成^[7]、自动剖分^[8]、网格重分技术^[9]及程序设计^[10]等方面进行了进一步的研究。张国新等^[11, 12]对裂隙扩展、多裂隙结构体的破坏及跟踪、移动中悬梁的自重弯曲破坏以及将流形方法与局部子域 BEM 法相结合进行裂隙扩展的模拟等方面做了大量研究。栾茂田等^[13]将流形方法的有限覆盖思想与无单元法的网格技术相结合, 提出了有限覆盖无单元法。

张湘伟^[8]、曹文贵^[14]、蔡永昌^[7]和张大林^[15]等对数值流形方法的覆盖系统的生成算法进行了研究。其中张湘伟^[8]和张大林^[15]还对裂纹扩展过程中覆盖系统的生成方法进行了进一步的研究, 二文中所有流形单元均包含了积分区域角点信息。而本文是基于三角形

有限元网格提出了平面流形元覆盖系统, 通过流形单元的悬挂节点和特殊意义的流形单元链表的设置来提出裂纹扩展时数值流形方法的物理覆盖系统的自动生成方法, 则流形单元类中不需要再包含积分区域角点信息, 节省了计算的内存空间并提高了计算的速度。

1 裂纹扩展时物理覆盖和流形单元的变化

所谓“流形”是把许多个重叠的区域连接在一起, 去覆盖全部材料体。因此总体函数可用局部覆盖所定义的函数来计算^[16]。流形方法有分开的且独立的数学覆盖和物理网格: 数学覆盖只定义近似解的精度; 而物理网格则作为实际材料的边界, 定义积分区域。

数值流形法中采用的数学覆盖可以任意选择, 相互重叠, 但必须覆盖整个材料区域, 常规的网格和域, 如规则的格子、有限元网格或级数的收敛域, 能转化为有限数学覆盖。数值流形法中采用的物理网格包括材料体的边界、裂缝、块体和不同材料区域的交界面。不变化的水面也可以作为物理网格的一部分。

有限元网格可用来定义流形方法的数学覆盖。如考虑任一节点, 含有这一节点的所有单元形成一个数学覆盖(在几何拓扑中称为“星”)。如图1中, 节点的数学覆盖 V_5 有三个单元: 145, 152和256。节点4的数学覆盖 V_4 只有一个单元145。

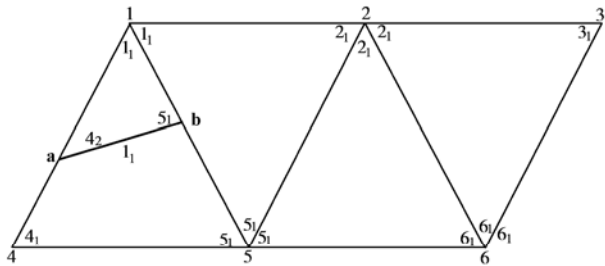


图 1 初始状态裂纹的物理覆盖与流形单元

Fig. 1 Physical covers and manifold elements with original cracks

数值流形法中采用的物理覆盖是由数学覆盖和物理网格两者组成。如果裂缝或块体边界把一个数学覆盖分成两个或更多的完全不连续的区域, 这些区域定义为物理覆盖。因此物理覆盖是物理网格对数学覆盖的再剖分, 它与物理网格同样受材料体的边界、节理、裂缝、块体和不同材料区域的交界面的控制。

流形单元是物理覆盖的公共区或交集, 当以三角形有限元网格来定义数学覆盖时, 流形单元是三个物理覆盖的公共区。

由于数值流形方法的优点之一是适应处理不连续介质的力学行为, 本文将其用于追踪裂纹的扩展路径。采用有限单元网格覆盖整个材料区域之后, 在裂纹扩展过程中, 数学覆盖保持不变(即对应的有限元

网格不变), 从而使数值模拟变得方便容易。

在图 1 中, 用具有 6 个节点的 4 个三角形单元覆盖有一条裂纹的材料区域。根据覆盖的定义图中有 6 个数学覆盖, 7 个物理覆盖(数学覆盖 4 与材料的交集部分形成的物理区域, 即三角形 145 被一条裂纹穿透而成为两个物理覆盖 4_1 和 4_2) 及 5 个流形单元。假设材料受到外载后裂纹扩展成为图 2 的情形。数学覆盖不变, 物理覆盖成为 8 个, 流形单元数为 6 个。将它们分别列于表 1 和表 2 中。

表 1 图 1 中数学覆盖、物理覆盖及流形单元

Table 1 Mathematical and physical covers and manifold elements in Fig.1

数学覆盖	1	2	3	4	5	6
物理覆盖	1_1	2_1	3_1	4_1 4_2	5_1	6_1
流形单元	$1_1 4_2 5_1$	$1_1 4_1 5_1$	$1_1 5_1 2_1$	$2_1 5_1 6_1$	$2_1 6_1 3_1$	

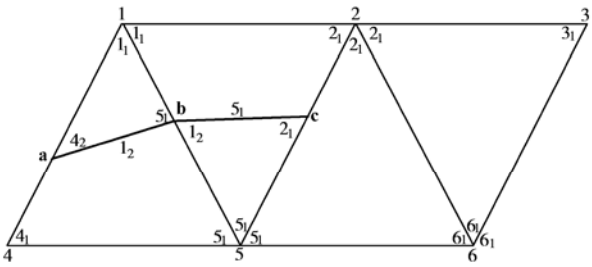


图 2 裂纹扩展过程中的物理覆盖与流形单元

Fig. 2 Physical covers and manifold elements when crack is extended

表 2 图 2 中数学覆盖、物理覆盖及流形单元

Table 2 Mathematic and physical covers and manifold elements in Fig. 2

数学覆盖	1	2	3	4	5	6
物理覆盖	1_1 1_2	2_1	3_1	4_1 4_2	5_1	6_1
流形单元	$1_1 4_2 5_1$	$1_2 4_1 5_1$	$1_1 5_1 2_1$	$1_2 5_1 2_1$	$2_1 5_1 6_1$	$2_1 6_1 3_1$

2 物理覆盖和流形单元在裂纹扩展时的生成算法

由于流形方法的物理覆盖是物理网格对数学覆盖的再剖分, 而本文的数学网格采用的就是有限元三节点网格, 则流形单元也就是物理网格对有限单元的再剖分。

2.1 流形方法的数据结构

因此, 可以将数值流形方法的数据结构划分为有限单元节点(数学覆盖)类, 流形单元类及流形单元链表。

需要说明的是, 如果有限单元未被物理网格划分, 流形单元即为有限单元, 在程序编制过程中没有把它

们加到流形单元链表中, 则流形单元链表中的流形单元仅指初始有限单元被物理网格再剖分后所生成的流形单元。因为只有被物理网格再剖分后所生成的流形单元才有积分区域信息, 此信息在流形单元链表中进行了描述, 因此流形单元类中流形单元就不需要包括积分区域信息, 既可以节省计算机内存空间和运行时间, 又给编程带来了方便。

根据流形覆盖系统的定义, 物理覆盖的编码是通过有限单元节点编号和被不连续的物理覆盖划分的分区码(下标)来表示的, 如 4_1 。流形单元类中流形单元的编码是通过物理覆盖的交集表示的, 即是其所在的有限单元编码和被不连续的物理覆盖划分的分区码(下标)来表示的, 如 $1_14_15_1$ 。其中如果有限单元未被物理网格划分, 则物理覆盖划分的分区码(下标)的初始值设为 1。由于流形单元链表中的流形单元是由于物理网格再剖分后生成的流形单元, 则有限单元即被分割成两个或多个流形单元, 为避免编号重复, 对这几个新流形单元进行排序, 因此流形单元链表中有数据成员“流形单元在所属有限单元中的序号”, 即流形单元的编号由数据成员“流形单元所属的有限单元编码”和“流形单元在所属有限单元中的序号”共同来表示。流形单元链表中的流形单元角点, 即指的是积分区域多边形的角点, 如图 1 中流形单元 $1_14_15_1$ 的角点 a、4、5、b。

文中引用流形单元的悬挂节点和流形单元链表来提出裂纹扩展时数值流形方法的物理覆盖和流形单元的自动生成方法。悬挂节点指的是非流形单元(积分区域)角点的有限单元节点, 如图 1 中节点 1 为流形单元 $1_14_15_1$ 的所属的有限单元 145 的节点, 但并不是该流形单元的积分区域角点(a、4、5 和 b), 则节点 1 即为流形单元 $1_14_15_1$ 的悬挂节点; 同理节点 4 和 5 即为流形单元 $1_14_25_1$ 的悬挂节点。

表 3~5 给出了有限单元节点类、流形单元类及流形单元链表的数据结构。它们的功能都是存取本类数据成员的成员函数。

表 3 有限单元节点类

Table 3 Node class of finite element
数据成员
位移分量
坐标向量

表 4 流形单元类

Table 4 Class of manifold element
数据成员
单元材料号
单元节点数
有限单元节点号(数学覆盖)向量
各节点对应的分区码(下标)向量

表 5 流形单元链表

Table 5 Chain list of the manifold element
数据成员
流形单元所属的有限单元编号
流形单元在所属有限单元中的序号
该有限单元的节点(数学覆盖)号向量
各节点对应的分区码(下标)向量
流形单元的悬挂节点数
悬挂节点对应的有限单元节点号向量
流形单元(积分区域)角点数
流形单元角点的坐标向量
指向下一个流形单元

2.2 裂纹扩展时网格变化的几种情况

裂纹的扩展时, 原有裂纹尖端和新扩展裂纹尖端可能正好经过节点, 也有可能穿过有限单元边, 则裂纹扩展分为四种情况, 如图 3 所示, 其中括号内为扩展前流形单元编码, 括号外为裂纹尖端从 b 扩展到 c 后的流形单元编码。从图 1 扩展到图 2 就是图 3 (d) 的情况。

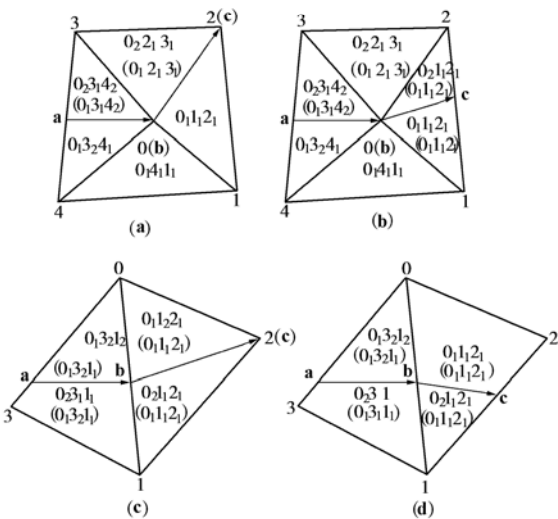


图 3 裂纹扩展路径图

Fig. 3 Extending route of crack

2.3 裂纹扩展时物理覆盖和流形单元的生成算法

根据流形覆盖系统的定义, 在裂纹尖端由点 b 扩展到点 c 时图 3 中流形覆盖系统有三种变化, 下面将分别加以说明。

(1) 图 3 (a) 和 (b) 中裂纹左边初始流形单元中节点 0 的下标改为 2

图 3 (a) 和 (b) 中裂纹左边有初始流形单元 $0_13_14_2$ 和 $0_21_3_1$, 裂纹扩展后, 节点 0 的下标改为 2, 流形单元编码改为 $0_23_14_2$ 和 $0_21_3_1$ 。可以通过裂纹和流形单元边的夹角来判断该流形单元所处的位置, 在裂纹右边节点 0 下标不变, 在裂纹左边节点 0 下标改为 2。

(2) 图 3 (c) 和 (d) 中初始裂纹尖端所在边

01 上的悬挂节点对应的初始流形单元节点下标改为 2

图 3(c) 和 (d) 中初始流形单元 $0_13_21_1$ 和 $0_13_11_1$, 裂纹扩展后, 流形单元 $0_13_21_1$ 的对应的悬挂节点 1 和流形单元 $0_13_11_1$ 的对应的悬挂节点 0 的下标都改为 2, 流形单元编码改为 $0_13_21_2$ 和 $0_23_11_1$ 。因此在裂纹向前扩展后初始流形单元中所需要修改下标的节点即为边 01 上该流形单元对应的悬挂节点, 则只要找到边 01 上该流形单元对应的悬挂节点 0 或 1, 并修改其下标为 2 即可。

因此流形单元的悬挂节点的设置是为了修改裂纹扩展时的对应的流形单元节点下标, 即修改物理覆盖编码。

(3) 图 3(b)、3(c) 和 3(d) 中需在流形单元链表中增加新生成的流形单元

图 3(b)、3(c) 和 3(d) 中初始流形单元 $0_11_21_1$ 被扩展裂纹 bc 分别划分为两个流形单元 $0_21_12_1$ 和 $0_11_21_1$ 、 $0_11_22_1$ 和 $0_21_12_1$ 、 $0_11_21_1$ 和 $0_21_12_1$ 。图 3(b) 中流形单元 $0_21_12_1$ 的积分区域角点为 0(b)、c 和 2, 悬挂节点是 1, 流形单元 $0_11_21_1$ 的积分区域角点为 0(b)、1 和 c, 悬挂节点是 2; 图 3(c) 中流形单元 $0_11_21_1$ 的积分区域角点为 b、2(c)和 0, 悬挂节点是 1, 流形单元 $0_21_12_1$ 的积分区域角点为 b、1 和 2(c), 悬挂节点是 0; 图 3(d) 中流形单元 $0_11_21_1$ 的积分区域角点为 b、c、2 和 0, 悬挂节点是 1, 流形单元 $0_21_12_1$ 的积分区域角点为 b、1 和 c, 悬挂节点是 0 和 2。

每遇到一新生成的流形单元, 建立一指向结构体类型数据的指针(见表 5), 根据前面裂纹扩展时新生成的流形单元信息, 把它们赋值给指针中相应的数据成员, 然后把这个指针以一结点形式加到流形单元链表中去。如此往复, 就完成了流形单元链表的生成。

(1) 和 (2) 是说明修改裂纹扩展时已有的流形单元的物理覆盖信息, 而 (3) 是说明裂纹扩展时新生成的流形单元的信息的生成, 这些信息包括流形单元编码、物理覆盖信息(有限单元节点及下标)、悬挂节点信息和积分区域角点信息。因此根据这三条规则即可生成流形元覆盖系统。

3 实例分析

如图 4 所示一长 20 m、宽 3 m、高 5 m 的无腹筋简支梁, 受 3 个约束, 其下边的长为 1/4 和 3/4 有一条深为 0.5 m 的初始裂纹, 在上面受两个垂直向下的集中荷载 $F_1 = F_2 = 10$ kN, 按平面应力问题分析。材料的弹性模量 $E = 1$ GPa, 泊松比 $\mu = 0.3$, 不计自重。

经计算, 在受载荷的情况下梁的裂纹开始扩展, 图 5 即为裂纹扩展后的某一状态(图中的变形已适当

放大)。由文献[17]知, 裂纹扩展的方向朝集中荷载作用点处伸展, 本文的计算结果与文献[17]的图 4-3 是相符的, 说明本文的算法是可行的。

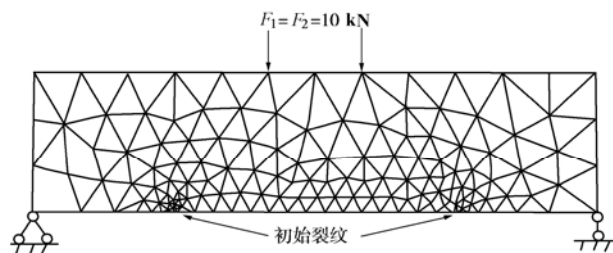


图 4 初始裂纹无腹筋梁

Fig. 4 A girder without ventro-muscle and with original cracks

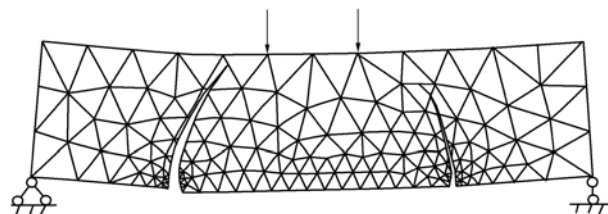


图 5 裂纹扩展后的某一状态

Fig. 5 A state after the crack is extended

4 结 语

本文探讨了基于三角形有限元网格的平面流形元覆盖系统; 通过设置悬挂节点来修改裂纹扩展时流形覆盖系统中的节点下标(物理覆盖编码), 通过初始有限单元被物理网格再剖分后所生成的流形单元链表的设置提出了裂纹扩展时新生成的流形单元中物理覆盖编码(有限单元节点及下标)、悬挂节点信息和积分区域角点信息的生成方法, 进而提出了裂纹扩展时流形元方法的物理覆盖和流形单元的生成算法。并举例说明了该方法的可行性。

参考文献:

- [1] Shi Genhua. Manifold method of material analysis [A]. Transactions of the Ninth Army Conference on Applied Mathematics and Computing[C]. Minneapolis, Minnesoda, USA, 1992. 51 - 76.
- [2] 王水林, 葛修润. 流形元方法在模拟裂纹扩展中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 1997, 16(5): 405 - 410.
- [3] 王水林. 数值流形方法与裂纹扩展的模拟[D]. 武汉: 中国科学院武汉岩土力学研究所, 1998.
- [4] 王芝银, 李云鹏. 数值流形方法中的几点改进[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(6): 33 - 36.
- [5] 王书法. 岩体不连续非线性变形分析的数值流形方法研究 [D]. 武汉: 中国科学院武汉岩土力学研究所, 2000.

[6] 朱以文,曾大林,陈明祥.岩石大变形分析的增量流形方法[J].岩石力学与工程学报, 1999, **18**(1): 1 - 5.

[7] 蔡永昌,张湘伟.流形方法的矩形覆盖系统及其全自动生成算法[J].重庆大学学报(自然科学版), 2001, **24**(1): 42 - 46.

[8] 张湘伟,蔡永昌,寥林灿.数值流形方法物理覆盖系统的自动剖分[J].重庆大学学报(自然科学版), 2000,**23**(1): 28 - 31.

[9] 骆少明,蔡永昌,张湘伟.数值流形方法中的网格重分技术及其应用[J].重庆大学学报(自然科学版), 2001, **24**(4): 34 - 37.

[10] 张湘伟,蔡永昌,骆少明,等.数值流形方法的对象设计[J].计算力学学报, 2001, **18**(1): 8 - 14.

[11] Zhang Guoxin, Yasuhito Sugiura, Hiroo Hasegawa. Crack propagation and thermal fracture analysis by manifold method[A]. Yuzo Ohnishi, ed. Proceedings of the Second International Conference on Analysis of Discontinuous Deformation[C]. New York: JSCE, 1997.282 - 297.

[12] 张国新,王光纶,裴觉明.基于流形方法的结构破坏分析[J].岩石力学与工程学报. 2001, **20**(3): 281 - 287.

[13] 栾茂田,张大林,杨庆,田荣.有限覆盖无单元法在裂纹扩展数值分析问题中的应用[J].岩土工程学报, 2003, **25**(5): 527 - 531.

[14] 曹文贵,速宝玉.流形元覆盖系统自动形成方法之研究[J].岩土工程学报, 2001, **23**(2): 187 - 190.

[15] 张大林,栾茂田,等.数值流形方法的网格自动剖分技术及其数值方法[J].岩石力学与工程学报,2004,**23**(11): 1836 - 1840.

[16] 石根华.数值流形方法与非连续变形分析[M].裴觉民,译.北京:清华大学出版社, 1997.

[17] 河海大学,大连理工大学,西安理工大学,清华大学.水工钢筋混凝土结构学(第三版)[M].北京:中国水利水电出版社, 1996. 78 - 83.

《岩土工程学报》2003 年他引总频次创历年新高

经由 2004 年 10 月科学技术文献出版社公开出版的《2004 年版中国科技期刊引证报告》(简称 CJCR - 2004)上公布的数据推算表明:2003 年本刊的他引总频次为 1136 次,与往年相比,这一指标值已创历年新高,较 2002 年增加了 38 个百分点,

说明一年来本刊的学术质量有了进一步提高。现将自 1998 年以来,本刊的他引总频次值列出如下表所示,其值是按本刊的总被引频次与他引总引比相乘而得。

他引总频次是指某期刊自创刊以来所刊载的论文在统计

	年份					
	1998	1999	2000	2001	2002	2003
他引总频次(次)	297	374	502	623	823	1136

当年被其它统计源期刊(不含刊物本身)所引用的总次数。从而可消除因自引过多而使该刊的总被引频次偏高的不正常现

象,而能更加客观和准确地评价期刊的影响和作用,已愈来愈受到人们的重视和关注。

(范文田 供稿)