

边坡稳定分析条分法的一个全局优化算法

A global optimization method of the slice method for slope stability analysis

邹广电

(南京水利科学研究院 土工研究所, 江苏 南京 210024)

摘要: 根据毕肖普法和非线性规划原理, 对工程实践中最为广泛应用的圆弧滑裂面法, 提出了一个较为完整的优化数值模型, 并运用障碍函数法求解了该优化数值模型。为避免陷入“局部优化点”, 运用随机投点法建立了一种全局优化算法。通过工程实例分析, 计算结果是令人满意的。

关键词: 边坡稳定分析; 全局优化算法; 优化数值模型; 障碍函数法; 随机投点法; Com 组件

中图分类号: TU 432

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2002)03-0309-04

作者简介: 邹广电(1961-), 男, 江苏常州人, 1985年在河海大学获工学硕士学位, 现为南京水利科学研究院土工研究所高级工程师, 主要从事滑坡、边坡稳定分析、基坑围护工程等方面的研究。

ZOU Guang-dian

(Geotechnical Department of Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210024, China)

Abstract: According to Bishop's method and non-linear programming theory, this paper renders a rather complete numerical model of optimization for method of circular sliding surface applied widely in engineering, and uses obstacle function method to solve it. For avoiding the risk to get in "part optimization solution", a global optimization method is established through applying a system of randomly obtained points in the paper. The analysis of some engineering examples shows satisfactory results.

Key words: slope stability analysis; global optimization method; numerical model of optimization; obstacle function method; method of randomly obtained points; Com component

1 前言*

在岩石和土质边坡稳定分析中, 寻找最危险滑裂面, 始终是一个被广泛研究的课题。文献[1, 2]均在这方面作了较为深入的探讨。文献[2]中, 笔者曾提出一个建立在任意形状滑裂面基础上的复杂边坡稳定分析条分法的优化方法, 使得寻求复杂边坡真正可能的最危险滑裂面在理论上得以实现。可是, 在安全系数方面尚缺乏相应于任意形状滑裂面的经验指标和工程指标, 故该方法在普及方面遇到了一定的困难。而另一方面, 圆弧滑裂面法在工程界被长期应用, 建立了一套完整的经验指标和工程指标。直到目前, 运用圆弧滑裂面进行条分法分析仍是工程界和规范方面的主流。因此, 寻找边坡的最危险圆弧滑裂面研究是有较大的现实意义的。在这方面, 文献[3, 4]作了很有价值的研究。但文献[3]以传统的滑裂面圆心坐标和滑动深度作为设计变量, 因此当边坡表面的形状非常复杂时, 求解圆弧滑裂面与边坡面的左右交点将变得极为复杂和困难; 文献[4]则运用非数值并行算法中的遗传算法搜索边坡的最危险圆弧滑裂面, 取得了满意的成果, 唯惜该文使用传统的 FORTRAN 语言编制程序为其美中不足之处。

针对以上问题, 本文运用圆弧滑裂面与边坡面的

左右交点的两个 X 坐标—— X_L 和 X_R 以及滑裂面圆心坐标的 Y 坐标—— Y_0 作为设计变量, 结合非线性规划原理, 提出了一个较为完整的优化数值模型并运用障碍函数法和随机投点法建立了一种全局优化算法来求解该数值模型。笔者并运用微软公司 (Microsoft Company Limited) 的最新 Com 组件技术和 Visual Basic 6.0 编制程序, 从而得以实现人机之间的窗口式对话及软件的网络化、信息化。

2 毕肖普法的基本原理及计算公式

如图 1(a) 是一任意边坡的示意图, 滑裂面亦是任意形状的。

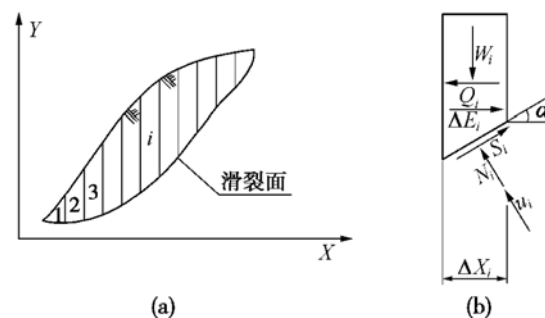


图 1 一任意边坡示意图

Fig. 1 A general slope

毕肖普法的基本原理在于考虑分条间水平作用力 E 的影响,但不考虑分条间剪力的作用^[5]。如图 1(b) 是毕肖普法下的任意分条的受力图。文献[6] 根据滑裂面上的极限平衡条件,推出了如下的毕肖普法的安全系数计算公式:

$$K = \frac{\sum c_i \Delta x_i + (W_i - U_i \cos \alpha_i) f_i / \sec^2 \alpha_i}{\sum Q_i + \sum W_i \tan \alpha_i} \quad (1)$$

图 1 及式中 W_i 为分条自重; Q_i 为作用在分条上的水平力; ΔE_i 为作用在分条两侧的水平作用力的合力; S_i 为分条底部的摩擦力; N_i 为分条底部的正向压力; U_i 为分条底部的渗透水压力; c_i 为某分条底部的黏聚力; f_i 为某分条底部的摩擦系数; α_i 为某分条的底面倾斜角; K 为土坡抗滑稳定安全系数。

3 设计变量的选取

如图 2 是一滑裂面为圆弧的土坡稳定分析示意图,而且该土坡的表面形状是无规则的。传统上,通常选择滑弧的圆心坐标 (X_0, Y_0) 和滑弧半径 R (或滑动深度 $R - Y_0$) 作为设计变量。但实际上,当边坡表面的形状无规则时,这样的设计变量将使求解圆弧滑裂面与边坡面的左右交点 (L 交点和 R 交点) 变得极为复杂和困难。所以,本文改用圆弧滑裂面与边坡面的左右交点的两个 X 坐标—— X_L 和 X_R 以及滑裂面圆心坐标的 Y 坐标—— Y_0 作为设计变量。这样,将可使各控制几何参数的确定变得非常简单和明了。首先,一旦 X_L 和 X_R 被确定,立刻可由边坡表面的形状分布函数求得 Y_L 和 Y_R 。也就是说,圆弧滑裂面与边坡面的左右交点 (L 交点和 R 交点) 已被求得。然后,根据如图 2 所示的圆弧滑裂面几何关系,即可推导出 X_0 和 R 的计算公式如下:

$$X_0 = \frac{(Y_R - Y_0)^2 - (Y_L - Y_0)^2 + X_R^2 - X_L^2}{2X_R - 2X_L} \quad (2)$$

$$R = [(X_L - X_0)^2 + (Y_L - Y_0)^2]^{1/2} \quad (3)$$

设 $X = [X_L, X_R, Y_0]^T$, 显然 $W_i = W_i(X)$; $Q_i = Q_i(X)$; $\Delta x_i = \Delta x_i(X)$; $c_i = c_i(X)$; $U_i = U_i(X)$; $\alpha_i = \alpha_i(X)$; $f_i = f_i(X)$ 。将以上各式代入式(1), 即可得

$$\left. \begin{aligned} K &= K(X) \\ X &= [X_L, X_R, Y_0]^T \\ X &\in \Omega, \Omega \subset R^3 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式(4)中, Ω 表示圆弧滑裂面的可行域, 如滑裂面不得越出边坡面以外, 滑裂面不得穿过硬土层……诸条件

构成了土坡圆弧滑裂面的可行域 Ω , 它是三维欧氏空间 R^3 的一个子域。

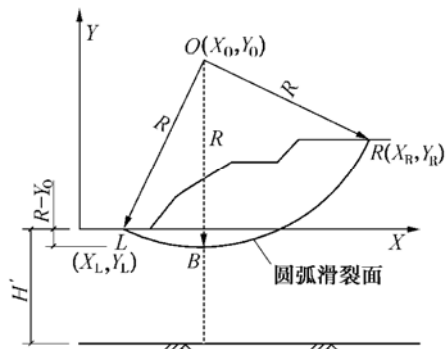


图 2 滑裂面为圆弧的土坡稳定分析

Fig. 2 Slope stability analysis with circular sliding surface

4 优化数值模型

4.1 目标函数

本文的目的是要求得边坡的最小稳定安全系数 K 及相应的圆弧滑裂面, 因而可取 K 为目标函数, 即优化数值分析要求:

$$\left. \begin{aligned} K(X) &\rightarrow K_{\min} \\ X &\in \Omega, \Omega \subset R^3 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

4.2 约束条件

约束条件就是必须使圆弧滑裂面始终落在可行域 Ω 内, 具体可细述如下:

约束条件 1 滑裂面不得越出边坡面以外。实际上, 这个条件在搜索过程中是能自动满足的。当滑裂面逼近边坡面时, K 值将迅速增加, 从而被自动挡回。

约束条件 2 滑裂面不得穿过硬土层。从图 2 不难发现, 该约束条件等同于圆弧滑裂面的最低点 B 点不得深入到硬土层内, 即

$$R - Y_0 \leq H' \quad (6)$$

约束条件 3 圆弧滑裂面与边坡面的左右交点中, X_R 必须大于 X_L 。该约束条件是显而易见的, 因为 X_L 大于 X_R 的圆弧滑裂面是不存在的, 故

$$X_R \geq X_L \quad (7)$$

约束条件 4 圆弧滑裂面必须面向上方。由图 2, 该约束条件的数学表达式为

$$Y_0 \geq 0 \quad (8)$$

令 $H' + Y_0 - R = g_1(X)$, $X_R - X_L = g_2(X)$, $Y_0 = g_3(X)$, 则以上各约束条件可概括如下:

$$\left. \begin{aligned} g_i(X) &\geq 0 \quad i = 1, 2, 3 \\ g_1(X) &= H' + Y_0 - R \\ g_2(X) &= X_R - X_L \\ g_3(X) &= Y_0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

4.3 优化模式

综上所述, 可得优化模式如下:

$$\text{Min}_{X \in \Omega} K(X), \Omega = \left\{ X \left| \begin{array}{l} g_i(X) \geq 0 \quad i = 1, 2, 3 \\ g_1(X) = H' + Y_0 - R \\ g_2(X) = X_R - X_L \\ g_3(X) = Y_0 \\ X \in R^3 \end{array} \right. \right. \quad (10)$$

4.4 优化方法

结合式(1)~(3), 可知目标函数和约束条件均为设计变量 $X(X_L, X_R, Y_0)$ 的非线性函数, 因此式(10)所表示的优化模式构成一非线性规划问题。

对于这类非线性规划问题, 可采用障碍函数法^[7]求解。构造障碍函数如下:

$$V(X, r_j) = K(X) + r_j \sum_{i=1}^3 (1/g_i(X)) \quad (11)$$

式中 r_j 为罚系数, 为一递减序列: $r_1 > r_2 > r_3 > \dots > r_j > \dots$, 且 $j \rightarrow \infty$ 时, $r_j \rightarrow 0$ 。

可以证明, $\lim_{j \rightarrow \infty} V(X^j, r_j) = K_{\min} = \text{Min}_{X \in \Omega} K(X)$ 。于是, 通过障碍函数 $V(X, r_j)$, 可将有约束问题式(10)在形式上转化为如下的无约束优化问题:

$$\text{Min } V(X, r_j), X \in \Omega, \Omega \subset R^3 \quad (12)$$

对于式(12), 可采用共轭梯度法(FR法)进行求解, 其第 j 次极小点的搜索迭代公式为

$$\begin{aligned} X^j &= \begin{cases} X^1 & j = 1 \\ X^{j-1} + \lambda_{j-1} Z^{j-1} & j = 2, 3, 4, \dots \end{cases} \\ Z^j &= \begin{cases} -V_X(X^j)^T & j = 1 \\ -V_X(X^j)^T + V_{j-1} Z^{j-1} & i = 2, 3, 4, \dots \end{cases} \\ V_{j-1} &= \|V_X(X^j)\|^2 / \|V_X(X^{j-1})\|^2 \quad j = 2, 3, 4, \dots \\ \lambda &= \lambda: \text{Min } V(X^j + \lambda Z^j, r_j) \end{aligned} \quad (13)$$

式中 Z^j 为搜索方向; λ 为搜索步长; $V_X(X)$ 为 $V(X)$ 在点 X 的梯度, 即

$$V_X(X) = \left| \frac{\partial V(X)}{\partial X_L}, \frac{\partial V(X)}{\partial X_R}, \frac{\partial V(X)}{\partial Y_0} \right| \quad (14)$$

按式(13)进行迭代计算, 直到满足 $\|V_X(X^j)\|^2 \leq \varepsilon$ (ε 为一给定误差)为止。

4.5 随机投点法的应用

由于土坡的边坡面形状、土质力学性质以及条分法本身的复杂性, 使得本文的目标函数及约束条件都相当复杂并为隐函数, 因此要了解目标面的特征是非常困难的。其目标面可能是单峰的, 而更可能是多峰的。为避免陷入“局部优化点”, 本文运用了随机投点法。

采用如下的计算公式对设计变量 X_L, X_R 和 Y_0 进行正负两个方向的随机投点。

正向随机投点公式为

$$\begin{aligned} X_L &= X_L^0 + \text{Rnd} \times \lambda_{X_L^+} \\ X_R &= X_R^0 + \text{Rnd} \times \lambda_{X_R^+} \\ Y_0 &= Y_0^0 + \text{Rnd} \times \lambda_{Y_0^+} \end{aligned} \quad (15)$$

负向随机投点公式为

$$\begin{aligned} X_L &= X_L^0 - \text{Rnd} \times \lambda_{X_L^-} \\ X_R &= X_R^0 - \text{Rnd} \times \lambda_{X_R^-} \\ Y_0 &= Y_0^0 - \text{Rnd} \times \lambda_{Y_0^-} \end{aligned} \quad (16)$$

式中 X_L^0, X_R^0, Y_0^0 为初始点; Rnd 为数值在 0~1 内的随机数, 完全由计算机自行生成; $\lambda_{X_L^+}, \lambda_{X_R^+}, \lambda_{Y_0^+}$ 为各设计变量的正向随机投点步长; $\lambda_{X_L^-}, \lambda_{X_R^-}, \lambda_{Y_0^-}$ 为各设计变量的负向随机投点步长, 随机投点步长可由边坡的形状、尺寸等决定。

运用随机投点法进行迭代的具体步骤为:

(1) 给定初始点 X_L^0, X_R^0, Y_0^0 并运用式(15)和(16)进行正负各 15 次, 合计为 30 次的随机投点。

(2) 对每个随机投点运用以上所建立的障碍函数法优化数值模型进行寻优搜索, 得出这 30 个随机投点中的极值点 X_L^1, X_R^1, Y_0^1 和安全系数 $K_{\min}^1$ 。

(3) 从极值点 X_L^1, X_R^1, Y_0^1 出发再次进行正负各 15 次, 合计为 30 次的随机投点并进行寻优搜索。

(4) 重复以上步骤, 直到安全系数 K 值得不到改善为止, 即可认为该点为全局优化点。

5 工程实例

利用上述优化数值模型, 并运用微软公司(Microsoft Company Limited)的最新 Com 组件技术和 Visual Basic 6.0 编制了通用程序。程序完全实现网络化、信息化, 可随时在网上公开并提供远程服务。由于篇幅有限, 程序编制说明将另文详述。

为了便于分析各类复杂边坡, 本文对边坡土质力学性质作了较为深入的处理, 即将边坡划分成很多网格, 每个网格内具有不同的力学参数指标(c, γ, φ 等), 然后由计算机自动搜索这些指标。这样, 既便于分析, 又大大提高了精度。

以下为两个工程实例。

实例 1 为某海堤边坡, 其边坡及地基剖面见图 3; 实例 2 为某船坞基坑开挖的边坡, 其边坡及地基剖面见图 4。表 1 和表 2 分别为实例 1 和实例 2 的随机投点迭代结果。

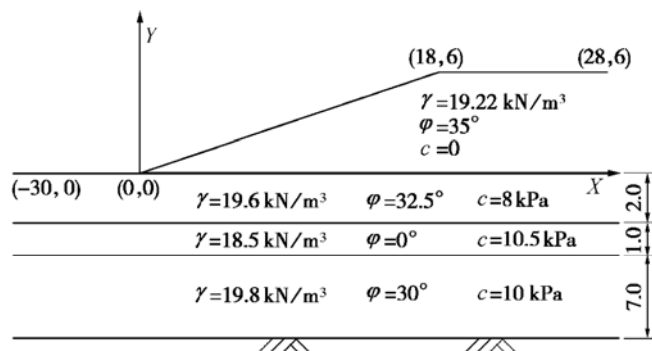


图3 实例1的边坡及地基剖面

Fig. 3 Section of slope and foundation of example 1

表1 实例1的迭代结果

Table 1 Calculation results of example 1

方案号	参数	初始点	随机投点迭代结果				
			第1次	第2次	第3次	第4次	第5次
方案1	X_L	1.629	-0.779	-0.648	-1.989	-1.957	-2.12
	X_R	23.418	18.818	20.33	19.195	19.836	19.371
	Y_O	10.09	9.49	10.64	10.73	11.358	11.087
	K	2.313	1.567	1.568	1.545	1.543	1.542
方案2	X_L	-3	-1.49	-2.10			
	X_R	20	20.2	19.366			
	Y_O	7	11.269	11.07			
	K	3.018	1.546	1.542			

注: 条分法条数为 25

表2 实例2的迭代结果

Table 2 Calculation results of example 2

方案号	参数	初始点	随机投点迭代结果				
			第1次	第2次	第3次	第4次	第5次
方案1	X_L	-35	-31.16	-31.58	-31.616	-31.128	-30.889
	X_R	2	0.2812	0.2978	-0.2045	-0.201	0.099
	Y_O	40	39.057	37.723	35.826	35.034	35.442
	K	1.926	1.891	1.880	1.877	1.873	1.870
方案2	X_L	-25	-29.563	-31.016			
	X_R	5	1.051	0.113			
	Y_O	55	38.449	35.746			
	K	2.047	1.893	1.870			

注: 条分法条数为 25

两个工程实例的迭代结果都显示了一个共同的特点, 那就是: 从完全不同的初始点出发进行随机投点和迭代计算, 最后却能收敛于完全相同的极小值和几乎相同的极值点。由此可见, 本文所建立的优化数值模

型及随机投点法能从根本上避免陷入“局部优化点”, 是一种全局优化算法。

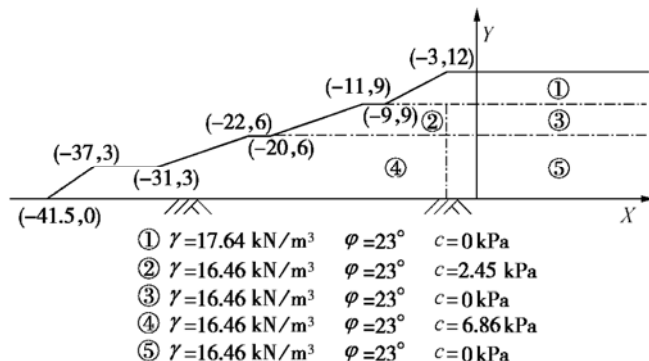


图4 实例2的边坡及地基剖面

Fig. 4 Section of slope and foundation of example 2

6 结 语

从工程实践的需要出发, 针对目前在条分法分析中依旧被广泛应用的圆弧滑裂面, 运用毕肖普法和非线性规划原理, 提出了一个较为完整的优化数值模型并运用障碍函数法和随机投点法建立了一个求解该优化数值模型的全局优化算法。通过若干工程实例的分析, 充分显示了该数值模型及其全局优化算法的可行性和有效性。

参考文献:

- [1] 陈祖煜. 最优化方法在确定边坡最小安全系数方面的应用[J]. 岩土工程学报, 1988, 10(4): 1-13.
- [2] 邹广电. 复杂边坡稳定分析条分法的优化方法[J]. 水利学报, 1989, (2): 55-60.
- [3] 杨天林, 张继波. 复形法土坡稳定分析[A]. 中国土木工程学会第六届土力学及基础工程学术会议论文集[C]. 上海: 同济大学出版社, 1991. 479-482.
- [4] 肖专文, 张奇志, 梁力, 林韵梅. 遗传进化算法在边坡稳定性分析中的应用[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(1): 44-46.
- [5] Bishop A W, Morgenstem N. Stability coefficients slopes[J]. Geotechnique, 1960, 10(4): 129-150.
- [6] 潘家铮. 建筑物的抗滑稳定和滑坡分析[M]. 北京: 水利出版社, 1980.
- [7] 魏权龄, 王日爽, 徐兵, 汪家芸, 白文林. 数学规划与优化设计[M]. 北京: 国防工业出版社, 1984.