

移动荷载引起的土变形计算

Calculation of soil deformation induced by moving load

谢伟平, 王国波, 于艳丽
(武汉理工大学 土木工程与建筑学院, 湖北 武汉 430070)

摘要: 讨论了移动荷载作用下地基土的变形问题, 推导了不同荷载形式下地基土的变形计算公式, 并以矩形荷载为例, 比较了轨道、荷载自振频率、荷载移动速度、地基土模型等不同因素对地基土变形的影响。该方法可用于轨道系统引起的环境振动评价。

关键词: 移动荷载; 变形; Navier 方程; 振动

中图分类号: TU 433 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2004)03-0318-05

作者简介: 谢伟平(1965-), 男, 江西省赣县人, 结构工程专业博士后, 武汉理工大学教授, 主要从事车-线-桥系统引起的环境振动评价方面的研究。

XIE Wei-ping, WANG Guo-bo, YU Yan-li

(College of Civil Engineering and Architecture, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China)

Abstract: The problem of soil deformation under moving load is discussed in this paper. The calculation formulas for soil deformation under different load forms are obtained. Taking rectangular load as an example, the effects of track, load frequency, load velocity and soil model on the soil deformation are compared. This method can be used to evaluate the environmental vibration induced by rail system.

Key words: moving load; deformation; Navier Equation; vibration

0 引言*

轨道交通荷载所引起的振动沿着轨道-枕木-道床传给地基, 引起地面振动, 从而对周边环境产生影响。随着人们对生活质量要求的不断提高, 由交通荷载引起的振动及其对周围环境的影响越来越受到人们的关注。因此, 移动荷载作用下地基土变形特性的研究对环境振动评价有着重要的意义。

交通荷载引起的振动问题早在上世纪就引起了人们的关注, 这方面的研究也随之展开。Kenney^[1]研究了恒速移动荷载作用下置于黏弹性地基上梁的稳态响应, 得到了响应的解析解和共振曲线, 但没有考虑荷载的自振频率。Krylov^[2]比较了列车速度低于土层表面 Rayleigh 波波速和高于 Rayleigh 波波速时引起的地面振动, 从而分析了轨道-地基耦合体系中弯曲波对地面振动响应的影响。Lefeuvre 等^[3]将问题简化为二维的情形, 分析了条形荷载下的地基的振动, 但只研究了沿轨道方向的振动, 而没有研究与轨道垂直方向的地面振动。Sheng 等^[4]研究了简谐荷载作用下土的响应, 对比分析了轨道和地基土层厚度对体系响应的影响, 但文中考虑的是固定的集中简谐荷载, 而不是移动荷载。谢伟平等^[5~7]用格林函数法对移动荷载作用下轨道系统的振动进行了研究, 并对高速移动荷载作用下梁-地基系统的协同工作进行了分析, 得到了轨道与地表面的动力响应。

本文在上述研究的基础上, 比较分析了轨道、荷载

移动速度、荷载自振频率、地基土模型等相关因素对地基土变形的影响。一方面, 通过对影响较大的因素的控制, 就可以得到相应的减振、隔振措施; 另一方面, 与文献[1, 3, 4]相比, 本文考虑的因素更全面, 得到的结论更接近于轨道-地基土的实际工作状态。因而, 本文对由轨道系统引起的环境振动评价与分析更有实际的指导意义。

1 公式推导

1.1 不考虑轨道影响, 以简化的荷载形式直接作用于地基土表面上时

将地基土模拟为黏弹性半无限地基或成层地基, 轨道与地基之间的相互作用力简化为一些特殊的荷载形式(见表 1)。此时相当于求外力作用下三维弹性体的响应, 可用 Navier 方程求解。

三维均质体的振动方程(Navier 方程)为:

$$\mu \nabla^2 u_{i,j} + (\lambda + \mu) u_{j,ji} + f_i = \rho \ddot{u}_i \quad (1)$$

式中 u 为位移; f 为体力; ρ 为质量密度; λ 、 μ 为 Lamé 常数, 考虑阻尼时应为

$$\lambda = \lambda(1 + 2i\eta), \quad \mu = \mu(1 + 2i\eta) \quad (2)$$

其中 η 为地基土的内部衰减率, 也称作损失因子, 它综合考虑了地基土的阻尼特性和波在传播中的衰减, 以简化计算。

表1 荷载形式图

Table 1 Figures of load form

	矩形荷载	条形荷载	经验公式
示意图			
表达式	$p_x = 0$ $p_y = 0$ $p_z = \frac{P_0}{4ab} (-a \leq x \leq a, -b \leq y \leq b)$	$p_x = 0$ $p_y = 0$ $p_z = \frac{P_0}{2b} (-b \leq y \leq b)$	$p_z(x) = \frac{P_0}{\sqrt{2L}} e^{-\left \frac{x}{L}\right \sin\left \frac{x}{L} + \frac{\pi}{4}\right } e^{i\omega t}$ $a = \frac{3\pi L}{4}, L = \sqrt[4]{\frac{4EI}{k}}$
说明	1. 三种荷载分布的 x 方向均认为是均布荷载, 且半幅宽为 b ; 2. 在条形荷载中 a 趋近于无穷大, 在实际中取 $a \gg b$ 即可, 具体模型可参见文献[3]; 3. 经验公式中的 EI 为轨道的抗弯刚度; 4. P_0 为荷载强度, ω 为荷载的自振频率。		

对时间 t 和空间 x, y 进行 Fourier 变换有:

$$\left. \begin{aligned} -\omega^2 \bar{u}_x &= V_s^2 (-\zeta_x^2 \bar{u}_x + \frac{\partial^2 \bar{u}_x}{\partial z^2}) - i\zeta_x (V_p^2 - V_s^2) \bar{\Delta} + \frac{\bar{X}}{\rho}, \\ -\omega^2 \bar{u}_y &= V_s^2 (-\zeta_y^2 \bar{u}_y + \frac{\partial^2 \bar{u}_y}{\partial z^2}) - i\zeta_y (V_p^2 - V_s^2) \bar{\Delta} + \frac{\bar{Y}}{\rho}, \\ -\omega^2 \bar{u}_z &= V_s^2 (-\zeta_x^2 \bar{u}_z + \frac{\partial^2 \bar{u}_z}{\partial z^2}) + (V_p^2 - V_s^2) \bar{\Delta} + \frac{\bar{Z}}{\rho}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中 ζ_x, ζ_y 分别表示 x, y 方向的波数; $\bar{\Delta} = \frac{\partial^2 \bar{u}_z}{\partial z^2} - i(\zeta_x \bar{u}_x + \zeta_y \bar{u}_y)$; $\zeta = \sqrt{\zeta_x^2 + \zeta_y^2}$; $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ 分别表示变换后的体力; $\bar{u}_x, \bar{u}_y, \bar{u}_z$ 为变换后的位移; V_p, V_s 分别为 P 波波速和 S 波波速。

根据弹性波理论^[8], 将波分解为面内波和面外波。相应的位移也分解为面内成分和面外成分。利用分层法, 即层间的位移连续和应力平衡条件, 可求得频率-波数域内外力与地表面应力的关系, 即地基土的整体运动方程。将求得位移进行 Fourier 逆变换即得到时间-空间域内的位移响应。对于不同的荷载形式只需改变外力形式^[7,8], 求解方法相同。

1.2 考虑轨道影响, 即考虑轨道与地基土耦合时

将轨道模拟为置于黏弹性地基上的梁, 移动的简谐点荷载作用下弹性地基梁的运动方程为

$$EI \frac{\partial^4 u_b}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 u_b}{\partial t^2} + P_b = P_0 \delta(x - ct) \exp(i\omega_0 t), \quad (4)$$

基于上面对损失因子的假定, 这里就没有考虑地基土阻尼这一项。其中: ω_0 为荷载的频率; c 为荷载的移动速度; P_0 为荷载的强度; EI 为轨道的抗弯刚度; m

为轨道单位长度的质量; u_b 为轨道的竖向 (Z 方向) 的位移; P_b 为轨道-地基之间的相互作用力; x 表示轨道方向。利用对时间 t 和空间 x 双重 Fourier 变换可得

$$\begin{aligned} (EI \zeta_x^4 - m \omega^2) \bar{u}_b(\zeta_x, \omega) + \bar{P}_b(\zeta_x, \omega) \\ = \frac{2\pi P_0}{c} \delta(\zeta_x - \frac{\omega - \omega_0}{c}), \end{aligned} \quad (5)$$

式中 $\bar{u}, \bar{P}$ 分别表示对时间 t 和空间 x 的变换。

作用于地基土表面的荷载: 轨道方向 (x 方向) 为 P_b , 垂直于轨道方向 (y 方向) 为均匀分布。若 P_b 取为均匀分布荷载, 则地基土表面就受到矩形荷载作用。再利用 1.1 节中得到的外力与地表面应力的关系, 可以得到 $\bar{u}_b$ 与 $\bar{P}_b$ 之间的关系, 即可求解^[7]。

2 结果比较

根据上面的公式推导, 编写程序计算地基土的变形。通过比较地基土表面上两点: $A(350, 0, 0)$ 和 $B(350, 10, 0)$ 处的位移, 来对比分析各个不同因素对地基土变形的影响。轨道和地基土的材料参数参照文献[4]来选取, 分别见表 2 和表 3。

表2 轨道参数表

Table 2 Parameters for rail

轨道	抗弯刚度 $I/(N \cdot m^2)$	弹性常数 $I/(N \cdot m^{-2})$	线密度 $I/(kg \cdot m^{-1})$	临界速度 $I/(m \cdot s^{-1})$
法国 TGV	4.85×10^6	5.26×10^7	300	326

表3 地基土参数表

Table 3 Parameters for soil

损失因子	杨氏模量 $I/(N \cdot m^{-2})/(kg \cdot m^{-3})$	密度	泊松比	P 波速度 $I/(m \cdot s^{-1})$	S 波速度 $I/(m \cdot s^{-1})$
0.1	2.69E8	1550	0.257	459	263

2.1 不考虑轨道影响, 将荷载简化为矩形荷载直接作用于地基土表面上地基土的变形

矩形荷载特性: 速度 $c = 200 \text{ m/s}$, 频率 $f_0 = 40 \text{ Hz}$, x, y 方向半带宽 $a = 2.7 \text{ m}$, $b = 2.7 \text{ m}$ 。地基取为半无限黏弹性地基, 地基土的变形见图 1。

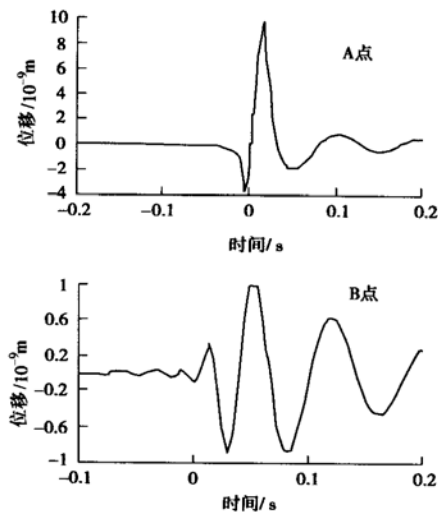


图 1 矩形荷载直接作用于地基土表面时 A、B 两点的位移

Fig. 1 Displacements of points A, B with rectangular load directly acting on soil

从图 1 中可以看出: 第一个观测点(A 点)的位移大于第二个观测点(B 点)的位移, 体现了地基土中阻尼的影响, 波在传播中逐渐衰减, 而且 B 点的位移具有明显的波动性, 体现波在传播中的波动性。

2.2 考虑轨道影响时地基土的变形

荷载特性: 荷载强度 $P_0 = 1 \text{ N}$ 为单位荷载, 速度 $c = 200 \text{ m/s}$, 频率 $f_0 = 40 \text{ Hz}$, y 方向半带宽 $b = 2.7 \text{ m}$ 。此时地基取为半无限黏弹性地基, 地基土的变形见图 2。

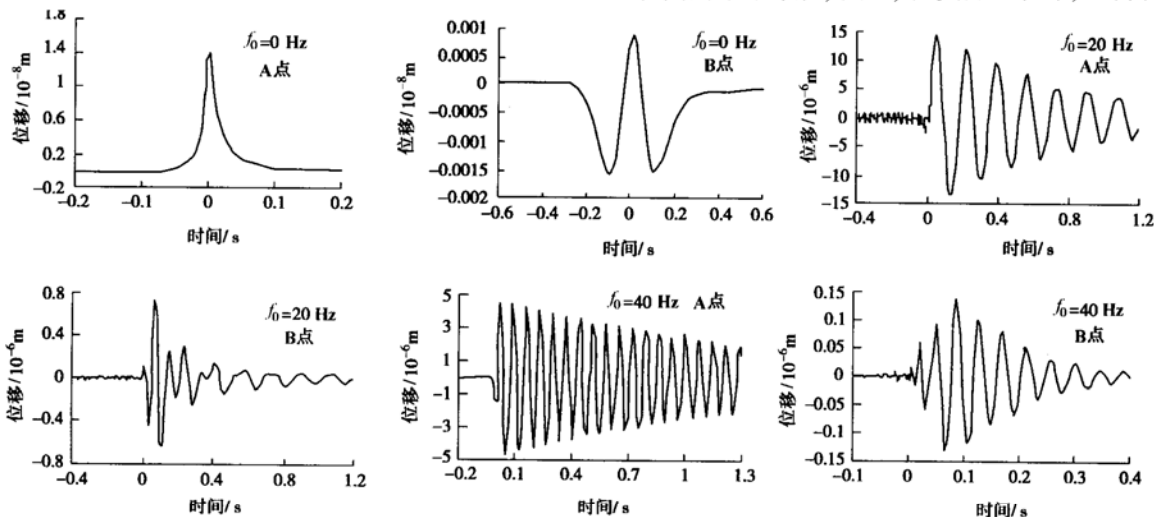


图 3 不同荷载自振频率时 A、B 两点的位移

Fig. 3 Displacements of points A, B under different load frequencies

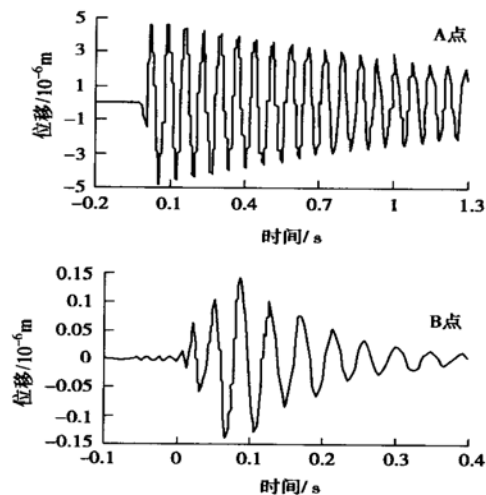


图 2 考虑轨道时 A、B 两点的位移

Fig. 2 Displacements of points A, B considering effect of rail

图 2 和图 1 相比, 可以看出轨道的存在使地面的位移增大很多, 这表明轨道结构对地面振动响应有着显著的影响, 特别是在轨道附近区域。A 点位于轨道正下方, 由于此时波动性明显, 响应不具备对称性, 而 B 点位于轨道外, 波在传播中有衰减, 此时呈现出一定的对称性。

2.3 不同荷载频率时地基土的变形

荷载自振频率分别取 $f_0 = 0, 20, 40 \text{ Hz}$, 地基为半无限黏弹性地基, 地基土的变形见图 3。

从图 3 可以看出: 荷载频率较低($f_0 = 0 \text{ Hz}$)时, 地基土的变形较小, 变形曲线也比较光滑、对称, 当频率增大到 $f_0 = 20 \text{ Hz}$ 时, 变形最大, 这是由于此时的频率与地基土的固有频率最接近, 当频率继续增大到 $f_0 = 40 \text{ Hz}$ 时, 变形反而减小了。由于荷载的频率体现了轨道表面的不平顺性, 因此, 在实际工程中, 一方面要求

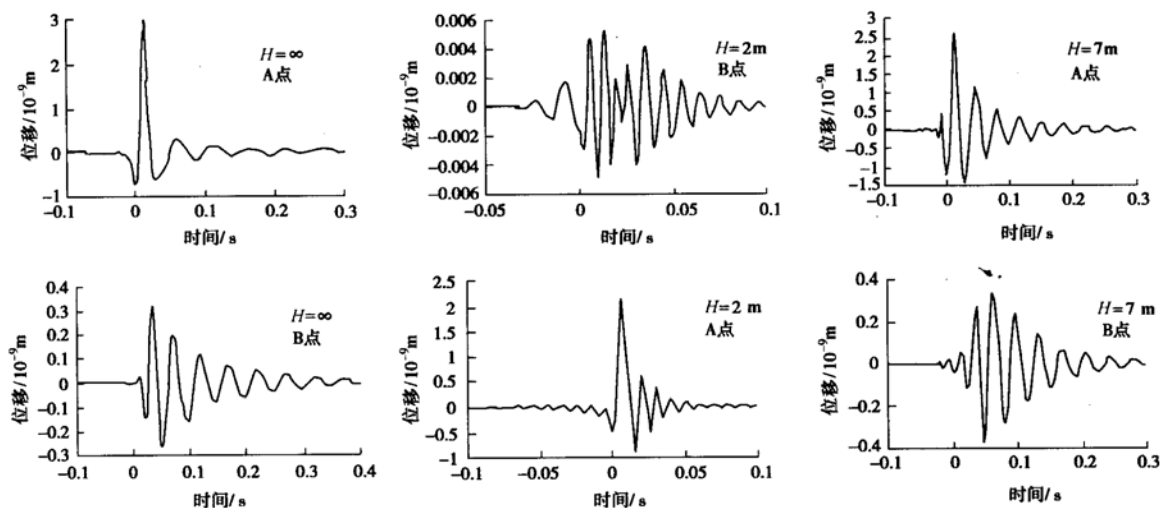


图4 不同地基模型时A、B两点的位移

Fig. 4 Displacements of points A, B in different soil models

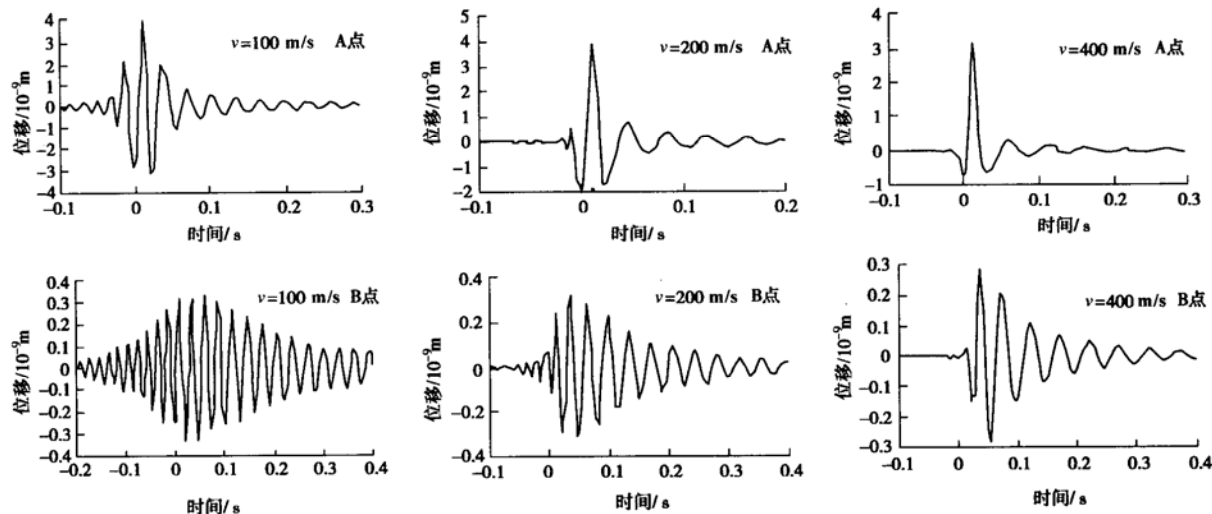


图5 不同荷载移动速度时A、B两点的位移

Fig. 5 Displacements of points A, B under load with different velocities

轨道表面尽量平顺来降低振动水平,另一方面要使荷载频率远离地基土的固有频率,避免共振现象的发生。

2.4 不同地基模型时地基土的变形

荷载速度 $c = 200 \text{ m/s}$, 自振频率 $f_0 = 40 \text{ Hz}$, 地基分别取为黏弹性半无限地基 ($H = \infty$) $H = 2 \text{ m}$ 黏弹性层置于刚性地基上和 $H = 7 \text{ m}$ 黏弹性层置于刚性地基上。地基土的变形见图4。

从图4可以看到,黏弹性半无限地基的位移最大,2 m 弹性层置于刚性基础时的位移最小,这是由地基土模型决定的。最下面取为刚性地基相当于固定支撑,而弹性半无限空间的层厚为无穷大,土层越厚,其压缩量越大,故位移也就越大。

2.5 不同荷载移动速度时地基土的变形

荷载移动速度分别取为 100, 200, 400 m/s, 频率 $f_0 = 40 \text{ Hz}$, 地基取为黏弹性半无限地基,地基土的变形

见图5。

从图5可以看出,荷载速度较低时,地基土变形较小,随着荷载速度的增加,响应也逐渐增加,但总体上速度对地基土变形的影响不是很明显。

3 结 论

本文通过理论分析推导了由轨道系统引起的地基土的变形计算公式,然后,通过具体计算分析了不同因素对地基土变形的影响,得到如下结论:

(1) 轨道的存在对地基土的变形影响显著,地面的位移增大很多,特别是在轨道附近区域。

(2) 荷载的自振频率体现了轨道的不平顺性,一方面要使轨道表面尽量平顺,另一方面要使荷载的频率远离地基土的固有频率。

(3) 荷载移动速度的影响取决于荷载速度和临界速度的比值, 但总体上速度对地基土变形的影响不是很明显。

(4) 地基土模型的影响取决于其最底层的支撑情况。黏弹性半无限地基变形最大, 黏弹性层置于刚性地基上时, 弹性层越薄, 变形越小。

总之, 与文献[1]相比, 本文考虑了荷载的自振频率对地基土变形的影响; 与文献[3]相比, 本文采用了三维计算模型, 得到了体系在沿着轨道方向以及垂直于轨道方向的变形情况; 与文献[4]相比, 本文考虑了移动荷载对地基土变形的影响。因此, 本文得出的结论与轨道-地基土的实际工作状态更加接近, 对由轨道系统引起的环境振动评价与分析更有实际的指导意义。

参考文献:

- [1] Kenney J T. Steady-state vibrations of beam on elastic foundation for moving load[J]. Journal of Applied Mechanics, 1954, 12: 359- 364.
- [2] Krylov V. Vibrational impact of high speed trains: I Effect of track dynamics[J]. J of Acous Soc of Am, 1996, 100(5): 3121- 3134.
- [3] Lefeuvre G, Houédec D, Peplow A T. Ground vibration in the vicinity of a high speed moving harmonic strip load[J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 231(5): 1289- 1309.
- [4] Sheng X, Jone C J, Petyt M. Ground vibration generated by a harmonic load acting on a railway track[J]. Journal of Sound and Vibration, 1999, 225(1): 3- 28.
- [5] Takemiya H, Shuhei S, Xie W P. Train track-ground dynamics due to high speed moving source and ground vibration transmission[J]. Structural Eng Earthquake Eng, JSCE, 2001, 18(2): 299- 309.
- [6] 谢伟平, 于艳丽, 姚春桥. 高速移动荷载作用下轨道系统的振动研究[J]. 地震工程与工程振动, 2002, 22(2): 1075- 1078.
- [7] 谢伟平, 胡建武, 徐 劲. 高速移动荷载作用下的轨道-地基系统的动力响应[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(7): 1075- 1078.
- [8] 杨宝俊, 王宝昌, 张伯军. 弹性波理论[M]. 长春: 东北师范大学出版社, 1990.