

饱和土体应变局部化的复合体理论

A homogenization approach to localized deformation in saturated soils

黄茂松, 钱建固, 吴世明
(同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092)

摘要: 有限元法求解应变局部化问题时经常受到单元尺寸敏感性问题的困扰。为克服这一难题, 给出一种基于整体坐标的应变局部化的复合体理论, 通过对剪切带内外土体力学特性进行均一化处理来描述含剪切带土体的宏观力学特性。首先从理论上分析了饱和土体应变局部化的产生条件, 随后通过复合体理论给出了描述在排水条件和不排水条件下饱和土体应变局部化的本构方程, 最后对平面应变条件下的饱和密砂试样进行了分析, 通过与室内平面应变试验结果的对比, 验证了本文理论的合理性。

关键词: 饱和土体; 应变局部化; 剪切带; 平面应变试验; 复合体理论

中图分类号: TU 43 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2002)01-0021-05

作者简介: 黄茂松(1965-), 男, 浙江玉环人, 研究员, 博导, 获英国威尔士大学博士学位, 现从事计算土力学与土动力学的工作。

HUANG Maosong, QIAN Jiangu, WU Shiming

(Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: This paper is concerned with the description of undrained response of saturated soils involving localized deformation. The average macroscopic response is estimated based on a homogenization procedure similar to that proposed earlier in reference [13]. The formulation presented here is different from the original one, which is primarily due to a choice of the referential coordinate system. First, the case of drained response is addressed. Subsequently, the formulation relevant to saturated soils is outlined, in which both constituents (i.e. the intact and the shear band material) are assumed to respond in an undrained manner. A numerical example pertaining to undrained response of a dense sand specimen tested under plane strain conditions is provided, illustrating the influence of localization of deformation on the mechanical characteristics. The results of numerical simulations are fairly consistent with the experimental data.

Key words: saturated soils; strain localization; shear band; plane strain test; homogenization approach

1 前言*

岩土体、混凝土和砌体等常用的土木工程材料, 在其渐进破坏的过程中往往伴随着应变局部化现象的发生。自 80 年代以来, 岩土体的应变局部化问题一直是岩土工程界研究的焦点问题之一。应该说应变局部化分析涉及到的问题很多, 其中一个最主要也是国内外学者研究得最多的问题是所谓的单元尺寸敏感性问题。从边值问题的应变局部化数值模拟来看, 大量研究工作已表明基于经典连续介质力学理论的应变局部化数值分析结果是不能令人满意的, 原因是当应变局部化产生时拟静力荷载下的控制方程将失去其椭圆性, 这种椭圆性的丧失将直接导致数值分析结果病态地依赖于有限单元尺寸。为克服这一难题, 目前国内外学者主要采用以下几条途径: ①采用引入了高阶连续结构的 Cosserat 连续体理论^[1-2]; ②采用依赖于单元尺寸的塑性模量^[3]; ③采用非局部应变理论^[4-5]; ④采用梯度塑性理论^[6-11]; ⑤采用描述含剪切带土体平均力学特性的复合体理论^[12-15]; ⑥采用广义孔隙压力理论^[16]; ⑦采用粘弹塑性本构关系^[17]。除了后面三种方法以外的其它方法基本上只是停留在理论探讨上, 其中的附加参数并没有

明确的物理意义, 故很难通过试验来确定的。粘弹塑性本构关系的引入也取决于所分析的材料是否具有粘性效应。笔者认为一个合理的应变局部化理论框架, 应该具有以下两方面的能力: 其一, 它能描述含剪切带土体的宏观力学性质, 模型参数可以通过室内试验来确定; 其二, 它能消除应变局部化有限元分析时的单元尺寸敏感性。而本文将采用的复合体理论正是这一类模型的代表。应变局部化的复合体理论首先是由加拿大 McMaster 大学 Pietruszczak 教授提出的^[12], 之后又进一步推广到不排水饱和土体中^[13], 此理论可用于描述剪切带出现后带内土体和带外土体的平均力学性质。原来的理论是建立在局部坐标体系而不是整体坐标体系上的, 而这种基于局部坐标体系上的本构理论在推广到三维问题时会带来一些困难。本文将原有的表达形式作一些修正, 所有的应力、应变和位移分量均采用总体坐标来描述, 使得模型的数值实现更为有效。

* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50179025); 教育部留学回国人员科研启动基金资助项目; 上海市科学技术发展基金资助项目(005111056); 教育部高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(2000024724)

2 应变局部化的产生条件

对于弹塑性固体介质, 应变局部化可通过所谓分叉理论得到^[18-19]。考虑弹塑性固体处于均匀应力状态 σ , 承受均匀的应变率 $\dot{\epsilon}$, 通常这个固体的变形是均匀的。但在某些情况下, 分叉现象可能会出现, 从而产生不均匀的变形。固体内产生局部变形一般仅局限于一个很窄的区域, 称之为剪切带。弱非连续形式是假定穿过剪切带的应变场不连续, 出现跳跃, 而位移场仍然是保持连续的, 实际上位移梯度在平行剪切带平面还是保持连续的。剪切带内的应变场可以表示为带外均匀应变场加上一个能描述应变场跳跃的附加应变场, 这种附加位移梯度 $\langle u_{i,j} \rangle$ 可以表示为

$$\langle u_{i,j} \rangle = q_j n_i \quad (1)$$

式中 $\mathbf{n}$ 为剪切带的法向矢量, $\mathbf{q}$ 为某一跳跃矢量。那么对应的应变矢量为

$$\langle \epsilon_{ij} \rangle = (q_i n_j + q_j n_i) / 2 \quad (2)$$

对于一种弹塑性材料, 其速率本构方程可写为

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl}^p \dot{\epsilon}_{kl} \quad (3)$$

根据剪切带内外的应力平衡方程条件, 可以得到

$$\langle t_j \rangle = n_i \langle \sigma_{ij} \rangle = n_i D_{ijkl}^p \langle \epsilon_{kl} \rangle = 0 \quad (4)$$

最后应变局部化产生的条件可以写成

$$(n_i D_{ijkl}^p n_l) q_k = 0 \quad (5)$$

为了保证 q_k 有一个非零解, 下列条件必须得到满足:

$$\det(A_{jk}(\mathbf{n})) = 0, A_{jk}(\mathbf{n}) = n_i D_{ijkl}^p n_l \quad (6)$$

现在我们考虑饱和和多孔介质的不排水力学性状。根据 Terzaghi 有效应力原理, 可以得到

$$\dot{\sigma}_{ij} = \bar{D}_{ijkl}^p \dot{\epsilon}_{kl}, \bar{D}_{ijkl}^p = D_{ijkl}^p + (K_f/n) \delta_{ij} \delta_{kl} \quad (7)$$

不难看出对于不排水条件下的饱和和多孔介质, 应变局部化产生的条件简化为

$$\det(A_{jk}(\mathbf{n})) = 0, A_{jk}(\mathbf{n}) = n_i \bar{D}_{ijkl}^p n_l \quad (8)$$

3 饱和土体应变局部化的复合体理论

3.1 排水条件

在分析变形局部化问题时, 可以着重于土体的宏观变形特性, 用一种描述含剪切带土体平均力学特性的均匀化方法来进行分析。若土体已经产生了剪切带, 则土样可以看成有带内土体介质和带外土体介质构成的复合体, 这两种土体介质在微观力学性质上是不同的。设带外土体为介质(1), 带内土体为介质(2), 则土样复合体的平均应力率 $\dot{\sigma}$ 和平均应变率 $\dot{\epsilon}$ 可表示为

$$\dot{\epsilon} = \mu_1 \dot{\epsilon}^{(1)} + \mu_2 \dot{\epsilon}^{(2)} \quad (9)$$

$$\dot{\sigma} = \mu_1 \dot{\sigma}^{(1)} + \mu_2 \dot{\sigma}^{(2)} \quad (10)$$

式中 $\mu_i (i = 1, 2)$ 表示介质 i 所占的体积与土样总体

积的比值。

由于相对于土样的总体几何尺寸来说, 剪切带的宽度往往是很小的, 因此可以认为剪切带内的位移梯度是均匀的。假设剪切带上下面的位移差值(改变量)为 $\{g_n, g_s\}^T$ (对于局部坐标 $s-n$ 下的二维问题而言), 其中 g_n 为剪切带法线方向的位移差值, g_s 为平行于剪切带方向的位移差值, 那么对于局部坐标 $s-n$ 来说, 剪切带内部的三个应变率分量可以表示为

$$\begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_{ss}^{(2)} \\ \dot{\epsilon}_{nn}^{(2)} \\ \dot{\epsilon}_{sn}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{g}_s/l \\ \dot{g}_n/b \\ \dot{g}_s/b \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中 b 和 l 分别为剪切带的宽度和长度。这种基于局部坐标的应变定义, 虽然比较容易理解, 但当推广到三维情况时实际上根本无法定义平行于剪切带平面的两个局部坐标轴的方向。基于上述原因, 有必要将剪切带内的应变直接用整体坐标来定义, 由于平行于剪切带方向的位移梯度(或应变)是连续的, 即 $\dot{\epsilon}_{nn}^{(1)} = \dot{\epsilon}_{nn}^{(2)}$, 那么不考虑 $\dot{\epsilon}_{ss}^{(2)}$ 分量贡献的剪切带内部的应变率可表示为

$$[\dot{\epsilon}^{(2)}] = (\dot{\mathbf{g}}^T + \dot{\mathbf{g}}^T)/2b \quad (12)$$

式中 $\dot{\mathbf{g}}$ 为整体坐标系下的剪切带上下面的速度差值(改变量)矢量。

由于剪切带的厚度比试样的总体尺寸要小得多, 那么复合体的平均应变率为

$$[\dot{\epsilon}] = [\dot{\epsilon}^{(1)}] + \frac{\mu}{2} (\dot{\mathbf{g}}^T + \dot{\mathbf{g}}^T) \quad (13)$$

式中 $\mu = l/A$, A 为试样的截面积。 μ^{-1} 的单位为 m , 可以认为是一个特征长度参数(对应于非局部应变理论)。由于土体在剪切过程中, 剪切带介质可能产生剪胀变形, 因此 $\dot{\mathbf{g}}$ 和 $\mathbf{n}$ 未必正交。

因 μ_2 远小于 μ_1 , 这样式(10)可以简化为

$$\dot{\sigma} = \dot{\sigma}^{(1)} \quad (14)$$

此外, 在带内外接触面上的应力还应满足以下连续条件:

$$[\dot{\sigma}^{(1)}] \mathbf{n} = \dot{\mathbf{t}}^{(2)} = \dot{\mathbf{t}} \quad (15)$$

求解方程式(13), (14)和(15)必须有相应的本构方程。考虑带内带外土体为弹塑性材料, 对于带外土体, 其应力应变关系可表示为

$$\dot{\sigma}^{(1)} = [D_e](\dot{\epsilon}^{(1)} - \dot{\epsilon}_p^{(1)}) \quad (16)$$

上式中的塑性应变可利用屈服函数和非相关流动法则给出:

$$f_1(\sigma^{(1)}, \epsilon_p^{(1)}) = 0, \dot{\epsilon}_p^{(1)} = \lambda \frac{\partial Q_1}{\partial \sigma^{(1)}} \quad (17)$$

这里 $[D_e]$ 为弹性刚度矩阵, $Q_1(\sigma^{(1)}) = \text{const}$ 表示塑性势函数。由此可以得到弹塑性本构关系的率形式:

$$\dot{\sigma} = [D_{ep}] \dot{\epsilon}^{(1)} \quad (18)$$

式中 $[D_{ep}]$ 为弹塑性刚度矩阵,即

$$[D_{ep}] = [D_e] - \frac{1}{H_1} [D_e] \left| \frac{\partial Q_1}{\partial \sigma} \right| \left| \frac{\partial f_1}{\partial \sigma} \right|^T [D_e] \quad (19)$$

式(19)中,

$$H_1 = \left| \frac{\partial f_1}{\partial \sigma} \right|^T [D_e] \frac{\partial Q_1}{\partial \sigma} - \left| \frac{\partial f_1}{\partial \varepsilon_p^{(1)}} \right|^T \frac{\partial Q_1}{\partial \sigma} \quad (20)$$

实际上,式(20)给出的一般性弹塑性应力应变关系在形式上作一些修改,同样也可描述剪切带材料的本构关系。将剪切带上下面的速度差值 $\dot{\mathbf{g}}$ 和作用在剪切带上的应力率 $\dot{\mathbf{t}}$ 沿法向和切向分解,即

$$\dot{\mathbf{g}} = \dot{\mathbf{g}}_n + \dot{\mathbf{g}}_s, \dot{\mathbf{t}} = \dot{\mathbf{t}}_n + \dot{\mathbf{t}}_s \quad (21)$$

这里 $\dot{\mathbf{g}}_n$ 和 $\dot{\mathbf{g}}_s$ 分别定义为

$$\dot{\mathbf{g}}_n = (\mathbf{nn}^T) \dot{\mathbf{g}}, \dot{\mathbf{g}}_s = ([I] - \mathbf{nn}^T) \dot{\mathbf{g}} \quad (22)$$

其中 $[I]$ 为单位矩阵。 $\dot{\mathbf{g}}_n$ 和 $\dot{\mathbf{g}}_s$ 还可以进一步分解为弹性部分和塑性部分,即

$$\dot{\mathbf{g}}_n = \dot{\mathbf{g}}_n^e + \dot{\mathbf{g}}_n^p, \dot{\mathbf{g}}_s = \dot{\mathbf{g}}_s^e + \dot{\mathbf{g}}_s^p \quad (23)$$

运用塑性力学一般原理,可以建立下列关系式

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{t}}_n &= K_n \dot{\mathbf{g}}_n^e, \dot{\mathbf{t}}_s = K_s \dot{\mathbf{g}}_s^e \\ \dot{\mathbf{g}}_n^p &= \lambda_2 \frac{\partial Q_2}{\partial \mathbf{t}_n}, \dot{\mathbf{g}}_s^p = \lambda_2 \frac{\partial Q_2}{\partial \mathbf{t}_s} \\ f_2(\mathbf{t}_n, \mathbf{t}_s, \mathbf{g}_n^p, \mathbf{g}_s^p) &= 0 \end{aligned} \right| \quad (24)$$

式中 K_n 和 K_s 分别为法向和切向弹性模量, f_2 为屈服函数, $Q_2(\mathbf{t}_n, \mathbf{t}_s, \mathbf{g}_n^p, \mathbf{g}_s^p) = \text{const}$ 为塑性势函数。选择以下屈服函数和塑性势函数的简单形式:

$$\left. \begin{aligned} f_2 &= \|\mathbf{t}_s\| - m(\|\mathbf{t}_n\| + c_0) = 0 \\ Q_2 &= \|\mathbf{t}_s\| - m_c(\|\mathbf{t}_n\| + c_0) = \text{const} \end{aligned} \right| \quad (25)$$

式中 m_c 和 c_0 为材料常数; $m = m(\zeta)$, $\zeta = \int \|\dot{\mathbf{g}}_s^p\| dt$ 。假设 $m - \zeta$ 的关系曲线不稳定(即软化型), $m - \zeta$ 关系式可以表达为

$$m = m_0 + (m_r - m_0)(1 - e^{-B\zeta}) \quad (26)$$

式中 m_r 和 B 是材料常数; m_0 由局部化变形开始产生时的应力状态确定; m_r 可以表示剪切带材料的残余应力状态。仿照标准的塑性力学推导方法,剪切带材料的本构方程可表示为

$$\dot{\mathbf{t}} = [K^{ep}] \dot{\mathbf{g}} \quad (27)$$

这里,弹塑性刚度矩阵 $[K^{ep}]$ 可写成

$$\begin{aligned} [K^{ep}] &= K_s([I] - \mathbf{nn}^T) - \frac{K_s^2}{H_2} (\mathbf{n}_n \mathbf{s}_s^T) ([I] - \mathbf{nn}^T) + \\ &\frac{mK_s K_n}{H_2} (\mathbf{n}_s \mathbf{n}_n^T) (\mathbf{nn}^T) + K_n (\mathbf{nn}^T) + \frac{m_c K_s K_n}{H_2} (\mathbf{n}_n \mathbf{n}_s^T) \cdot \\ &([I] - \mathbf{nn}^T) - \frac{mm_c K_n^2}{H_2} (\mathbf{n}_n \mathbf{n}_n^T) (\mathbf{nn}^T) \end{aligned} \quad (28)$$

式(28)中, $\mathbf{n}_n = \mathbf{t}_n / \|\mathbf{t}_n\|$, $\mathbf{n}_s = \mathbf{t}_s / \|\mathbf{t}_s\|$ (29)

以及 $H_2 = K_s + mm_c K_n + \|\mathbf{t}_n\| B(m_r - m)$ (30)

最后,由方程(18),(27),(13)和(15)可以推导出含剪切带土体的宏观应力应变关系,其表达式如下:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \left| \begin{aligned} &[D^{ep}] - \mu [D^{ep}] [N] ([K^{ep}] + \\ &\mu [N]^T [D^{ep}] [N])^{-1} [N]^T [D^{ep}] \end{aligned} \right| \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (31)$$

上式中,对二维问题, $[N]^T = \begin{bmatrix} n_1 & 0 & n_2 \\ 0 & n_2 & n_1 \end{bmatrix}$, 对三维问

题 $[N]^T = \begin{bmatrix} n_1 & 0 & 0 & n_2 & 0 & n_3 \\ 0 & n_2 & 0 & n_1 & n_3 & 0 \\ 0 & 0 & n_3 & 0 & n_2 & n_1 \end{bmatrix}$ 。同时,剪切

带上下面的速度差值 $\dot{\mathbf{g}}$ 和带外材料的应变率 $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(1)}$ 可以由宏观平均应变率 $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ 来表示,即

$$\dot{\mathbf{g}} = ([K^{ep}] + \mu [N]^T [D^{ep}] [N])^{-1} [N]^T [D^{ep}] \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (32)$$

$$\text{和} \quad \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(1)} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \mu [N] \dot{\mathbf{g}} \quad (33)$$

3.2 不排水条件

上面介绍的排水条件下的变形局部化复合体理论可以比较方便地推广到不排水情况。为简便起见,假设剪切带内外两种介质均处于不排水条件,也就是孔隙水不能在两种介质之间自由流动。根据 Terzaghi 有效应力原理,带外土体介质的力学特性可以描述为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\sigma}} &= \dot{\boldsymbol{\sigma}}' + \dot{\mathbf{m}} \dot{p}_w^{(1)} \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}}' &= [D^{ep}] \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(1)} \\ \dot{p}_w^{(1)} &= (K_w/n^{(1)}) (\mathbf{m}^T \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(1)}) \end{aligned} \right| \quad (34)$$

上式中,就二维问题, $\mathbf{m}^T = \{1, 1, 0\}$, 三维问题, $\mathbf{m}^T = \{1, 1, 1, 0, 0, 0\}$ 。 $p_w^{(1)}$ 为带外土体的孔隙水压力, $n^{(1)}$ 是带外土体的孔隙率。联合上述方程式得到

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = [\bar{D}^{ep}] \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(1)} \quad (35)$$

式中 $[\bar{D}^{ep}]$ 为不排水的弹塑性刚度矩阵。

对于剪切带内土体介质,由 Terzaghi 有效应力分解可以导出

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{t}} &= \dot{\mathbf{t}}' + \dot{\mathbf{n}} \dot{p}_w^{(2)} \\ \dot{\mathbf{t}}' &= [K^{ep}] \dot{\mathbf{g}} \\ \dot{p}_w^{(2)} &= \frac{K_w}{n^{(2)} b} (\mathbf{n}^T \dot{\mathbf{g}}) \end{aligned} \right| \quad (36)$$

式中 $\mathbf{t}$ 和 $\mathbf{t}'$ 分别表示作用于剪切带的总应力和有效应力; $n^{(2)}$ 和 b 分别表示剪切带内土体的孔隙率和剪切带的厚度。将上述各式联合可得

$$\dot{\mathbf{t}} = [\bar{K}^{ep}] \dot{\mathbf{g}}, \quad [\bar{K}^{ep}] = [K^{ep}] + \frac{K_w}{n^{(2)} b} (\mathbf{nn}^T) \quad (37)$$

仿照 3.1 节的推导过程,即联合式(35),(37),(13)和(15),可以得到下列的宏观本构关系:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \{ [\bar{D}^{ep}] - \mu [\bar{D}^{ep}] [N] ([\bar{K}^{ep}] + \mu [N]^T [\bar{D}^{ep}] [N]) \cdot [N]^T [\bar{D}^{ep}] \} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (38)$$

4 计算实例与试验验证

为了说明本文提出的理论表达式的合理性, 这里采用了与文献[13]相同的例子。这个例子是用于模拟 Han 和 Vardoulakis^[20] 所做的饱和密砂双轴压缩平面应变试验, 试样 DC-11 的孔隙率 $n = 0.374$, 试验在不排水水位控制条件下进行的, 初始有效围压为 206 kPa。为简化起见, 这里采用了与文献[13]一致的简化二维弹塑性模型来描述均匀土体(或剪切带外土体)的变形特性, 其屈服函数和塑性势函数定义如下:

$$f_1 = [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4(\sigma_{12})^2]^{1/2} - \eta(\sigma_{11} + \sigma_{22}) = 0 \quad (39)$$

$$Q_1 = [(\sigma_{11} - \sigma_{22}) + 4(\sigma_{12})^2]^{1/2} + \eta_e(\sigma_{11} + \sigma_{22}) \ln \frac{(\sigma_{11} + \sigma_{22})}{\alpha_0} = \text{const} \quad (40)$$

式中 $\eta = \eta_e \frac{\varepsilon^p}{A + \varepsilon^p}$, $\varepsilon = \frac{1}{2}[(\varepsilon_{11}^{(1)} - \varepsilon_{22}^{(1)})^2 + (\gamma_{12}^{(1)})^2]^{1/2}$ 。其中 A , η_e , η 为材料参数。作为验证, 我们选择了如下的一组模型参数: $E = 73.6 \text{ MPa}$, $\nu = 0.227$, $\eta_e = 0.5$, $\eta = 0.35$, $A = 0.002$ 。这些参数的选择是通过试验曲线拟合得到的。

对于剪切带内土体介质的力学特性由式(25)和(26)来描述, 可惜没有具体的试验结果来确定这些参数。因此这里对剪切带出现后宏观力学特性的数值模拟可以说主要是定性的, 而不是定量的。为了能够描述剪切带出现以后的不稳定反应, 我们选择以下一组参数: $K_n = 150 \text{ MN/m}^3$, $K_s = 70 \text{ MN/m}^3$, $B = 50 \text{ m}^{-1}$, $m_r = m_c = 0.6m_0$ 。另外, 孔隙水的体变模量为 2200 MPa, 而式(13)中的参数 μ 可以根据试样的几何尺寸由下式确定: $\mu = (h \cos \beta)^{-1}$, 其中 $h = 0.135 \text{ m}$, 为试样的高度, β 为剪切带的倾角。图 1 给出了不排水和排水分析得到的归一化特征值 $\det(A(n))$ 的最小值随变形发展的变化曲线, 其中比率 R 的定义为

$$R = \frac{\min[\det(A_{jk}^p(n))]}{\min[\det(A_{jk}^e(n))]} \quad (41)$$

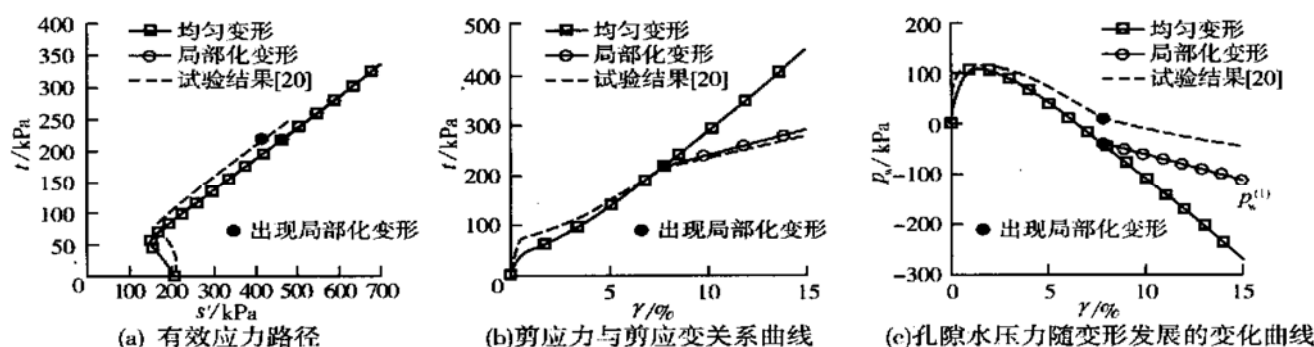


图 2 不排水条件下平面应变压缩试验中饱和密砂的力学特性

Fig. 2 Undrained response of a dense sand specimen subjected to plane strain biaxial compression

当 $\det(A_{jk}^p(n)) = 0$ 时将出现应变局部化, 此时形成两条与水平轴成 $\pm \beta$ 角的剪切带。从分叉理论分析结果来看, 排水条件下土样在 $\gamma = 3.1\%$ 时出现不稳定变形, 此时 $\beta = 52^\circ$; 而在不排水条件下土体的反应仍然是均匀的, 这与实际试验结果不符。文献[20]的不排水试验结果显示剪切带在 $\gamma = 7.8\%$ 时完全形成(倾角 $\beta = 60^\circ$)。也由此看来, 由局部化准则式(8)预测的结果并不令人满意, 因此寻找一个更合理的判别准则将是十分必要的, 但这并不是本文所要深入探讨的。本文的数值模拟将直接根据实际试验结果假设剪切带出现在 $\gamma = 7.8\%$ ($\beta = 60^\circ$)。

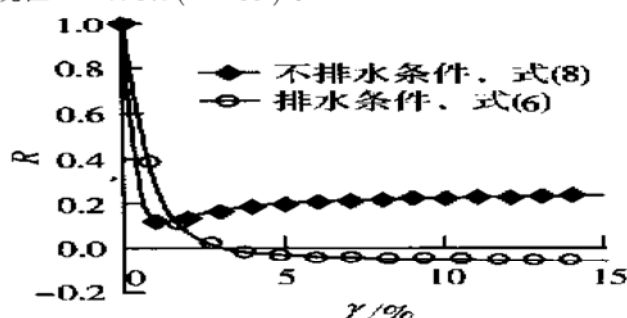


图 1 式(41)定义的比率 R 随变形发展的变化曲线

Fig. 1 Evolution of the ratio R defined by eq. (41) as a function of progressing deformation

图 2 给出了不排水平面应变条件下的 $t-s'$, $t-\gamma$ 和 $p_w^{(1)}-\gamma$ ($t = (\sigma_{22} - \sigma_{11})/2$, $s = (\sigma_{11} + \sigma_{22})/2$, $\gamma = \varepsilon_{22} - \varepsilon_{11}$) 的试验曲线与理论模拟曲线的比较。从图中可以看到, 局部化变形的出现对有效应力路径($t-s'$)曲线影响很小, 但对变形特征曲线($t-\gamma$)和孔压变化曲线($p_w^{(1)}-\gamma$)影响则相当显著。在 DC-11 试验中, 孔隙水压力的量测位于试样底板的中心, 这相当于剪切带外土体中的孔隙水压力值 $p_w^{(1)}$, 因此剪切带出现后的有效围压 s' 的定义为 $s' = s - p_w^{(1)}$ 。从剪应力和剪应变的关系曲线($t-\gamma$)来看, 尽管已假设剪切带材料的应变软化特性, 但 $t-\gamma$ 曲线仍保持稳定, 即 $t/\gamma > 0$, 当然剪切带的出现已经造成了材料刚度的明显减少。与此同时, 剪切带的出现对带外土体中的孔压也

有较大的影响,从图2(c)可以看到剪切带出现以后带外土体的负孔压增长率明显减少。应该说在这些关键性的应力应变孔压特性上理论模拟结果和试验结果是基本一致的。值得指出的是,对于同一种砂样,排水平面应变条件下剪切带内土体的应变软化特性引起试样的整体失稳(图3),而对应的不排水情况剪应力和剪应变的关系曲线($t-\gamma$)(图2b)则仍然保持稳定,由此看来不排水的体变限制使得变形局部化的影响大为降低。

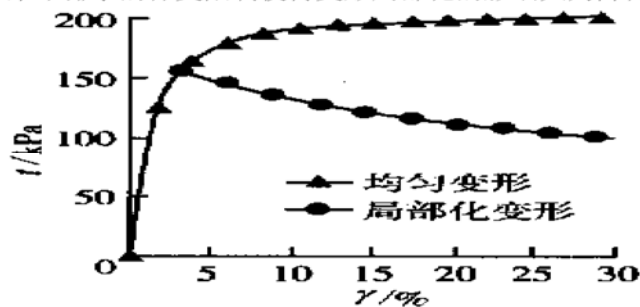


图3 排水条件下平面应变压缩试验中干密砂的力学特性:剪应力与剪应变关系曲线

Fig. 3 Drained response of a dense sand specimen subjected to plane strain biaxial compression
deviatoric stress-strain curve

5 结 语

本文提出了用于描述剪切带形成后饱和土排水和不排水条件下宏观力学特性的应变局部化复合体理论,此理论是文献[13]的基础上,直接采用总体坐标体系来描述含剪切带土体的平均力学特性,从而克服了原有的基于局部坐标体系的复合体理论所带来的困难。整个理论框架建立在带内外两种介质均处于不排水条件的假设之上,也就是假定两种介质之间没有孔隙水的流动。文献[13]的研究结果表明两种介质之间的孔隙水渗流对土体的宏观力学特性的影响可以忽略不计。通过与室内试验结果的对比,验证了本文所提出复合体理论的合理性。进一步的研究将包括采用本文提出的理论模型,通过有限元法分析饱和土体的应变局部化与渐进破坏过程,从而验证此理论模型对解决单元尺寸敏感性问题的有效性,尽管这在单相固体介质的理论分析中已经得到了证明。

参考文献:

[1] De Borst R. Simulation of strain localization: a reappraisal of the Cosserat continuum[J]. Engineering Computation, 1991, 8: 317- 332.
[2] De Borst R, Sluys L J. Localisation in a Cosserat continuum under static and dynamic loading conditions[J]. Comp Meth Appl Mech Eng, 1991, 90: 805- 827.
[3] Pietruszczak S, Mroz Z. Finite element analysis of deformation of strain softening materials[J]. Int J Numer Methods Engng,

1981, 17: 327- 334.

[4] Bazant Z P, Pijaudier-Cabot G. Non-local continuum damage, localization instability and convergence [J]. J Appl Mech, ASME, 1988, 55: 287- 293.
[5] Bazant Z P, Lin F-B. Non-local yield limit degradation[J]. Int J Numer Methods Engng, 1988, 26: 1805- 1823.
[6] Larsy D, Belytschko T. Localization limiters in transient problems[J]. Int J Solids Structures, 1988, 24: 581- 597.
[7] Muhlhaus H-B, Aifantis E C. A variational principle for gradient plasticity[J]. Int J Solids Structures, 1991, 28: 845- 858.
[8] De Borst R, Muhlhaus H B. Gradient-dependent plasticity: formulation and algorithmic aspects[J]. Int J Numer Meth Engng, 1992, 35: 521- 539.
[9] Sluys L J, De Borst R, Muhlhaus H-B. Wave propagation, localization and dispersion in a gradient-dependent medium[J]. Int J Solids Structures, 1993, 30: 1153- 1171.
[10] 李锡夔, Cescotto S. 梯度塑性的有限元分析及应变局部化分析[J]. 力学学报, 1996, 28(5): 575- 584.
[11] 宋二祥. 软化材料有限元分析的一种非局部方法[J]. 工程力学, 1995, 12(4): 93- 101.
[12] Pietruszczak S, Niu X. On the description of localized deformation[J]. Int J Numer Analyt Meth Geomech, 1993, 17: 791- 805.
[13] Pietruszczak S. On the undrained response of granular soil involving localized deformation[J]. J Eng Mech. ASCE, 1995, 114: 1292- 1298.
[14] Huang M, Pietruszczak S. Numerical modelling of localized deformation in saturated soils[A]. Proc 9th Int Conf on Computer Methods and Advances in Geomechanics, Vol 1[C]. Rotterdam: Balkema, 1997. 427- 432.
[15] Pietruszczak S, Huang M. On the localized deformation in fluid-infiltrated soils[A]. Proc 6th Int Symp on Numerical Models in Geomechanics[C]. Rotterdam: A A Balkema, 1997. 205- 211.
[16] 沈珠江. 应变软化材料的广义孔隙压力模型[J]. 岩土工程学报, 1997, 19(3): 14- 21.
[17] Needleman A. Material rate dependence and mesh sensitivity in localization problems[J]. Comp Meth Appl Mech Eng, 1987, 67: 68- 85.
[18] Rudnicki J W, Rice J R. Conditions for the localization of the deformation in pressure sensitive dilatant materials[J]. J Mech Phys Solids, 1975, 23: 371- 394.
[19] Rudnicki J W. A formulation for studying coupled deformation pore fluid diffusion effects on localization of deformation[A]. Nemat- Nasser S ed. ASME AMD- 57 Geomechanics[C]. New York: ASME, 1982. 35- 44.
[20] Han C, Vardoulakis I. Plane-strain compression experiments on water-saturated fine-grained sand[J]. Geotechnique, 1991, 41: 49- 78.