

DOI: 10.11779/CJGE20230996

考慮过渡层多层空间变异性边坡降雨入渗模型及稳定性分析应用

蒋水华^{1,2}, 元志榕^{1,2}, 刘 贤^{*1}, 黄劲松¹, 周创兵^{1,2}

(1. 南昌大学工程建设学院, 江西 南昌 330031; 2. 南昌大学流域碳中和教育部工程研究中心, 江西 南昌 330031)

摘要: 建立合理的降雨入渗模型是揭示降雨诱发边坡失稳机制及灾害防控的重要前提。传统的 Green-Ampt 模型未考虑土壤分层及雨水入渗形成的过渡层分布, 导致计算的入渗率存在较大偏差, 难以适用于空间变异性边坡。提出土层入渗率的分层求解方法, 可由不同土层间入渗率大小关系确定过渡层厚度, 据此提出考虑土体饱和渗透系数空间变异性边坡降雨入渗分析的改进 Green-Ampt 模型。进而应用改进模型进行降雨入渗下均质和非均质无限长边坡渗流及稳定性分析, 并与传统 Green-Ampt 模型计算结果和 Richards 方程数值解加以对比。分析结果表明: 相比于传统的 Green-Ampt 模型, 利用改进模型计算的边坡体积含水量分布和稳定性系数与 Richards 方程数值解更为吻合, 可以更好地为非均质边坡降雨入渗分析及降雨型滑坡灾害防控提供理论依据。此外, 发现过渡层厚度与土体饱和渗透系数、过渡层顶部入渗率和体积含水量之间存在依赖关系, 而与雨水入渗的总深度无直接关系。

关键词: 边坡稳定性分析; 空间变异性; 降雨入渗; 改进 Green-Ampt 模型; 过渡层

中图分类号: TU47 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2025)02-0255-10

作者简介: 蒋水华(1987—), 男, 江西九江人, 教授, 博士生导师, 主要从事水工岩土工程可靠度和灾害风险防控方面的研究工作。E-mail: sjiangaa@ncu.edu.cn。

Rainfall infiltration model considering spatial variability of multiple layers in transition layer and its application in slope stability analysis

JIANG Shuihua^{1,2}, YUAN Zhirong^{1,2}, LIU Xian¹, HUANG Jinsong¹, ZHOU Chuangbing^{1,2}

(1. School of Infrastructure Engineering, Nanchang University, Nanchang 330031, China; 2. Engineering Research Center of Watershed

Carbon Neutralization (Ministry of Education), Nanchang University, Nanchang 330031, China)

Abstract: Establishing a reasonable rainfall infiltration model is an important prerequisite for revealing the rainfall-induced slope failure mechanism and disaster prevention and control. The traditional Green-Ampt model does not consider the distribution of soil stratification and transition layer formed by rainwater infiltration. This results in a large deviation on the calculated infiltration rate. Thus, the traditional model is difficult to apply to the spatially varying slopes. A method is proposed for calculating the infiltration rate of an arbitrary soil layer. The thickness of transition layer is estimated based on the relationship among the infiltration rates underlying different soil layers. Based on this, an improved Green-Ampt model is proposed to analyze the rainfall infiltration process in the slope considering the spatial variability of saturated hydraulic conductivity of soil. The improved Green-Ampt model is further applied to an infinite slope to analyze its seepage and stability for both homogeneous and heterogeneous soils under the rainfall infiltration. The results obtained from the improved model are systematically compared with those obtained from a traditional Green-Ampt model and the numerical solutions of Richards equation. The results indicate that the distribution of water content and factor of stability calculated from the proposed improved model are more consistent with the numerical solutions of Richards equation than those of the traditional Green-Ampt model. The proposed improved model can lay a solid theoretical foundation for analyzing the rainfall infiltration processes in the heterogeneous slopes, and formulating effective measures for the prevention and control of rainfall-induced landslide disasters. Additionally, it is found that there is a dependence between the thickness of transition layer and the saturated hydraulic conductivity as well as the infiltration rate and volumetric water content at its top, while it is not directly related to the total depth of rainwater infiltration.

基金项目: 国家自然科学基金优秀青年基金项目(52222905); 国家自然科学基金项目(52179103, 42272326); 江西省自然科学基金项目(20242BAB24001, 20232ACB204031)

收稿日期: 2023-10-11

*通信作者 (E-mail: liux597@mail2.sysu.edu.cn)

Key words: slope stability analysis; spatial variability; rainfall infiltration; improved Green-Ampt model; transition layer

0 引言

强降雨是诱发滑坡的最重要因子之一^[1]。雨水入渗一方面会增加土体体积含水量,降低土体抗剪强度,另一方面会增加土体重度,加大滑动力,导致边坡发生失稳。因此,建立一种合理的降雨入渗模型进而分析边坡土体含水率及稳定性变化,对于降雨型滑坡灾害防控具有重要意义。目前常用的降雨入渗方法包括基于Richards方程的数值方法和基于物理入渗模型的解析计算方法。虽然Richards方程数值解准确,但是存在以下不足:①Richards方程数值求解,需要进行大量的迭代计算,计算工作量大;②当基质吸力和渗透系数与体积含水量之间呈现很强的非线性函数关系时,Richards方程数值解容易出现计算不收敛;③对于非均质土体,体积含水量分布的不连续性会影响Richards方程数值解的稳定性,尽管可通过改变网格尺寸等途径加快数值解收敛,但仍会引发较大的数值误差^[2]。相较之下,Green-Ampt(GA)模型是一种解析物理入渗模型,物理含义清晰,计算过程简便,并且不存在解不收敛问题,目前在降雨入渗作用下边坡稳定性分析中得到了较广泛应用^[2-6, 8-11]。

因传统的GA模型忽略了湿润区过渡层的存在,故众多学者对GA模型开展了有价值的改进研究。如王文焰等^[3]根据黄土区积水入渗土壤水分剖面的变化特征,假定过渡层厚度近似等于实际湿润锋深度的一半。彭振阳等^[4]通过物理入渗试验拟合了过渡层厚度与湿润区深度之间的函数关系。王雪冬等^[5]通过物理模型试验发现,在入渗达到一定时间后才会出现饱和层,一开始只存在非饱和过渡层,并利用试验数据拟合累计入渗量与湿润区深度之间的函数关系。黄良誉等^[6]沿用王文焰等^[3]对过渡层厚度的假设,考虑了土质对过渡层厚度的影响,使得GA模型计算结果与实测值更为吻合。虽然上述研究在一定程度上考虑了湿润区非饱和过渡层的存在,但是将过渡层厚度视为一个定值或与入渗深度相关,并且计算入渗率时将整个湿润区视为整体,利用一个概化的基质吸力来求解入渗率,未做到入渗率分层求解。由文献[2~5]可知,对于不同土质,过渡层厚度与湿润区深度之间的关系也不相同。因此,当考虑饱和渗透系数空间变异性时,当前的GA模型是否适用还有待考证,并且所利用的概化基质吸力是否仍为一个定值也需要探讨。

虽然目前关于土体参数空间变异性模拟及其对边坡稳定性的影响研究日益完善^[7-8],但是当前的GA模型还不能较好地融合土体参数固有空间变异性的作用,

主要体现在以下两个方面:①一旦考虑饱和渗透系数空间变异性,GA模型如仍采用饱和渗透系数来判断入渗边界条件将不再可行。为此,蒋水华等^[9]构建了考虑土体多参数空间变异性的降雨入渗模型,并在马世国^[10]研究的基础上利用积水时刻来判定边坡入渗边界条件。②当前GA模型在计算土体入渗率时,将整个湿润区视为整体,并只利用湿润锋处渗透系数计算入渗率,没有考虑其上部土层渗透系数的影响,显然这与实际渗流过程不符,导致考虑土体参数空间变异性计算的入渗率存在偏差。

为此,本文考虑过渡层多层空间变异性,逐步推求每个土层入渗率,进而提出适用于空间变异性边坡降雨入渗分析的改进GA模型,可以有效确定不同降雨历时和埋深下边坡体积含水量分布。最后以无限长边坡模型为例验证改进模型的有效性,调查过渡层厚度与饱和渗透系数、过渡层顶部体积含水量和入渗率之间的关系。

1 改进 Green-Ampt 入渗模型

1.1 边坡入渗率计算

GA模型是1911年由Green等^[11]提出,最初用于解决初始干燥土体在薄层积水时的入渗问题。对于垂直土柱,湿润锋在吸力水头梯度和位置水头梯度共同作用下向下推进,基于达西定律可近似将GA模型入渗率的计算公式^[12-13]表示为

$$f(z_w) = k_s(z_w) \left[\frac{\Delta z_w + \Delta h(z_w)}{\Delta z_w} \right] = k_s(z_w) [1 + h'(z_w)] \quad (1)$$

式中: k_s 为饱和渗透系数; z_w 为湿润锋深度; Δz_w 为湿润锋推进深度; Δh 为吸力水头的变化量, $h'(z_w)$ 为埋深 z_w 处吸力水头沿埋深的变化率。

由于土体内部任意位置处入渗率都受到位置水头梯度和吸力水头梯度的作用,对于边坡而言,位置水头变化量为湿润锋推进深度在竖直方向上的分量,故对边坡而言,位置水头梯度为 $\cos \alpha$,据此可得到边坡入渗率计算公式为

$$f(z) = k_s(z) \left[\frac{\Delta z \cos \alpha + \Delta h(z)}{\Delta z} \right] = k_s(z) [\cos \alpha + h'(z)] \quad (2)$$

式中: α 为边坡倾角。

本文采用图1所示Brooks等^[14]提出的土水特征曲线模型描述降雨入渗下边坡非饱和渗流分析的土体渗透系数和基质吸力与体积含水量之间的函数关系,计算公式分别如下:

$$k(\theta) = k_s S_e^{3+2/\lambda} , \quad (3)$$

$$\psi(\theta) = \psi_b S_e^{-1/\lambda} . \quad (4)$$

式中: k_s 为土体饱和渗透系数; θ 为土体体积含水量; $S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$ 为有效饱和度, 其中 θ_s 为土体饱和体积含水量, θ_r 为土体残余体积含水量; ψ_b 为进气值; λ 为表征土体孔径分布特征的拟合系数; ψ 为基质吸力; 土体吸力水头 h 可根据转换关系 $h = \psi / \rho g$ 得到, 其中 ρ 为水的密度, g 为重力加速度。

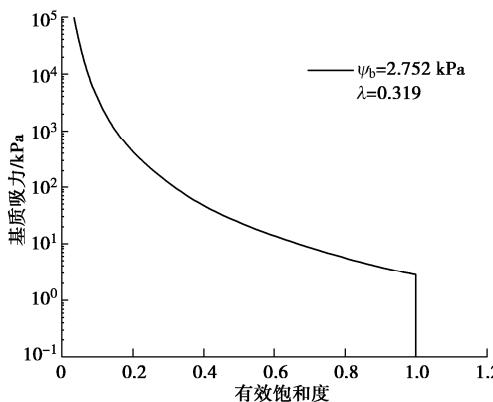


图 1 Brook-Corey 模型描述的土-水特征曲线

Fig. 1 Soil-water characteristic curve described using Brook-Corey model

据此, 可得到最终的边坡入渗率计算公式为

$$f(z) = k(\theta, z) [\cos \alpha + h'(z)] . \quad (5)$$

式中: $k(\theta, z) = k_s(z) S_e^{3+2/\lambda}$ 为埋深 z 处由饱和渗透系数求得的土体渗透系数。

1.2 过渡层厚度计算

经典的 GA 模型假设土体体积含水量呈矩形分布, 湿润锋以上为饱和体积含水量, 湿润锋以下为初始体积含水量。然而, 许多学者通过物理模型试验发现, 在饱和层与天然层之间还存在着体积含水量介于饱和体积含水量 θ_s 与初始体积含水量 θ_i 之间的过渡层^[2-6]。忽略过渡层的存在将会导致 GA 模型计算的入渗率与实际入渗率产生较大的偏差。为此, 王文焰等^[3]采用椭圆曲线拟合通过数值求解 Richards 方程得到的过渡层体积含水量分布。本文在王文焰等^[3]基础上采用椭圆曲线描述过渡层体积含水量分布, 见图 2。根据椭圆曲线公式可得, 在过渡层埋深 z 处的体积含水量 θ 与埋深 z 之间的关系式如下:

$$\frac{(\theta - \theta_i)^2}{(\theta_{\max} - \theta_i)^2} + \frac{(z - z_s)^2}{z_t^2} = 1 . \quad (6)$$

式中: θ_{\max} 为过渡层顶部体积含水量, 当其顶部出现饱和层时, $\theta_{\max} = \theta_s$ 为饱和层土体体积含水量; 否则 $\theta_{\max} < \theta_s$, 为边坡表面土体体积含水量; z_t 为过渡层厚度; z_s 为饱和层厚度; z_h 为边坡整个湿润区的厚度,

也就是雨水入渗的总深度。

根据式 (6), 可将过渡层体积含水量 θ 表示为一个与埋深 z 有关的函数如下:

$$\theta(z) = (\theta_{\max} - \theta_i) \sqrt{1 - \frac{(z - z_s)^2}{z_t^2}} + \theta_i . \quad (7)$$

将式 (7) 代入式 (4) 得到基质吸力, 再将基质吸力转化为吸力水头, 进而得到吸力水头与其所在位置处理深 z 之间的函数关系式如下:

$$h(z) = \frac{\psi_b}{\rho g} \left[\frac{\theta(z) - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right]^{-\frac{1}{\lambda}} . \quad (8)$$

接着将式 (7), (8) 分别对 z 求导, 可得到体积含水量和吸力水头的变化率与埋深 z 之间的函数关系式分别如下:

$$\theta'(z) = -\frac{(\theta_{\max} - \theta_i)(z - z_s)}{z_t \sqrt{z_t^2 - (z - z_s)^2}} , \quad (9)$$

$$h'(z) = -\frac{\psi_b \theta'(z)}{\rho g \lambda (\theta_s - \theta_r)} \left[\frac{\theta(z) - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right]^{-\frac{1}{\lambda}-1} . \quad (10)$$

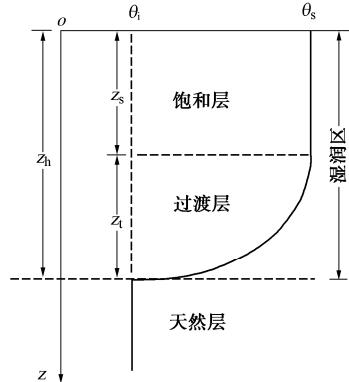


图 2 提出模型的体积含水量分布图

Fig. 2 Distribution of volumetric water content by proposed model

王雪冬等^[5]通过物理模型试验得出, 当入渗深度小于过渡层厚度时, 土体未饱和, 即雨水刚开始渗入土体时, 入渗雨水只分布在过渡层, 随着降雨持续才会出现饱和层。李强等^[15]指出过渡层中各位置处体积含水量与其对应的流量成正相关关系。过渡层顶部体积含水量为 θ_s , 对应的入渗率为 f_1 ; 天然层初始体积含水量为 θ_i , 对应的入渗率为 $f_3 = 0$ 。李强等^[15]由过渡层某位置处体积含水量与流量之间的正相关关系可推出, 过渡层平均体积含水量处的入渗率 \bar{f} 与饱和层入渗率 f_1 之间存在如下比例关系:

$$\bar{f} = \frac{\bar{\theta} - \theta_i}{\theta_s - \theta_i} (f_1 - f_3) + f_3 = \frac{\bar{\theta} - \theta_i}{\theta_s - \theta_i} f_1 . \quad (11)$$

式中: $\bar{\theta}$ 为过渡层的平均体积含水量; \bar{f} 为体积含水量等于 $\bar{\theta}$ 处的入渗率; f_1 为饱和层入渗率, 也是过渡层顶部入渗率, 是一个随时间变化的量, 坡面积水后, f_1 小于垂直于边坡表面方向降雨强度。

基于天然层体积含水量等于初始体积含水量 θ_i 的假设, 可得出天然层吸力水头的变化率 $h'(z) = 0$ 。根据式(5)可得天然层的入渗率 f_3 为

$$f_3 = k(\theta_i, z_h) \cos \alpha \quad (12)$$

由式(12)可知, 天然层入渗率 f_3 显然不等于 0, 而是与初始体积含水量 θ_i 相关的数值。由初始体积含水量 θ_i 和饱和渗透系数 k_s 可确定 f_3 为一个定值。根据过渡层入渗率与体积含水量之间成正相关关系, 可将式(11)改写为

$$f = a\theta + b \quad (13)$$

$$a = \frac{f_1 - f_3}{\theta_{\max} - \theta_i} \quad (14)$$

$$b = -\frac{f_1 - f_3}{\theta_{\max} - \theta_i} \theta_i + f_3 \quad (15)$$

式中: f 为过渡层体积含水量等于 θ 处的入渗率。同时, 通过式(13)可由入渗率计算得到对应的过渡层体积含水量如下:

$$\theta = \frac{f - b}{a} \quad (16)$$

1.3 过渡层体积含水量与入渗率函数关系的验证

下面通过数值求解Richards方程来验证上述过渡层中体积含水量与入渗率之间的线性关系拟合。Richards方程是基于达西定律和质量守恒定律经严格推导得到, 用于描述非饱和土渗流过程。一维水流在边坡上入渗的控制方程为^[16]

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\frac{\partial h}{\partial z} + \cos \alpha \right) k(\theta) \right] \quad (17)$$

本文借助 HYDRUS-1D 软件^[17]数值求解式(17)所示的偏微分方程, 可得到不同降雨历时 t 和埋深 z 处的土体体积含水量 $\theta(z, t)$ 分布以及入渗率 f 分布。将 HYDRUS-1D 软件数值求解 Richards 方程得到的结果(各土层入渗率和体积含水量)视作精确解。

表 1 土体物理力学参数取值

Table 1 Values of physical mechanical parameters of soil

计算参数	单位	量纲	取值
饱和渗透系数 k_s	cm/h	LT^{-1}	0.3
有效内摩擦角 φ'	°	1	28
土体干重度 γ_t	kN/m^3	$ML^{-2}T^{-2}$	16.217
饱和体积含水量 θ_s		1	0.335
初始体积含水量 θ_i		1	0.148
残余体积含水量 θ_r		1	0.068
有效黏聚力 c'	kPa	$L^{-1}MT^{-2}$	5
进气值 ψ_b	kPa	$L^{-1}MT^{-2}$	2.752
初始基质吸力 $\psi(\theta_i)$	kPa	$L^{-1}MT^{-2}$	120.356
土体孔隙分布特征参数 λ		1	0.319

注: $\psi(\theta_i)$ 是将初始体积含水量代入式(4)土水特征曲线函数中计算得到。

下面以图 3 所示的非饱和无限长边坡为例, 验证改进模型的有效性。边坡垂直深度 $H = 300 \text{ cm}$, 坡角 $\alpha = 50^\circ$, 下部为不透水基岩, 降雨强度 R 恒定为 0.5 cm/h , 假设边坡表面积水能全部流走。根据文献[2], 确定的土体物理力学参数取值如表 1 所示。当降雨的方向为竖直向下时, 垂直于边坡表面方向降雨强度为 $R \cos \alpha$ ^[18], 如图 3 所示。

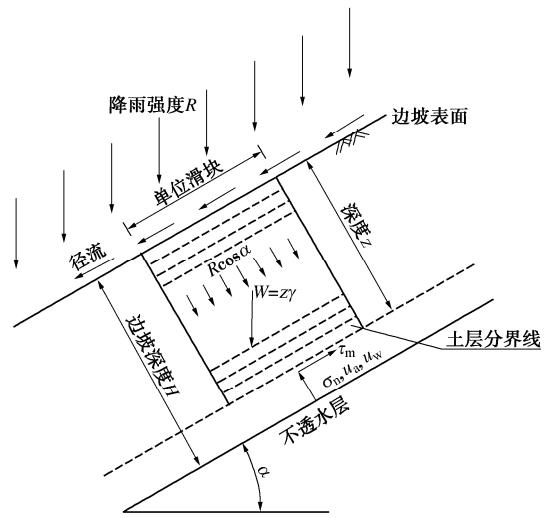


图 3 无限长边坡计算模型

Fig. 3 Diagram of an infinite slope mode

图 4 比较了采用改进模型[式(16)]和通过求解 Richards 方程计算得到的土体体积含水量分布。由图 4 可知, 当饱和渗透系数 $k_s = 0.3 \text{ cm/h}$, 由式(16)计算的不同降雨历时下体积含水量分布与 Richards 方程数值解除了在过渡层顶部和底部存在微小差别, 其他位置处均非常吻合。

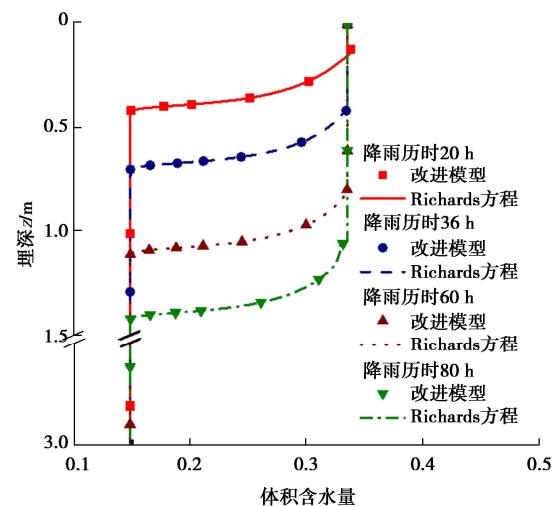


图 4 不同降雨历时下边坡体积含水量分布的比较

Fig. 4 Comparison of distributions of volumetric water content in slope under different rainfall durations

为了说明由式(16)和Richards方程数值计算的过渡层体积含水量与入渗率之间关系在过渡层顶部和底部的差别, 图5进一步对比了 $k_s = 0.3 \text{ cm/h}$ 时由式(16)和Richards方程数值计算的体积含水量与入渗率之间关系。由图5可知, 降雨历时20, 36 h, 由式(16)计算的体积含水量与入渗率之间线性关系曲线与Richards方程数值解均重合, 进一步验证了改进模型的合理性。在过渡层中心($1/2$ 厚度)处, 体积含水量 $\theta_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}(\theta_{\max} - \theta_i) + \theta_i$, 见图5中垂直虚线处, 式(16)计算结果与入渗率关系曲线与Richards方程数值解吻合较好, 而远离过渡层中心(过渡层顶部和底部), 两者存在微小差别。

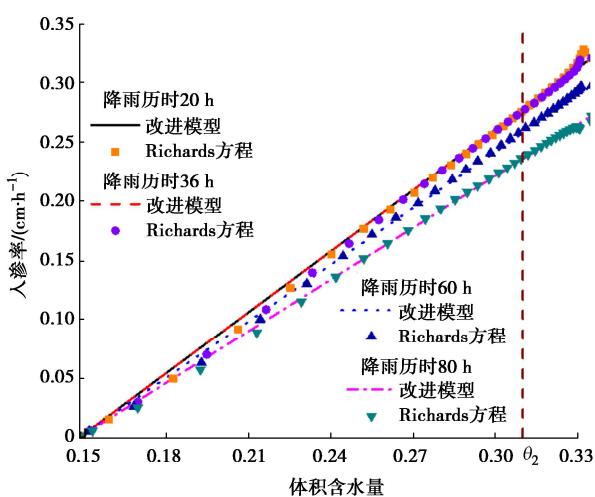


图5 不同降雨历时下过渡层体积含水量和入渗率关系的比较

Fig. 5 Comparison of relationships between volumetric water content and infiltration rate of transition layer for different rainfall durations

综上, 过渡层中心处入渗率 f_2 可由式(13)求解如下:

$$f_2 = \frac{\theta_2 - \theta_i}{\theta_{\max} - \theta_i} (f_1 - f_3) + f_3 \quad . \quad (18)$$

过渡层中心处理深 z_2 为

$$z_2 = z_s + \frac{z_t}{2} \quad . \quad (19)$$

另外, 也可利用式(5)计算得到过渡层中心处入渗率为

$$f_2 = k(\theta_2, z_2) [\cos \alpha + h'(z_2)] \quad . \quad (20)$$

联立式(18), (20)得

$$\frac{\theta_2 - \theta_i}{\theta_{\max} - \theta_i} (f_1 - f_3) + f_3 = k(\theta_2, z_2) [\cos \alpha + h'(z_2)] \quad . \quad (21)$$

由式(21)可知, 过渡层厚度 z_t 与饱和渗透系数、过渡层顶部入渗率 f_1 和体积含水量 θ_{\max} 有关。需要说明的是, 在饱水时刻之前, 过渡层顶部体积含水量 θ_{\max}

是随时间变化的量, 需要通过降雨历时求解累计入渗量得到。

在饱水时刻之后, 过渡层顶部体积含水量为一定值, 等于饱和体积含水量 θ_s 。在积水时刻之前, 过渡层顶部入渗率 f_1 为一定值, 等于垂直于边坡表面方向的降雨强度 $R \cos \alpha$ 。在积水时刻之后, 由于过渡层顶部的饱和层吸力水头随埋深的变化率 $h'(z)$ 不一定为零, 故过渡层顶部入渗率 f_1 是随时间变化的量, 需要利用式(5)进行求解。可见, 提前判定雨水入渗边界条件对于边坡体积含水量计算十分关键。因此, 下面先分别确定均质和非均质边坡工况下饱水时刻和积水时刻, 再应用改进模型进行渗流及稳定性分析。

2 基于改进模型的边坡稳定性分析

2.1 均质边坡饱水、积水时刻及稳定性分析

降雨入渗一定时间以后, 边坡表面刚出现饱和层的时刻称为饱水时刻, 此时过渡层顶部体积含水量等于饱和体积含水量 θ_s 。根据Brook-Corey模型^[14]描述的土水特征曲线可知, 在饱和与非饱和土层分界线上, 基质吸力等于进气值 ψ_b 。在积水时刻之前, 土体表面入渗率等于垂直于边坡表面方向降雨强度 $R \cos \alpha$, 且积水时刻土体表面体积含水量为饱和体积含水量 θ_s , 即到达积水时刻时, 边坡表面已经达到饱和, 故饱水时刻边坡表面的入渗率 f_1 为 $R \cos \alpha$ 。饱水时刻饱和层厚度 z_s 为零, 过渡层中心处理深为

$$z_2 = 0 + \frac{z_t}{2} \quad . \quad (22)$$

过渡层中心处体积含水量 θ_2 为

$$\theta_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}(\theta_s - \theta_i) + \theta_i \quad . \quad (23)$$

此时, 式(21)中只有 z_2 未知, 并且与 z_t 有关, 因此过渡层厚度 z_t 可通过求解下列非线性方程得到:

$$\begin{aligned} \frac{\theta_2 - \theta_i}{\theta_s - \theta_i} [R \cos \alpha - k(\theta_i, z_h) \cos \alpha] + k(\theta_i, z_h) \cos \alpha \\ = k(\theta_2, z_2) [\cos \alpha + h'(z_2)] \quad . \quad (24) \end{aligned}$$

对于均质边坡工况, z_h 与 z_s 处饱和渗透系数相等, 并且过渡层体积含水量呈椭圆分布, 故已知过渡层厚度 z_t 便可求得累计入渗量, 再已知土体表面入渗率等于 $R \cos \alpha$, 可求得饱水时刻 t_s 为

$$t_s = \frac{\pi(\theta_s - \theta_i)z_t}{4R \cos \alpha} \quad . \quad (25)$$

虽然边坡表面积水之后, $f < R \cos \alpha$, 但是在积水时刻, $f = R \cos \alpha$, 饱和层和过渡层分界面处的体积含水量等于饱和体积含水量 θ_s 。根据图1所示Brook-Corey模型^[14]描述的土水特征曲线可知, 在饱

和与非饱和土层分界面处，基质吸力等于进气值 ψ_b 。假设边坡表面的积水全部沿坡面流走，故在积水时刻之后，边坡表面基质吸力为 0，饱和层内基质吸力由 0 变化到 ψ_b ；饱和层的入渗率 f 等于边坡表面入渗率。因为饱和层内每个土层的体积含水量都达到了饱和体积含水量 θ_s ，渗入量等于渗出量，故可根据式 (5) 计算得到积水时刻饱和层的厚度 z_s 如下：

$$z_s = \frac{\psi_b k_s}{\rho g (R - k_s) \cos \alpha} \quad (26)$$

又因为在饱水时刻和积水时刻，土体饱和渗透系数 k_s 相同、过渡层顶部入渗率均为 $R \cos \alpha$ 和体积含水量均为 θ_s ，所以饱水时刻和积水时刻过渡层厚度也相同。积水时刻累计入渗量为

$$I = (\theta_s - \theta_i) z_s + \frac{\pi}{4} (\theta_s - \theta_i) z_t \quad (27)$$

并且在积水之前，过渡层顶部入渗速率一直都等于 $R \cos \alpha$ ，进而可得积水时刻为

$$t_p = \frac{I}{R \cos \alpha} \quad (28)$$

根据计算出的饱水时刻和积水时刻选用不同的雨水入渗边界条件，可求解得到任意时刻的边坡体积含水量分布。计算得到的体积含水量分布进而作为已知参数用于计算任意埋深处土体重度、孔隙水压力及边坡稳定性系数。

因降雨通常诱发浅层滑坡，边坡沿平行于边坡表面的浅层平面在剪切力作用下趋于破坏，滑动面深度远小于滑动面长度，故可采用无限长边坡模型评估浅层破坏模式的边坡稳定性。根据莫尔-库仑破坏准则，通过极限平衡分析得到图 3 所示的无限长边坡模型的稳定性系数 F_s 计算公式如下：

$$F_s = \frac{\tau_f}{\tau_m} = \frac{c' + [(\sigma_n - u_a) - \sigma^s] \tan \phi'}{W \sin \alpha} \quad (29)$$

式中： τ_f 为土体的抗剪强度； τ_m 为沿潜在破坏面任意一点的剪应力； W 为考虑水重的单位土体切片的重量； c' 和 ϕ' 分别为土体有效黏聚力和有效内摩擦角； $(\sigma_n - u_a)$ 为单位土条底部净法向力，其中 $\sigma_n = W \cos \alpha$ ； u_a 为孔隙气压力。根据文献[8, 19]，取吸应力 $\sigma^s = -S_e (u_a - u_w)$ ，即利用有效饱和度 S_e 替代 Bishop 有效应力公式中的有效参数 χ ，其中 $u_a = 0$ ， u_w 为孔隙水压力。需要指出的是，虽然上述做法存在误差^[19-20]，但是 Lu 等^[19]研究得出这种误差在现有试验技术的固有误差范围内是可接受的。另外用 S_e 替代 χ 引起的计算误差具体大小不是本文的研究重点，有待进一步探讨。

2.2 非均质边坡饱水、积水时刻及稳定性分析

对于考虑饱和渗透系数 k_s 空间变异性的非均质边

坡工况，在饱水时刻对过渡层进行分层计算，见图 6，并确保每个土层内的 k_s 值相同。假设分层计算时，对于第 i 个土层，土层厚度为 d_i ，利用式 (24) 可计算得到对应于饱和渗透系数为 k_{s_i} 的均质工况下饱水时刻过渡层厚度为 z_{t_i} 。如果 d_i/z_{t_i} 满足以下条件：

$$\frac{d_1}{z_{t_1}} + \frac{d_2}{z_{t_2}} + \dots + \frac{d_n}{z_{t_n}} < 1 \quad (30)$$

$$\frac{d_1}{z_{t_1}} + \frac{d_2}{z_{t_2}} + \dots + \frac{d_n}{z_{t_n}} + \frac{d_{n+1}}{z_{t_{n+1}}} > 1 \quad (31)$$

则由图 6 可知，存在一个大于 0 小于 1 的数值 x ，使得所有土层组成一个完整过渡层，存在如下等式关系：

$$\frac{d_1}{z_{t_1}} + \frac{d_2}{z_{t_2}} + \dots + \frac{d_n}{z_{t_n}} + x \frac{d_{n+1}}{z_{t_{n+1}}} = 1 \quad (32)$$

由式 (32) 可计算得到 x 为

$$x = \left[1 - \left(\frac{d_1}{z_{t_1}} + \frac{d_2}{z_{t_2}} + \dots + \frac{d_n}{z_{t_n}} \right) \right] \frac{z_{t_{n+1}}}{d_{n+1}} \quad (33)$$

进而，过渡层厚度可表示为

$$z_t = \sum_{i=1}^n d_i + x d_{n+1} \quad (34)$$

则饱水时刻同样由式 (25) 计算。本文取离散的每个土层的厚度相等，即 $d_1 = d_2 = \dots = d_{n+1}$ 。

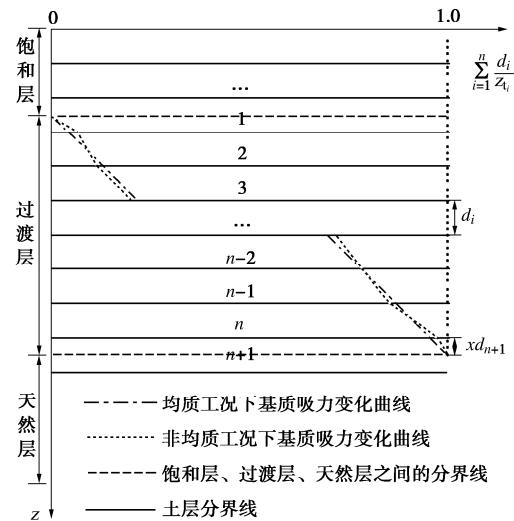


图 6 过渡层厚度逐层推进计算示意图

Fig. 6 Diagram for calculating thickness of transitional soil layer through layer by layer

在积水时刻，因为饱和层内每个土层体积含水量均达到了饱和体积含水量，渗入量等于渗出量，故饱和层内每个土层入渗率都相同。根据图 1 所示 Brook-Corey 模型描述的土水特征曲线可知，饱和土体基质吸力在 0 至进气值 ψ_b 之间变化，即边坡表面基质吸力为 0，饱和层底部基质吸力等于进气值 ψ_b 。对

于考虑饱和渗透系数 k_s 空间变异性的情况, 对饱和层进行分层计算, 见图 7, 确保每个土层内的 k_s 值相同。对于第 i 个土层, 土层厚度为 d_i , 饱和渗透系数为 k_{s_i} , 则根据式(5)和 $\psi'_i = h'_i \rho g$, 可得对应的土体基质吸力变化率为

$$\psi'_i = \left(\frac{R \cos \alpha}{k_{s_i}} - \cos \alpha \right) \rho g \quad (35)$$

如果基质吸力累积变化量满足以下关系:

$$d_1 \psi'_1 + d_2 \psi'_2 + \dots + d_n \psi'_n < \psi_b \quad (36)$$

$$d_1 \psi'_1 + d_2 \psi'_2 + \dots + d_n \psi'_n + d_{n+1} \psi'_{n+1} > \psi_b \quad (37)$$

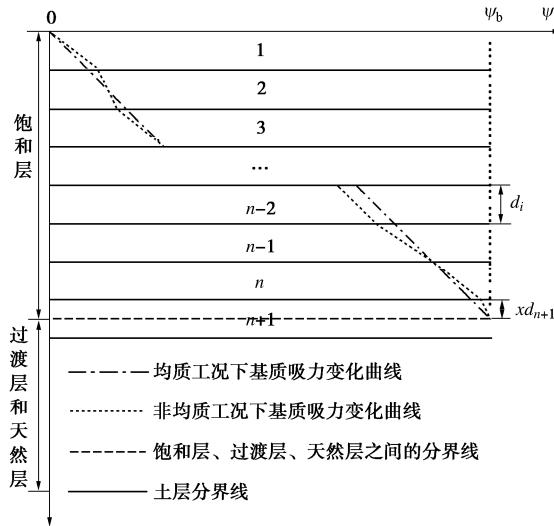


图 7 饱和层基质吸力变化规律示意图

Fig. 7 Diagram for variation of matric suction in saturated soil layer

则由图 7 可知, 存在一个大于 0 小于 1 的数值 x , 使得当饱和层达到某一厚度时, 基质吸力累积变化量恰好等于进气值 ψ_b , 即

$$d_1 \psi'_1 + d_2 \psi'_2 + \dots + d_n \psi'_n + x d_{n+1} \psi'_{n+1} = \psi_b \quad (38)$$

由式(38)可计算得到 x 为

$$x = \frac{\psi_b - (d_1 \psi'_1 + d_2 \psi'_2 + \dots + d_n \psi'_n)}{d_{n+1} \psi'_{n+1}} \quad (39)$$

当土体基质吸力从 0 变化到 ψ_b 时, 对应的入渗深度即为饱和层厚度, 其计算公式为

$$z_s = \sum_{i=1}^n d_i + x d_{n+1} \quad (40)$$

积水时刻的过渡层厚度 z_t 可根据非均质边坡饱水时刻过渡层厚度的计算思路重新计算, 只是此时过渡层顶部埋深为 z_s 而不是 0, 并且 z_s 不一定在土层分界线上, 这将导致过渡层的第一个土层不是一个完整的土层, 对应的积水时刻为

$$t_p = \frac{(\theta_s - \theta_i) z_s + \frac{\pi}{4} (\theta_s - \theta_i) z_t}{R \cos \alpha} \quad (41)$$

边坡稳定性通常受到土体体积含水量分布、有效黏聚力 c' 和有效内摩擦角 φ' 、干重度 γ_t 的影响。因本文只考虑了饱和渗透系数空间变异性的影响, 故仅土体体积含水量在空间上呈非均匀分布。由于均质边坡, 经过一定时间的降雨之后, 土体体积含水量也呈现非均匀分布, 故非均质工况下边坡稳定系数也可采用均质边坡工况式(29)进行计算。

3 算例分析

下面以图 3 所示的非饱和无限长边坡为例, 验证改进模型的有效性。边坡垂直深度 $H = 300 \text{ cm}$, 坡角 $\alpha = 50^\circ$, 下部为不透水基岩, 降雨强度 R 恒定为 0.5 cm/h , 假设边坡表面积水能全部流走。除土体饱和渗透系数外其他土体物理力学参数取值也如表 1 所示。下面分别对均质和非均质工况下改进模型、文献[2]中 GA 模型、Richards 方程数值解进行对比。其中均质工况取饱和渗透系数取 0.3 cm/h ; 非均质工况考虑饱和渗透系数 k_s 在空间分布上的差异性, 变异系数分别取 0.5 和 1.5 时。根据赵振兴等^[21]统计得出的各种土壤渗透系数取值可知, 饱和渗透系数 $k_s = 0.3 \text{ cm/h}$ 对应的土质大致属于亚黏土, 其饱和渗透系数变化范围为 $0.0208 \sim 0.417 \text{ cm/h}$ 。下面分别以均质和考虑饱和渗透系数空间变异性的情况为例, 将改进模型、文献[2]中 GA 模型与 Richards 方程数值解进行对比分析, 其中将 Richards 方程数值解视作精确解。

3.1 均质边坡工况

为验证均质边坡工况下改进模型的合理性, 基于表 1 的土体参数取值, 对均质边坡模型进行降雨入渗分析。图 8, 9 分别比较了由改进模型、文献[2]中 GA 模型与 Richards 方程计算的体积含水量分布和边坡稳定性系数, 其中饱和渗透系数 $k_s = 0.3 \text{ cm/h}$ 。由图 8 可知, 通过 3 种不同方法计算的累计入渗量相差不大, 然而在降雨历时 $0 \sim 60 \text{ h}$, 与改进模型计算结果和 Richards 方程数值解相比, 由文献[2]中 GA 模型计算的过渡层厚度和饱水时刻更大(注文献[2]中 GA 模型计算积水时刻之后的入渗率时需用到湿润锋处土体概化基质吸力 $S_f = 4.162 \text{ kPa}$)。这是因为文献[2]中 GA 模型仍然按照矩形入渗模式计算入渗率, 只是最后将体积含水量分布采用四分之一椭圆曲线进行拟合调整, 再根据过渡层厚度与入渗深度之间的关系来确定过渡层厚度。在饱和层, 因为土体已经达到饱和, 渗入量等于渗出量, 故入渗率相等; 而在过渡层, 入渗的雨水一部分继续往下渗, 另一部分会让该土层体积含水量增加, 因此入渗率会逐渐减小。由图 9 可知, 与 Richards 方程数值解相比, 因改进模型比文献[2]

中 GA 模型计算的体积含水量分布更合理, 故基于改进模型预测的湿润区稳定性系数误差更小。

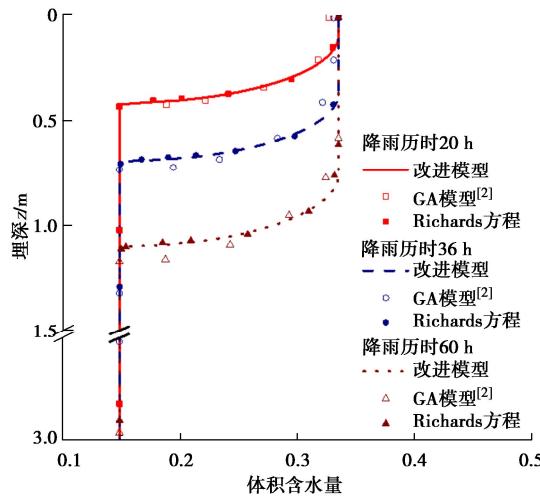


图 8 不同降雨历时下边坡体积含水量分布的比较

Fig. 8 Comparison of distributions of volumetric water content of slope under different rainfall durations

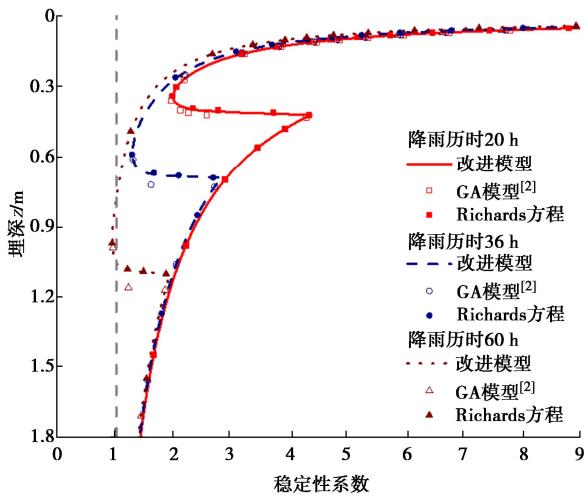


图 9 不同降雨历时下边坡稳定性系数分布的比较

Fig. 9 Comparison of factors of stability of slope under different rainfall durations

由上述 Richards 方程数值计算的体积含水量分布图可知, 在到达饱水时刻之前, 只存在过渡层; 在到达积水时刻之前, 过渡层厚度保持不变, 这是因为在此期间入渗率保持不变; 积水时刻之后, 过渡层厚度逐渐增大, 这是因为入渗率逐渐减小。此外, 通过改进模型计算的过渡层厚度变化规律与 Richards 方程数值解吻合。

3.2 考虑参数空间变异性的非均质边坡工况

边坡工程实际中, 土体饱和渗透系数 k_s 在空间分布上存在一定的差异性。本文将 $H = 300 \text{ cm}$ 厚的边坡沿垂直于边坡表面方向上划分为 60 个均质土层, 每个土层的厚度均为 $d_1 = d_2 = \dots = 5 \text{ cm}$ ^[2] (随机场网格)。

基于 Karhunen-Loeve (KL) 级数展开方法离散 k_s 随机场, 利用高斯型自相关函数模拟 k_s 空间自相关性, 取垂直自相关距离 l 为 50 cm, 取 KL 级数展开截断项数为 6 满足精度要求^[2]。在划分入渗率计算网格时, 需要保证每个网格中饱和渗透系数为一个定值。通常计算网格划分的越细, 计算结果越准确, 但是计算网格划分的过细, 计算量会明显增加, 而对计算精度提升却并不明显。为此, 本文入渗率计算的网格尺寸设为 1 cm, 即每隔 1 cm 计算一个入渗率, 1 个随机场网格包含 5 个入渗率计算网格。

下面通过对对比分析改进模型、文献[2]中 GA 模型和 Richards 方程数值解来进一步验证应用改进模型分析考虑饱和渗透系数空间变异性的边坡降雨入渗问题的适用性。根据蒋水华等^[9]的研究, 将 k_s 均值取 0.3 cm/h, 变异系数取 1.5, 随机生成了 1000 组饱和渗透系数随机场实现, 再从这 1000 组随机场实现中任意选取 1 组 (即第 750 组) 进行对比分析。图 10, 11 分别比较了不同方法计算的边坡体积含水量分布和稳定性系数随降雨历时的变化关系。

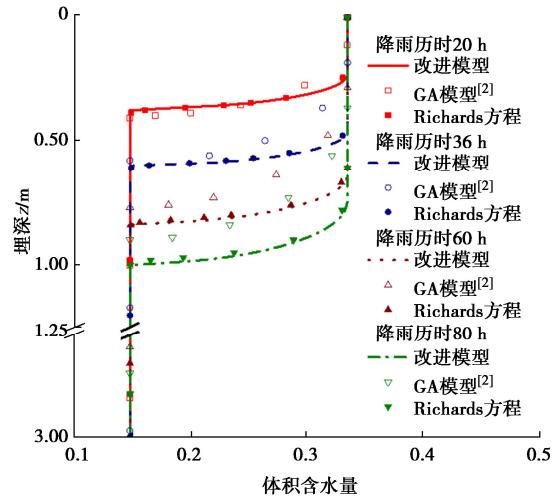


图 10 不同降雨历时下边坡体积含水量分布的比较

Fig. 10 Comparison of distributions of volumetric water content of slope under different rainfall durations

由图 10 可知, 由文献[2]中 GA 模型计算的体积含水量分布同样与 Richards 方程数值解存在较大差别; 而改进模型计算的体积含水量分布与 Richards 方程数值解相差较小。此外, 土体饱和渗透系数变异系数为 1.5 时, 文献[2]中 GA 模型的计算误差较大。这是因为相比于文献[2]中 GA 模型, 改进模型更全面地考虑了过渡层厚度的影响因素, 并且入渗率计算公式更合理, 更适合于分析考虑土体饱和渗透系数空间变异性的边坡降雨入渗问题。由图 11 可知, 对于非均质边坡工况, 由改进模型计算的每个土层对应的稳定性系数与 Richards 方程数值解也更为吻合。当 k_s 变异系

数为 1.5 时, 利用文献[2]中 GA 模型计算的湿润区稳定性系数相对误差平均值高达 11.09%, 而由改进模型计算的稳定性系数相对误差平均值只有 1.38%。进一步表明采用改进模型也能够更加合理地确定降雨入渗下非均质边坡稳定性系数和最危险滑面位置, 这对于降雨型滑坡灾害防控至关重要。

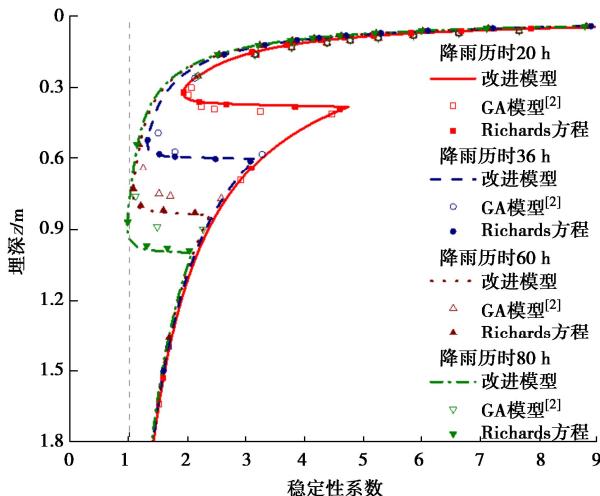


图 11 不同降雨历时下边坡稳定性系数分布的比较

Fig. 11 Comparison of factors of stability of slope under different rainfall durations

4 结 论

本文提出了适用于考虑饱和渗透系数空间变异性边坡降雨入渗分析的改进Green-Ampt模型, 并以无限长边坡模型为例验证了该改进模型的有效性。得到以下两点结论。

(1) 相比于将湿润区视为整体来计算土体入渗率, 改进模型利用对饱和层和过渡层分别进行分层处理的思路计算土体雨水入渗率和体积含水量分布, 计算结果与Richards方程数值解更为吻合, 计算过程也更为简便。

(2) 相较于现有GA模型, 改进模型计算的过渡层厚度变化规律与Richards方程数值解更吻合。并发现过渡层厚度与土体饱和渗透系数、过渡层顶部入渗率和体积含水量之间存在依赖关系, 而与雨水入渗的总深度无直接关系。基于过渡层厚度和入渗总深度之间的线性关系来求解过渡层厚度不够合理。

参考文献:

- [1] FROUDE M J, PETLEY D N. Global fatal landslide occurrence from 2004 to 2016[J]. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 2018, **18**(8): 2161-2181.
- [2] 蒋水华, 刘 贤, 黄劲松, 等. 多层非均质边坡降雨入渗分

析的改进 Green-Ampt 模型[J]. *岩土工程学报*, 2024, **46**(6): 1177-1186. (JIANG Shuihua, LIU Xian, HUANG Jinsong, et al. An improved Green-Ampt model for rainfall infiltration analysis of multi-layered heterogeneous soil slopes[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2024, **46**(6): 1177-1186. (in Chinese))

- [3] 王文焰, 汪志荣, 王全九, 等. 黄土中 Green-Ampt 入渗模型的改进与验证[J]. *水利学报*, 2003, **34**(5): 30-34. (WANG Wenyan, WANG Zhirong, WANG Quanjiu, et al. Improvement and evaluation of the Green-Ampt model in loess soil[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2003, **34**(5): 30-34. (in Chinese))
- [4] 彭振阳, 黄介生, 伍靖伟, 等. 基于分层假设的 Green-Ampt 模型改进[J]. *水科学进展*, 2012, **23**(1): 59-66. (PENG Zhenyang, HUANG Jiesheng, WU Jingwei, et al. Modification of Green-Ampt model based on the stratification hypothesis[J]. *Advances in Water Science*, 2012, **23**(1): 59-66. (in Chinese))
- [5] 王雪冬, 李世宇, 孙延峰, 等. 考虑非饱和湿润层厚度和累积入渗量的改进 Green-Ampt 模型[J]. *水文地质工程地质*, 2021, **48**(6): 64-71. (WANG Xuedong, LI Shiyu, SUN Yanfeng, et al. An improved Green-Ampt model for rainfall infiltration in the inner dumping site of an open pit coal mine[J]. *Hydrogeology & Engineering Geology*, 2021, **48**(6): 64-71. (in Chinese))
- [6] 黄良誉, 何廷全, 周 成, 等. 边坡植被恢复中植被水泥土 Green-Ampt 入渗模型的改进与应用[J]. *岩土工程学报*, 2022, **44**(增刊 1): 183-188. (HUANG Liangyu, HE Tingquan, ZHOU Cheng, et al. Improvement and application of Green-Ampt infiltration model of vegetation cement soil in slope vegetation restoration[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2022, **44**(S1): 183-188. (in Chinese))
- [7] ZHANG L L, ZHANG L M, TANG W H. Rainfall-induced slope failure considering variability of soil properties[J]. *Géotechnique*, 2005, **55**(2): 183-188.
- [8] DOU H Q, HAN T C, GONG X N, et al. Probabilistic slope stability analysis considering the variability of hydraulic conductivity under rainfall infiltration-redistribution conditions[J]. *Engineering Geology*, 2014, **183**: 1-13.
- [9] 蒋水华, 刘 贤, 黄发明, 等. 考虑多参数空间变异性的降雨入渗边坡失稳机理及可靠度分析[J]. *岩土工程学报*, 2020, **42**(5): 900-907. (JIANG Shuihua, LIU Xian, HUANG Faming, et al. Failure mechanism and reliability analysis of

- soil slopes under rainfall infiltration considering spatial variability of multiple soil parameters[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, 42(5): 900-907. (in Chinese))
- [10] 马世国. 强降雨条件下基于 Green-Ampt 入渗模型的无限边坡稳定性研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2014. (MA Shiguo. Study on Infinite Slope Stability under Heavy Rainfall Based on Green-Ampt Infiltration Model[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2014. (in Chinese))
- [11] GREEN W H, AMPT G A. Studies on soil physics: flow of air and water through soils[J]. Journal of Agricultural Science, 1911, 4(1): 1-24.
- [12] 雷志栋. 土壤水动力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1988. (LEI Zhidong. Soil Hydrodynamics[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1988. (in Chinese))
- [13] FREDLUND D G, RAHARDJO H. Soil Mechanics for Unsaturated Soils[M]. New York: Wiley, 1993.
- [14] BROOKS R H, COREY A T. Hydraulic Properties of Porous Media[M]. Fort Collins: Colorado State University, 1964.
- [15] 李强, 贾森, 李鑫, 等. 考虑非饱和浸润区的改进 Green-Ampt 模型[J]. 岩土力学, 2022, 43(12): 3484-3492, 3502. (LI Qiang, JIA Sen, LI Xin, et al. An improved Green-Ampt model considering unsaturated infiltration zone[J]. Rock and Soil Mechanics, 2022, 43(12): 3484-3492, 3502. (in Chinese))
- [16] RICHARDS L A. Capillary conduction of liquids through porous mediums[J]. Physics, 1931, 1(5): 318-333.
- [17] SIMUNEK J, VAN GENUCHTEN M T, SEJNA M. The Hydrus-1D software package for simulating the movement of water, heat, and multiple solutes in variably saturated media, Version 4.16, HYDRUS Software Series 3[R]. California: Department of Environmental Sciences, University of California Riverside, 2013.
- [18] CHO S E. Failure distribution analysis of shallow landslides under rainfall infiltration based on fragility curves[J]. Landslides, 2020, 17(1): 79-91.
- [19] LU N, GODT J W, WU D T. A closed-form equation for effective stress in unsaturated soil[J]. Water Resources Research, 2010, 46(5): W05515.
- [20] 陈正汉, 郭楠. 非饱和土与特殊土力学及工程应用研究的新进展[J]. 岩土力学, 2019, 40(1): 1-54. (CHEN Zhenghan, GUO Nan. New developments of mechanics and application for unsaturated soils and special soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, 40(1): 1-54. (in Chinese))
- [21] 赵振兴, 何建京. 水力学[M]. 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2010. (ZHAO Zhenxing, HE Jianjing. Hydraulics[M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2010. (in Chinese))

第五届全国冻土工程与寒区环境学术会议(一号通知)

北京 2025 年 5 月 9~11 日

会议简介: 全国冻土工程与寒区环境学术会议是在中国地理学会冰川冻土分会指导下, 由冻土工程国家重点实验室于 2019 年发起, 专注于冻土工程与寒区环境理论和实践的全国性学术交流活动, 已先后在兰州(2019)、南昌(2021)、南京(2023)、兰州(2024)成功举办。结合前四届大会的成功经验, 由中国地理学会、中国冰冻圈科学学会(筹)、中国科学院西北生态环境资源研究院主办, 北京建筑大学、北京交通大学、重庆交通大学、冰冻圈科学与冻土工程全国重点实验室、中国地理学会冻土与寒区工程专业委员会承办的“第五届全国冻土工程与寒区环境学术会议”, 将于 2025 年 5 月 9~11 日在北京召开。本届会议以“智能冻土工程, 绿色寒区环境”为主题, 对冻土工程和寒区环境相关基础理论、技术创新、设计施工、安全保障等前沿问题的最新研究成果进行广泛深入的学术交流, 服务“一带一路”、交通强国、生态文明、极地安全等国家重大科技需求。

会议主题: 智能冻土工程, 绿色寒区环境

会议专题: ①AI 赋能冻土力学与工程; ②冻土力学与冻土物理学; ③冻土多物理场耦合理论与数值方法; ④冻土工程安全保障理论与韧性提升技术; ⑤寒区基础设施与环境相互作用; ⑥寒区工程绿色韧性材料; ⑦人工冻结新理论与新技术; ⑧冻土变化及寒区灾害与水文效应; ⑨冻土生态环境效应与碳循环; ⑩极地工程与环境; ⑪冰冻圈与区域发展; ⑫冻土测试与监测新技术; ⑬寒区重大工程实践。

主办单位: 中国地理学会; 中国冰冻圈科学学会(筹); 中国科学院西北生态环境资源研究院。

会议秘书处秘书长: 王冬勇(18813125998), 李晓康(18330106533), 秘书:(按汉语拼音排序)陈佩佩, 黄建, 孔令明, 梁靖宇, 王剑烨, 王盟, 王番, 张佩, 会议电子邮箱: bucefrozen2025@126.com, 具体报名注册及缴费等其他事项详见后续二号通知。