

边坡稳定性的三维极限平衡分析方法及应用^{*}

3D limit equilibrium method for slope stability and its application

冯树仁 丰定祥 葛修润 谷先荣
(中国科学院武汉岩土力学研究所, 武汉, 430071)

文 摘 边坡稳定性评价, 特别是对于具有复杂几何特征的问题, 应作为三维问题来处理。文中提出了一种评价边坡稳定性的三维极限平衡方法。该方法中滑面可采用 4 种类型: 天然不连续面, 剪切作用形成的球面, 剪切作用形成的旋转椭球面和组合面。程序使用者可结合工程经验方便地确定可能的滑面, 对工程上可能的多个滑动方向进行计算。同时可考虑地下水作用、地震等因素。水库库岸滑坡区分析算例表明, 该方法及 SSA-3D 程序适合处理三维边坡稳定性评价问题。

关键词 边坡稳定性评价, 三维分析, 极限平衡法

中图法分类号 TU 457

作者简介 冯树仁, 男, 1944 年生。1967 年毕业于中国科技大学近代力学系, 中国科学院武汉岩土力学研究所副研究员, 从事岩石力学和工程方面的研究工作。

Feng Shuren Feng Dingxiang Ge Xiurun Gu Xianrong

(Institute of Rock and Soil Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Wuhan, 430071)

Abstract In this paper a three-dimensional limit equilibrium method is presented for stability assessment of the slope with distinct spatial features. Four types of sliding surfaces can be used in this method, namely, the known discontinuity, sphere, rotational ellipsoid, and composite surface. The user of the program can easily select the possible sliding surface with the help of his experience. Calculation can be conducted on a series of sliding directions possible from the engineering viewpoint. Seepage and seismic forces and other factors are considered. An example of analysis of a reservoir bank slope displays that the proposed method is suitable for 3D treatment.

Key words assessment of slope stability, three-dimensional analysis, limit equilibrium method

1 序 言^{*}

边坡稳定性评价是国民经济建设中一个常见的问题, 在工程实践中常常作为二维问题来处理。虽然在一般情况下二维处理能够满足工程要求, 但严格地讲, 边坡稳定性分析是一个三维问题, 特别是对于具有复杂几何形状的情况更是如此。为此, 国内外皆有人对此进行研究, 如 Chen and Chameau (1982)^[1], Hutchinson and Sarma (1985)^[2], Xing (1988)^[3] and Hung (1987, 1989)^[4, 5]。

本文对边坡稳定性的三维极限平衡方法进行了探讨, 提出了计算方法、程序和算例。三维极限平衡法采用铅垂条块, 所做的假设反映了三维稳定性的实质, 公式的数学表达比较简洁。编制了程序 SSA-3D。在搜索中考虑了几种类型的滑面形状, 使用者可以根据经验确定可能的滑体范围。该方法考虑了工程上可能的滑动方向、地下水作用、地震等因素。

2 滑面类型与滑面的确定

2.1 坐标系和条块剖分

坐标系的选取 使 OXY 在水平面内, X 轴与滑动方向一致, 与 Y, Z 轴构成右手系, Z 轴铅直向上。

一组等间距的、平行于 OXZ 的平面, 与另一组等间距的、平行于 OYZ 的平面构成了铅垂条块的侧面。条块顶面 ($O'A'B'C'$) 是坡面的一部分, 其底面 ($OABC$) 则是滑面的一部分。条块在水平面 OXY 上的投影是一个正方形 (图 1, 图 2)。

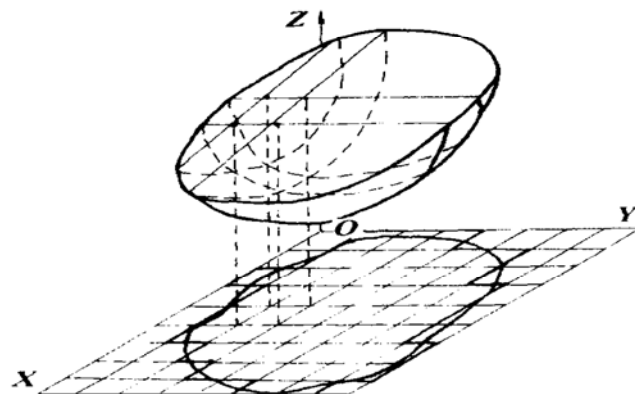


图 1 滑体与坐标系

Fig. 1 Sliding body and coordinate system

2.2 空间曲面的表示

在计算中用到的空间曲面: 坡面、天然不连续面、地下水水位面, 均作为初始数据给出, 即给出该曲面的

标高,作为二维数组,定义在 OXY 水平面内的正方形网格的各个中心点上。

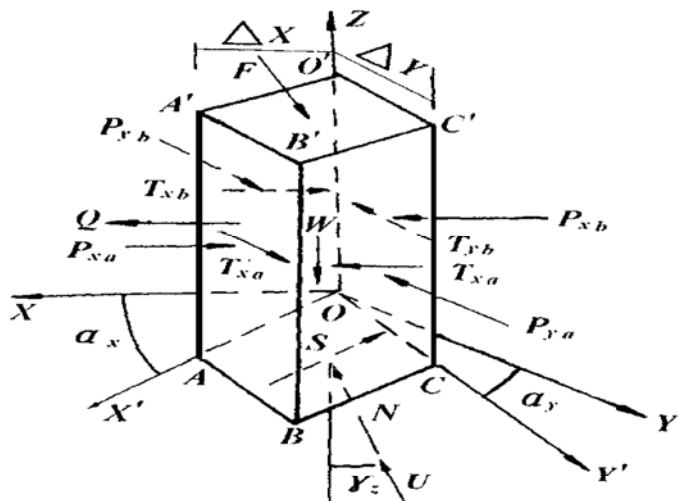


图2 铅垂条块与受力情况

Fig. 2 The column and forces acting on it

2.3 滑面的类型

在本文介绍的方法中,潜在滑面有如下几种类型:

①已知滑面,即天然不连续面;②由剪切作用形成的球面;③由剪切作用形成的旋转椭球面;④组合滑面,即由上述剪切作用形成的滑面(球面或旋转椭球面)与已知天然不连续面共同构成的滑面。

2.4 滑动面的确定

(1) 已知天然不连续面

如2.2所述,此面作为初始数据给出,其标高由定义在 OXY 平面上的正方形网格中心的二维数组表示。

(2) 球形滑面的确定(通过铅垂平面内两点及 d)

首先在坡面上选择两个点 $M_1(x_1, y_1, z_1)$, $M_2(x_2, y_2, z_2)$ (见图3),待定的球面的中心在过这两点且垂直于水平面 OXY 的平面内,在此平面内过 M_1M_2 的中点 O_1 ,作垂线向滑坡内部方向,取 $O_1M_3 = d$ 。圆心为 O ,半径为 R 的大圆就可唯一确定。

$$R = (a^2 + d^2)/2d$$

$$X_0 = (x_1 + x_2)/2 + (R - d)\sin\alpha\cos\varphi$$

$$Y_0 = (y_1 + y_2)/2 + (R - d)\sin\alpha\sin\varphi$$

$$Z_0 = (z_1 + z_2)/2 + (R - d)\cos\alpha$$

M_1, M_2 两点确定之后,取不同的“深度” d 值,可以得到一组过 M_1, M_2 的球面。

(3) 通过3点和 d 值确定球面(见图4)

M_1, M_2, M_3 3点在待定球面上,通过它们可确定该球面上的一个小圆。

其步骤如下:

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{M_1M_2} \text{ 和 } \overrightarrow{M_1M_3} \text{ 的夹角为 } \alpha, \\ & \cos\alpha = \frac{\overrightarrow{M_1M_2} \cdot \overrightarrow{M_1M_3}}{|\overrightarrow{M_1M_2}| \cdot |\overrightarrow{M_1M_3}|} \end{aligned}$$

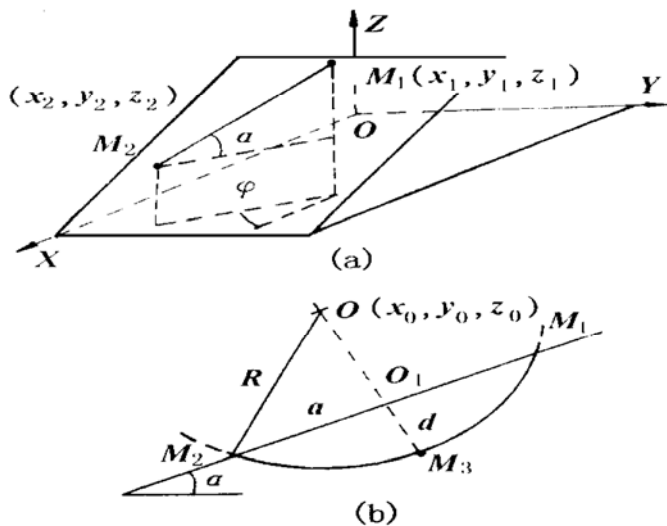


图3 通过铅垂向内两点和“深度” d 确定球面

Fig. 3 Sphere determined by two points in a vertical plane and the “depth” d

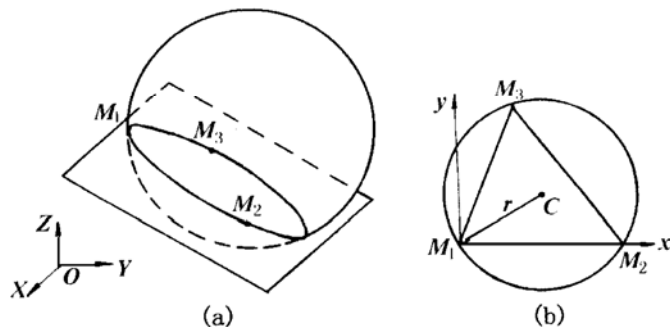


图4 通过三点和“深度” d 确定球面

Fig. 4 Sphere determined by 3 points and a value d

取一坐标系 oxy , 使其 oxy 平面在过 M_1, M_2, M_3 的平面内。取 M_1 为坐标原点, $\overrightarrow{M_1M_2}$ 为 x 轴。设过 M_1, M_2, M_3 的小圆圆心为 $C(x_0, y_0)$, 半径为 r , 则

$$x_0 = |\overrightarrow{M_1M_2}|/2$$

$$y_0 = (|\overrightarrow{M_1M_3}| - |\overrightarrow{M_1M_2}| \cos\alpha)/2\sin\alpha$$

$$r = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$$

过小圆中心 C 作垂线,沿垂线取长度 d ,可得到球面上一点 M_4 。对于给出的 d ,球面半径

$$R = (x_0^2 + y_0^2 + d^2)/2d$$

在 oxy 内,球心坐标是 $(x_0, y_0, (x_0^2 + y_0^2 - d^2)/2d)$ 。经坐标变换,球心在 $OXYZ$ 坐标系中的位置容易确定。

(4) 通过两点和两个数值 d 和 b 确定旋转椭球面

通过两点 (x_1, y_1, z_1) 和 (x_2, y_2, z_2) 和“深度” d 可以确定平行于 OXZ 的平面内半径为 a 的圆,方法与球形滑面的确定类似。根据给定的半轴 b 的值,可确定旋转椭球:

$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} + \frac{(z - z_0)^2}{a^2} = 1$$

(5) 组合滑面

组合滑面由两部分构成: ①已知天然不连续面; ②球面或旋转椭球面(图5)。当球面确定之后, 将条块 (i, j) 的球面标高与不连续面标高进行比较, 如果不连续面在球面之上, 条块 (i, j) 的滑面由不连续面组成, 反之则由球面组成。

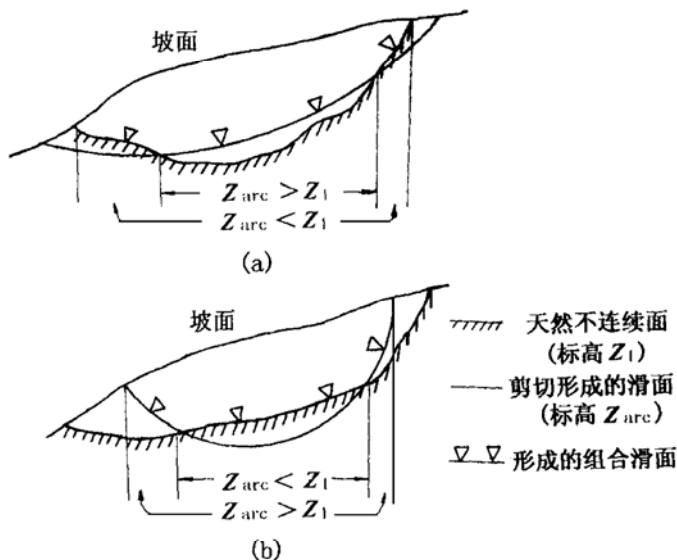


图5 组合滑面

Fig. 5 The composite surface

3 计算方法

3.1 作用在条块上的力

作用在条块上的力如图2所示。

作用在条块 (i, j) 4个侧面上的条块间的相互作用力如下: 作用在 $A'ABB'$ 面上和 $O'OCC'$ 面上的法向力 P_{xa}, P_{xb} ; 作用在 $A'ABB'$ 面上和 $O'OCC'$ 面上的水平方向剪力 T_{ya}, T_{yb} ; 作用在 $B'BCC'$ 面上和 $A'AOO'$ 面上的法向力 P_{ya}, P_{yb} ; 作用在 $B'BCC'$ 面上和 $A'AOO'$ 面上的水平方向剪力 T_{xa}, T_{xb} 。

忽略条块4个侧面($A'ABB', O'OCC', B'BCC'$ 和 $A'AOO'$)上沿铅垂方向的剪力。

作用在条块上的力还有: 抗滑力 S_{ij} ; 作用在底面的反力 N_{ij} ; 作用在底面的水压力 U_{ij} ; 条块重力 W_{ij} ; 作用在侧面 $A'ABB'$ 和 $O'OCC'$ 上的水压力代数和 U_{xij} (沿 x 轴方向为正); 水平方向地震力 H_{ij} (沿 x 轴方向为正), 记 $Q_{ij} = H_{ij} + U_{xij}$; 坡面上水压力 F_{ij} (垂直于坡面), 当坡面高程大于水位时, $F_{ij} = 0$, F_{ij} 在 α 方向投影为 F_{xij} , 与 α 方向相反时为正, F_{ij} 在竖直方向投影为 F_{zij} , 向下为正。

3.2 计算方法

(1) 在条块间相互作用中, 忽略4个侧面上铅垂方向的剪力。若滑面为球面, 旋转椭圆面等规则光滑曲

面, 滑体失稳时, 条块间没有明显相对错动, 此时忽略上述剪力较真实地反映了实际情况。若剪切面形状不规则, 忽略上述剪力就导致了一个比实际情况较为危险的情况, 计算出的安全系数比实际情况偏小, 有一定安全度, 结果仍可供参考。

(2) 利用铅垂方向力的平衡条件, 以及沿 OX' 方向的力平衡条件, 在整个滑体范围内, 确定安全系数。

设 C_{ij}, f_{ij}, A_{ij} 分别为条块 (i, j) 滑面的粘结力、摩擦系数、条块的底面面积。

$$S_{ij} = (C_{ij}A_{ij} + N_{ij}f_{ij})/K \quad (1)$$

由铅垂向力的平衡:

$$N_{ij} \cos \gamma_{zij} + U_{ij} \cos \gamma_{zij} + \frac{C_{ij}A_{ij} + N_{ij}f_{ij}}{K} \sin \alpha_{ij} = W_{ij} + F_{zij}$$

可得到

$$N_{ij} = \frac{W_{ij} + F_{zij} - U_{ij} \cos \gamma_{zij} - \frac{C_{ij}A_{ij}}{K} \sin \alpha_{ij}}{\cos \gamma_{zij} + \frac{f_{ij}}{K} \sin \alpha_{ij}} \quad (2)$$

沿 OX' 方向力的平衡, 对于条块 (i, j) , 可写出

$$\begin{aligned} S_{ij} = & - (P_{xaij} - P_{xbij} + T_{xbij} - T_{xaij}) \cos \alpha_{ij} + \\ & (Q_{ij} - F_{xij}) \cos \alpha_{ij} + (W_{ij} + F_{zij}) \sin \alpha_{ij} \\ P_{xaij} - P_{xbij} + T_{xbij} - T_{xaij} = & \\ & - \frac{\sec \alpha_{ij}}{K} (C_{ij}A_{ij} + N_{ij}f_{ij}) + (Q_{ij} - F_{xij}) + \\ & (W_{ij} + F_{zij}) \tan \alpha_{ij} \end{aligned}$$

条块间相互作用成对出现, 大小相等, 方向相反:

$$\begin{aligned} P_{xaij} - P_{xb(i+1)j} &= 0 \\ T_{xaij} - T_{xbi(j+1)} &= 0 \end{aligned}$$

对全部条块求和, 有

$$\begin{aligned} - \sum \frac{\sec \alpha_{ij}}{K} (C_{ij}A_{ij} + N_{ij}f_{ij}) + \sum (Q_{ij} - F_{xij}) + \\ \sum (W_{ij} + F_{zij}) \tan \alpha_{ij} = 0 \\ K = \frac{\sum \sec \alpha_{ij} (C_{ij}A_{ij} + N_{ij}f_{ij})}{\sum (Q_{ij} - F_{xij}) + \sum (W_{ij} + F_{zij}) \tan \alpha_{ij}} \quad (3) \end{aligned}$$

将式(2)代入式(3), 得到安全系数三维公式:

$$K = \frac{\sum [C_{ij}A_{ij} \cos \gamma_{zij} + [(W_{ij} + F_{zij}) - U_{ij} \cos \gamma_{zij}] f_{ij}] \times \sec \alpha_{ij}}{\sum (Q_{ij} - F_{xij}) + \sum (W_{ij} + F_{zij}) \tan \alpha_{ij} \cos \gamma_{zij} + \frac{f_{ij}}{K} \sin \alpha_{ij}}$$

安全系数 K 值通过试算求解。

由于公式使用力的平衡条件, 所以适用于一般形状的滑面, 也适用于球面滑面。

3.3 滑动方向

本计算方法可以考虑一个潜在滑动方向的范围,即从工程角度来看有可能出现的一组滑动方向。如前面所说,计算中采用的坐标系的 OX 轴与滑动方向一致。新坐标系中的几何资料,如坡面、天然连续面标高、地下水位等可通过坐标变换和插值得到。

4 工程应用实例

4.1 基本情况

本计算方法和程序 SSA-3D 曾用于某水库库岸边坡的稳定性分析。该大型滑坡地形与滑床具有典型的三维特征,滑坡前沿高程 130 m,后缘高程 570 m,滑坡面积 0.26 km^2 , 体积 8.8 hm^3 (图 6, 图 7)。

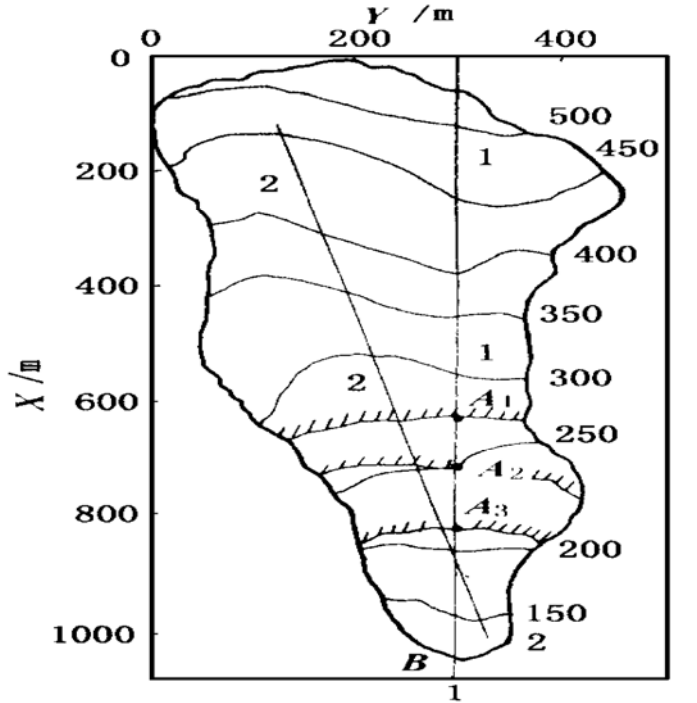


图 6 滑体平面图

Fig. 6 The plan of the sliding body

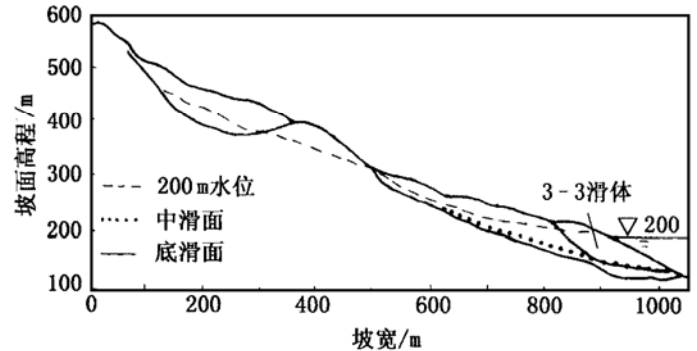


图 7 滑坡 1-1 剖面及局部滑体 3-3

Fig. 7 The cross-section 1-1 and local sliding body 3-3

在 $1\,060\text{ m} \times 490\text{ m}$ 的范围内对滑体所在的边坡剖分铅垂条块。条块在 $OX Y$ 水平面上投影为正方形,边长为 10 m , 面积 100 m^2 (图 8~ 9)。

对整体性滑体和三组局部性滑体进行了计算,考虑了两种天然不连续面的存在,工程上可能的不同滑动方向,不同的地下水位分布和地震等因素。

4.2 滑体介质、滑面及物理力学参数

该潜在滑体有两个天然不连续面,称为底滑面和中滑面(在计算中滑面作为空间曲面处理)。两个滑面是部分重合的。重合部分沿用底滑面力学参数。介质 I 存在于底滑面与中滑面之间;介质 II 存在于中滑面与坡面之间。物理力学参数如表 1, 表 2。

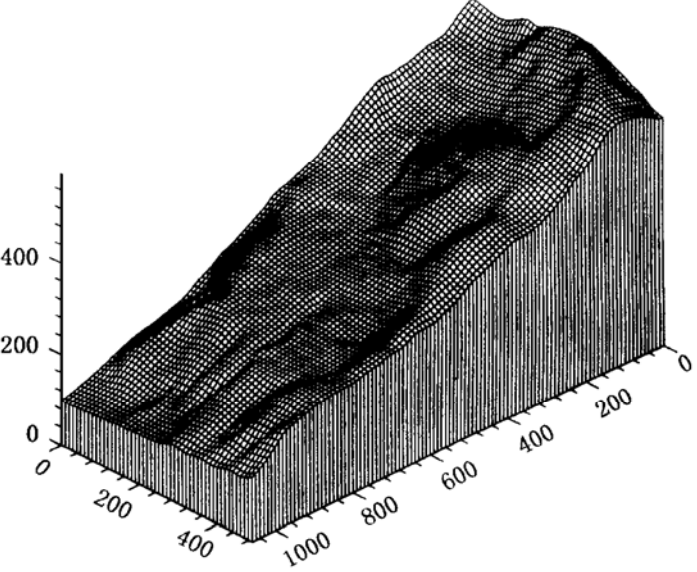


图 8 滑体坡面空间形状(单位: m)

Fig. 8 3D surface of sliding body

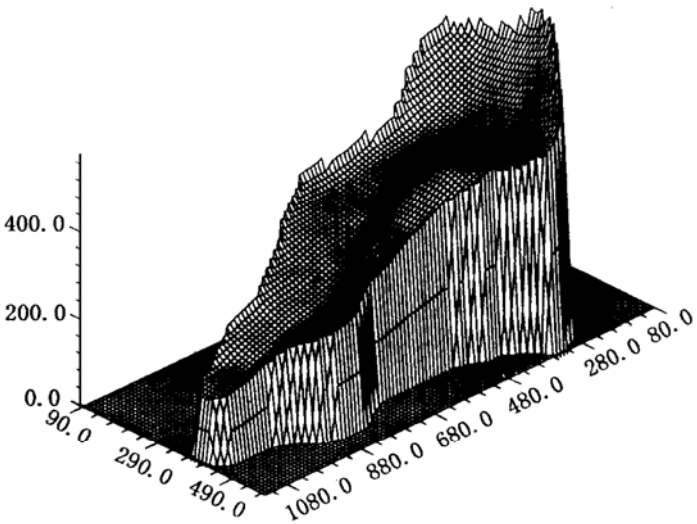


图 9 中滑面空间形状(单位: m)

Fig. 9 3D middle sliding surface

表 1 计算中采用的滑面抗剪强度参数

Table 1 Strength parameters of sliding surfaces

部位	c / kPa		$\varphi / (^{\circ})$	
	饱水	非饱水	饱水	非饱水
中滑面	15.0	20.0	20.0	23.0
底滑面	15.0	20.0	23.0	25.0

表2 计算中采用的介质物理力学参数

Table 2 Physico-mechanical parameters

部位	容重/(kN·m ⁻³)		<i>c</i> /kPa	φ /(°)
	天然容重	饱和容重		
介质 II	20.58	21.56	20.00	28.00
介质 I	20.58	21.56	25.00	28.00

4.3 计算采用的地下水位、地震力及滑动方向

计算采用两种地下水位(分别对应于库水位为 165, 200 m 时的地下水位)在整个滑坡区内的分布。

计算考虑水平向地震惯性力。条块(*i, j*) 承受的地震惯性力公式为

$$H_{ij} = K_h \cdot C_z \cdot \alpha \cdot W_{ij}$$

其中 K_h 为水平向地震系数, 取 $K_h = 0.05$; C_z 为综合影响系数, 取 $C_z = 1/4$; α 为加速度分布系数, 取 $\alpha = 1.0$; W_{ij} 为条块的重量。

计算中考虑了沿 3 个方面的滑动, 即沿 1-1 线, 2-2 线以及 1-1 线与 2-2 线夹角的平分线(图 6), 它们都是有代表性的滑动方向。

4.4 滑体的构成

(1) 整体性滑体

整体性滑体指沿天然不连续面形成的滑体。

(2) 局部性滑体

在局部滑体稳定性分析中, 从工程经验和坡面几何形态判断, 在 1-1 剖面上有 3 个点 A_1, A_2, A_3 (见图 6) 都可能成为潜在滑体的上端点。 A_1, A_2, A_3 距下端点 B 的水平距离分别为 413, 325, 220 m, 它们的标高分别为 275, 251, 220 m。 A_1, A_2, A_3 分别与 B 点构成了 3 个局部滑体系, 即 3-1, 3-2, 3-3(3-3 见图 7), 按球形滑面的确定方法, $d(d < a, \text{图 3(b)})$ 取不同的值, 就形成一个局部滑体的系列, 构成了对潜在危险滑面的搜索。

4.5 整体性滑体稳定性计算

从整体性滑体的计算结果来看, 总趋势是: ①沿中滑面的稳定性小于沿底滑面的稳定性; ②200 m 水位的安全系数低于 165 m 水位下对应算例的安全系数。中滑面的强度较底滑面强度低, 200 m 地下水位面比 160 m 水位面高, 所以, 上述趋势符合一般规律。对下部滑体在各种情况下得到的安全系数如表 3 所示。

对于沿底面滑动, 最小安全系数为 1.243, 对应于有地震, 2-2 方向, 水位 200 m 的情况。沿中滑面的滑动, 最小安全系数为 1.191, 对应于有地震, 2-2 方向,

200 m 水位情况。

从计算结果可以看到, 整体性滑体都有比较高的安全系数, 有较好的稳定性。

表3 整体性滑体安全系数

Table 3 Factors of safety for the global sliding body

水位 /m	滑动 方向	安全系数			
		底 滑 面		中 滑 面	
		无地震 $K_h = 0.0$	地 震 $K_h = 0.05$ $C_z = 1/4$	无地震 $K_h = 0.0$	地 震 $K_h = 0.05$ $C_z = 1/4$
165	1-1 线	1.463	1.401	1.444	1.383
	平分线	1.488	1.425	1.408	1.350
	2-2 线	1.377	1.322	1.336	1.283
200	1-1 线	1.409	1.346	1.385	1.323
	平分线	1.509	1.438	1.356	1.298
	2-2 线	1.297	1.243	1.241	1.191

4.6 局部性滑体稳定性计算

对每个局部性滑体系, 计算都考虑了 165 m 和 200 m 地下水位分布, 滑动方向有 1-1 线, 2-2 线, 1-1 及 2-2 线夹角的平分线, 对于 3-1, 3-2 局部滑体, d 值取 40, 60, 80, 100, 120 m, 对于 3-3 局部滑体, d 值取 20, 30, 40, 50, 60, 70 m。对每个局部性滑体系, 考虑底滑面与中滑面两种滑面, 以及有地震与无地震的情况。

从计算结果看, 这 3 个滑体系的稳定性的一般趋势都是: 沿中滑面的稳定性低于对应情况沿底滑面的稳定性, 200 m 水位安全系数低于对应情况 165 m 水位的安全系数。这个规律与全局性滑体的情况类似。

计算结果还表明, 这 3 个局部滑体的安全系数低于整体的安全系数, 特别是 3-3 滑体的稳定性较差, 应采取适当的加固保护措施。

参 考 文 献

- 1 Chen R H, Chameau J L. Three-dimensional limit equilibrium analysis of slopes. *Géotechnique*, 1982, **32**: 31~ 40
- 2 Hutchinson J N, Sama S K. Discussion on three-dimensional limit equilibrium analysis of slope. *Géotechnique*, 1985, **35**: 215~ 216
- 3 Xing Z. Three-dimensional stability analysis of concave slopes in plan view. *ASCE J of Geotech Engg.* 1988, **114**: 658~ 671
- 4 Hungr O. An extension of Bishop's simplified method of slope stability analysis to three-dimensions. *Géotechnique*, 1987, **37**: 113~ 117
- 5 Hungr O, Salgado F M, Byrne P M. Evaluation of a three-dimensional method of slope stability analysis. *Can Geotech J.* 1989, **26**: 679~ 686