

DOI: 10.11779/CJGE20230094

# UH 模型超固结状态演化分析及离心模型试验验证

姚仰平<sup>1</sup>, 张奎<sup>1</sup>, 王祖乐<sup>2</sup>, 朱斌<sup>2\*</sup>

(1. 北京航空航天大学交通科学与工程学院, 北京 102206; 2. 浙江大学超重力研究中心, 浙江 杭州 310058)

**摘要:** 本构模型是土力学求解强度变形问题的关键。研究揭示了剑桥模型在超临界侧强度过高、超固结状态下无法应力三维化、应力应变关系发生突变等存在的问题, 分析了 UH 模型建立的超固结状态耦合演化机制及在弹塑性理论框架下实现的超固结状态与正常固结状态计算理论的统一, 并基于三轴试验预测证明了 UH 模型能更加合理地描述超固结状态下土的应力应变关系。通过开展载荷板离心模型试验以及数值模拟验证可以发现, 相较于剑桥模型, UH 模型计算的地基土荷载变形曲线、侧压力系数分布更加准确, 其本质是单元的应力应变关系更加科学、合理。研究证明 UH 模型的应用能显著提高超固结状态土体强度变形计算的准确性和实用性, 对复杂岩土工程问题的计算求解具有重要理论价值和实践意义。

**关键词:** 超固结状态演化; UH 模型; 剑桥模型; 离心模型试验; 数值模拟; 地基荷载变形曲线

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2024)06-1127-09

**作者简介:** 姚仰平(1960—), 男, 博士, 教授, 主要从事土的本构模型及强度理论等方面的教学和科研工作。E-mail: ypyao@buaa.edu.cn。

## Evolution analysis of over-consolidated state with UH model and verification of hypergravity centrifuge experiments

YAO Yangping<sup>1</sup>, ZHANG Kui<sup>1</sup>, WANG Zule<sup>2</sup>, ZHU Bin<sup>2</sup>

(1. School of Transportation Science and Engineering, Beihang University, Beijing 102206, China; 2. Center for Hypergravity

Experimental and Interdisciplinary Research, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

**Abstract:** Development of a proper constitutive model is the key to solving the strength and deformation problem in soil mechanics. It is revealed that the conventional Cam-clay model would exhibit unrealistically high strength on the supercritical side and sudden changes in stress-strain relations, and it is incapable of extending the stress tensor to three dimensions at the over-consolidated state. The coupling evolution mechanism in the over-consolidated state is introduced in a state-of-the-art UH constitutive model and the unification of calculation formulas in the over-consolidated and normal-consolidated states based on the elastoplastic theory. Through comparisons with the triaxial compression test results, it is verified that the UH model can satisfactorily describe the stress-strain relations of the over-consolidated soil. The validations against supergravity tests on the vertical behaviour of a circular plate, in terms of the load-deformation curve and lateral pressure coefficient distribution of the soil, demonstrate the significant advantage of the UH model over the Cam-clay model. The essence is that the stress-strain relations of the soil element can be described in a more scientific and rational manner in the UH model. It is well proved that the UH model significantly improves the accuracy and practicability in assessing the strength and deformation problems of the over-consolidated soil, thus capturing important theoretical value and practical significance in solving complex geotechnical engineering problems.

**Key words:** evolution of over-consolidated state; UH model; cam-clay model; hypergravity centrifuge experiment; numerical simulation; load-deformation curve for foundation soil

## 0 引言

土的变形计算和强度分析一直是土力学中的两大核心问题。建立完善的土本构模型, 实现土本构模型的科学、有效应用是求解复杂岩土工程问题的关键。在土力学学科建立前, 只能通过经验方法解决强度及

变形问题, 此时并没有成熟的土本构模型出现。

**基金项目:** 国家重点研发计划 (2018YFE0207100); 国家自然科学基金项目 (51979001, 52238007)

**收稿日期:** 2023-02-07

\*通信作者 (E-mail: binzhu@zju.edu.cn)

Terzaghi 提出了土体一维固结理论和有效应力原理,奠定了土力学学科的发展基础。以经典土力学的相关理论为基础,土的理想弹塑性模型开始建立并不断完善,经典土力学以弹性理论解决变形问题,以刚塑性破坏理论求解破坏问题,但强度和变形理论的分离对于非理想弹性体又非理想刚塑性体的土材料而言,通常会导致计算结果与真实结果间的较大偏差。Roscoe 等<sup>[1-2]</sup>, Schofield 等<sup>[3]</sup>通过大量试验分析,提出了土的临界状态理论,建立起一个较为成熟的能够考虑土三大基本力学特性的土本构模型,即剑桥模型。剑桥模型将强度和变形计算在理论上实现统一,剑桥模型的提出是现代土力学的开端。剑桥模型提出后,依托临界状态理论,多种土体本构模型应运而生。代表性模型包括塑性边界模型、UH 模型<sup>[4-7]</sup>等。UH 模型以剑桥模型为基础,经过近二十年的发展,提出了统一硬化参量<sup>[8]</sup>、变换应力<sup>[9-10]</sup>等一系列创新方法,能够科学、合理的描述超固结土的硬化/软化、剪胀/剪缩等力学特性,进而实现了本构模型适用范围从正常固结状态土体到超固结状态土体的理论跨越。

土体是一种高度非线性的材料,具有压硬性、剪胀性、摩擦性三大基本力学特性<sup>[11]</sup>,土的强度和变形特性与应力水平紧密相关。离心模型试验能够较好的克服缩尺试验的问题,保证土的压力依存特性。陈云敏等<sup>[12-13]</sup>, Chen 等<sup>[14]</sup>通过离心模型试验研究土的多相介质演变及土力学机理,对土本构模型的理论研究和合理性检验具有重要价值。本文将 UH 模型超固结状态的演化机制作为研究重点,通过理论分析及离心机验证等说明统一硬化理论在解决岩土工程强度变形问题中的理论优势和应用价值。

## 1 UH 模型对土超固结状态的演化描述

### 1.1 剑桥模型描述超固结状态的局限性

剑桥模型是第一个能够比较准确地描述土的基本力学特性的本构模型,但其仍然存在明显的局限性。

(1) 剑桥模型不能准确描述超固结状态土的强度。剑桥模型弹塑性理论基于重塑的正常固结状态加载过程建立<sup>[15]</sup>,在数值计算中通常把位于屈服面以内即处于超固结状态的土体采用弹性理论计算,这种将正常固结和超固结状态割裂的处理方法会导致超临界侧的强度计算结果与实际产生较大误差。图 1 所示绿色实线为临界状态线 (CSL), CSL 左侧为超临界侧,蓝色实线椭圆为剑桥模型的屈服面,当土处于超固结状态即当前应力在屈服面以内,加卸载均为弹性,不会发生屈服破坏,因此剑桥模型的应力边界为整个屈服面内的椭圆面。①~⑥为超固结状态土体加卸载试

验<sup>[16]</sup>的特殊应力路径,这 6 条路径无论如何加载其最终状态基本在红色直线  $OA-AB$  以下,与剑桥模型屈服面始终存在较大距离,这说明剑桥模型会高估超临界侧的强度,引起较大计算误差。尽管很多研究试图改进剑桥模型在超临界侧的强度,但相关修正方法往往会引起剪切速率问题或导致超固结土的软化丢失<sup>[17]</sup>。

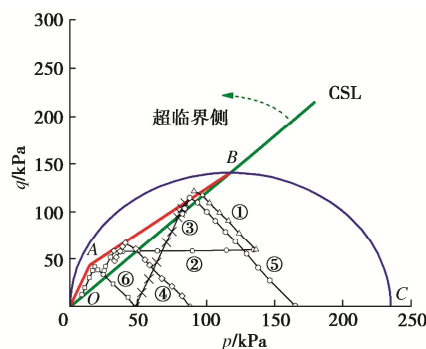


图 1 剑桥模型在超临界侧的强度问题

Fig. 1 Strength problem of Cam-clay model on supercritical side

(2) 剑桥模型无法实现土体超固结状态应力的三维化。土在常规三轴应力状态与真三维应力状态的剪应力存在显著差异<sup>[18]</sup>。剑桥模型通常采用  $g(\theta)$  方法实现模型的三维化。根据剑桥模型弹塑性理论框架,屈服面以内采用弹性假定,因此剑桥模型与  $g(\theta)$  结合进行应力三维化方法只适用于正常固结状态下的加载过程,超固结状态加载无法实现三维化。此外,对某些特殊条件下的模型,例如考虑  $K_0$  各向异性的剑桥模型,  $g(\theta)$  方法会导致屈服面的不连续,从而造成计算结果失效<sup>[10]</sup>。

### 1.2 UH 模型超固结状态演化分析

UH 模型引入了参考屈服面,通过当前屈服面与参考屈服面应力的映射关系,定义土的超固结参量  $R$ 。随着加载进行,土的超固结程度减弱,超固结参量  $R$  变化,土的潜在破坏应力比  $M_v$  会发生动态演化。通过类比等  $p$  路径下正常固结状态土体塑性体应变的关系式,考虑超固结状态土的潜在强度动态演化规律,并向一般路径下推广,得到了土的统一硬化参量  $H$ :

$$\left. \begin{aligned} H &= \int \frac{1}{\Omega} d\varepsilon_v^p, \\ \Omega &= \frac{M^4 - \eta^4}{M_v^4 - \eta^4} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中:  $\varepsilon_v^p$  为塑性体变;  $\eta$  为应力比;  $M$  为临界状态应力比。

UH 模型通过统一硬化参量建立了超固结参量、潜在破坏应力比、塑性体应变 3 者的耦合演化机制,如图 2 所示。3 者的耦合关系体现在:①土体剪缩/剪胀导致超固结度变化;②超固结度变化导致土体硬化

极限改变; ③硬化极限改变导致土体进一步剪缩/剪胀。当土体处于正常固结状态时,  $M_Y = M$  在加载过程中恒成立, 此时 UH 模型与剑桥模型保持一致, 这也说明 UH 模型能够实现土体正常固结状态与超固结状态理论的统一。

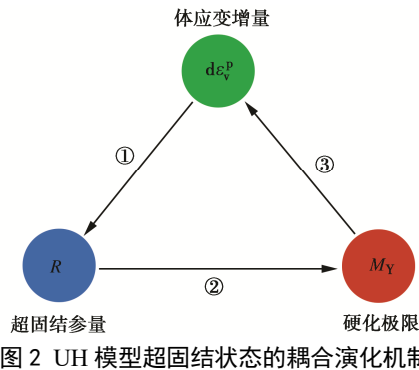


图2 UH模型超固结状态的耦合演化机制

Fig. 2 Coupled evolution mechanism of over-consolidated state in UH model

UH 模型通过变换应力方法把应力从应力诱导各向异性的主应力空间变换成各向同性的主应力空间, 建立了真实的三维应力与变换应力的映射关系, 在变换应力空间  $\pi$  平面上的屈服面变成圆形, 实现了应力的三维化。UH 模型与变换应力方法结合, 无论土处于正常固结状态还是超固结状态, 其加载过程均为弹塑性加载, 均能进行应力三维化, 改进了剑桥模型超固结状态加载无法应力三维化的问题。

### 1.3 剑桥模型与 UH 模型加卸载判断对比

由于 UH 模型与剑桥模型对超固结状态加载行为的不同处理方式, 两模型的加卸载准则存在显著差异。图3所示为 Boston Blue 黏土的等向压缩、卸载及再加载试验数据<sup>[9]</sup>与采用剑桥模型 (MCC 模型)、UH 模型所得预测曲线的比较。

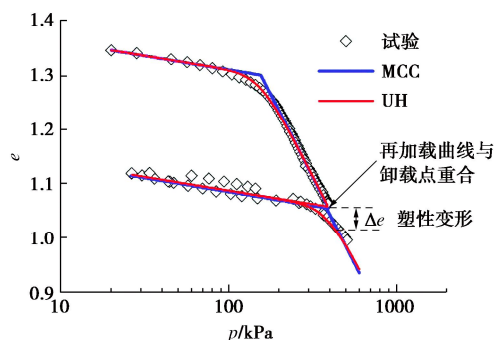


图3 Boston Blue 黏土等向压缩试验与预测曲线对比

Fig. 3 Comparison between isotropic compression test data and predicted curves for Boston Blue Clay

剑桥模型由于在其屈服面以内的加卸载行为均为弹性假定, 因此剑桥模型预测的加卸载路径完全重合, 再加载曲线经过卸载点, 整个加卸载过程的残余变形  $\Delta e$  为零, 这不能反映土在卸载再加载过程的塑性行

为, 无法计算土卸载再加载过程的塑性变形。而 UH 模型通过引入统一硬化方程, 能够反映土超固结度的损失所引起的潜在强度的变化, 能够更好地反映土再加载过程的弹塑性行为。UH 模型预测的卸载过程为弹性, 但再加载过程为弹塑性, 因此可以反映卸载再加载过程的塑性残余变形  $\Delta e$ , 与试验数据更为接近。

## 2 超固结状态演化路径分析

### 2.1 剑桥模型与 UH 模型等 $p$ 排水加载路径对比

在三轴压缩排水试验中, 等  $p$  路径由于通过限定加载过程中平均应力  $p$  保持固定值, 因此等  $p$  路径单元的应力应变关系能更加直观地展现剪切作用对土强度变形的影响。分别以剑桥模型和 UH 模型分析超固结状态土等  $p$  加载路径下单元的应力应变关系特征。

将  $dp = 0$  代入模型柔度矩阵, 对于剑桥模型, 超固结状态下只计算弹性应变:

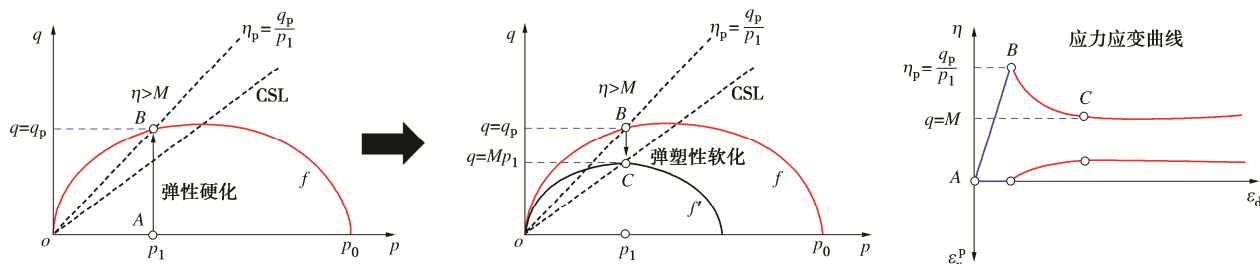
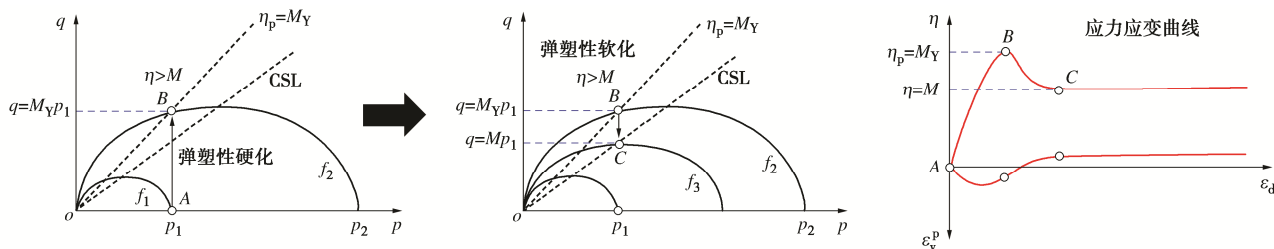
$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v \\ d\varepsilon_d \end{Bmatrix} = \frac{1}{p} dq \begin{Bmatrix} 0 \\ \frac{2}{9} c_k \frac{1+\nu}{1-2\nu} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

随着加载进行, 土的超固结度降低, 当应力路径到达剑桥模型屈服面继续加载, 此时需要换成弹塑性柔度矩阵, 应变总量既包含弹性应变, 又包含塑性应变:

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v \\ d\varepsilon_d \end{Bmatrix} = \frac{1}{p} dq \begin{Bmatrix} c_p \frac{2\eta}{M^2 + \eta^2} \\ \frac{2}{9} c_k \frac{1+\nu}{1-2\nu} + c_p \frac{4\eta^2}{M^4 - \eta^4} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

由于剑桥模型对正常固结状态与超固结状态的割裂性处理, 土体弹性加载至屈服面后产生截然不同的弹塑性应力应变行为, 图4所示为剑桥模型等  $p$  排水路径在  $p = p_i$  条件下加载的应力应变情况, 初始超固结度  $OCR > 2$ , 根据图4, 路径  $AB$  为弹性硬化阶段, 屈服面始终为  $f$ , 产生的塑性体变为 0,  $B$  点位于屈服面  $f$  上, 此时剪应力达到峰值  $q = q_p$ , 应力比  $\eta = \eta_p$  且  $\eta > M$ 。由于应力比大于临界状态应力比, 路径  $BC$  为弹塑性软化阶段, 屈服面由  $f$  内收至  $f'$ , 塑性体变为负, 土体发生剪胀, 直至  $C$  点进入临界状态。此外, 该路径下若  $OCR < 2$ , 会出现弹性硬化与弹塑性硬化两个阶段, 也会导致单元应力应变关系发生突变。

因此, 剑桥模型在等  $p$  排水路径预测过程中, 尤其是加载土体由超固结状态向正常固结状态演化的阶段存在应力应变关系突变、超临界侧强度高、不能计算超固结状态土体塑性变形等一系列问题。对于剑桥模型, 超固结状态下屈服面始终保持不变, 塑性体应变保持为 0, 不能动态地反映超固结度变换对屈服状态的影响, 不能体现超固结状态加载时的剪胀及剪

图 4 剑桥模型等  $p$  排水加载Fig. 4 Constant- $p$  drained loading paths for Cam-clay model图 5 UH 模型等  $p$  排水加载Fig. 5 Constant- $p$  drained loading paths for UH model

缩, 因而剑桥模型计算的超固结状态土的应力应变关系不够准确。

图 5 所示为 UH 模型等  $p$  排水加载应力应变特征示意图。UH 模型改进了剑桥模型的不足, 对超固结状态和正常固结状态土体加载采用统一的弹塑性公式, 进而改进了应力应变关系的突变现象。UH 模型等  $p$  排水加载路径应变计算公式为

$$\left\{ \begin{array}{l} d\epsilon_v \\ d\epsilon_d \end{array} \right\} = \frac{1}{p} dq \left\{ \begin{array}{l} c_p \Omega \frac{2\eta}{M^2 + \eta^2} \\ \frac{2}{9} c_k \frac{1+\nu}{1-2\nu} + c_p \Omega \frac{4\eta^2}{M^4 - \eta^4} \end{array} \right\} \quad (4)$$

式中:  $\Omega$  来源于统一硬化参量, 该参数随加载过程动态地发生演化, 实时调节弹塑性变形大小, 进而能够合理描述土体加载过程超固结度的动态演化。

根据图 5, 路径  $AB$  为弹塑性硬化阶段, 屈服面由  $f_1$  动态扩展至  $f_2$ , 加载前期发生剪缩, 后期产生剪胀,  $B$  点为硬化极限, 此时剪应力达到峰值  $q = q_p$ , 应力比  $\eta = \eta_p = M_y$ 。路径  $BC$  为弹塑性软化阶段, 屈服面由  $f_2$  内收至  $f_3$ , 塑性体变为负, 土体发生剪胀, 直至  $C$  点进入临界状态。

UH 模型能够合理描述超固结土的耦合演化机制, 动态反映加载过程中超固结度  $OCR$  的变化损失,  $M_y$  控制超固结状态土的潜在强度, 超临界侧强度更加准确。加载全程采用弹塑性关系得到实时的塑性体变, 进而更加科学地描述加载全程的剪缩及剪胀行为。此外, 在改进的 UH 模型中, 还可以通过增加参数  $m$  调节土体剪缩到剪胀的特征状态点位置, 增加参数  $\chi$  调

节土的剪胀量大小, 进而使计算结果更为准确、可靠。

## 2.2 单元试验预测结果验证

为了验证剑桥模型及 UH 模型在超固结状态演化过程中的差异, 分别采用两种模型对不同初始超固结度、不同路径的三轴压缩试验进行预测对比。

图 6 所示为 Lower Cromer Till 黏土围压不变三轴压缩路径预测曲线与试验数据<sup>[16]</sup>的比较, 土的初始超固结度为  $OCR = 1.5$ , 超固结度较小, 剑桥模型与 UH 模型所得剪应力与体变曲线均与试验数据较为接近, 但剑桥模型在加载初期硬化过程中变形模量过高, 且存在突变, 与试验数据存在一定误差, UH 模型计算曲线不存在突变, 预测曲线更为准确。

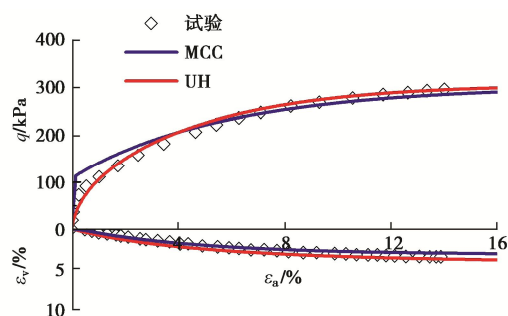


图 6 Lower Cromer Till 黏土三轴压缩预测曲线与试验比较

Fig. 6 Comparison between triaxial compression prediction curves and test data for Lower Cromer Till clay

图 7 所示为 Fujinomori 黏土等  $p$  排水路径预测曲线与试验数据<sup>[20]</sup>的比较。土的初始超固结度为  $OCR = 8$ , 可以看出, 剑桥模型所得剪应力远大于实验值, 而 UH 模型所得剪应力与试验数据较为相符。这体现了



剑桥模型在超临界侧预测强度过高的问题, 并说明了采用统一硬化参量的 UH 模型能较为充分合理的描述强超固结土的硬化规律, 预测的应力应变关系更加符合实际。

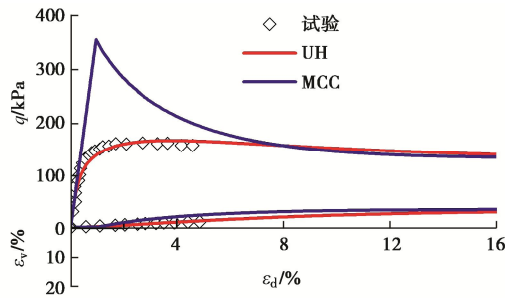
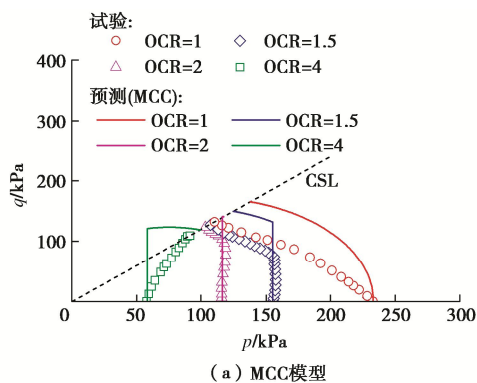


图7 Fujinomori 黏土三轴压缩预测曲线与试验比较

Fig. 7 Comparison between triaxial compression prediction curves and test data for Fujinomori clay

图8所示为 Lower Cromer Till 黏土三轴压缩不排水预测曲线与试验数据<sup>[16]</sup>比较。根据图8(a)剑桥模型的预测曲线, 对OCR为1.5, 2.0, 4.0等3种情况, 加载初期弹性硬化阶段由于塑性体应变为0, 土体不出现剪缩及剪胀, 超静孔压为0, 有效应力 $p$ 不变, 这与试验数据不符, 且各条曲线剪应力峰值均高于试验结果, 说明剑桥模型在描述超固结状态土的强度时存在不足。图8(b)所示为UH模型的预测曲线, 尽管仍与试验数据存在一定差距, 但超固结状态下在加载初期即出现弹塑性变形趋势, 产生了超静孔压, 能够体现加载过程中的剪缩剪胀趋势; 同时, 通过参数 $\chi$ 调控剪胀量大小, UH模型预测的剪应力最大值与试验值非常接近, UH模型对超固结状态土的强度预测更为准确。

图9所示为使用UH模型对Fujinomori黏土真三轴试验<sup>[20]</sup>的预测, 试验应力洛德角 $\theta = 15^\circ$ , 即毕肖普参数 $b = 0.268$ 。由图9可知, 在体变计算均较为准确的情况下, 使用变换应力方法后, 最大主应变和最小主应变的预测值与试验值更为接近, 主应变各分量比值关系也更加合理, 体现了变换应力方法在变形计算中的有效性。



(a) MCC模型

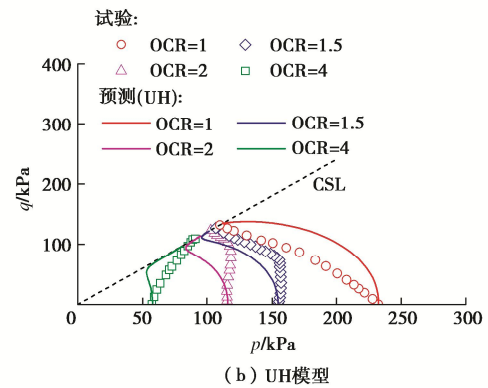


图8 Lower Cromer Till 黏土三轴压缩不排水预测曲线与试验数据的比较

Fig. 8 Comparison between undrained prediction curves and test data for Lower Cromer Till clay

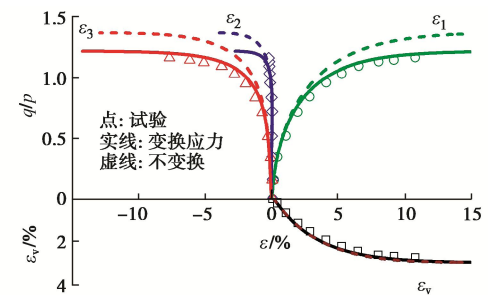


图9 UH模型预测与真三轴试验数据对比

Fig. 9 Comparison between predicted results with UH model and true triaxial test data

### 3 平板载荷离心模型试验及模拟

#### 3.1 试验过程

本试验在浙江大学超重力离心模拟与实验基地完成, 试验采用ZJU-400型离心机<sup>[13]</sup>, 试验离心加速度为50g。图10所示为试验用定制的超重力竖向加载装置及安装在模型箱上的情形。图11所示模型箱及载荷板的平面位置及尺寸, 为了方便重复试验, 在对称位置设置多个载荷板布设点位, 载荷板中心距离模型箱水平距离超过4倍的载荷板半径, 重复试验的载荷板布设点位中心距超过4倍载荷板直径, 尽可能地消除边界效应对试验结果的干扰。

试验选择马来西亚高岭土作为地基土, 在常重力环境中首先对模型箱中地基土进行竖向100 kPa的预压固结, 后卸载至10 kPa, 地基土厚度约为50 cm。基于离心机模拟 $n = 50g$ 的超重力环境。在模型箱地基土上方均匀铺设一层约3 cm厚的福建标准砂, 模拟10 kPa的均布上覆荷载。地基土上表面与下表面均为排水边界, 上下边界水位连通。

离心机试验过程共分4个阶段: ①超重力固结阶段, 地基土装载完成后, 离心机启动并保持稳定运行, 50g超重力下固结约21 h。②不排水加荷阶段, 载荷

板以 0.5 mm/s 速率加载 2 mm，加载时长为 4 s。③持荷排水阶段，加载后保持载荷板位移不变，转机 1 h。④重复阶段，重复步骤②、③共 4 次，载荷板累积加载 10 mm 停止。记录整个过程中载荷板所受反力及加载位移  $s$  的相对关系，得到载荷板的荷载变形曲线，即  $p_L$ - $s$  曲线。变换载荷板的位置进行一组重复试验，记录两组试验 Test-1，Test-2 的  $p_L$ - $s$  曲线数据。

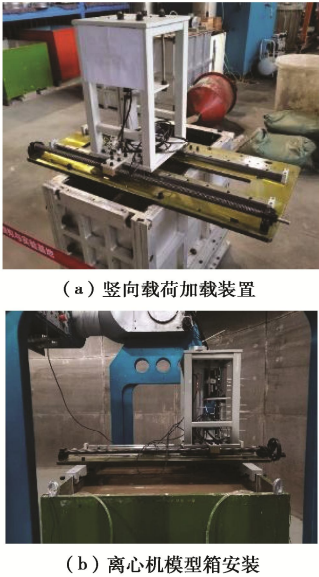


图 10 离心模型试验加载装置

Fig. 10 Loading devices for centrifuge tests

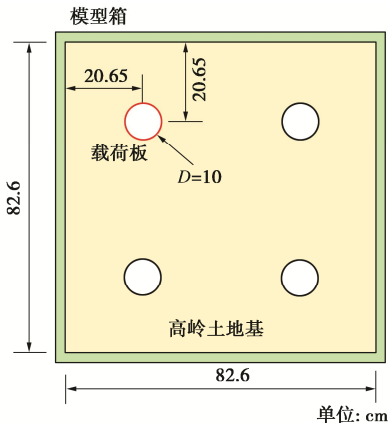


图 11 模型箱及载荷板的位置及尺寸

Fig. 11 Location and size of model box and loading plate

3.2 数值模拟方案

数值计算模型如图 12 所示，考虑模型的对称性，取 1/4 模型进行计算，地基土底面固定，上表面为位移自由边界，四周限制水平位移，上下表面在静水压力作用下孔压保持恒定。计算模型的几何尺寸根据离心模型与原型的关系<sup>[14]</sup>，按照原型尺寸进行建模。

分别采用 UH 模型和剑桥模型进行计算，UH 模型与剑桥模型选用完全相同的模型参数，如表 1 所示。土的天然密度为 1.63 g/cm<sup>3</sup>，土的渗透系数  $k$  取  $1.2 \times 10^{-8}$  m/s。地基土竖向的前期固结压力为 100 kPa，初

始竖向压力为 10 kPa，初始的侧压力系数设为  $K_0 = 0.6$ ，初始孔隙比  $e_0=1.395$ 。计算过程与试验步骤保持一致，相关参数如固结时间、排水时间等按照相应比例关系进行设置。数值计算采用有限元软件，模型共划分为 5430 个单元，单元类型为 C3D8P，Soils 分析步类型，计算任务基于二次开发的 UH 模型 UMAT 子程序提交。

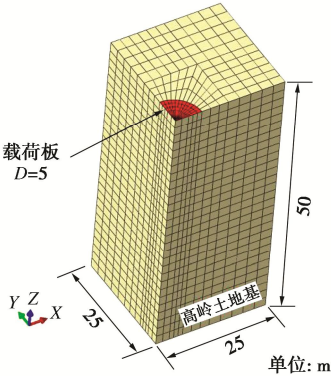


图 12 数值计算模型

Fig. 12 Numerical calculation model

表 1 地基土本构模型参数

Table 1 Constitutive model parameters of foundation soil					
参数	$M$	$\nu$	$\kappa$	$\lambda$	$N$
UH 模型	0.9	0.33	0.079	0.244	2.335
剑桥模型	0.9	0.33	0.079	0.244	2.335

3.3 结果分析

(1) 数值模拟荷载变形曲线与试验结果对比

图 13 所示为数值模拟与试验  $p_L$ - $s$  曲线结果对比。两组复杂加载路径下的试验数据 Test-1，Test-2 较为接近，表现出较高的可重复性。可以明显看出，UH 模型计算所得  $p_L$ - $s$  曲线与试验数据较为接近，体现了 UH 模型在超固结土强度变形计算中的优势。剑桥模型计算结果与试验数据误差较大，计算所得  $p_L$ - $s$  曲线载荷板压力远高于试验结果。

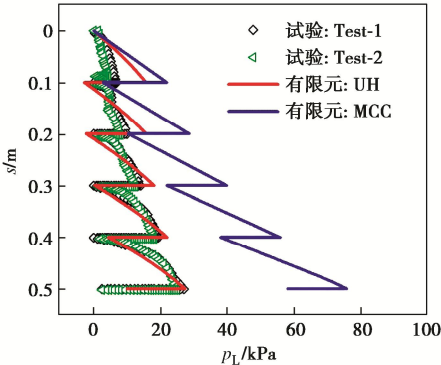


图 13 数值模拟与试验荷载变形曲线对比

Fig. 13 Comparison of load-deformation curves of numerical simulation and tests

试验中载荷板加载主要作用于地基土上表面一定深度范围，而地基土竖向前期固结压力为 100 kPa，对

于地基土上部, 竖向应力较小, 因而超固结度较高。依据剑桥模型的理论框架及加卸载特点, 剑桥模型加载过程中地基土会长时间处于弹性区, 仅产生弹性变形, 变形模量为弹性模量, 应力增加快, 应变增加慢, 对于载荷载板这类应变控制的加载路径, 将会得到远大于实际情况的压力值。

UH 模型加载过程为弹塑性加载, 既有弹性变形又产生塑性变形, UH 模型应变数值比剑桥模型更加准确, 变形模量更加合理, 所得荷载板的压力值也更加真实。

## (2) 地基土超固结状态的演化形式

为了分析超固结状态的演化过程, 首先要确定超固结状态的演化形式。本试验离心机超重力固结时间约 21 h, 试验与模拟渗透性时间参量  $T$  的比例为  $n^2 = 2500$  倍, 因而模拟计算设置的重力固结时间为  $1.89 \times 10^8$  s, 受多种因素制约, 该超重力固结时间是不充分的, 地基土内超静孔压未完全消散。为说明重力固结时间对地基土应力场和超固结度的影响, 补充计算一组 UH 模型重力固结充分的结果, 此时将重力固结时间设置为原固结时间的 10 倍, 在这种极端情况, 超静孔压几乎完全消散。提取沿地基土深度方向上结点的竖向有效应力  $\sigma'_z$ , 计算该路径上的 OCR 值, 绘制 OCR 随深度的分布曲线, 并与真实固结时间计算所得 OCR 随深度分布曲线进行对比, 见图 14。可以看出, 真实固结时间对应的地基土相同深度处的超固结度要大于充分固结后的超固结度。

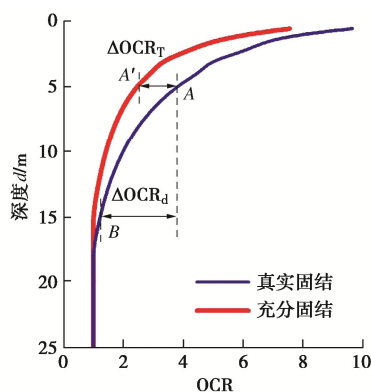


图 14 OCR 随深度的分布曲线

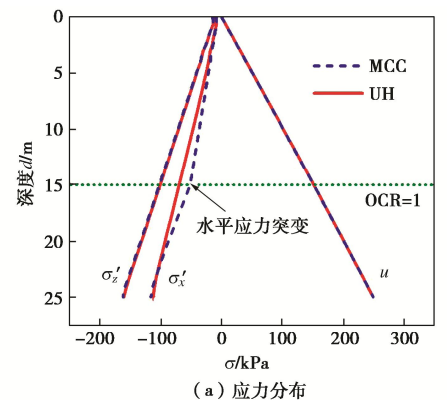
Fig. 14 Distribution curves of OCR with depth

根据图 14, 超固结状态演化导致超固结度变化的形式有  $\Delta OCR_T$ ,  $\Delta OCR_d$  两种。 $\Delta OCR_T$  代表时间引起的超固结度差异值, 是由主固结程度引起的, 图中 A 点及 A' 点深度同为 5 m, 所承受的竖向总应力大小相同, 但由于 A 点固结时间较短, 超静孔压消散过程还未完成, 有效应力较小, 故而 OCR 比 A' 点大。 $\Delta OCR_d$  代表深度引起的超固结度差异值, 图中点 A 与点 B 位于同一条曲线, 固结时间一致, 但由于 B 点深度较大,

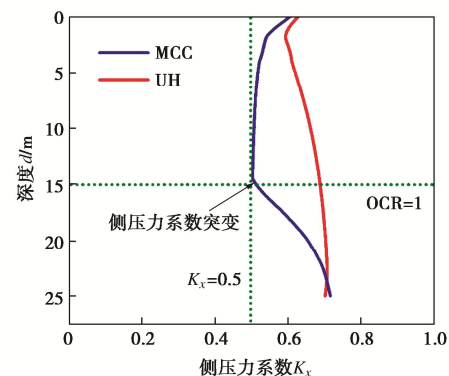
土体的竖向有效应力大, 超固结度小于点 A, 从点 A 到点 B 超固结度逐渐减小。

超固结度变化的两种形式  $\Delta OCR_T$ ,  $\Delta OCR_d$  其本质上是相同的, 都是影响土体的有效应力, 进而造成超固结状态不一致。但通常  $\Delta OCR_T$  主要受渗透系数及时间因素影响, 受本构模型本身的影响不大, 因此更应该比较 UH 模型及剑桥模型在地基土深度方向上的超固结状态演化过程差异。

(3) 地基土超固结状态演化对侧压力系数的影响  
分别提取两模型计算所得竖向应力  $\sigma'_z$ 、水平应力  $\sigma'_x$ 、孔压  $u$  及侧压力系数  $K_x$  沿深度的分布曲线, 如图 15 所示。



(a) 应力分布



(b) 侧压力系数分布

图 15 应力及侧压力系数沿深度的分布曲线

Fig. 15 Distribution curves of stress and lateral pressure coefficient along depth

图 15 (a) 为两模型计算应力沿深度方向的分布曲线。可以发现剑桥模型计算的应力曲线出现明显的突变点。突变点处竖向应力  $\sigma'_z$  约为 100 kPa, 等于前期固结压力, 说明该点深度为超固结状态与正常固结状态的分界点。根据弹性理论, 侧限条件下侧压力系数  $K_x = \nu / (1 - \nu)$ , 可得理论值  $K_x = 0.5$ 。根据图 15 (b), 剑桥模型  $K_x$  值在超固结状态下随着应力增大逐渐趋向定值 0.5 并保持稳定, 当应力进入正常固结状态时,  $K_x$  值又会发生剧烈变化, 这显然与实际情况不符。UH 模型计算所得水平应力分布曲线及  $K_x$  分布曲线较为平顺, 不会出现突变现象。



剑桥模型分别用弹性和弹塑性理论计算超固结状态和正常固结状态的处理方法导致了突变点的产生,尤其是在超固结状态下依托弹性理论得到的固定 $K_x$ 值不符合土的基本力学特性。而 UH 模型能合理反映土从超固结状态到正常固结状态的沿深度方向地基土的应力及 $K_x$ 的渐变过程,充分体现土的基本力学特性。

#### (4) 载荷板加载阶段地基土应力应变关系对比

超重力固结时间选择真实固结时间,载荷板位移加载及持荷排水时间均按比例保持与离心机试验一致,分别用 UH 模型和剑桥模型进行计算。选取载荷板中心下方深度为 3.1 m 的地基土单元,该单元在载荷板加载时处于超固结状态,单元的应力应变如图 16 所示。UH 模型与剑桥模型计算的应力应变关系主要存在 3 点区别。

a) 加载过程中,剑桥模型计算所得应力增量 $\Delta p$ , $\Delta q$ 比 UH 模型计算结果增速快、峰值高,见图 16(a),  
(b)。对剑桥模型,因为土单元处于超固结状态,加载过程中出现弹性硬化,这会导致:①弹性加载过程模量高、压力大;②载荷板加载初期侧压力系数接近于固定值 $K_x = 0.5$ ,该值比 UH 模型计算的 $K_x$ 值小,造成竖向应力与水平应力差值变大,剪应力大。

b) 加载过程中 UH 模型计算的剪应变增量 $\Delta \varepsilon_d$ 稍大,见图 16(c)。这是因为根据超固结状态下两模型计算假定,UH 模型加载过程中既产生弹性应变,又产生塑性应变,而剑桥模型仅产生弹性应变,因此 UH 模型计算剪应变比剑桥模型大。

c) 加载过程中体变增量 $\Delta \varepsilon_v$ 两模型计算结果几乎相同。当载荷板位移快速加载时,地基土处于几乎不排水状态,体变为 0,而持荷排水阶段,地基土处于卸载状态,UH 模型和剑桥模型均只产生弹性体变,因此两模型计算的体变增量几乎一致。

综上所述,相较于与 UH 模型,剑桥模型由于其在超固结状态加载计算时存在的不足,在载荷板加载和持荷排水阶段计算所得土单元的平均应力增量、剪应力增量过大,剪应变增量过小,尽管体变增量由于路径的特殊性,两模型的计算结果保持一致,但总体而言,UH 模型计算结果更加合理准确。

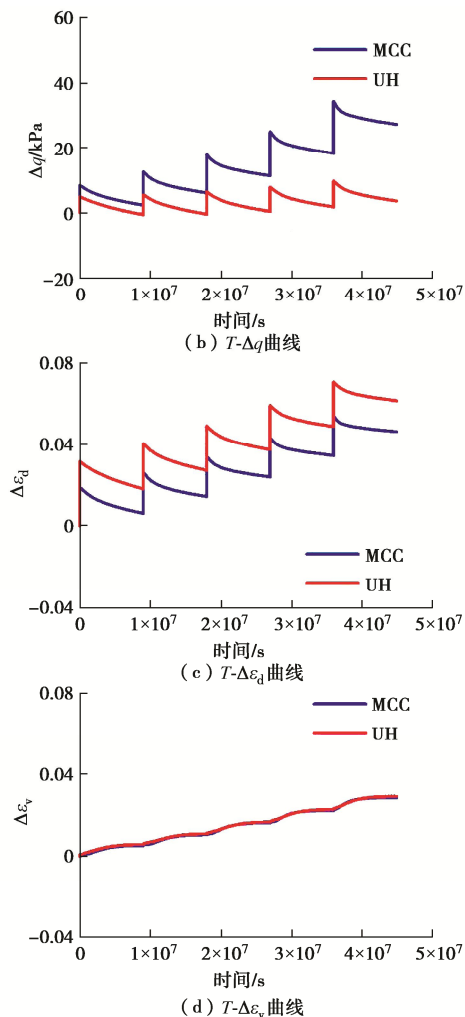
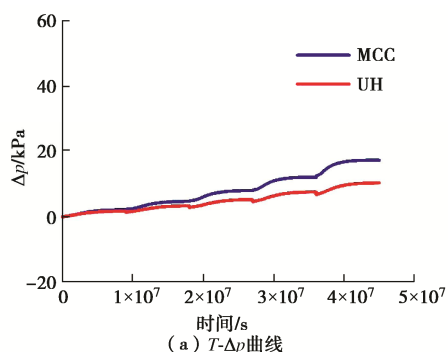


图 16 载荷板中心下 3.1 m 处的地基土单元应力应变关系  
Fig. 16 Stress-strain relations of foundation soil element at 3.1 m below center of loading plate

## 4 结 论

(1) 剑桥模型描述超固结状态演化存在明显的局限性。剑桥模型对正常固结状态和超固结状态的计算理论进行割裂处理,超固结状态基于弹性理论计算,正常固结状态基于弹塑性理论计算,这导致超临界侧的强度预测值过高、超固结状态下无法进行应力三维化、应力应变关系存在突变等问题,进而导致计算的强度变形结果与实际产生显著误差。

(2) UH 模型通过统一硬化参量建立了超固结参量、潜在破坏应力比、塑性体应变三者的耦合演化机制,通过弹塑性理论将土体超固结状态与正常固结状态的计算理论进行统一,能够反映土体超固结状态动态演化过程,能够在正常固结状态和超固结状态完整的进行变换应力三维化。通过常规三轴压缩排水、不排水及真三轴试验预测可知,UH 模型能更加合理地描述超固结状态土体的硬化/软化、剪缩/剪胀等力学特性,超固结状态土的强度变形计算结果更加准确可靠。



(3)通过对比剑桥模型和 UH 模型对载荷板加载离心机试验模拟结果可以发现,相比于剑桥模型,UH 模型计算所得载荷板的荷载位移曲线与试验数据更加接近;超重力固结阶段所得地基土水平应力、侧压力系数随深度的分布更加准确、合理;载荷板加载阶段地基土单元的应力应变关系更加精准、可靠。

研究证明了 UH 模型相较于剑桥模型在超固结状态演化计算方面具有明显优势,体现了 UH 模型是基于剑桥模型的重要发展创新。UH 模型的建立显著提高了超固结状态土体强度变形计算的准确性、科学性和实用性,对复杂岩土工程问题的计算求解具有重要理论和应用价值。

**致谢:**感谢浙江大学超重力研究中心孔德琼、赵宇、闫子壮、李桢懿等对离心模型试验的帮助与配合。

### 参考文献:

- [1] ROSCOE K H, SCHOFIELD A N, WROTH C. On the yielding of soils[J]. *Géotechnique*, 1958, **8**: 22-53.
- [2] ROSCOE K H, SCHOFIELD A N, THURAIRAJAH A. Yielding of clays in states wetter than critical[J]. *Géotechnique*, 1963, **13**(3): 211-240.
- [3] SCHOFIELD A N, WROTH P. Critical State Soil Mechanics[M]. New York: McGraw-Hill, 1968.
- [4] YAO Y P, HOU W, ZHOU A N. UH model: three-dimensional unified hardening model for overconsolidated clays[J]. *Géotechnique*, 2009, **59**(5): 451-469.
- [5] YAO Y P, ZHANG K. Innovations of the UH model associated with a clue of stress-strain chain[J]. *Transportation Geotechnics*, 2022, **37**: 100836.
- [6] YAO Y P, LIU L, LUO T. A constitutive model for granular soils[J]. *Science China Technological Sciences*, 2018, **61**(10): 1546-1555.
- [7] YAO Y P, ZHOU A N. Non-isothermal unified hardening model: a thermo-elasto-plastic model for clays[J]. *Géotechnique*, 2013, **63**(15): 1328-1345.
- [8] 姚仰平, 田雨, 周安楠, 等. 土的统一硬化函数的构造[J]. *中国科学: 技术科学*, 2019, **49**(1): 26-34. (YAO Yangping, TIAN Yu, ZHOU Annan, et al. Unified hardening law for soils and its construction[J]. *Scientia Sinica (Technologica)*, 2019, **49**(1): 26-34. (in Chinese))
- [9] YAO Y P, SUN D A. Application of Lade's criterion to Cam-clay model[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2000, **126**(1): 112-119.
- [10] YAO Y P, WANG N D. Transformed stress method for generalizing soil constitutive models[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2014, **140**(3): 614-629.
- [11] 姚仰平, 张丙印, 朱俊高. 土的基本特性、本构关系及数值模拟研究综述[J]. *土木工程学报*, 2012, **45**(3): 127-150. (YAO Yangping, ZHANG Bingyin, ZHU Jungao. Behaviors, constitutive models and numerical simulation of soils[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2012, **45**(3): 127-150. (in Chinese))
- [12] 陈云敏, 马鹏程, 唐耀. 土体的本构模型和超重力物理模拟[J]. *力学学报*, 2020, **52**(4): 901-915. (CHEN Yunmin, MA Pengcheng, TANG Yao. Constitutive models and hypergravity physical simulation of soils[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2020, **52**(4): 901-915. (in Chinese))
- [13] 陈云敏, 韩超, 凌道盛, 等. ZJU400 离心机研制及其振动台性能评价[J]. *岩土工程学报*, 2011, **33**(12): 1887-1894. (CHEN Yunmin, HAN Chao, LING Daosheng, et al. Development of geotechnical centrifuge ZJU400 and performance assessment of its shaking table system[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2011, **33**(12): 1887-1894. (in Chinese))
- [14] CHEN Y M, TANG Y, LING D S, et al. Hypergravity experiments on multiphase media evolution[J]. *Science China Technological Sciences*, 2022, **65**(12): 2791-2808.
- [15] 沈珠江. 理论土力学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2000. (SHEN Zhujiang. *Theoretical Soil Mechanics*[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2000. (in Chinese))
- [16] ANTONIO G. Stress-strain and Strength Characteristics of a Low Plasticity Clay[D]. London: Imperial College London, 1982.
- [17] POTTS D M, ZDRAVKOVIC L. Finite Element Analysis in Geotechnical Engineering: Theory[M]. London: Thomas Telford, 1999.
- [18] YAO Y P, LU D C, ZHOU A N, et al. Generalized non-linear strength theory and transformed stress space[J]. *Science in China Series E: Technological Sciences*, 2004, **47**(6): 691-709.
- [19] GHANTOUS I B. Prediction of in Situ Consolidation Parameters of Boston Blue Clay[D]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 1982.
- [20] CHOWDHURY E Q, NAKAI T. Consequences of the  $t_{ij}$ -concept and a new modeling approach[J]. *Computers and Geotechnics*, 1998, **23**(3): 131-164.