

# 隧道施工过程的解析与数值结合方法

## Combination of analytic and numerical methods applied in tunnel construction process

曾小清 张庆贺  
(同济大学地下建筑与工程系, 上海, 200092)

文 摘 将解析与数值方法相结合, 对双孔平行隧道施工过程这样一个单连通体与多连通体共存与转化的相互作用问题构造合理的半解析函数, 从而使隧道施工的三维结构-介质相互作用时空问题在微机上的模拟得以实现。最后对双线盾构同向推进施工过程进行了数值模拟, 旨在为今后的盾构施工提供参考。

关键词 隧道, 多连通体, 数值计算。

中图法分类 U45

作者简介 曾小清, 女, 1969年生, 博士, 同济大学地下建筑与工程系, 讲师。

Zeng Xiaoqing Zhang Qinghe

(Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai, 200092)

Abstract In order to research the mutual influence of tunneling and environment, the analytic method is combined with the numerical method and a semi-analytical function is produced for the double-tube parallel tunnels construction with both single and multiple connected regions. Therefore, the three-dimensional time and space mutual influence process of tunnels excavation can be simulated. This paper has also simulated the construction case of two shield driving in the same direction at last. The purpose of this paper is to provide a theoretical basis for shield construction.

Key words tunnel, multiple connected region, numerical calculation.

## 1 前 言

隧道工程是一个复杂的系统工程, 在城市中修建地下铁道往往不是以单孔隧道形式出现, 我国大多采用水平双孔平行隧道。对平行双线隧道问题的研究国内外所见甚少。一方面, 由于其几何形状在施工过程中不仅有单连通体还有多连通体, 因而在理论上有一定难度; 另一方面, 如果采用三维有限元等数值方法对隧道施工过程进行分析研究, 所需单元、贮存及计算工作量十分庞大, 再加之实际工程中岩土介质实质上均是无限的, 因此用有限元等方法来处理无限域问题, 本身就存在一定的缺陷。本文将解析与数值结合的方法用于双孔隧道施工过程的计算中, 创造了单连通体与多连通体并存的隧道施工过程的半解析数值模拟方法, 使隧道施工的三维结构-介质相互作用的复杂时空问题在微机上的模拟得以实现。

## 2 施工过程的解析与数值结合方法

为了简单明了地说明施工过程的数值分析方法, 以上海地铁1号线盾构施工为实际背景, 以双线盾构同向推进施工工况来进行阐述。

在载荷选取上, 主要考虑机器载荷和开挖载荷两种类型, 前者包括盾构推力和盾构前行时与周围土体间产生的摩擦阻力, 后者为开挖释放力。

在几何模型方面, 采用空间层单元, 即由垂直于隧道主轴的平面将结构与土体无限介质一起离散成若干无限层单元, 每一层单元含一环壳单元(单环或双环), 在盾构推进前方各层则为具有一定厚度的无限介质层。因而单元类型有三种: 单孔单元(I)、双孔单元(II)和无孔单元(III), 如图1所示。它们的不同组合可以模拟隧道施工的变化过程。

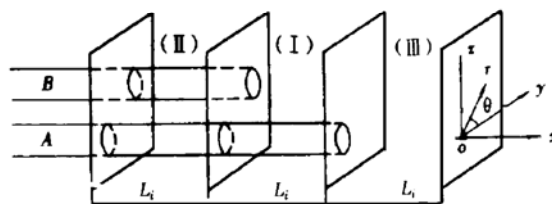


图1 三种单元类型

Fig. 1 Three kinds of element

本文结合解析与数值两种方法, 将隧道盾构掘进中的三维介质-结构系统相互作用问题降为一维有限数值处理, 从而大大节约了计算工作量。在进行半解析位移函数构造时, 采用图1所示的柱坐标系, 沿周向 $\theta$ 、径向 $r$ 解析, 沿轴向 $x$ 离散, 半解析函数形如<sup>[1]</sup>

$$\{u(x, r, \theta, t)\} = \sum_{m=1}^P \sum_{n=1}^Q R_m H_n \sum_{k=1}^S N_k(x) a_{mn}^{(k)}(t) \quad (1)$$

式中  $R_m, H_n$  为解析方向  $r, \theta$  的解析函数;  $N_k(x)$  是

沿离散方向  $x$  的插值函数;  $a_{mn}^{(k)}(t)$  为广义变量, 即自由度是离散化方程中的未知数。其中的解析方向  $r$  为无限, 而且变分泛函的积分域也为无限域, 这就构成了无限元, 克服了有限元解决无限问题的局限性。当然, 所设定的解析函数不一定能完全反映该问题该方向的真实解, 但由于和离散方向上广义变量相结合, 通过满足边界条件与变分方程, 使解析函数族对真实解的逼近可得以完善。这种方法的关键在于解析函数的构造, 它的存在才使半解析单元法具有降维、节省工作量、反映无限域等方面的特点, 它直接关系到结果精度和方法的成功, 其构造往往需要深厚的数学基础及力学理论知识。

双孔隧道施工的位移函数中解析部分应满足如下条件:

a) 反映位移函数沿两条隧道的周向和径向的分布规律。

b) 不仅在单个隧道上介质与结构位移协调(即在交界面上同一点处介层与结构位移值相等), 而且在另一隧道上也满足介质与结构协调条件。

c) 不同类型单元间位移协调。

d) 满足无限域边界条件。

e) 在域内连续可微。

施工过程的解析函数构造, 还涉及双孔与单孔、单孔与无孔单元之间的位移变形协调以及单孔和无孔段孔中心奇异两大难点, 本项研究在理论和计算实施上对两者均作出较为合理的解决。

本文假设计算对象为等厚结构和匀质介质, 结构的材料常数为  $E_S, \nu_S, \rho_S$ , 介质的材料常数为  $E_R, \nu_R, \rho_R$ 。假设两衬砌结构外径为  $R'$ , 厚度为  $h$ , 下列公式中  $R = R' - h/2$ , 结构施工完毕后总长  $L$ , 单元长为  $L_i$ , 以下凡带下标  $S_1$  者代表结构 A, 下标  $S_2$  者代表结构 B, 下标  $R$  者代表土体介质。本文计算适用于线弹性问题。

## 2.1 双孔区域位移函数

在双孔单元(II)横截面(图 2)上构造解析函数, 与隧道轴向  $x$  方向离散函数相结合, 则构成半解析位移函数<sup>[2]</sup>。

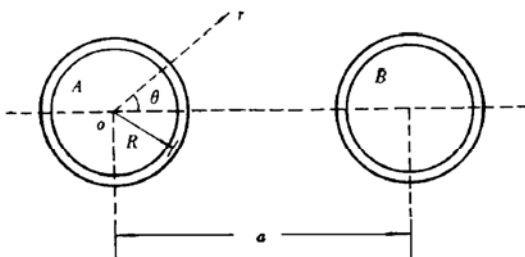


图 2 双孔单元(II)剖面图

Fig. 2 Cross section of two-tube element(II)  
岩土介质各点轴向、周向、径向位移分别为

$$\left. \begin{aligned} u_R &= \sum_{g=1}^2 \sum_{m=1}^P \sum_{n=1}^Q \cos(m-1)\theta_g \\ &\quad \times H_{ng}(r, \theta) \cdot \sum_{k=1}^S N_k(\xi) u_{kmn}^g(t) \\ v_R &= \sum_{g=1}^2 \sum_{m=1}^P \sum_{n=1}^Q \sin(m-1)\theta_g \\ &\quad \times H_{ng}(r, \theta) \cdot \sum_{k=1}^S N_k(\xi) v_{kmn}^g(t) \\ w_R &= \sum_{g=1}^2 \sum_{m=1}^P \sum_{n=1}^Q \cos(m-1)\theta_g \\ &\quad \times H_{ng}(r, \theta) \cdot \sum_{k=1}^S N_k(\xi) w_{kmn}^g(t) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中

$$\theta_g = \begin{cases} \theta & (g=1) \\ \arctg(\ctg\theta - a/r\sin\theta) & (g=2) \end{cases} \quad (2)$$

$$H_{ng}(r, \theta) = \frac{r^2 - 2ar\cos\theta + a^2 - R^2}{a^2 - 2aR\cos\theta} \times \exp[-n(r-R)/L] \quad (g=1) \quad (3)$$

$$H_{ng}(r, \theta) = \frac{r^2 + 2ar\cos\theta + R^2 - 2aR\cos\theta}{a^2 - 2aR\cos\theta} \times \exp[-n(r^2 - 2ar\cos\theta - R^2 + a^2)/L^2] \quad (g=2) \quad (4)$$

$$\xi = x/L_i \quad (5)$$

$N_k(\xi)$  为分片多项式插值函数。当  $S=3$  时, 有

$$N_k(\xi) = \begin{cases} 1 - 3\xi + 2\xi^2 & (k=1) \\ 4\xi - 4\xi^2 & (k=2) \\ -\xi + 2\xi^2 & (k=3) \end{cases} \quad (6)$$

柱壳 A, B 结构的轴向、周向、径向位移为

$$\left. \begin{aligned} u_{sg} &= \sum_{m=1}^P \cos(m-1)\theta_g \cdot \sum_{k=1}^S N_k(\xi) u_{km}^g(t) \\ v_{sg} &= \sum_{m=1}^P \sin(m-1)\theta_g \cdot \sum_{k=1}^S N_k(\xi) v_{km}^g(t) \\ w_{sg} &= \sum_{m=1}^P \cos(m-1)\theta_g \cdot \sum_{k=1}^S N_k(\xi) w_{km}^g(t) \end{aligned} \right\} \quad (g=1,2) \quad (7)$$

$$\text{其中 } \theta_g = \begin{cases} \theta & (g=1) \\ \arcsin(\frac{r}{R}\sin\theta) & (g=2) \end{cases} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} u_{km}^g &= \sum_{n=1}^Q u_{kmn}^g \\ v_{km}^g &= \sum_{n=1}^Q v_{kmn}^g \\ w_{km}^g &= \sum_{n=1}^Q w_{kmn}^g \end{aligned} \right\} \quad (g=1,2) \quad (9)$$

## 2.2 单孔区域位移函数

在单孔单元(I)横截面(图 3)上构造解析函数, 为了保证节面上结构 A 与介质位移协调, 结构 A 的

位移函数与式(7)中,  $g = 1$  时相同。对于该类单元中任何一点岩土介质轴向、周向、径向位移表达式与式(1)~(4)相同, 只是  $H_{n2}(r, \theta)$  将扩充定义域至圆  $B$  内, 即当  $(r, \theta)$  在圆  $B$  之外时(图 3),  $H_{n2}(r, \theta)$  为式(4), 当  $(r, \theta)$  在圆  $B$  内时, 构造如下解析函数:

$$H_{n2}(r, \theta) = \frac{2R^{2n}}{(r^2 - 2ar\cos\theta + a^2)^n + R^{2n}} \quad (10)$$

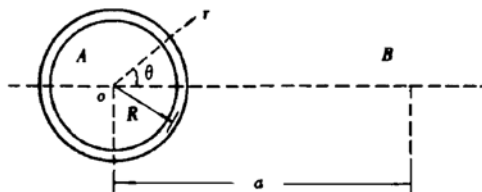


图 3 单孔单元(I)剖面图

Fig. 3 Cross section of single-tube element(I)

由于在圆  $B$  周界上, 由式(4)求出  $H_{n2}(r, \theta) = 1$ , 由式(10)求出  $H_{n2}(r, \theta)$  也为 1, 从而不难证明圆  $B$  周边上土体位移协调, 而且可以证明, 此函数在定义域内消除了奇异点。

### 2.3 无孔区域位移函数

对于无孔单元(Ⅲ), 为确保与其它单元类型界面上协调, 对圆  $A$  及圆  $B$  以外区域, 用函数式(1)~(6); 对圆  $B$  内区域, 将其中的  $H_{n2}(r, \theta)$  即式(4)改用式(10); 对圆  $A$  内区域, 为了保证圆  $A$  周边位移连续和坐标原点非奇异, 本文构造如下函数:

$$\left. \begin{aligned} u_R &= \sum_{m=1}^P \sum_{ln=1}^Q \cos(m-1)\theta \\ &\quad \times \frac{J_n(r/R)}{J_n(1)} \cdot \sum_{k=1}^S N_k(\xi) u_{kmn}^l(t) \\ v_R &= \sum_{m=1}^P \sum_{ln=1}^Q \sin(m-1)\theta \\ &\quad \times \frac{J_n(r/R)}{J_n(1)} \cdot \sum_{k=1}^S N_k(\xi) v_{kmn}^l(t) \\ w_R &= \sum_{m=1}^P \sum_{ln=1}^Q \cos(m-1)\theta \\ &\quad \times \frac{J_n(r/R)}{J_n'(1)} \cdot \sum_{k=1}^S N_k(\xi) w_{kmn}'(t) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

其中  $J_n$  为  $n$  阶第一类贝塞尔函数。

## 3 双线隧道盾构同向推进施工过程的数值实验

本算例选取上海地铁一号线徐家汇至衡山路区间隧道两盾构前后同向推进为实际背景。隧道外径 6.2m, 内径 5.5m, 环宽 1m, 覆土厚度 7m, 其它计算参数如表 1, 单元划分情况如图 4, 计算区域为 0~100m, 两端边界位移固定, 将区域划分为 20 个空间层单元。盾构 A 在隧道 A 中推进, 盾构 B 在隧道 B 中推进, 设

两盾构前后相距为  $D_{iz}$ , 两隧道孔中心距为  $a$ 。下面分别针对  $D_{iz} = 20, 30, 50$  及 100m,  $a = 12$ m 这几种工况, 在计算机上模拟各自推进 5m 时引起的地表变形, 取盾构每推进一环为一时间步长,  $\Delta t = 6$ h。盾构 A 最终切口位置为  $x = 70$ m 处。图 5~图 8 为隧道 A 垂直上方地表纵向沉降分布及计算结果。

表 1 计算参数

Table 1 Calculation parameter

| 土体               |                   |                   |                |                    | 衬砌结构              |                |
|------------------|-------------------|-------------------|----------------|--------------------|-------------------|----------------|
| 粘聚力<br>$c$ (kPa) | 内摩擦角<br>$\varphi$ | 弹模<br>$E_R$ (MPa) | 泊松比<br>$\nu_R$ | 侧压力系数<br>$\lambda$ | 弹模<br>$E_S$ (GPa) | 泊松比<br>$\nu_S$ |
| 13.6             | 10°               | 4.2               | 0.25           | 0.75               | 35                | 0.17           |

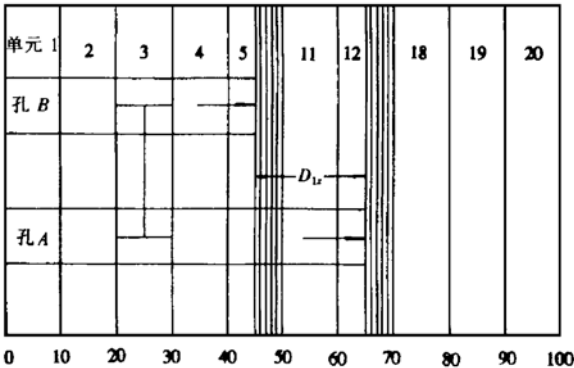


图 4 单元分布示意图

Fig. 4 Element distribution

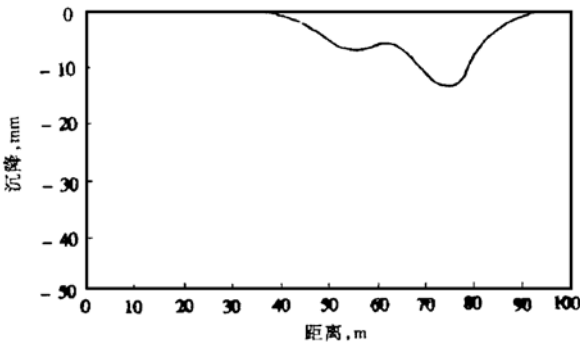


图 5  $D_{iz} = 20$ m 隧道 A 上方沉降

Fig. 5 Settlement upon the tunnel A when  $D_{iz} = 20$ m

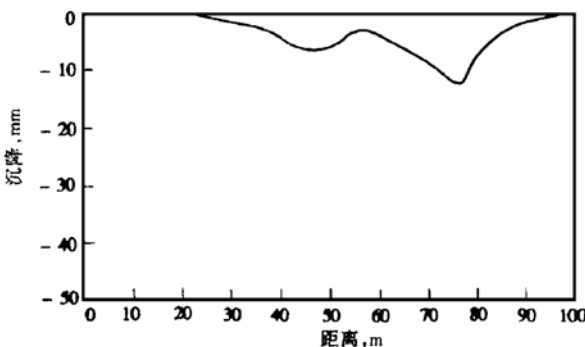
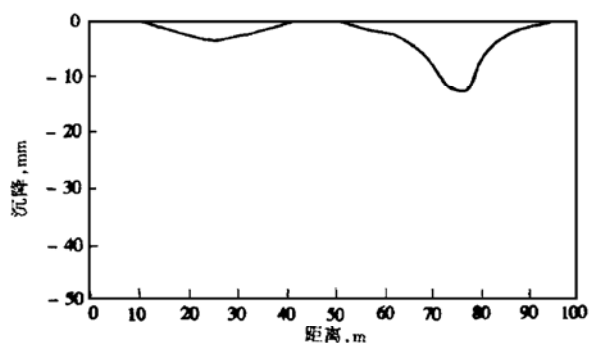
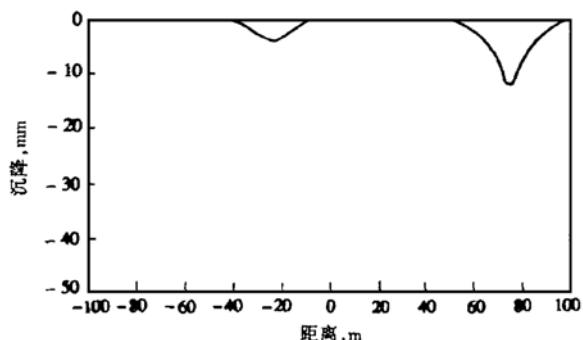


图 6  $D_{iz} = 30$ m 隧道 A 上方沉降

Fig. 6 Settlement upon the tunnel A when  $D_{iz} = 30$ m

图7  $D_{iz} = 50\text{m}$  隧道 A 上方沉降Fig. 7 Settlement upon the tunnel A when  $D_{iz} = 50\text{m}$ 图8  $D_{iz} = 100\text{m}$  隧道 A 上方沉降Fig. 8 Settlement upon the tunnel A when  $D_{iz} = 100\text{m}$ 

由以上各图以及相应的数据结果可知,两盾构平行同向施工,两个开挖面相距越近,盾构间相互影响就

越大,地面沉降也相应越大。如果二者前后距离为50m,两盾构影响较小,但如果两盾构前后相隔30m和20m,地表沉降已形成较为明显的相互影响带。在上海地区进行盾构施工,在控制好盾构施工各参数及施工正常情况下,采用两台土压平衡式盾构作同向平行推进时,建议二者的相隔距离大于50m较安全可靠。

## 4 结 语

研究结果表明,要较确切地如实反映地下隧道开挖的实际过程,应该采取按不同施工阶段、不同工况、不同长度结构、施加不同载荷的分析方法。在解决诸如双孔隧道盾构掘进的三维时空问题等复杂计算中,应用解析与数值相结合的手段,可以使问题大大简化,是一种十分有效的施工过程理论分析方法。

感谢导师孙 钧院士和曹志远教授耐心细致的指导和帮助,特此致谢。

## 参 考 文 献

- 1 曹志远,张佑启.半解析数值方法.北京:国防工业出版社,1992.168~198.
- 2 曾小清.地铁工程双线盾构隧道平行推进的相互作用及施工力学的研究[博士学位论文].上海:同济大学地下建筑与工程系,1995.

## 博士简介征稿启事

本刊每年第6期集中报导我国岩土工程领域博士学位获得者(包括在海外获得博士学位)简况。欢迎在上述领域获得博士学位者自行草拟简介文稿,寄来本部。内容包括:博士论文文题,文摘(500字以内),姓名,性别,出生年月,简历,获得学位年月,学位授予单位,现在供职单位,技术职称,及博士生导师姓名、单位等。

[注] 1. 第一、二、三批简介文稿已分别于1995,1996,1997年第6期刊出。

2. 本栏目文稿不收取费用。

本刊编辑部