

节理岩体 Hoek-Brown 经验强度准则可靠度分析

The reliability analysis of the Hoek-Brown empirical strength criterion for rockmass

严春风 徐 健

何翠香

(重庆市建筑科学研究院, 重庆, 400015) (重庆建筑大学岩土工程研究所, 重庆, 400045)

文 摘 基于二滩水电站和溪洛渡的工程岩体实例, 提出了岩体 Hoek-Brown 经验强度准则的可靠度计算方法, 同时讨论了准则可靠度对 m, s 等强度参数的变异系数的敏感性以及在三维岩体 Hoek-Brown 经验强度准则中第二主应力对可靠度的影响程度。通过分析指出, 强度参数的变异性是准则可靠度的决定性因素之一, 因此, 岩体工程的详细勘察和试验以及对参数的变异性进行统计分析, 对于工程设计来说是具有重大意义的。

关键词 节理岩体, 强度准则, 可靠度, 敏感度, 参数分析

中图法分类号 TU 452

作者简介 严春风, 男, 1968 年生, 1998 年 12 月毕业于重庆建筑大学岩土工程专业, 获博士学位, 现为重庆市建筑科学研究院院长助理。

Yan Chunfeng Xu Jian

(Research Institute of Building and Construction, Chongqing, 400015)

He Cuixiang

(Institute of Geotechnical Engineering, Chongqing Jianzhu University, Chongqing, 400045)

Abstract On the basis of the Xiluodu Project and the Ertan Project, the method for calculating the reliability of the Hoek-Brown empirical strength criterion and the sensibility of the reliability of the criterion to the variation coefficients of parameters (such as m, s) are presented in this paper. Besides, the influence of the middle principal stress on the reliability for the 3-D Hoek-Brown empirical strength criterion is analyzed and discussed. Finally, the conclusion is that the variability of the strength parameters is one of the decisive factors affecting the reliability of the criterion. From this paper, it is known that the detailed survey and the experiment as well as the statistic analysis are important to the technical design.

Key words jointed rock, empirical strength criterion, reliability, stability sensibility, parameter analysis

1 前 言*

在岩体工程的设计研究中, 目前判断岩体是否破坏常用的方法是, 首先计算岩体在一定荷载作用下的应力状态, 然后依据强度准则判断岩体是否失效或破坏。由于强度准则是判断岩体破坏与否的标准, 因此它在工程设计、施工和研究计算中有着重要的作用。然而, 岩体的物理力学参数具有很大的变异性, 当岩体含有节理时更是如此。因此人们往往很难根据实验精确确定大体积岩体的强度参数。通常的做法是将实验室测得的岩石块体的强度经一定处理后作为岩体强度参数的计算值。这样, 岩体参数不仅具有很大的人为随意性, 而且往往不符合工程现场情况, 相当多的岩体工程在其岩体参数取值很低时仍会发生破坏。

由以往的工程经验可知, 对于岩体参数的取值范围和随机性人们是可以描述的。如果我们考虑到岩体强度参数的变异性, 将强度准则概率化, 用失效概率作为判定岩体破坏的标准, 既可避免人为随意性, 又可提高判断岩体稳定性的科学性。岩体工程的可靠度是指在规定的工程条件下和规定的时间内岩体保持稳定的概

率, 而岩体的稳定通常是由岩体的强度准则来判定的。因此对岩体和工程中常用的强度准则的可靠度分析及各参数随机性的敏感度分析具有十分重要的工程意义。

Hoek 曾提出了适合岩体工程问题的 Hoek-Brown 经验强度准则^[1~3]。该准则由于考虑了低应力区和拉应力区及 σ_3 对强度的影响而得到了广泛应用。由于利用试验方法可估算出岩体的强度参数 m, s, σ_c 的统计特征, 这使得 Hoek-Brown 的岩体经验准则的可靠度问题的研究成为可能。本文将从二维及三维两个方面就岩体工程常用的 Hoek-Brown 经验强度准则进行可靠度和参数敏感度分析, 并以实际工程来验证其正确性。

2 可靠度计算方法

假定 x_i 为一组相关且非正态的随机变量, 通过线性变换, 可得一组和 x_i 相对应的标准正态分布随机变量 u_i , 其变换表达式为

$$\{u_i\} = [T]\{x_i\} + \{B_i\} \quad (1)$$

式中 $[T], \{B_i\}$ 分别为转换矩阵和常系数向量。

于是相应地有逆变换形式如下:

$$\{u_i\} = [T]^{-1}\{y_i\} + \{B_i\} \quad (2)$$

变换后的标准正态分布随机变量 $\{u_i\}$ 和原随机变量 $\{x_i\}$ 对于极限状态函数有

$$g(x_i) = g(u_i) \quad (3)$$

由一次二阶矩法可靠度计算方法, 各随机变量为基本坐标的极限状态面上的所有点均应服从

$$g(x_i) = g(u_i) = 0 \quad (4)$$

则极限状态面上距离原点最近的点(也即验算点 $\{U^*\}$)的迭代格式为

$$\{u_{i+1}\} = \left\{ \{u_i\}^T \{\alpha_i\} + \frac{\nabla G(u_i)}{\|\nabla G(u_i)\|} \right\} \{\alpha_i\} \quad (5)$$

$$\text{式中} \quad \nabla G(u_i) = \begin{bmatrix} \frac{\partial G(u_i)}{\partial u_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial G(u_i)}{\partial u_n} \end{bmatrix} \quad (6)$$

α_i 为极限状态函数中各随机变量的梯度向量, 其表达式为

$$\{\alpha_i\} = - \frac{\nabla G(u)}{\|G(u)\|} \quad (7)$$

当验算点值 $\{u_i\}^*$ 确定后, 可靠度值 β 的计算值可以确定为

$$\beta = \pm \sqrt{\{u\}^{*T} \{u^*\}} \quad (8)$$

当 $g(\bar{x}) > 0$ 时, 可靠度指标 β 为正, 反之为负。失效概率可由下式计算:

$$P_f = 1 - \Phi(\beta) \quad (9)$$

3 二维应力条件下 Hoek - Brown 经验强度准则的可靠度分析

Hoek 教授提出的 Hoek - Brown 经验强度准则的二维受力条件下的表达式为^[1,3]

$$\sigma_1 = \sqrt{m\sigma_3\sigma_c + s\sigma_c^2} + \sigma_3 \quad (10)$$

假定 m, s, σ_c 为随机变量, 由 $m, s, \sigma_c, \sigma_3, \sigma_1$ 等随机变量组成的极限状态方程可写为

$$g(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 - x_3 \quad (11)$$

$$\text{式中} \quad x_1 = \sigma_3 \quad (12)$$

$$x_2 = \sqrt{m\sigma_3\sigma_c + s\sigma_c^2} \quad (13)$$

$$x_3 = \sigma_1 \quad (14)$$

随机变量 x_1, x_2, x_3 的均值和方差可近似写为

$$\bar{x}_1 = \bar{\sigma}_3 \quad (15)$$

$$\text{Var}(x_1) = \text{Var}(\sigma_3) \quad (16)$$

$$\bar{x}_2 = \sqrt{m\bar{\sigma}_c\bar{\sigma}_3 - s\bar{\sigma}_c^2} \quad (17)$$

$$\bar{x}_3 = \bar{\sigma}_1 \quad (18)$$

$$\text{Var}(x_3) = \text{Var}(\sigma_1) \quad (19)$$

其可靠度和破坏概率同 Mohr - Coulomb 强度准则的可靠度和失效率计算过程, 即: 首先将随机变量独立化和标准正态化, 然后通过迭代式(5)求解验算点, 再利用式(8)和式(9)计算 Hoek - Brown 经验强度准则的可靠度指标和失效概率。

4 三维应力条件下 Hoek - Brown 经验强度准则的可靠度分析

4.1 Hoek - Brown 强度准则的应力空间描述

若将 3 个主应力按应力数值递降的顺序表示为 $\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$, 则有^[4]

$$\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}^T = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{J_2} \begin{bmatrix} \cos(\theta_0 + \frac{\pi}{6}) \\ \sin \theta_0 \\ -\cos(\theta_0 - \frac{\pi}{6}) \end{bmatrix} + \frac{1}{3} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad (20)$$

式中 应力第一不变量为

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (21)$$

应力偏量第二不变量为

$$J_2 = \frac{1}{6}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2] \quad (22)$$

洛德角为

$$\theta_0 = \arctan \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right) - \frac{\pi}{6} \leq \theta_0 \leq \frac{\pi}{6} \quad (23)$$

则 Hoek - Brown 经验强度准则的空间屈服函数形式可写为

$$F = - \frac{4J_2 \cos^2 \theta_0}{\sigma_c} + \frac{1}{3} m I_1 - s \sigma_0 - m \left[\cos \theta_0 + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta_0 \right] \sqrt{J_2} = 0 \quad (24)$$

式中 σ_0 为平均应力。

由于线性函数均值解析解的计算方法比较麻烦, 这里用 Talyer 展开近似求解均值。其可靠度和破坏概率的计算可首先将随机变量独立化和标准正态化。

当令第一应力不变量 I_1 为一常数时, Hoek - Brown 准则在 π 平面上洛德应力角 θ_0 和第二偏应力不变量的方根 $\sqrt{J_2}$ 的关系如图 1 所示。当令洛德应力角 θ_0 为一常数时, Hoek - Brown 准则以第一应力不变量 I_1 和第二偏应力不变量的方根 $\sqrt{J_2}$ 为坐标轴的子午面, 如图 2。

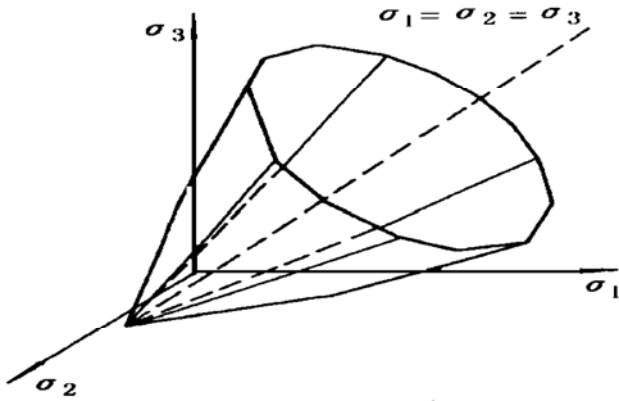
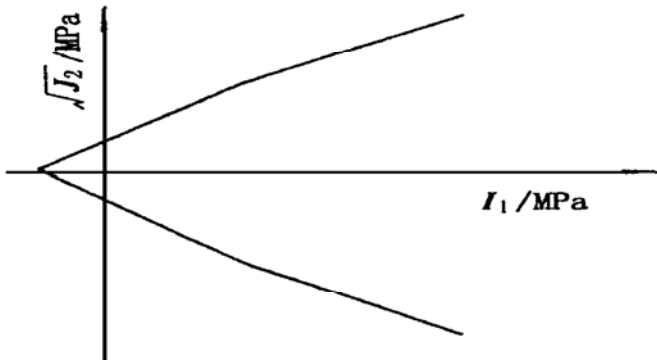
图1 Hoek-Brown 准则 π 平面Fig. 1 π plane of Hoek-Brown criterion

图2 子午平面上 H-B 曲线形状

Fig. 2 Shape of H-B curve on meridian plane

4.2 Hoek-Brown 强度准则的可靠度计算

很明显, 屈服函数中, J_2 , I_1 , m , s , θ_0 和 σ_c 均为随机变量, 若令:

$$x_1 = 4J_2 \cos^2 \theta_0 / \sigma_c \quad (25)$$

$$x_2 = mI_1/3 \quad (26)$$

$$x_3 = m(\cos \theta_0 + \sin \theta_0 / \sqrt{3}) \sqrt{J_2} \quad (27)$$

$$x_4 = s\sigma_0 \quad (28)$$

则极限状态方程式可写为

$$g(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_4 + x_2 - x_1 - x_3 \quad (29)$$

将极限状态方程式(29)据 Taylor 级数展开, 则随机变量 x_1 , x_2 , x_3 和 x_4 的均值求解经典解析解相当困难, 利用近似法可将它们的均值近似写为

$$\bar{x}_1 = 4\bar{J}_2 \cos^2 \bar{\theta}_0 / \sigma_c \quad (30)$$

$$\bar{x}_2 = \bar{m}\bar{I}_1/3 \quad (31)$$

$$\bar{x}_3 = \bar{m}(\cos \bar{\theta}_0 + \sin \bar{\theta}_0 / \sqrt{3}) \sqrt{\bar{J}_2} \quad (32)$$

$$\bar{x}_4 = \bar{s}\bar{\sigma}_0 \quad (33)$$

随机变量的方差近似为

$$\begin{aligned} \text{Var}(x_1) = & \left[\frac{4\cos^2 \theta_0}{\sigma_c} \right]^2 \text{Var}(J_2) + \frac{8J_2 \cos \theta_0 \sin \theta_0}{\sigma_c} \cdot \text{Var}(\theta_0) + \\ & \frac{(8J_2 \cos^2 \theta_0)^2}{\sigma_c^4} \text{Var}(\sigma_c) \end{aligned} \quad (34)$$

$$\text{Var}(x_2) = \frac{1}{9} \bar{I}_1^2 \text{Var}(m) + \frac{1}{9} \bar{m}^2 \text{Var}(I_1) \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(x_3) = & \bar{J}_2 \cos \bar{\theta}_0 + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \bar{\theta}_0)^2 \text{Var}(m) + \\ & \frac{\bar{m}^2 (\cos \bar{\theta}_0 + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \bar{\theta}_0)^2}{4\bar{J}_2} \text{Var}(J_2) + \\ & \bar{m}^2 \bar{J}_2 \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \cos \bar{\theta}_0 - \sin \bar{\theta}_0 \right)^2 \text{Var}(\theta_0) \end{aligned} \quad (36)$$

$$\text{Var}(x_4) = \bar{s}^2 \text{Var}(\sigma_0) + \bar{\sigma}_0^2 \cdot \text{Var}(s) \quad (37)$$

应力第一不变量 I_1 、应力偏量第二不变量 J_2 和洛德角 θ_0 的均值和方差分别为

$$\bar{I}_1 = \bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3 \quad (38)$$

$$\bar{J}_2 = \frac{1}{6} [(\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_2)^2 + (\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_3)^2 + (\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_3)^2] \quad (39)$$

$$\text{Var}(I_1) = \text{Var}(\sigma_1) + \text{Var}(\sigma_2) + \text{Var}(\sigma_3) \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(J_2) = & \frac{1}{9} (2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3)^2 \text{Var}(\sigma_1) + \\ & \frac{1}{9} (2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3)^2 \text{Var}(\sigma_2) + \\ & \frac{1}{9} (2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2)^2 \text{Var}(\sigma_3) \end{aligned} \quad (41)$$

$$\bar{\theta}_0 = \arctan \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{2\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_3}{\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_3} \right) \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(\theta_0) = & \left[\frac{\partial \theta_0}{\partial \sigma_1} \right] \sigma_1^2 \text{Var}(\sigma_1) + \left[\frac{\partial \theta_0}{\partial \sigma_2} \right] \sigma_2^2 \times \\ & \text{Var}(\sigma_2) + \left[\frac{\partial \theta_0}{\partial \sigma_3} \right] \sigma_3^2 \text{Var}(\sigma_3) \end{aligned} \quad (43)$$

5 工程实例

5.1 二滩岩体

已知二滩工程岩体经验强度准则参数和应力条件的均值如下^[5]: $\bar{m} = 0.873$, $\bar{s} = 0.0252$, 单轴抗压强度 $\bar{\sigma}_c = 200$ MPa, 所受荷载 $\bar{\sigma}_1 = 70$ MPa, 围压 $\bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}_3 = 50$ MPa。假定某参数应力值的变异系数从零变化至 1.0, 而其它参数的变异系数为 0.15 时, 可得到准则可靠度和变异系数的关系, 如图 3 所示。中间主应力 σ_2 的均值和变异系数与准则可靠度的关系如图 4 和图 5 所示。

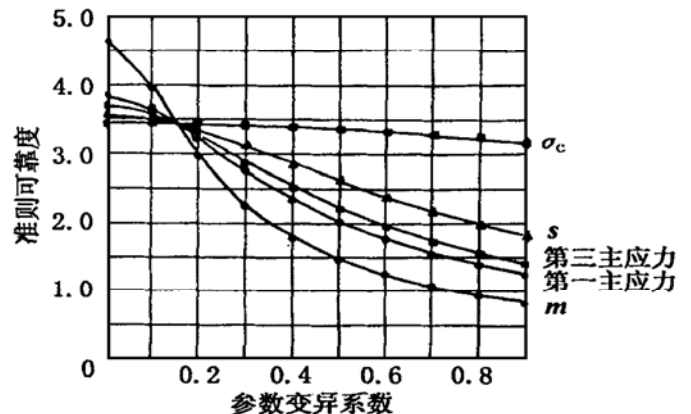
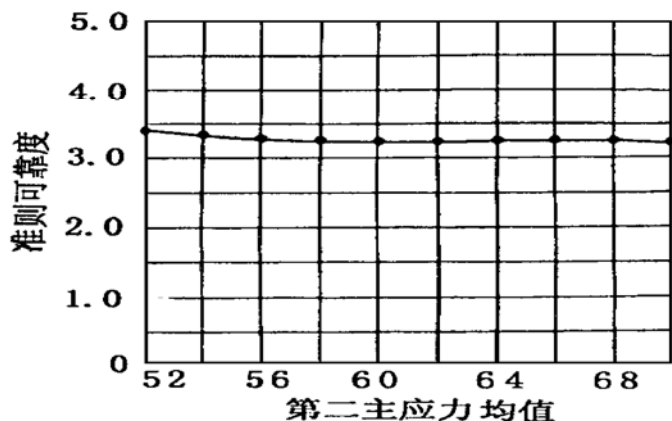
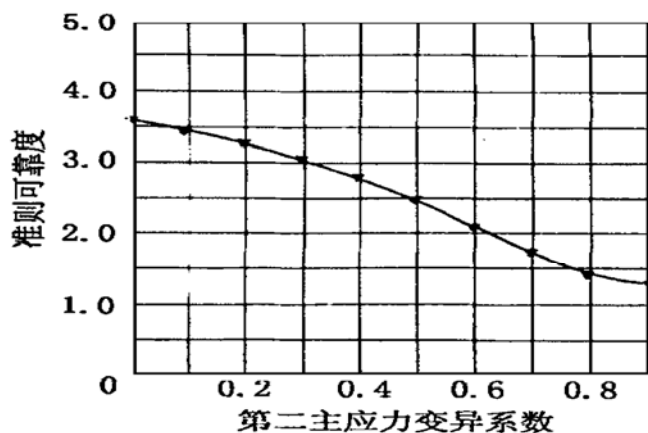


图3 准则可靠度-参数变异系数关系图

Fig. 3 The relation between reliability of the criterion and variation coefficients of parameters

图4 可靠度- σ_2 均值敏感度图Fig. 4 Sensibility of the reliability of the criterion to average middle principal stress σ_2 图5 可靠度- σ_2 变异系数敏感度图Fig. 5 Sensibility of the reliability of the criterion to variation coefficients of parameter σ_2

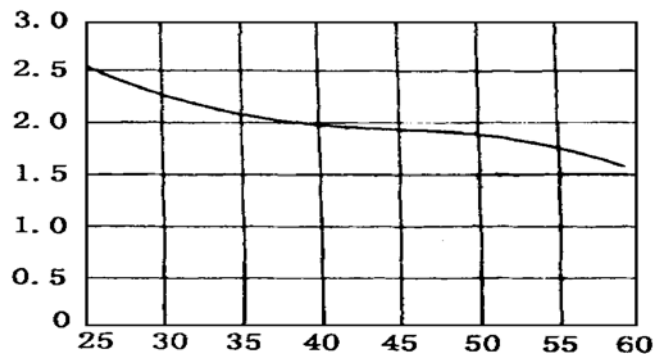
由图3可看出,按Hoek-Brown经验强度准则的可靠度对各应力参数的变异系数及强度性质参数的变异系数敏感性的强弱程度依次为 $m > \sigma_1 > \sigma_3 > s > \sigma_c$ 。很明显,强度准则的可靠度随各参数的变异系数的增加而减小。图4和图5为准则可靠度对第二主应力的均值和方差的敏感度。图中可明显看出随着中间主应力变异系数的加大(变化范围在最小主应力和最大主应力之间),可靠度指标逐渐减小。中间主应力的变异系数和可靠度的关系和其他应力值的变异系数相同。

5.2 溪洛渡工程

已知溪洛渡工程的岩体参数: $\bar{m} = 0.88$, $\text{Var}(m) = 0.17^2$, $\bar{s} = 0.04$, $\text{Var}(s) = 0.008^2$, 单轴抗压强度 $\bar{\sigma}_c = 200$ MPa, 其标准差为 40 MPa, 所受荷载 $\bar{\sigma}_1 = 80$ MPa, 标准差为 10 MPa, 最小主应力 $\bar{\sigma}_3 = 25$ MPa, 标准差为 2 MPa, 求在下列情况下岩体的可靠度: ① $\bar{\sigma}_2 = 52.5$ MPa, 其变异系数为 0.3; ② $\bar{\sigma}_2 = 25$ MPa, 其变异系数为 0.3。

利用文中方法可以求解得到: ①当中主应力为 52.5 MPa 时, 可靠指标为 1.805; ②当中主应力为 25 MPa 时, 可靠指标为 2.566。由此可见, 中主应力对

可靠度的影响比较大, 如图6所示。

图6 中主应力 σ_2 与 β 的关系图Fig. 6 The relation between middle principal stress σ_2 and β

从本文的分析和计算可看出, 各强度参数及应力可靠性对参数的均值的敏感规律是一致的, 各参数变异系数的敏感度也是一致的。该结论和二滩工程一例有一定出入, 这说明可靠度对第二主应力的敏感度和应力状态及岩体的强度参数有直接联系。而三维Hoek-Brown准则其结果相对比较准确, 如果想要精确度高些, 可取二阶均值和方差进行计算。

6 结 论

(1) 利用FOSM可靠度计算方法计算岩体Hoek-Brown经验强度准则的可靠度是可行的。

(2) 在三维应力条件下, 准则可靠度对应力值和准则参数的变异系数的敏感度以 m 参数最敏感, 3个主应力值次之, s 参数紧随其后, 而准则可靠度几乎不随单轴抗压强度的变异系数的变化而变化。准则可靠度随参数的变异系数的增大而减小。

(3) 准则可靠度对中间主应力的均值的敏感性一定程度上受受力条件的影响。而中主应力的变异系数对准则可靠度的影响程度则表现出较强的规律性。

参 考 文 献

- 1 Hoek E, Brown E. Underground excavation in rock. Hertford England: Stephen Austin and Sons Ltd, 1980. 15
- 2 Hoek E, Brown E. The Hoek-Brown failure criterion: A 1988 update. ISRM, 1994(10): 103
- 3 浙江大学数学系高等数学教研室. 概率论与数理统计, 北京: 高等教育出版社, 1979. 113~115
- 4 严春风. 岩体强度准则的随机分析及其在岩质边坡可靠度分析中的应用: [博士学位论文]. 重庆: 重庆建筑大学, 1998
- 5 Yan Chunfeng, Zhang Jianhui. The use of bayes method to infer distribution of rock mechanical Parameters. In: Proceeding of Rock Mechanics and Environment Geotechnology. RMEG, Chongqing, P. R. China, 1997. 405~410