

DOI: 10.11779/CJGE20231125

# 非饱和土边坡三维地震稳定性分析

姬羽菲<sup>1</sup>, 邵帅<sup>\*1</sup>, 邵生俊<sup>1,2,3</sup>, 朱学亮<sup>1</sup>, 严广艺<sup>4</sup>

(1. 西安理工大学土木建筑工程学院, 陕西 西安 710048; 2. 西安理工大学西北旱区生态水利国家重点实验室, 陕西 西安 710048;  
3. 西安理工大学陕西省黄土力学与工程重点实验室, 陕西 西安 710048; 4. 中铁第一勘察设计院集团有限公司, 陕西 西安 710043)

**摘要:** 边坡在地震作用下极易发生失稳, 并常常伴随着明显的三维特征。基于极限分析上限原理和一维稳定入渗模型, 对非饱和土边坡三维稳定性进行了研究。提出一种新的三维水平切片法, 有效考虑了非饱和土重度、地震加速度和表观黏聚力的非线性分布特征。地震惯性力采用考虑土体阻尼和共振的修正拟动力法(MPDM)表示。通过重度加大法推导出边坡安全系数的显式表达式。与已有研究成果进行对比验证, 并进行了一系列参数研究。结果表明: 当边坡受到与土体固有频率接近的地震波作用时, 会发生共振现象, 边坡安全系数迅速降低; 在同一地震频率作用下, 安全系数随地震加速度系数的增大而减小; 当  $B/H < 3$  时, 三维效应明显, 在边坡设计时应考虑三维效应; 吸力的存在有助于提高边坡的稳定性。

**关键词:** 非饱和土; 极限分析; 地震; 修正拟动力法; 三维稳定性

中图分类号: TU411 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2025)03-0627-09

作者简介: 姬羽菲(1997—), 男, 硕士, 主要从事极限分析方面的研究工作。E-mail: 985251289@qq.com。

## Three-dimensional seismic stability analysis of unsaturated soil slopes

JI Yufei<sup>1</sup>, SHAO Shuai<sup>1</sup>, SHAO Shengjun<sup>1, 2, 3</sup>, ZHU Xueliang<sup>1</sup>, YAN Guangyi<sup>4</sup>

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 2. State Key Laboratory Base of Eco-Hydraulic Engineering in Arid Area, Xi'an University, Xi'an 710048, China; 3. Shaanxi Key Laboratory of Loess Mechanics and Engineering, Xi'an University, Xi'an 710048, China; 4. China Railway First Survey and Design Institute Group Co., Ltd., Xi'an 710043, China)

**Abstract:** Slopes are highly susceptible to collapse under seismic action and are often accompanied by distinct three-dimensional (3D) features. The 3D stability of unsaturated soil slopes is investigated based on the principle of limit analysis upper bound and the one-dimensional stable infiltration model. A new 3D horizontal slicing method is proposed, which effectively considers the nonlinear distribution characteristics of unsaturated soil gravity, seismic acceleration and apparent cohesion. The seismic inertia force is expressed by a modified pseudo-dynamics method (MPDM) considering soil damping and resonance. The explicit expression for the slope safety factor is derived by gravity increase method (GIM). Comparison and validation with the existing research results and a series of parameter studies were carried out. The results show that when the slope is subjected to seismic wave action close to the intrinsic frequency of the soil body, resonance phenomenon occurs and the slope safety coefficient decreases rapidly; under the action of the same seismic frequency, the safety coefficient decreases with the increase of seismic acceleration coefficient. When  $B/H < 3$ , the 3D effect is obvious, and the 3D effect should be taken into account in the design of the slope; the existence of suction contributes to maintaining slope stability.

**Key words:** unsaturated soil; limit analysis; earthquake; modified pseudo-dynamic method; 3D stability

## 0 引言

边坡抗震问题是岩土工程界的经典问题。地震频发引起的边坡失稳通常伴随明显的三维特征<sup>[1]</sup>。目前, 关于边坡稳定性的研究方法主要有极限平衡法、数值分析法、极限分析法。极限平衡法简单易懂, 可以扩展二维方法分析三维边坡。然而, 在这些方法中大都包含与二维方法相同的应力和破坏面的分布假设, 不

满足实际的三维问题, 而且忽略了本构关系, 得到的结果不是严格的上限解和下限解。数值模拟法不需要

基金项目: 国家自然科学基金项目(52108342); 陕西省自然科学基础研究计划-引汉济渭联合基金项目(2019JLP-21, 2021JLM-50); 西安理工大学博士启动金项目(107-451122001)

收稿日期: 2023-11-21

\*通信作者(E-mail: shaoshuai@xaut.edu.cn)

假设坍塌机制，通过地震加速度时程研究地震效应，但该方法十分复杂，并且受所用数值方法中规定的人工边界条件和网格尺寸影响<sup>[2]</sup>。极限分析采用流动法则考虑了岩土材料的本构关系，与极限平衡法相比，理论更严谨，分析过程更简单，已成为解决边坡稳定性问题的一种有效途径<sup>[3]</sup>。

边坡稳定性分析通常假设土完全干燥或饱和，而实际上边坡处于非饱和状态。饱和土与非饱和土的物理和力学性质存在显著差异，导致边坡稳定性条件不同。因此，需要建立一个更通用的非饱和土屈服准则，以便在非饱和土边坡稳定性分析中使用。Lu 等<sup>[4]</sup>在估算稳定非饱和流条件下土的吸应力方面取得了成功。在该框架下，许多学者对稳定非饱和渗水作用下边坡稳定性进行了研究<sup>[5-7]</sup>。

此外，表征地震加速度的方法也至关重要。工程常用的方法是拟静力法<sup>[7-8]</sup>，拟静力法（PSM）将地震加速度视为稳定均匀分布的惯性力。然而这种方法没有考虑地震加速度的时空效应，将边坡中任何位置的地震加速度视为常数，这与真实的地震波不符。为了克服以上缺点，Steedman 等<sup>[9]</sup>提出了一种传统的拟动力法（CPDM），该方法用正弦函数研究土中地震加速度的时空变化，可以较好反映地震波的动力特性。虽然传统拟动力法在边坡稳定性分析中得到了一定的应用，但仍存在局限性，如：(a) 不满足零应力边界条件；(b) 没有考虑土体的阻尼特性。Bellezzal 等<sup>[10]</sup>提出了一种考虑土体阻尼特性的修正拟动力法（MPDM），该方法克服了传统拟动力法的局限性。

综上所述，目前已有的非饱和土边坡抗震稳定性分析中，并未全面分析土的阻尼特性和共振现象。为此，将吸应力方程纳入极限分析运动学中。采用 Michalowski 等<sup>[1]</sup>提出的三维旋转破坏模型，提出一种新的三维水平切片法，用于计算非饱和土重度、地震加速度外部功率和内能耗散。通过优化程序得到边坡安全系数的最小上限解，验证了该方法的有效性。最后，通过参数研究，详细讨论了归一化频率、地震系数、三维效应和吸力对边坡三维稳定性的影响。

## 1 理论模型

### 1.1 非饱和土吸应力与有效重度分布

在一维稳定入渗条件下，结合达西定律和 Gardner 渗透率模型，以及地下水位处零吸力的边界条件，可以得到吸力的解析解<sup>[5]</sup>：

$$(u_a - u_w) = -\frac{1}{\alpha} \ln \left[ (1 + q/k_s) e^{-\alpha \gamma_w z} - q/k_s \right] \quad (1)$$

式中： $u_a$  为孔隙气压力； $u_w$  为孔隙水压力； $\alpha$  为进

气值的倒数； $q/k_s$  为垂直比流量； $\gamma_w$  为水的重度； $z$  为边坡点到地下水位的距离。

Lu 等<sup>[11]</sup>建立了基质吸力表示的吸应力的闭合形式方程，表示为

$$\sigma_s = -\frac{(u_a - u_w)}{\left\{ 1 + [\alpha(u_a - u_w)]^n \right\}^{(1-1/n)}} \quad (u_a - u_w) > 0 \quad (2)$$

式中： $n$  为描述土壤孔径分布的参数，对于大多数土壤， $n$  的取值范围为 1.1~8.5<sup>[5]</sup>。将式 (1) 代入式 (2) 中，可得到在稳定非饱和渗流条件下，吸应力的闭合形式函数<sup>[12]</sup>：

$$\sigma_s = \frac{1}{\alpha} \frac{\ln \left[ (1 + q/k_s) e^{-\alpha \gamma_w z} - q/k_s \right]}{\left\{ 1 + \left\{ -\ln \left[ (1 + q/k_s) e^{-\alpha \gamma_w z} - q/k_s \right] \right\}^n \right\}^{(1-1/n)}} \quad (3)$$

非饱和土边坡中的含水率随深度变化，不仅影响着吸力的大小，还会改变土的有效重度，从而影响边坡的稳定性<sup>[13]</sup>。根据非饱和土的三相比例关系，非饱和土的有效重度可表示为<sup>[12]</sup>

$$\gamma' = \frac{(\gamma_{sat} - \gamma_w) G_s + [S_e - (1 - S_e) S_r] (G_s \gamma_w - \gamma_{sat})}{G_s - 1} \quad (4)$$

式中： $\gamma_{sat}$  为土的饱和重度； $G_s$  为土的相对质量密度； $S_e$  为有效饱和度； $S_r$  为残余饱和度。 $G_s$  的取值范围<sup>[7]</sup>为 2.60~2.80。由于缺乏现场数据，本研究中假设  $\gamma_{sat}$  和  $G_s$  的值分别为 20 kN/m<sup>3</sup> 和 2.70。

利用 Van-Genuchten 的土水特征曲线，有效饱和度与基质吸力之间的关系可以写成<sup>[12]</sup>

$$S_e = \left\{ \frac{1}{1 + [\alpha(u_a - u_w)]^n} \right\}^{1-1/n} \quad (5)$$

### 1.2 修正拟动力法

Bellezzal 等<sup>[10]</sup>提出了修正的拟动力法。将土体视为 Kelvin-Voigt 黏弹性介质，根据 Kramer 模型，运动方程可表示为

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + 2\eta \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} \quad (6)$$

式中： $G$  为土的剪切模量； $t$  为时间； $\sigma_{ij}$  和  $\varepsilon_{ij}$  分别为应力和应变； $\eta$  为黏度， $\eta = 2G\xi/\omega_s$ ， $\xi$  为土壤阻尼比， $\omega_s$  为地震角速度。研究表明：当  $k_v \leq 0.5k_h$  时，可忽略竖向地震力的影响<sup>[14]</sup>。因此，本文仅考虑水平地震波，则剪切波的一维运动方程表示为

$$\rho_s \frac{\partial^2 u_h}{\partial t^2} = G \frac{\partial^2 u_h}{\partial z'^2} + \eta \frac{\partial^3 u_h}{\partial z'^2 \partial t} \quad (7)$$

式中： $\rho_s$  为土体密度； $u_h$  为水平位移。将边界条件：(a) 边坡坡顶处剪应力为零；(b) 边坡坡脚处位移  $u_{hoe} = u_{h0} \cos(\omega_s t)$  代入方程 (7)，可得到任意时刻  $t$  距离坡脚  $z'$  处的水平位移：

$$u_h(z', t) = \frac{u_{h0}}{C_s^2 + S_s^2} [(C_s C_{sz} + S_s S_{sz}) \cos(2\pi t/T) + (S_s C_{sz} - C_s S_{sz}) \sin(2\pi t/T)] \quad (8)$$

式中:  $T$  为水平地震周期;  $u_{h0}$  为初始水平位移;  $C_s$ ,  $S_s$ ,  $C_{sz}$ ,  $S_{sz}$  的表达式如下:

$$C_s = \cos(y_{s1}) \cosh(y_{s2}) \quad (9)$$

$$S_s = -\sin(y_{s1}) \sinh(y_{s2}) \quad (10)$$

$$C_{sz} = \cos\left[\frac{y_{s1}(H-z')}{H}\right] \cosh\left[\frac{y_{s2}(H-z')}{H}\right] \quad (11)$$

$$S_{sz} = -\sin\left[\frac{y_{s1}(H-z')}{H}\right] \sinh\left[\frac{y_{s2}(H-z')}{H}\right] \quad (12)$$

$$y_{s1} = \frac{2\pi H}{Tv_s} \left[ \frac{\sqrt{1+4\xi^2} + 1}{2(1+4\xi^2)} \right]^{0.5} \quad (13)$$

$$y_{s2} = -\frac{2\pi H}{Tv_s} \left[ \frac{\sqrt{1+4\xi^2} - 1}{2(1+4\xi^2)} \right]^{0.5} \quad (14)$$

式中:  $y_{s1}$ ,  $y_{s2}$  为归一化频率  $H/(T \cdot v_s)$  与阻尼比  $\xi$  的函数;  $v_s$  为水平地震波波速。

通过对时间  $t$  进行两次微分, 可得到滑动面上任一点距离边坡坡脚垂直距离  $z'$  处随时间变化的地震加速度表达式:

$$a_h(z', t) = \frac{k_h g}{C_s^2 + S_s^2} [(C_s C_{sz} + S_s S_{sz}) \cos(2\pi t/T) + (S_s C_{sz} - C_s S_{sz}) \sin(2\pi t/T)] \quad (15)$$

式中:  $k_h$  为水平地震系数;  $g$  为重力加速度。

## 2 三维非饱和边坡地震分析

### 2.1 三维失效机制

对于摩擦性土, 塑性屈服必然伴随着膨胀, 这为构造运动许可速度场带来了困难。对于刚性体, 构建运动许可的三维机构相对简单, 满足相关联流动法则的局部表面必须与顶点为  $2\varphi'$  的角相切。Michałowski 等<sup>[1]</sup>构建了一种牛角状模型, 如图 1 所示, 该机构有一个对称面, 上、下轮廓由对数螺旋线  $A'C'$  和  $AC$  定义:

$$\rho' = \rho'_0 e^{-(\theta-\theta_0)\tan\varphi'} \quad (16)$$

$$\rho = \rho_0 e^{(\theta-\theta_0)\tan\varphi'} \quad (17)$$

式中:  $\rho'_0$  和  $\rho_0$  分别表示极径  $OA'$ ,  $OA$ ;  $\theta_0$  为对数螺旋线的初始夹角;  $\rho'$  和  $\rho$  分别表示为旋转中心  $O$  到曲线  $A'C'$  和  $AC$  上一般点的距离。

如图 1 所示, 破坏机制的截面由不断扩大的圆旋转而成, 图中  $r_c$  为点  $O$  到圆截面圆心的距离,  $R$  为圆的半径, 由以下方程定义:

$$r_c = (\rho + \rho')/2 \quad (18)$$

$$R = (\rho + \rho')/2 \quad (19)$$

当边坡的宽高比较小时, 土坡会呈现明显的三维特征, 如图 2 所示。为了允许向平面应变机制过渡, 加入了“平面插入块”  $b$ , 当  $B \rightarrow \infty$  时, 该破坏机构可近似看作二维破坏。设无插入块时的边坡宽度为  $B'$ , 则平面插入块宽度  $b$  可表示为

$$b = B - B' \quad (20)$$

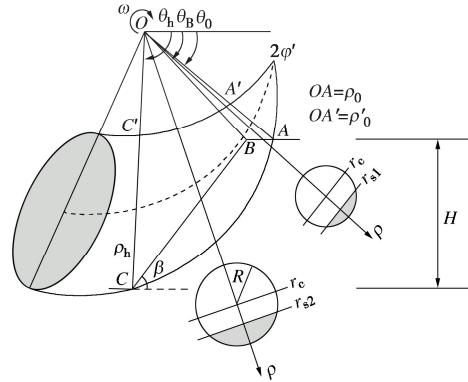


图 1 三维旋转失效机制

Fig. 1 Three-dimensional rotational failure mechanism

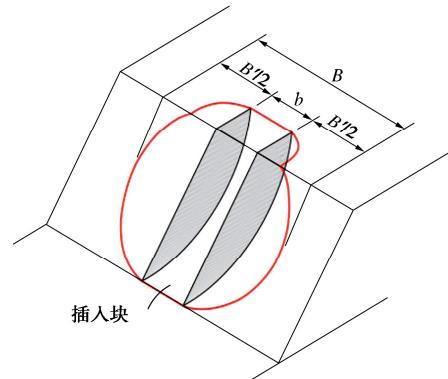


图 2 含平面插入块的三维破坏模型

Fig. 2 3D damage model with planar inserts

### 2.2 上限定理

由虚功原理可知, 假想破坏机构的外力做功不会超过内能耗散功率, 即

$$\int_V \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} dV = \int_A T_i \dot{u}_i dA + \int_V F_i \dot{u}_i dV \quad (21)$$

式中:  $\dot{\epsilon}_{ij}$  为运动许可速度场的应变率张量;  $\sigma_{ij}$  为应变率张量对应的应力张量;  $T_i$  和  $F_i$  分别为面力和体力;  $\dot{u}_i$  为运动许可速度场;  $A$  和  $V$  分别为积分对象的面积和体积。

### 2.3 能量平衡方程

外部功率  $W$  包括土重做功  $W_g$  和地震功  $W_e$ , 内能耗散包括土的有效黏聚力内能耗散  $D_c$  和毛细黏聚力引起的内能耗散  $D_{c''}$ 。能量平衡方程表示为

$$W_g + W_e = D_c + D_{c''} \quad (22)$$

本文提出新的三维水平切片积分法计算非饱和土

的外部功率。如图 3 (a) 所示, 将非饱和土体划分为  $m$  个离散层, 这些层的厚度足够薄, 以确保有效重度和地震加速度可以作为每一层内的常数。

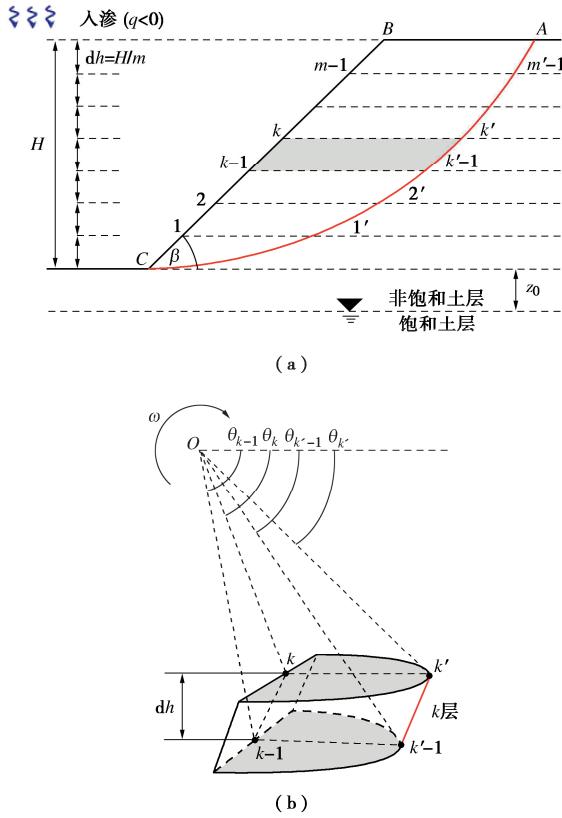


图 3 水平切片法示意图

Fig. 3 Schematic diagram of horizontal slicing method

简化假设有效考虑了土的有效重度和地震加速度的时空变化特性。通过累加所有土层单元土体重力做功率, 可得到非饱和土块自重总功率:

$$W_{\gamma'} = \int_V \gamma' v \cos \theta dV = \sum_{k=1}^m \omega \int_{\theta_k}^{\theta_k} \gamma'(z_1) \cdot \rho_{k'}^2 \cdot \sin^2 \theta_{k'} \cdot \frac{\cos \theta}{\sin^3 \theta} \cdot (2\sqrt{R^2 - (r_{s_k} - r_c)^2} + b) \cdot dh d\theta . \quad (23)$$

式中:  $\omega$  为角速度;  $dh$  为无穷小体积元素的高度;  $\gamma'$  为某一离散土层的有效重度, 通过将  $z_1$  代入式 (4) 可以很容易得到;  $\rho_{k'}$ ,  $\theta_{k'}$  分别为微元体 (图 3 阴影部分) 至旋转轴的极径和极角;  $z_0$  为边坡坡脚至地下水位地垂直距离; 变量  $r_{s_k}$ ,  $\theta_k$ ,  $\theta_{k'}$ ,  $z_1$  都可以很容易地从图 3 (b) 中的几何关系得到, 表达式如下:

$$z_1 = z_0 + \frac{k}{m} [\rho_h \cdot \sin \theta_h - \rho_0 \cdot \sin \theta_0] , \quad (24)$$

$$\rho_0 e^{(\theta_{k'} - \theta_0) \tan \varphi'} \cdot \sin \theta_{k'} - (1 - k/m) \cdot H = \rho_0 \sin \theta_0 , \quad (25)$$

$$z_{k'} = \rho_h \sin \theta_h - \rho_{k'} \sin \theta_{k'} , \quad (26)$$

$$\theta_k = \arctan \frac{\rho_{k'} \cdot \sin \theta_{k'} \cdot \sin \beta}{z_{k'} \cos \beta + \rho_h \cos \theta_h \sin \beta} , \quad (27)$$

$$r_{s_k} = \frac{\rho_0 \sin \theta_0 + (1 - k/m) \cdot H}{\sin \theta} , \theta \in [\theta_{k'}, \theta_k] . \quad (28)$$

同样地, 地震功率表示为

$$W_e = \int_V \frac{\gamma'}{g} \cdot a_h \cdot v \sin \theta dV = \sum_{k=1}^m \frac{\omega}{g} \int_{\theta_k}^{\theta_k} \gamma'(z_1) \cdot a_h(z_2) \cdot \rho_{k'}^2 \cdot \sin^2 \theta_{k'} \cdot \frac{1}{\sin^2 \theta} \cdot (2\sqrt{R^2 - (r_{s_k} - r_c)^2} + b) \cdot dh d\theta . \quad (29)$$

式中:  $a_h$  为无穷小体积元素的地震加速度, 将  $z_2$  代入方程 (15) 可得到,  $z_2$  表达式如下:

$$z_2 = \frac{k}{m} [\rho_h \cdot \sin \theta_h - \rho_0 \cdot \sin \theta_0] . \quad (30)$$

总内能耗散包括有效黏聚力和毛细黏聚力部分:

$$D = D_{c''}^{3D} + D_{c''}^{3D} + D_{c'}^{2D} + D_{c''}^{2D} . \quad (31)$$

式中: 有效黏聚力耗散部分的表达式可以在文献[1]中找到, 对于非饱和土块, 每一层的毛细管内黏聚力可以写成

$$c_k'' = -\sigma_s(z)|_{z=z_1} \cdot \tan \varphi' . \quad (32)$$

式中:  $\sigma_s(z)|_{z=z_1}$  表示第  $k$  层土的吸应力, 通过将  $z=z_1$  带入方程 (3) 得到。

对于黏性摩擦土边坡 ( $c'>0$ ,  $\varphi'>0$ ), 每层土的毛细黏聚力产生的总耗散功率 (体积内耗散  $D_V$  和速度不连续面上耗散  $D_t$ ) 基于高斯散度定理可以推导为  $D_{c''}^{3D} = \sum_{k=1}^m c_k'' \cot \varphi' \cdot$

$$\left\{ \int_{S_{kk}} v_i n_i dS + \int_{S_{k-1}} v_i n_i dS + \int_{S_{k-1k'-1}} v_i n_i dS \right\} . \quad (33)$$

式中:  $S_{kk}$  为土层  $k$  的上表面;  $S_{k-1k'-1}$  为土层  $k$  的下表面;  $S_{k-1}$  为土层  $k$  的坡面; 非饱和土块  $ABC$  的毛细黏聚力引起的内能耗散可以分别写成

$$D_{c''}^{2D} = -b \omega \rho_0^2 \tan \varphi' \int_{\theta_0}^{\theta_h} \sigma_s(z)|_{z=z_3} e^{2(\theta-\theta_0)\tan \varphi'} d\theta , \quad (34)$$

$$D_{c''}^{3D} = 2 \omega \rho_0^2 \left\{ \sin^2 \theta_0 \int_{\theta_0}^{\theta_B} \sigma_s(z)|_{z=z_4} \frac{\cos \theta}{\sin^3 \theta} \cdot \sqrt{R^2 - (r_{s_1} - r_c)^2} d\theta + e^{2(\theta_h-\theta_0)\tan \varphi'} \cdot \sin^2(\theta_h + \beta) \int_{\theta_B}^{\theta_h} \sigma_s(z)|_{z=z_5} \frac{\cos(\theta + \beta)}{\sin^3(\theta + \beta)} \cdot \sqrt{R^2 - (r_{s_2} - r_c)^2} d\theta \right\} - 2 \omega \cot \varphi' \cdot$$

$$\sum_{k=1}^{m-1} \rho_{k'}^2 \sin^2 \theta_{k'} (c_k'' - c_{k+1}'') \cdot \int_{\theta_{k'}}^{\theta_k} \frac{\cos \theta}{\sin^3 \theta} \sqrt{R^2 - (r_{s_k} - r_c)^2} d\theta . \quad (35)$$

式中:  $\sigma_s(z)|_{z=z_3}$ ,  $\sigma_s(z)|_{z=z_4}$ ,  $\sigma_s(z)|_{z=z_5}$  分别描述了插入件、坡顶、坡面特定点处的吸应力, 通过将变量  $z_3$ ,  $z_4$ ,  $z_5$  分别代入方程 (3) 中得到。变量  $r_{s1}$ ,  $r_{s2}$ ,  $\theta_B$ ,

$z_3$ ,  $z_4$ ,  $z_5$ 的具体表达式可表示为

$$r_{s1} = \rho_0 \frac{\sin \theta_0}{\sin \theta}, \quad (36)$$

$$r_{s2} = \rho_0 e^{(\theta_h - \theta_0) \tan \varphi'} \frac{\sin(\theta_h + \beta)}{\sin(\theta + \beta)}, \quad (37)$$

$$\theta_B = \arctan \frac{\sin \theta_0}{\cos \theta_0 - A}, \quad (38)$$

$$A = \frac{\sin(\theta_h - \theta_0)}{\sin \theta_h} - \frac{e^{(\theta_h - \theta_0) \tan \varphi'} \sin \theta_h - \sin \theta_0}{\sin \theta_h \sin \beta} \sin(\theta_h + \beta), \quad (39)$$

$$z_3 = z_0 + \rho_h \sin \theta_h - \rho_\theta \sin \theta, \quad (40)$$

$$z_4 = z_0 + \rho_h \sin \theta_h - \rho_\theta \sin \theta_0, \quad (41)$$

$$z_5 = z_0 + \rho_h \sin \theta_h - r_{s2} \sin \theta. \quad (42)$$

## 2.4 安全系数和优化程序

安全系数计算方法包括强度折减法(SRM)和重度增加法(GIM)。Yang等<sup>[15]</sup>讨论了这两种方法的特点,发现两种安全系数 $F_s$ 都是有效的。SRM仍是边坡安全评估中最受欢迎的方法,但它只能给出一个关于 $F_s$ 的隐式表达式,且在三维条件下求解耗时。相反,GIM可以获得 $F_s$ 的显式表达式,定义简单明确。GIM将安全系数 $F_s$ 定义为内部能量耗散功率 $D$ 与实际外部功率 $W$ 的比值,其中内能耗散功率 $D$ 包括有效黏聚力耗散 $D_c'$ 和毛细黏聚力耗散 $D_c''$ ,外力做功部分包括重力所做功率 $W_{g'}$ 和地震力功率 $W_e$ ,即

$$F_s = \frac{D_c'^{3D} + D_c''^{3D} + D_c'^{2D} + D_c''^{2D}}{W_{g'} + W_e}. \quad (43)$$

边坡安全系数 $F_s$ 是关于变量 $\theta_0$ ,  $\theta_h$ ,  $\rho'_0/\rho_0$ ,  $t/T$ ,  $b/H$ 的目标函数,利用Matlab软件编写代码进行计算。根据三维失效机制,这些变量应满足约束:

$$\left. \begin{array}{l} 0 < \theta_0 < \theta_B < \theta_h < \pi, \\ 0 < \rho'_0/\rho_0 < 1, \\ 0 < t/T \leqslant 1, \\ 0 \leqslant b/H < B/H. \end{array} \right\} \quad (44)$$

求边坡安全系数的最小上限解可以转化为非线性约束条件下的最小值优化问题。为了防止陷入局部最

优解,本文采用随机搜索法<sup>[16]</sup>。同时为了考虑地震波的时空变化特性,将地震时间 $t$ 纳入到优化算法中,以寻找边坡安全系数的最小上限解。

## 2.5 对比与分析

为了验证本文开发的优化程序的有效性,将本章计算结果与已出版文献进行对比,比较中采用 $c' = 20 \text{ kPa}$ ,  $\gamma_{\text{sat}} = 20 \text{ kN/m}^3$ 的典型值。边坡高度可以很容易地从Gao等<sup>[17]</sup>提供的临界高度( $\gamma H/c$ )中得到。边坡几何参数对本文提出的水平切片法的精度有一定影响,表1出了无吸力( $q/k_s = -1$ )情况下在选定参数 $\beta$ ,  $\varphi$ ,  $B/H$ 不同层数得到的安全系数。可以发现,安全系数非常接近理论值( $F_s = 1.0$ ),说明本文提出的优化程序是合理有效的。并且当层数达到200时,分层数的增加对水平切片法误差的影响几乎可以忽略不计。因此,本文综合考虑了误差影响及搜索效率的影响,将层数 $m$ 设置为200。

## 3 参数研究

本节对非饱和土边坡稳定性进行了一系列参数研究。详细讨论了地震波频率、地震系数、三维效应以及吸力对边坡稳定性的影响。由于缺乏相关模型,渗透和地震力对边坡的影响是不耦合的。基本参数设置为:  $H = 5 \text{ m}$ ,  $z_0 = 0$ ,  $\beta = 60^\circ$ 。

### 3.1 地震波动力参数研究

本节详细讨论了修正拟动力法(MPDM)使用参数(剪切波振动周期 $T$ 和剪切波速 $v_s$ 以及阻尼比 $\xi$ )对边坡稳定性的影响。基本参数设置为:  $T = 0.2 \text{ s}$ ,  $k_h = 0.2$ ,  $B/H = 2.0$ ,  $q/k_s = 0$ 。选择表2中列出的两种沿湿润路径的真实土参数进行分析。

已有研究表明:地震加速度的大小受地震波长影响(即波速 $v_s$ 和周期 $T$ 的乘积),边坡的高度与波长之间的关系就直接决定了加速度的大小<sup>[19]</sup>。因此,在本节中将对归一化频率 $H/\lambda_s$ ( $\lambda_s = T \cdot v_s$ )作为参数研究,并提供了不同放大系数 $f_a$ 下传统拟动力法(CPDM)求得的安全系数的比较。

表1 本方法与文献[17]的对比结果

Table 1 Comparison results of the present method with literature [17]

案例	$\beta/(^\circ)$	$\varphi/(^\circ)$	$B/H$	$\gamma H/c^{(a)}$	$F_s^{(b)}$	分层数 $m^{(c)}$			
						200	300	400	500
1	60	15	1.0	12.831	1.000	1.006	1.006	1.005	1.004
2	75	15	0.8	11.074	1.000	1.003	1.003	1.003	1.002
3	75	30	3.0	11.120	1.000	1.004	1.002	1.001	1.001
4	90	30	1.0	10.503	1.000	0.998	0.998	0.998	0.997
5	90	30	1.5	8.704	1.000	1.005	1.004	1.003	1.003

注: (a): 文献[17]中提供的临界高度; (b): 与临界高度值相对应的理论安全系数; (c): 本文计算的不同层数下无吸力的安全系数。

表 2 湿润条件下不同土壤参数

土壤类型	$c'/\text{kPa}$	$\phi'/^\circ$	$Sr^w$	$\alpha^w/\text{kPa}^{-1}$	$n^w$	$k_{\text{sat}}^w/(10^7 \text{m}\cdot\text{s}^{-1})$
A	8.8	24	0.303	0.13	1.52	0.039
B	6.6	37	0.413	0.17	2.20	0.146

注：数据来自于文献[18]。

图 4 给出了修正拟动力法和传统拟动力法两种方法的比较。可以看出，传统拟动力法计算得到的安全系数曲线是一条随归一化频率增大而呈非线性增大的曲线，这是因为该方法没有考虑场地效应和阻尼，而是依赖于单一因素  $f_a$  来考虑土壤放大系数。而对于修正拟动力法，安全系数曲线的变化是非单调的，这是因为当地震波频率接近土体的固有频率时（式（45））就会发生共振现象<sup>[19]</sup>。

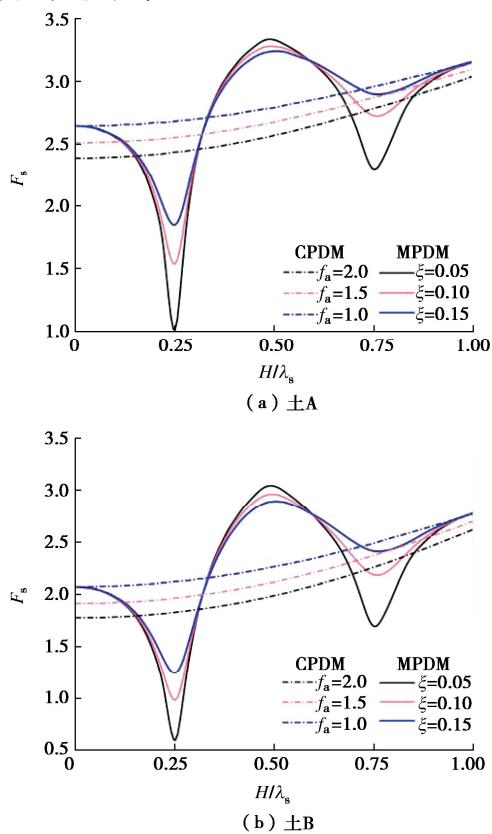


图 4 不同归一化频率安全系数的变化趋势

Fig. 4 Trend of safety coefficients for different normalized frequencies

$$H/(T \cdot v_s) = \frac{n}{2} - \frac{1}{4} \quad (45)$$

式中： $n = 1, 2, 3, \dots$ ，用于计算边坡共振时土的固有频率。

当发生共振时，土壤中的地震驱动力与边坡滑移方向一致，地震功率全为正功。并且地震力施加在边坡中的能量也会累积，由于土壤的放大效应，振动沿着边坡高度不断加强，地震加速度不断升高，使得地震力功率增大，边坡安全系数迅速降低。同时，安全

系数曲线的振幅会随着阻尼比  $\xi$  的减小而迅速增大。这是因为土体阻尼比越小，地震波克服阻尼损失的能量越小，地震引起的外功越大，最终  $F_s$  减小。对于与土体固有频率相差较大的  $H/\lambda_s$ ，阻尼比  $\xi$  对  $F_s$  的影响很小，为了更好地说明这种现象。图 5 中绘出了不同阻尼比下边坡坡顶处归一化加速度振幅与归一化频率  $H/\lambda_s$  的关系图，可以观察到，当振动频率接近共振频率时，加速度振幅会显著快速增加，最大振幅出现在  $H/\lambda_s = 1/4$  处，并且随着阻尼比的减小而显著增大。

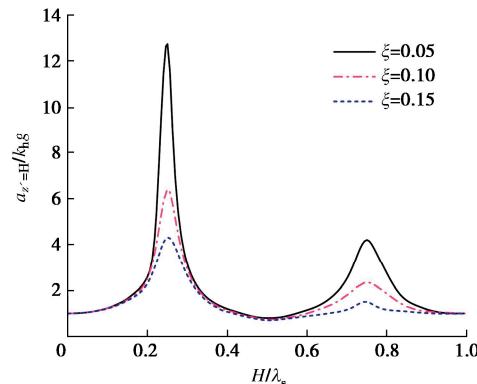


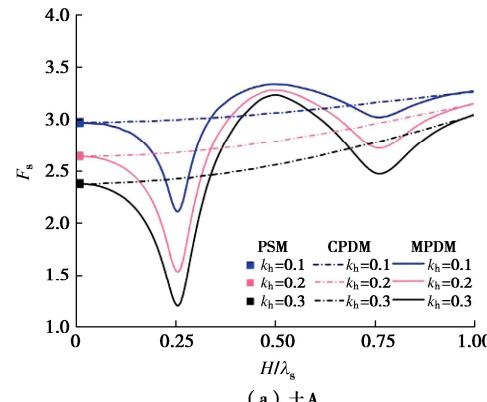
图 5 坡顶加速度振幅与坡底加速度振幅之比

Fig. 5 Ratio of acceleration amplitude at the top of the slope to acceleration amplitude at the bottom of the slope

### 3.2 地震系数研究

为了体现修正拟动力法与传统拟动力法和拟静力法的差异性，图 6 给出了 3 种方法的安全系数随地震系数和归一化频率变化趋势图。基本参数设置为：  
 $B/H = 2.0$ ， $q/k_s = 0$ ， $\xi = 0.1$ ， $T = 0.2 \text{ s}$ 。

当  $H/\lambda_s \rightarrow 0$  时，修正拟动力法可以退化为拟静力法。拟静力法无法体现运动频率、坡顶与坡脚之间波形的相位差以及土的放大效应，因此，在图 6 中该方法仅为一点。而对于传统拟动力法，放大因子  $f_a = 1$ ，这里没有考虑土体放大效应。传统拟动力法无法预测边坡安全系数的局部最小值，当地震波频率接近土体固有频率时会明显高估边坡的稳定性<sup>[20-21]</sup>。当归一化频率较小时，3 种方法得到的安全系数几乎相同，且均随着水平地震系数的增加而显著降低。说明水平地震加速度系数对边坡地震稳定性影响较大。



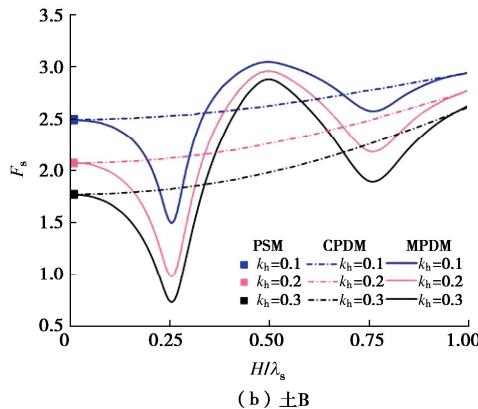


图 6 不同地震加速度系数下安全系数的变化趋势

Fig. 6 Trend of safety factor for different seismic acceleration coefficients

### 3.3 三维效应的影响

在本节中, 基于修正拟动力法研究了不同  $k_h$  下边坡三维效应的影响。基本参数设置为:  $\xi = 0.1$ ,  $q/k_s = 0$ ,  $T = 0.2$  s,  $H/\lambda_s = 1/4$ 。

从图 7 中可以看出, 在同一  $B/H$  下, 边坡安全系数随  $k_h$  的增大呈先快后慢的下降趋势。边坡安全系数随宽高比的增加而逐渐减小, 并最终趋近于二维效果。当  $B/H < 3.0$  时, 边坡三维效应明显, 安全系数随  $k_h$  的增大下降较快。当  $B/H > 3.0$  时, 边坡三维效应减弱,  $F_s$  的下降趋势逐渐变缓。这说明边坡的三维效应与地震波的动力特性密切相关。在实际工程中, 对于宽高比较小的边坡, 应根据实际情况考虑其三维效应。

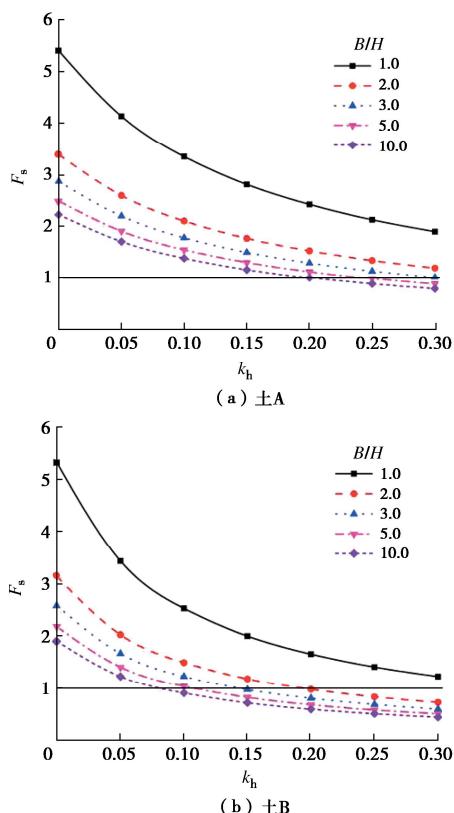


图 7 不同宽高比下安全系数的变化趋势

Fig. 7 Trend of safety coefficients with different aspect ratios

### 3.4 基质吸力的影响

非饱和土边坡中水分含量的不同, 导致了确定临界面失效的差异性。因此, 研究不同入渗条件下边坡中不同位置处土壤的非饱和特性是十分必要的。图 8 (a), (b) 分别显示了在不同归一化入渗条件下, 土壤 A 非饱和土层 (高度  $H=5$  m) 中毛细黏聚力  $c''$  和有效重度  $\gamma'$  的分布。可以看出, 毛细黏聚力和有效重度的剖面都沿深度变化呈非线性特征。从图 8 (a) 中可以看出, 土壤 A 的毛细黏聚力在远离地下水位时总是不断增加, 随着归一化入渗率 ( $-q/k_s$ ) 的增加, 毛细黏聚力不断降低, 当  $-q/k_s = 1$  时, 毛细黏聚力等于 0。土壤 A 的有效重度剖面 (图 8 (b)) 也随着渗透速率的增加, 逐渐接近饱和条件下的土壤重度。

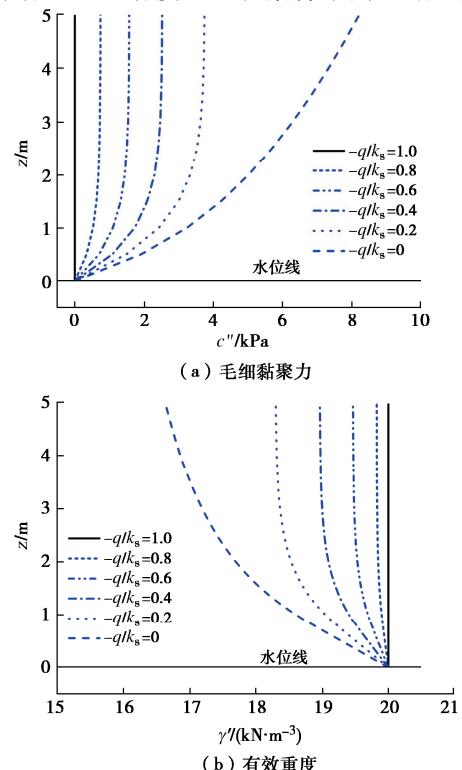


图 8 不同归一化入渗率下土 A 毛细黏聚力和有效重度变化趋势

Fig. 8 The variation trend of capillary cohesion and effective unit weight of soil A under different normalized infiltration rates

图 9 描述了土壤 A 和 B 的非饱和边坡在不同归一化入渗率下安全系数随  $k_h$  的变化。参数设置为:  $B/H = 2.0$ ,  $\xi = 0.1$ ,  $T = 0.2$  s,  $H/\lambda_s = 1/4$ 。

可以发现吸力对边坡稳定性有显著的提升作用, 对于土 A, 当  $k_h = 0.1$  时,  $-q/k_s$  从 0 增加到 0.2,  $F_s$  从 2.112 降到了 1.474, 降低了 43.3%; 当  $-q/k_s$  从 0.4 增加到 0.6 时,  $F_s$  从 1.202 减小到 0.992, 降低了 21.1%。随着  $k_h$  和  $-q/k_s$  的增大, 吸力对边坡的影响会逐渐减弱。对比两种土得到的安全系数变化趋势图, 可以发现土 A 的安全系数会显著降低, 说明对于细粒土边坡来说, 吸力诱导效应较强, 而对于粗颗粒土 ( $n > 2.0$ ) 就会相对较弱。

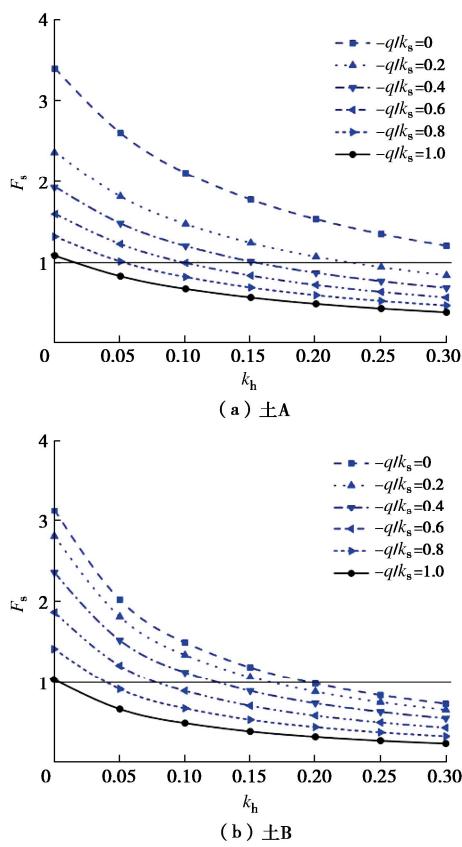


图 9 不同归一化入渗率下安全系数的变化趋势

Fig. 9 Trend of safety factor for different normalized infiltration rates

## 4 结 论

基于极限分析上限定理和一维稳定入渗模型,研究了非饱和土边坡的三维地震稳定性。提出一种改进的三维水平切片法,有效考虑了非饱和土中水分含量和地震加速度沿边坡高度变化的时空变化特性。与已出版文献进行对比,验证了该方法的有效性。采用修正拟动力法考虑了地震作用的影响,并比较了修正拟动力法、传统拟动力法、拟静力法的特性。分析了各种参数对三维边坡稳定性的影响,主要得到以下 3 点结论。

(1) 当边坡受到与土体固有频率接近的地震波作用时,会发生共振现象,这会导致边坡的稳定性迅速降低,并且随着水平地震系数  $k_h$  的增加和阻尼比  $\xi$  的降低,效果愈加明显。

(2) 忽略边坡的三维效应会低估边坡的稳定性。当  $B/H < 3$  时,边坡三维效应明显,当  $k_h$  增加时,安全系数  $F_s$  会迅速降低。随着  $B/H$  的增加,三维效应会逐渐过渡到平面应变机制,  $F_s$  的下降趋势也会变缓。这说明,对于三维效应明显的边坡,地震的影响尤为明显。

(3) 吸力会提高边坡的安全系数,并且土壤参数的选择强烈影响着吸力诱导效应。对于地震条件下的边坡,随着归一化入渗率  $-q/k_s$  的增加,边坡稳定性对地震烈度的敏感性变弱。

## 参 考 文 献:

- [1] MICHALOWSKI R L, DRESCHER A. Three-dimensional stability of slopes and excavations[J]. Géotechnique, 2009, 59(10): 839-850.
- [2] QIN C, CHIAN S C. Kinematic analysis of seismic slope stability with a discretisation technique and pseudo-dynamic approach: a new perspective[J]. Géotechnique, 2018, 68(6): 492-503.
- [3] CHEN W F. Limit Analysis and Soil Plasticity[M]. Amsterdam: Elsevier, 1975.
- [4] LU N, GODT J. Infinite slope stability under steady unsaturated seepage conditions[J]. Water Resources Research, 2008, 44(11): e2008wr006976.
- [5] LI Z W, YANG X L. Stability of 3D slope under steady unsaturated flow condition[J]. Engineering Geology, 2018, 242: 150-159.
- [6] WANG L, HU W, SUN D A, et al. 3D stability of unsaturated soil slopes with tension cracks under steady infiltrations[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2019, 43(6): 1184-1206.
- [7] WANG L, SUN D A, CHEN B, et al. Three-dimensional seismic stability of unsaturated soil slopes using a semi-analytical method[J]. Computers and Geotechnics, 2019, 110: 296-307.
- [8] GAO Y F, ZHANG F, LEI G H, et al. Stability charts for 3D failures of homogeneous slopes[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2013, 139(9): 1528-1538.
- [9] STEEDMAN R S, ZENG X. The influence of phase on the calculation of pseudo-static earth pressure on a retaining wall[J]. Géotechnique, 1990, 40(1): 103-112.
- [10] BELLEZZA I. A new pseudo-dynamic approach for seismic active soil thrust[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2014, 32(2): 561-576.
- [11] LU N, GODT J W, WU D T. A closed-form equation for effective stress in unsaturated soil[J]. Water Resources Research, 2010, 46(5): e2009wr008646.
- [12] SUN D A, WANG L, LI L. Stability of unsaturated soil slopes with cracks under steady-infiltration conditions[J].

- International Journal of Geomechanics, 2019, **19**(6): 04019044-04019044.
- [13] LU N, LIKOS W J. Unsaturated Soil Mechanics[M]. New York: John Wiley & Sons, 2004.
- [14] ZHANG F, GAO Y F, WU Y X, et al. Effects of vertical seismic acceleration on 3D slope stability[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2016, **15**(3): 487-494.
- [15] YANG X L, LI Z W. Comparison of factors of safety using a 3D failure mechanism with kinematic approach[J]. International Journal of Geomechanics, 2018, **18**(9): 04018107.
- [16] 朱学亮, 邵生俊, 沈晓钧, 等. 裂隙黄土边坡三维稳定性极限分析[J]. 岩土力学, 2022, **43**(10): 2735-2743, 2756. (ZHU Xueliang, SHAO Shengjun, SHEN Xiaojun, et al. Three-dimensional stability limit analysis of cracked loess slopes[J]. Rock and Soil Mechanics, 2022, **43**(10): 2735-2743, 2756. (in Chinese))
- [17] GAO Y F, ZHANG F, LEI G H, et al. An extended limit analysis of three-dimensional slope stability[J]. Géotechnique, 2013, **63**(6): 518-524.
- [18] LU N, KAYA M, COLLINS B D, et al. Hysteresis of unsaturated hydromechanical properties of a silty soil[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2013, **139**(3): 507-510.
- [19] ZHONG J H, YANG X L. Pseudo-dynamic stability of rock slope considering Hoek-Brown strength criterion[J]. Acta Geotechnica, 2022, **17**(6): 2481-2494.
- [20] 李雨浓, 刘畅, 王立伟. 地震效应下三维非均质土坡稳定性极限分析[J]. 岩土力学, 2022, **43**(6): 1493-1502. (LI Yunong, LIU Chang, WANG Liwei. Three-dimensional seismic stability of inhomogeneous soil slopes using limit analysis method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2022, **43**(6): 1493-1502. (in Chinese))
- [21] 王龙, 陈国兴, 胡伟, 等. 三维非饱和土边坡拟动力稳定性分析初探[J]. 岩土工程学报, 2023, **45**(9): 1859-1867. (WANG Long, CHEN Guoxing, HU Wei, et al. Three-dimensional seismic stability of unsaturated soil slopes using pseudo-dynamic approach[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2023, **45**(9): 1859-1867. (in Chinese))

## 《岩土工程学报》征订启事

《岩土工程学报》创办于1979年, 是我国水利、土木、力学、建筑、水电、振动等六个全国性学会联合主办的学术性科技期刊。由南京水利科学研究院承办, 国内外公开发行。主要刊登土力学、岩石力学领域中能代表当今先进理论和实践水平的科学的研究和工程实践成果等。报道新理论、新技术、新仪器、新材料的研究和应用。欢迎国家自然科学基金项目及其他重要项目的研究成果向本刊投稿, 倡导和鼓励有实践经验的作者撰稿, 并优先刊用这些稿件。主要栏目有黄文熙讲座、综述、论文、短文、工程实录、焦点论坛、讨论和简讯等。

本刊为全国中文核心期刊、中国科学引文数据库(CSCD)核心期刊和中国科技核心期刊。本刊被“工程索引Ei Compendex数据库”“Scopus数据库”等国际数据库收录。本刊官网([www.cgejournal.com](http://www.cgejournal.com))全文发布本刊所有刊载文章, “中

国知网”“万方网”“维普网”全文收录本刊。

本刊读者对象为土木建筑、水利电力、交通运输、矿山冶金和油气资源等行业中从事岩土力学与岩土工程专业的科研、设计、施工、监理和学习人员。

本刊为月刊, A4开本, 双栏排版, 222页, 每月中旬出版, 每期定价40元, 全年定价480元。

本刊国际标准刊号ISSN 1000-4548, 国内统一刊号CN 32-1124/TU, 国内发行代号28-62, 国外发行代号MO 0520。欢迎广大读者在全国各地邮局订购, 也可在编辑部订购(不另收邮费)。编辑部订购地址: 南京虎踞关34号《岩土工程学报》编辑部; 邮编: 210024; 联系电话: 025-85829534, 85829543, 85829553, 85829556; 传真: 025-85829555; E-mail: ge@nhri.cn。

(本刊编辑部)