

DOI: 10.11779/CJGE20221403

考虑地层损失的隔离桩对基坑旁侧盾构隧道变形保护研究

魏 纲^{1,2}, 木志远³, 齐永洁^{*4}, 郭丙来⁵, 项鹏飞⁶

(1. 浙大城市学院浙江省城市盾构隧道安全建造与智能养护重点实验室, 浙江 杭州 310015; 2. 浙大城市学院城市基础设施智能化浙江省工程研究中心, 浙江 杭州 310015; 3. 安徽理工大学土木建筑学院, 安徽 淮南 232001; 4. 浙江大学滨海和城市岩土工程研究中心, 浙江 杭州 310058; 5. 浙江工业大学岩土工程研究所, 浙江 杭州 310014; 6. 浙江同济科技职业学院建筑工程学院, 浙江 杭州 311200)

摘要: 基坑的开挖卸载会导致旁侧既有盾构隧道出现变形破坏, 工程中常在基坑与隧道之间设置隔离桩来保护既有隧道。为研究基坑开挖影响下隔离桩外既有隧道的水平位移规律, 建立基坑、隔离桩、既有隧道的三维力学计算模型, 考虑基坑开挖引起的地层损失, 推导了基坑卸荷引起的附加应力计算公式, 基于 Kerr 地基模型并对地基系数做出调整, 得到隔离桩挠曲变形计算公式, 建立隔离桩挠曲变形影响区, 根据影响区的地层损失推导了既有隧道水平位移计算公式, 同时进行了案例验证与影响因素分析, 对隔离桩的“牵引作用”与“保护作用”在理论上做出了解释。研究结果表明: 计算结果与工程实测数据及数值模拟结果相互吻合; 设置隔离桩能够有效降低隧道水平位移, 起到很好的保护作用; 保护作用随着隔离桩桩长的增加而逐渐增加; 桩长达到临界点后, 隔离桩“牵引作用”产生, 保护作用随桩长增加而减小; 桩间距较小时保护效果较好; 隔离桩设置靠近基坑一侧时保护效果明显优于设置在靠近隧道一侧。

关键词: 地层损失; 盾构隧道; 基坑开挖; 隔离桩; Kerr 地基模型

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2024)03-0480-10

作者简介: 魏 纲(1977—), 男, 教授, 博士生导师, 从事地下隧道与周边环境相互影响及风险评估与控制等方面的研究。E-mail: weig@hzcu.edu.cn

Deformation protection of shield tunnels next to foundation pits by isolation piles considering formation loss

WEI Gang^{1,2}, MU Zhiyuan³, QI Yongjie⁴, GUO Binglai⁵, XIANG Pengfei⁶

(1. Key Laboratory of Safe Construction and Intelligent Maintenance for Urban Shield Tunnels of Zhejiang Province, Hangzhou City University, Hangzhou 310015, China; 2. Zhejiang Engineering Research Center of Intelligent Urban Infrastructure, Hangzhou City University, Hangzhou 310015, China; 3. School of Civil Engineering and Architecture, Anhui University of Science & Technology, Huainan 232001, China; 4. Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 5. Institute of Geotechnical Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014, China; 6. Department of Architectural Engineering, Zhejiang Tongji Vocational College of Science and Technology, Hangzhou 311200, China)

Abstract: The excavation and unloading of a foundation pit will lead to the deformation and destruction of the adjacent tunnels. In engineering, the isolation piles are often set between the foundation pit and the tunnel to protect the tunnel. In order to study the horizontal displacement laws of the existing tunnels outside the isolation piles under the influences of excavation of foundation pits, a three-dimensional mechanical model is established. Considering the stratum loss caused by excavation of foundation pits, the formula for the additional stress caused by unloading of the foundation pits is derived. Based on the Kerr foundation model and the adjustment of the foundation coefficient, the formula for the deflection deformation of the isolation piles is obtained. Based on the formation loss in the affected area, the formula for calculating the horizontal displacement of the existing tunnels is deduced. At the same time, the case is verified and the influencing factors are analyzed. The "traction effects" and "protection effects" of the isolation piles are explained theoretically. The results show that the calculated results are consistent with the measured data and numerical results. Setting isolation piles can effectively reduce the horizontal displacement of the tunnels and play a good protective role.

The protective effects of the short piles gradually increase with

基金项目: 浙江省基础公益研究计划项目 (LGF22E080012)

收稿日期: 2022-11-14

*通信作者 (E-mail: qyjdaydayup@zju.edu.cn)

the increase of the length of the isolated piles. After the pile length reaches the critical point, the "traction effects" of the isolation piles occur, and the protective effects decrease with the increase of the pile length. The protection effects are better when the pile spacing is small. When the isolation piles are placed close to the side of the foundation pit, the protection effects are significantly better than those of the side close to the tunnels.

Key words: stratigraphic loss; shield tunnel; excavation of foundation pit; isolation pile; Kerr foundation model

0 引言

基坑的开挖会导致周围土层发生位移，极易引起临近地铁隧道的变形破坏。实际工程中常常通过在基坑和隧道之间设置隔离桩来阻隔部分基坑开挖产生的影响^[1-2]，从而对既有隧道形成保护作用。因此，对隔离桩的保护效果进行研究与评估，从而对隔离桩的设计进行优化，具有较大的现实意义和研究价值。

在针对隔离桩保护效果展开的国内外研究中，主要的研究方法包括数值模拟^[2]、实测数据分析^[2]和室内模型试验^[3]等，其中以数值模拟为主，实测数据作为验证的研究较多，理论解^[1]较少。其中，郑刚等^[2]通过有限元模拟和实测数据验证的方法展开，提出隔离桩对隧道水平位移的影响具体表现为“阻隔作用”和“牵引作用”。在直接相关的理论解中，Wei 等^[1]建立了基坑-隔离桩-隧道三维力学模型，通过基坑开挖后隔离桩外隧道水平位移的三阶段计算方法得到隧道位移，并与实测对比验证了该模型的可靠性。相类似的单桩理论解研究中，张治国等^[5]则是在二维坐标系上提出了基于地层损失的二阶段分析法，并给出了单桩水平位移解析解。综上所述，目前直接相关的理论解研究较少，大多数相似研究多是建立在二维坐标系上，但在实际工程中，隔离桩布置时大多是多根隔离桩间隔布置，作用在单桩上的基坑卸荷应力在平面坐标体系中难以满足研究要求。

实际工程中，基坑变形会呈现出明显的空间效应，二维坐标系上的研究也很难考虑到隔离桩的纵向排布情况。Wei 等^[1]虽给出三维坐标系上的理论解，但未进行影响因素上的后续研究。本文建立基坑-隔离桩-隧道计算模型，在三维坐标系上考虑基坑侧壁、隔离桩变形区域上的实际地层损失，并跟进研究了隔离桩长度、间距、位置分布三类影响因素。

目前已有的计算模型大多采用应力释放法计算基坑卸荷应力，该方法计算过程中需要较多的土体参数，如土体弹性模量、泊松比、重度、黏聚力、内摩擦角、土体主动极限位移等。此外，在预测基坑侧壁变形曲线计算上，目前的应力释放法仅适用于一定范围内的围护结构变形量，无法考虑大变形或破坏情况。本文根据 Zhang 等^[7]提出的基坑侧壁变形曲线也可结合现场监测数据，由围护结构变形曲线或侧壁破坏土体损失量计算得到基坑旁侧隔离桩桩身附加应力，此过程

仅需土体弹性模量以及泊松比，所需土体参数少，且可考虑大变形或破坏情况。

在基坑-隔离桩-隧道三维力学模型中，考虑地层损失计算的结果与地层损失区域形状和区域与计算点的相对位置有关，故在不同研究隔离桩挠曲变形区需要更精确的拟合区域以表示地层的损失，隔离桩地基模型的不同也可能导致周边土体或桩基的变形差异，需要更符合实际工程的地基模型。本文根据隔离桩长度对 Kerr 地基模型中的地基系数进行调整，计算出的隔离桩挠曲变形区域更加精确，故得到的地层损失区域的形状、位置更加精确，隧道水平位移更加符合工程实际。

1 建立力学模型

图 1, 2 为本文计算模型图。由图可知，基坑位于既有隧道左侧，隔离桩位于两者之间，以基坑中心为原点建立三维坐标系。基坑为长方形，平行于隧道一侧的侧壁长为 L ，另一侧壁长为 L_b ，基坑开挖深度为 d ，坑底以下围护结构埋深为 d_0 ，围护结构总长为 H ($H=d+d_0$)。多根隔离桩组成的围护结构坐标位于 x_g 处，总宽度为 L_g ，每一根隔离桩的桩径为 D_g ，长度为 H_g ，相邻间隔距离为 \bar{l}_g 。既有隧道直径为 D_s ，中心轴线埋深为 H_s ，位于 x_s 处。

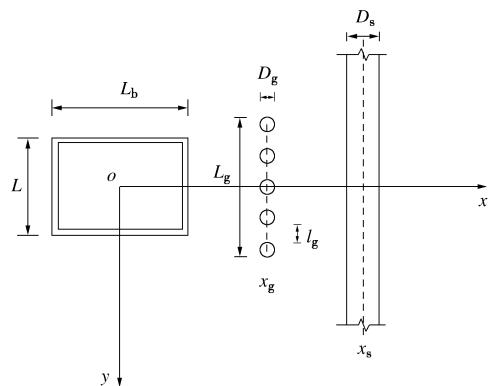


图 1 力学模型平面图

Fig. 1 Plan of mechanical model

本部分分为 3 个步骤：①首先忽略隧道和隔离桩的存在，根据相应基坑变形曲线，考虑地层损失计算基坑开挖在隔离桩处的附加应力；②基于 Kerr 地基模型，根据桩身参数对地基系数进行调整，计算隔离桩挠曲变形；③基于地层补偿法，根据地层损失求得隔

离桩位移引起的既有隧道位移值。

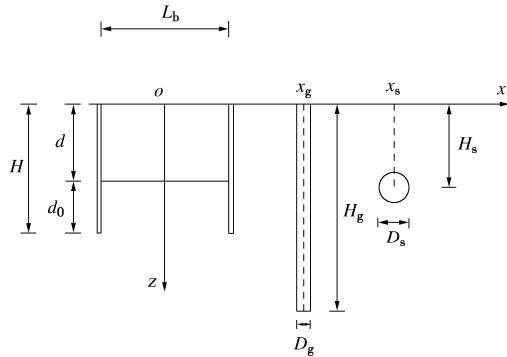


图 2 力学模型侧面图

Fig. 2 Lateral view of mechanical model

隧道水平位移小于 20 mm 时可不用设置隔离桩。隔离桩施工位置与隧道结构外边线水平投影间净距^[21]最小为 3 m, 本模型中隔离桩施工均应位于隧道安全范围内。

2 计算公式

2.1 基坑侧壁位移计算公式

如图 3 所示, Zhang 等^[7]以分段余弦函数拟合围护结构变形增量, 提出“内凸型”围护结构变形曲线

$$\left. \begin{aligned} \delta_i(\eta, H_{ei}) &= \frac{\delta_{max,i}}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{\pi \eta}{H_{ei}} \right) \right] & (0 \leq \eta \leq H_{ei}), \\ \delta_i(\eta, H_{ei}) &= \frac{\delta_{max,i}}{2} \left\{ 1 - \cos \left(\frac{\pi [\eta + (H - 2H_{ei})]}{H - H_{ei}} \right) \right\} & (H_{ei} \leq \eta \leq H). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: $\delta_{max,i}$ 为第 i 层开挖引起的围护结构最大变形值; $\delta_i(\eta, H_{ei})$ 为第 i 层开挖引起 η 深度处基坑侧壁围护结构的变形增量; H_{ei} 为第 i 层开挖后的开挖面深度。

第 i 层开挖引起的最大变形增量为

$$\left. \begin{aligned} \delta_{max,i} &= \frac{v_{max}}{H_e} \cdot H_{ei} & (i=1), \\ \delta_{max,i} &= \frac{v_{max}}{H_e} \cdot H_{ei} - \sum_{j=1}^{i-1} \delta_j(H_{ej}) & (i \geq 2). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: v_{max} 为围护结构积累最大变形值, 实际工程中通常以围护结构的累计最大变形作为围护结构变形的控制要求, 每一层开挖累积变形都应满足控制值。

考虑基坑变形的空间效应, 由于围护结构系统刚度和土体应力状态不同, 靠近基坑边角区域基坑变形较小, 较长围护结构中心区域变形较大。刘念武等^[8]采用围护结构的 PSR 变化趋势^[9]有边角附近处 PSR 为 0.72; 当 PSR 接近于 1.00 时, 对应的 λ / H_{ei} 值为 4.00。

$$\left. \begin{aligned} PSR(\lambda, H_{ei}) &= 1.671 - e^{-0.1\lambda/H_{ei}} & (0 \leq \lambda < 4H_{ei}), \\ PSR(\lambda, H_{ei}) &= 1 & (\lambda \geq 4H_{ei}). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: λ 为计算位移点与基坑宽度边缘的距离。

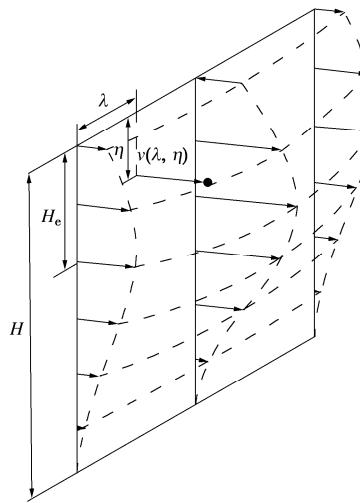


图 3 围护结构变形计算模型

Fig. 3 Model for envelope deformation

整合式 (1) ~ (3), 即可获得考虑空间效应后基坑开挖时侧壁任一位置处的围护结构变形量计算公式:

$$v(\lambda, \eta) = PSR(\lambda, H_{ei}) \cdot \delta(\eta, H_{ei}) \quad . \quad (4)$$

2.2 桩身附加应力计算公式

Sagasteta^[15]在 1987 年提出地层位移变形计算模型, 得到弹性半空间中任意点地层损失引起的周围土体位移场。该方法对土体位移作了一定假设: ①土体不可压缩, 地层损失是导致土体变形的原因; ②忽略土体固结、流变以及孔隙水压力等影响。

图 4 为地层位移变形计算模型, 在图示的直角坐标系中, 点 $F(L_b/2, \eta)$ 处半径为 a 的间隙在隧道轴线上方的点 $P(x_1, z_1)$ 处产生的位移沿 x 轴分量为

$$S_{x1} = -\frac{a^2}{2} \frac{x_1 - L_b/2}{r'_1} \quad . \quad (5)$$

式中: $r'_1 = \sqrt{(L_b/2 - x_1)^2 + (\eta - z_1)^2}$, 表示点 F 与点 P 的距离。

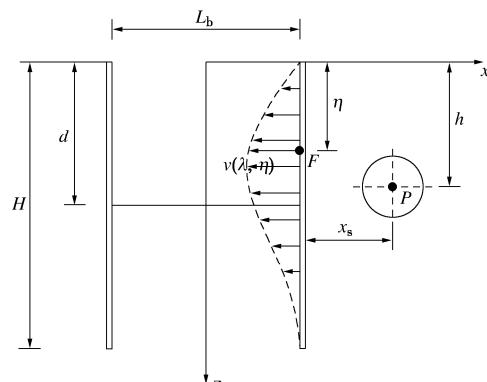


图 4 地层位移变形计算模型

Fig. 4 Model for displacement deformation of formation

式 (5) 是基于全空间条件下得到的, 而实际中为

半空间体。因此, 需要转化为半空间体的求解问题。于是将 $F(L_b/2, \eta)$ 镜像为 $F'(L_b/2, -\eta)$, 在该点发生大小相等的体积膨胀, $F'(L_b/2, -\eta)$ 在点 $P(x_1, z_1)$ 处产生的沿 x 轴位移分量为

$$S_{x2} = \frac{a^2}{2} \frac{x_1 - L_b/2}{r_2'^2} \quad (6)$$

式中: $r_2' = \sqrt{(L_b/2 - x_1)^2 + (\eta + z_1)^2}$, 表示点 F' 与点 P 的距离。

在式(5)建立过程中, 将在地面产生剪应变 γ ,

$$\gamma = -4a^2 \frac{\eta(x_1 - L_b/2)}{[(x_1 - L_b/2)^2 + \eta^2]^2} \quad (7)$$

则在地表产生的附加剪应力为

$$\tau = G\gamma = -4Ga^2 \frac{\eta(x_1 - L_b/2)}{[(x_1 - L_b/2)^2 + \eta^2]^2} \quad (8)$$

式中: G 为土体剪切模量, $G = \frac{E_s t}{6(1+v_s)}$ 。

考虑地表附加剪应力影响, 则剪应力在 P 点处产生的位移沿 x 方向分量为

$$S_{x3} = -\frac{a^2(x_1 - L_b/2)}{r_2'^2} \left[1 - 2 \frac{z_1(z_1 + \eta)}{r_2'^2} \right] \quad (9)$$

综上半无限空间内点 $F(L_b/2, \eta)$ 处半径为 a 的空隙在 $P(x_1, z_1)$ 处产生的土体位移沿 x 轴分量为

$$S_x(x_1, z_1) = S_{x1} + S_{x2} + S_{x3} \quad (10)$$

为了计算基坑变形引起的既有隧道隔离桩附加应力值, 本文引入地层位移变形计算模型, 王涛等^[6]利用该模型推导了隧道开挖产生的地层损失引起的土层中任意一点沿 x 轴、 y 轴、 z 轴 3 个方向上的附加应力计算公式。

在点 (x_0, y_0, z_0) 处半径为 a 的球形空隙在水平 x 方向产生的应力分量 σ_{x-s_1} , σ_{x-s_2} 分别为

$$\begin{aligned} \sigma_{x-s_1} &= a^3 \frac{E}{3(1-2\mu)} \left(\frac{1}{r_2^3} - \frac{1}{r_1^3} \right) + a^3 \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} (x-x_0)^2 \left(\frac{1}{r_1^5} - \frac{1}{r_2^5} \right) + \\ &a^3 \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left[(y-y_0)^2 \left(\frac{1}{r_1^5} - \frac{1}{r_2^5} \right) + (z-z_0)^2 \frac{1}{r_1^5} - (z+z_0)^2 \frac{1}{r_2^5} \right], \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{x-s_2} &= \frac{a^3}{\pi} \frac{E}{1+\mu} \lim_{m \rightarrow \infty} \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{y_0-m}^{y_0+m} \int_{x_0-n}^{x_0+n} \frac{z_0(x-u)(u-x_0)}{[(u-x_0)^2 + (t-y_0)^2 + z_0^2]^{5/2}} \\ &\left\{ \frac{1-2\mu}{(r_0+z)^2} \left[\frac{1}{r_0} - \frac{(y-t)^2}{r_0^3} - \frac{2(y-t)^2}{r_0^2(r_0+z)} \right] - \frac{3(x-u)^2}{r_0^5} \right\} du dt + \\ &\frac{a^3}{\pi} \frac{E}{1+\mu} \lim_{m \rightarrow \infty} \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{y_0-m}^{y_0+m} \int_{x_0-n}^{x_0+n} \frac{z_0(y-t)(t-y_0)}{[(u-x_0)^2 + (t-y_0)^2 + z_0^2]^{5/2}}, \\ &\left\{ \frac{1-2\mu}{(r_0+z)^2} \left[\frac{1}{r_0} - \frac{(x-u)^2}{r_0^3} - \frac{2(x-u)^2}{r_0^2(r_0+z)} \right] - \frac{3(y-t)^2}{r_0^5} \right\} du dt. \end{aligned} \quad (12)$$

单位体积空隙引起的 x 方向的附加应力 σ'_{x-s} 为

$$\sigma'_{x-s} = \frac{\sigma_{x-s_1} + \sigma_{x-s_2}}{\frac{4}{3}\pi a^3} \quad (13)$$

基坑围护结构变形引起的水平附加应力 σ_1 为

$$\sigma_1 = \iiint_{V_1} \sigma'_{x-s}(x, y, z) dx dy dz \quad (14)$$

式中: $r_0 = \sqrt{(x-u)^2 + (y-t)^2 + z^2}$;

$$r_1 = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2};$$

$$r_2 = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z+z_0)^2};$$

E 为土体弹性模量; V_1 为基坑围护结构变形形成的空隙区域, 可由现场监测手段获得, 也可通过式(4)计算区域各点坐标获得。

2.3 隔离桩挠曲变形计算公式

(1) 隔离桩位移模型

参考冯国辉等^[10]的方法求解隔离桩的挠曲变形。

基于假定的开挖土体自由场位移模式, 采用 Kerr 地基梁模型模拟隔离桩。图 5 为 Kerr 地基桩土相互作用计算模型。

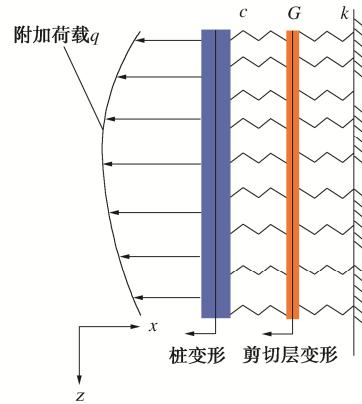


图 5 桩土相互作用计算模型

Fig. 5 Model for pile-soil interaction

如图 6 所示, 假设基坑开挖引起的隔离桩处的自由土体位移为 h_{sz} (曲线 AD), 但由于隔离桩的存在, 土体自由位移会受到约束, 设桩身的最终水平位移为 w_2 (曲线 AC)。根据桩-土变形协调, 桩身水平位移即为该部分土体的最终侧向位移。土体的约束位移, 即桩-土的相对位移为 $\Delta = h_{sz} - w_2$ (阴影区域 ACD), 在附加荷载 q 的作用下, 桩基水平位移 w_2 的平衡微分方程为

$$\frac{EIG}{D_g c} \frac{d^6 w_2}{dz^6} - \frac{EI(c+k)}{D_g c} \frac{d^4 w_2}{dz^4} + G \frac{d^2 w_2}{dz^2} - kw_2 = -p \quad (15)$$

式中: p 为作用在桩基上的附加应力; EI 为抗弯刚度; k , c 分别为上层弹簧和下层弹簧的地基反力, k 满足地基系数取值, 参照简化弹性空间法^[11]取 $c=3k$; t 为

剪切层厚度。

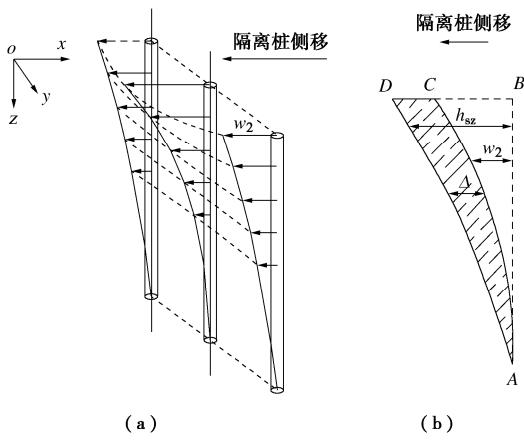


图 6 隔离桩变形示意图

Fig. 6 Schematic diagram of deformation isolation piles

$$\begin{aligned} A(w_2)_i + B(w_2)_i - 3 + C(w_2)_{i-1} + D(w_2)_i + \\ C(w_2)_{i+1} + B(w_2)_{i+3} + A(w_2)_{i+3} = -p_i \quad (16) \end{aligned}$$

式中: $m=0, 1, 2, \dots, n, n+1$ 。

根据差分法知

$$\frac{dw_2}{dz} = \frac{(w_2)_{i+1} + (w_2)_{i-1}}{2l}, \quad (17)$$

$$\frac{d^2w_2}{dz^2} = \frac{(w_2)_{i+1} - 2(w_2)_i + (w_2)_{i-1}}{2l}, \quad (18)$$

$$\frac{d^3w_2}{dz^3} = \frac{(w_2)_{i+2} - 2(w_2)_{i+1} + 2(w_2)_{i-1} - (w_2)_{i-2}}{2l^3}, \quad (19)$$

$$\frac{d^4w_2}{dz^4} = \frac{(w_2)_{i+2} - 4(w_2)_{i+1} + 6(w_2)_i - 4(w_2)_{i-1} + (w_2)_{i-2}}{l^4}, \quad (20)$$

$$\frac{d^5w_2}{dz^5} = \left[(w_2)_{i+3} - 5(w_2)_{i+2} + 7(w_2)_{i+1} - 7(w_2)_{i-1} + 5(w_2)_{i-2} - (w_2)_{i-3} \right] / 2l^5, \quad (21)$$

$$[K] = \left[\begin{array}{ccccccccc} D_i + 2C_i + 4D_i + 8A_i & -4B_i - 10A_i & 2B_i + 2A_i & 2A_i & & & & & \\ C_i + 2B_i + 2A_i & D_i - B_i & C_i - A_i & B_i & A_i & & & & \\ B_i + 2A_i & C_i - A_i & D_i & C_i & B_i & A_i & & & \\ A_i & B_i & C_i & D_i & C_i & B_i & A_i & & \\ & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & & \\ A_i & & & & & & & & \\ B_i & C_i & D_i & C_i & B_i & & & A_i & \\ A_i & B_i & C_i & D_i & C_i - A_i & & & B_i + 2A_i & \\ A_i & B_i & C_i - A_i & D_i - B_i & D_i - B_i & & & C_i + 2B_i + 2A_i & \\ 2A_i & 2B_i + 2A_i & -4B_i - 10A_i & D_i + 2C_i + 4B_i + 8A_i & & & & & \end{array} \right]. \quad (26)$$

(3) 地基系数 k 调整

鲁子爱^[13]考虑了地基系数 k 值沿深度分布发生变化, 引入参数 S_a 考虑土质对地基系数的影响,

$$S_a = a_z (c_0 + \gamma \bar{x} \tan \varphi). \quad (27)$$

式中: c_0 为地基土黏聚力, γ 为地基土重度, φ 为地基土内摩擦角, \bar{x} 为桩身中心点所在土层平均深度, a_z 为计算参数, 黏土为 1, 砂土可取 3~5。

给出不同深度下地基系数计算公式:

$$\frac{d^6w_2}{dz^6} = [(w_2)_{i+3} - 6(w_2)_{i+2} + 15(w_2)_{i+1} - 20(w_2)_i + 15(w_2)_{i-1} - 6(w_2)_{i-2} + (w_2)_{i-3}] / l^6, \quad (22)$$

$$\begin{pmatrix} A_i \\ B_i \\ C_i \\ D_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & -1 & 0 & 0 \\ 15 & 4 & 1 & 0 \\ -20 & -6 & -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} EIG/D_g cl^6 \\ EIW/D_g cl^4 \\ G/l^2 \\ k \end{pmatrix}. \quad (23)$$

式中: $W=c+k$; $l=H_g/n$, H_g 为隔离桩桩长。

(2) 桩身位移矩阵表示

结合桩基边界条件, 得到单桩位移方程为

$$\{w_2\} = [K]^{-1} \cdot \{-p_i\}. \quad (24)$$

式中:

$$\begin{aligned} \{w_2\} &= \{\{w_2\}_0, \{w_2\}_1, \dots, \{w_2\}_{n-1}, \{w_2\}_n\}, \\ \{-p_i\} &= \{-p_0, -p_1, \dots, -p_{n-1}, -p_n\}. \end{aligned}$$

假设桩端两处均为摩擦桩时, 桩端剪力和弯矩为零, 剪切层弯矩也为零, 有

$$\left. \begin{array}{l} M_{s0} = M_{sn} = -EI \frac{d^2w_2}{dz^2} \Big|_{i=0/n} = 0, \\ M_0 = M_n = -EI \frac{d^2w}{dz^2} \Big|_{i=0/n} = 0, \\ Q_0 = Q_n = -EI \frac{d^3w}{dz^3} \Big|_{i=0/n} = 0. \end{array} \right\} \quad (25)$$

式中: M_{s0} 和 M_{sn} 分别为隔离桩上下两端剪切层的弯矩; M_0 和 M_n 为隔离桩两端弯矩; Q_0 和 Q_n 为隔离桩上下两端剪力, 那么 $[K]$ 为

$$k = \begin{cases} c_1 \left(\frac{H_p}{D_g^2} \right)^{-d_1} + c_2 \left(\frac{H_p}{D_g^2} \right)^{-d_2} \cdot x^{\frac{c_3 H_p}{D_g^2} + d_3}, & \text{表层土}; \\ c_4 \left(\frac{H_p}{D_g^2} \right)^{-d_4} + \left(d_5 - c_5 \frac{H_p}{D_g^2} \right) \cdot x^{\frac{c_6 H_p}{D_g^2} + d_8}, & \text{深层土}. \end{cases} \quad (28)$$

式中: H_p 为桩身横向荷载; $c_1 = 1.3S_a^{4.88}D_g^{-0.85}$; $c_2 = 248914S_a^{-0.58}D_g^{-8}$; $c_3 = 10^{-8}(193 + 3.312S_a)D_g^{-0.2}$; $c_4 = (331216 + 43463S_a)D_g^{-0.15}$; $c_5 = 313.13S_a^{-2}D_g^{-2.25}$;

$$\begin{aligned} c_6 &= 0.0227 S_a^{-1.158} D_g^{-0.25}; \quad d_1 = (0.8485 + 0.026 S_a) D_g^{0.24}; \\ d_2 &= (0.98 - 0.00787 S_a) D_g^{-0.15}; \quad d_3 = (1.782 - 0.0043 S_a) D_g^{0.28}; \\ d_4 &= (0.9827 - 0.00243 S_a) D_g^{-0.05}; \quad d_5 = 12820 S_a^{-1.268} D_g^{-8}; \\ d_6 &= (2.318 + 0.00886 S_a) D_g^{0.85}. \end{aligned}$$

2.4 隔离桩侧移引起既有隧道位移计算公式

隔离桩的侧向挠曲变形将会影响既有隧道一侧的土体, 引起土体位移, 从而造成既有隧道的变形。成怡冲等^[4]在研究中根据地层补偿原理^[14]计算了隔离桩侧移引起的桩外土体水平位移, 证明了采用该方法的合理性。如图7所示, 由于隔离桩的向左偏移, 将会在ABC区域产生一个空隙, 该空隙在实际工程中会被隔离桩右侧的周围土体所填充, 因此, 隔离桩右侧的土体会发生位移, 从而引起隧道的位移。

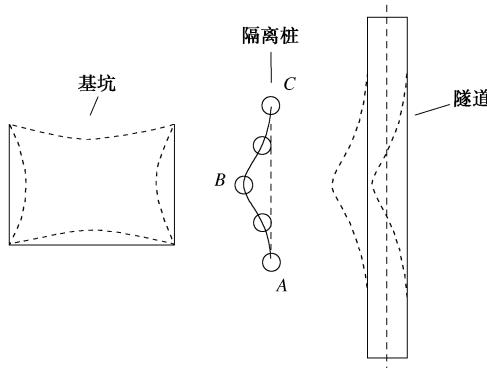


图7 基坑-隔离桩-隧道三者位移变形示意图

Fig. 7 Schematic diagram of displacement deformation of foundation pit-isolation pile-tunnel

(1) 隔离桩侧移后产生空隙引起的附加应力计算

结合式(11)~(13), 计算得出隔离桩侧向偏移引起的水平附加应力 σ_2 为

$$\sigma_2 = \iiint_{V_2} \sigma'_{x-s}(x, y, z) dx dy dz \quad . \quad (29)$$

式中: V_2 为隔离桩挠曲变形形成的空隙区域。

经过上述分析, 为了计算既有隧道轴线处的附加应力 σ_{x-s} , 首先需要明确隔离桩挠曲变形后形成的空隙区域, 并对空隙区域的边界进行函数表达。

如图8(a)所示, 隔离桩能够起到阻隔作用, 减小所在位置的土体位移。当各个隔离桩相互紧靠, 即间距为零时, 隔离桩就能起到最好的阻隔作用。但在实际工程中, 相邻隔离桩之间往往存在空隙, 周围土体在空隙处的移动并未受到隔离桩的阻隔, 故桩间土体会偏移更多, 形成“小鼓包”, 如图8(b)阴影处所示。这一现象对空隙区域的函数表达极为不利, 为了有效解决上述问题, 本文首先以图8(a)所示的紧密隔离桩模型(间距为零)进行计算。

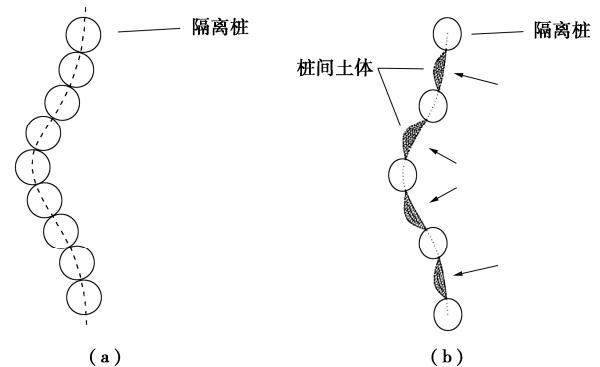


图8 紧密隔离桩与非紧密隔离桩的对比

Fig. 8 Comparison between tight piles and non-tight isolation piles

如图9(a)所示, 各面围成的部分即为隔离桩挠曲变形后形成的空隙区域, 将位移后的隔离桩桩心依次连接, 即形成图9(b)中的ABC区域, 曲线ABC即为同一水平面(同一埋深)下隔离桩对应的位移函数 x_y 。则式(29)可以改为

$$\sigma_2 = \int_{-0.5L_g}^{0.5L_g} \int_{x_g - x_y}^{x_g} \int_{z_{xy}}^0 \sigma'_{x-s}(x, y, z) dz dx dy \quad . \quad (30)$$

式中: z_{xy} 为空隙部分底部的弧面所对应的函数表达式。

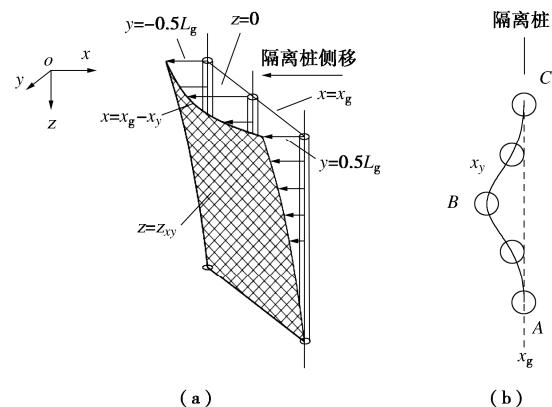


图9 隔离桩挠曲变形形成的空隙区域示意图

Fig. 9 Schematic diagram of void area formed by deflection deformation of isolation piles

(2) 隧道位移计算

本文引用剪切错台和刚体转动协同变形模型^[16]对既有隧道水平位移进行计算。该模型已在多篇论文^[1, 20]中进行了应用并得到了验证。本文不再对公式推导过程进行赘述, 具体方法可参照原文。

既有隧道水平位移 W 的最终计算公式为

$$W = \{T_n(y)\} A_a^T \quad . \quad (31)$$

式中: $T_n(y) = \left\{ 1, \cos \frac{\pi y}{ND_t}, \cos \frac{2\pi y}{ND_t}, \dots, \cos \frac{n_0 \pi y}{ND_t} \right\}$;

$A_a = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n_0})^T$; a_i 为矩阵元素; N 为既有隧道单侧受影响管片环数; D_t 为管片环环宽; n_0 为计算阶数, 隧道位移计算时 n_0 取 10 即可满足精度要求。

根据式(31), 无隔离桩时既有隧道的水平位移量

W_0 , 设置无间隙隔离桩时既有隧道的水平位移量 W_1 均可计算得到。

紧密隔离桩阻隔效果 w_1 为设置隔离桩前后既有隧道水平变形量的减小值, 即满足

$$w_1 = W_0 - W_1 \quad (32)$$

而在有间距的隔离桩布置方案下, 隔离桩的整体阻隔效果会有所下降。假设隔离桩桩径为 D_g , 间隔为 l_g , 每一根隔离桩等距间隔布置, 隔离桩墙的总体阻隔效果 w_{0-1} 为紧密隔离桩阻隔效果 w_1 的 $\frac{D_g}{D_g + l_g}$ 倍^[1]。既满足

$$w_{0-1} = \frac{D_g}{D_g + l_g} w_1 \quad (33)$$

故设置有间隙隔离桩时的既有隧道水平位移量 W_{0-1} 为

$$W_{0-1} = W_0 - w_{0-1} = W_0 - \frac{D_g}{D_g + l_g} (W_0 - W_1) \quad (34)$$

3 工程案例及分析验证

3.1 案例一

宁波市轨道交通1号线世纪大道站—海晏北路站区间隧道周围需进行大型基坑开挖, 工程中通过设置隔离桩来对既有隧道进行保护, 相关工程计算参数^[17]如下: $L=70$ m, $d=10$ m; 隔离桩布置平面位于 $x_g=5$ m, $L_g=70$ m, $D_g=1.2$ m, $H_g=50$ m, $l_g=1.6$ m, 隔离桩等效抗弯刚度 $E_p I_p=2.85 \times 10^6$ kN·m²; 既有隧道直径 $D_s=6.2$ m, $H_s=17.1$ m, 间距 $x_s=40.1$ m, 隧道采用C50混凝土管片, 厚度 $t_s=0.35$ m, 环宽 $D_f=1.2$ m, 管片环之间由16根M30纵向螺栓连接, 根据计算得到环间剪切强度 $k_s=7.45 \times 10^5$ kN/m, 环间抗拉刚度 $k_t=1.94 \times 10^6$ kN/m, 隧道等效抗弯刚度 $E I_t=1.1 \times 10^8$ kN·m², 计算精度 $N=100$, 比例系数 $j=0.3$, $\mu=0.35$, $\gamma=18.09$ kN/m³, 静止土压力系数 $K_0=0.753$, 土的黏聚力 $c_0=12.9$ kPa, $\varphi=11.37^\circ$, 地基土的压缩模量 $E_s=3.99$ MPa, $E=9.975$ MPa。

如图 10 所示为本文计算方法所得隧道水平位移与文献[17]所得实测值及数值模拟结果的对比。在图中, 工况 1 为无隔离桩工况, 工况 2 为设置紧密隔离桩工况, 工况 3 为工程案例 1 中实际的隔离桩布置工况。按照本文方法首先计算工况 1 和工况 2 下的隧道水平位移曲线, 再通过式(33)即可求得实际工况下既有隧道的水平位移曲线。由图可知, 工程案例 1 对应的隧道水平位移曲线与实测值及仿真值的变化规律基本一致, 大致呈现中心大, 两端小的变化趋势。本文计算方法所得隧道最大水平位移值发生在 $y=0$ m 处, 其值大小为 1.38 mm, 对应实测值为 1.5 mm, 对应仿真值为 1.42 mm, 差值均较小, 满足准确性要求。

3.2 工程案例二

武汉市汉阳区地铁 3 号线旁侧深基坑, 基坑与隧

道最小水平距离为 20 m。 $L=62$ m, $L_b=95$ m, $d=13$ m; $x_g=60$ m, $L_g=77$ m; $D_g=1$ m, $H_g=16.5$ m, l_g 依次取为 0.5, 1, 1.5, 2 m; $E_p I_p=1.47 \times 10^6$ kN·m²; $D_s=6$ m, $H_s=13$ m, $x_s=67.5$ m, $k_s=7.45 \times 10^5$ kN/m, $t_s=0.35$ m, $D_t=1.5$ m, $k_t=1.94 \times 10^6$ kN/m, $E I_t=1.1 \times 10^8$ kN·m², $N=60$, $j=0.5$, $\mu=0.31$, $\gamma=19.42$ kN/m³, $K_0=0.795$, $c_0=20.26$ kPa, $\varphi=8.89^\circ$, $E_s=4.28$ MPa, $E=10.7$ MPa。

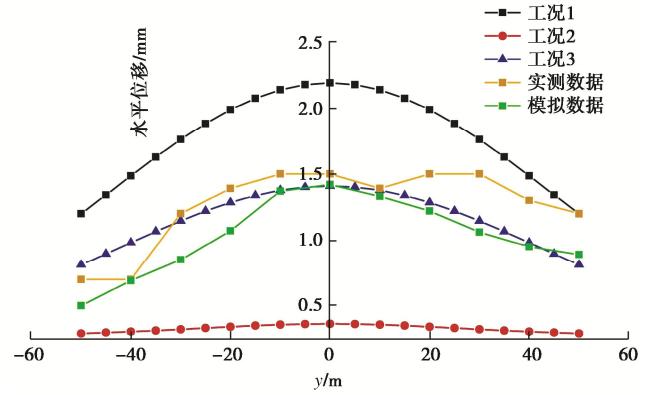


图 10 工程案例 1 隧道水平位移对比
Fig. 10 Comparison of horizontal displacements of tunnels with different spacings in project case 1

图 11 为本文计算方法所得隧道水平位移曲线与文献[18]数值模拟结果的对比。如图 11 所示, 隔离桩间距 $l_g=1, 1.5, 2$ m 时, 本文计算方法所得曲线与数值模拟所得曲线吻合度较好, 近似呈正态分布。本文方法所得隧道最大水平位移发生在中心处, 最大值约为 4.00 mm, 而数值模拟所得最大值为 4.25 mm, 差值仅为 0.25 mm, 满足准确性要求。如图 11 (b) 所示, 隔离桩间距 $l_g=1$ m, 两条曲线总体变化趋势相同, 数值模拟值略小于本文计算所得, 中心最大值分别为 4.47 mm 和 4.79 mm, 差值较小, 满足准确性要求。而图 11 (c) 为隔离桩间距 $l_g=1.5$ m, 图 11 (d) 为隔离桩间距 $l_g=2$ m, 其变化规律相同, 差值较小, 均满足计算精度要求。

3.3 工程案例三

浙江杭州地铁 1 号线一侧需要开挖一个大型基坑。由于最小距离仅为 24 m。在对数据进行整理和简化后, 有关工程计算参数如下^[19]: $L=186$ m, $d=5.7$ m, $x_g=20$ m, $L_g=120$ m, $D_g=1.2$ m, $H_g=18$ m, $l_g=2.4$ m, $E_p I_p=3.52 \times 10^5$ kN·m²; $k_s=7.45 \times 10^5$ kN/m, $D_s=6.2$ m, $H_s=14$ m, $k_t=1.94 \times 10^6$ kN/m, $x_s=30$ m, $t_s=0.35$ m, $D_t=1.2$ m, $E I_t=1.1 \times 10^8$ kN·m², 计算精度 $N=100$, 比例系数 $j=0.5$ 。土层及厚度从上至下依次为等效粉砂层 15.9 m, 等效黏土层 27.4 m, $\mu=0.31$, $\gamma=18.9$ kN/m³。

如图 12 所示, 工况 1、工况 2 分别为隔离桩间距 2.4, 1.2 m 时隧道水平位移计算值。工况 3 为隔离桩间距 1.6 m 时隧道水平位移计算值, 其 $y=0$ 处计算值为 1.78 mm 与原文的数值模拟值为 1.66 mm 对比仅相差 0.12 mm, 满足计算精度要求。

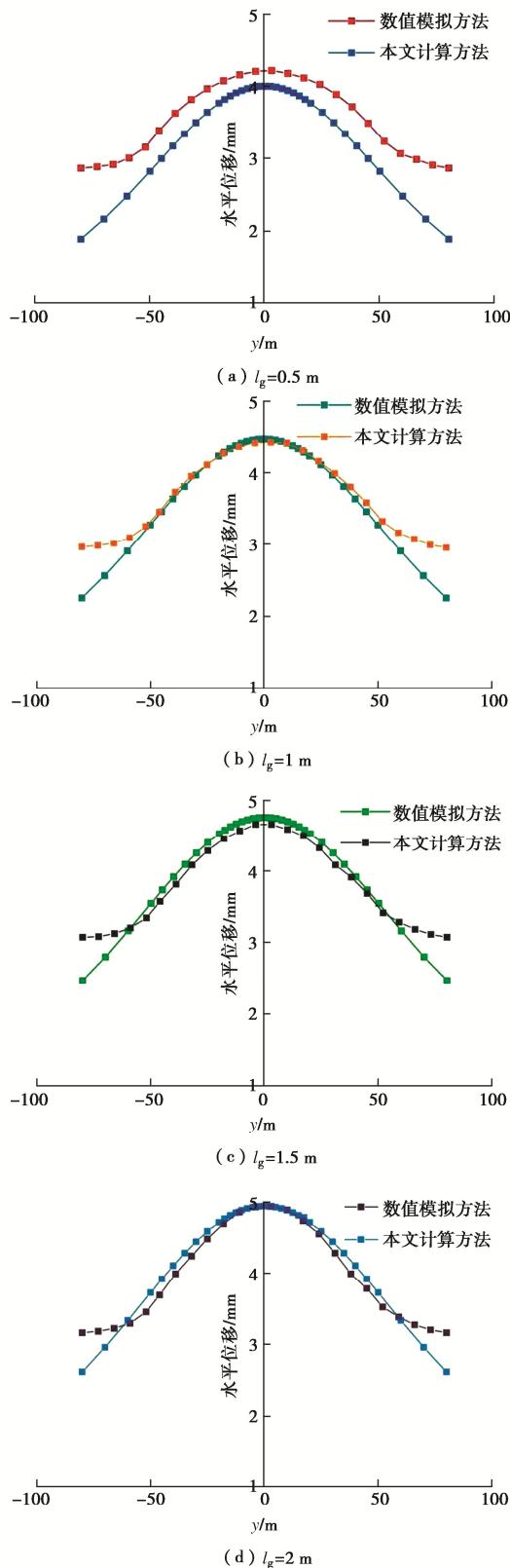


图 11 工程案例 2 隧道水平位移对比

Fig. 11 Comparison of horizontal displacements of tunnels in project case 2

4 隔离桩保护效果影响因素分析

4.1 隔离桩桩长 l_g

以案例一为基本工况, 在其他参数不变情况下,

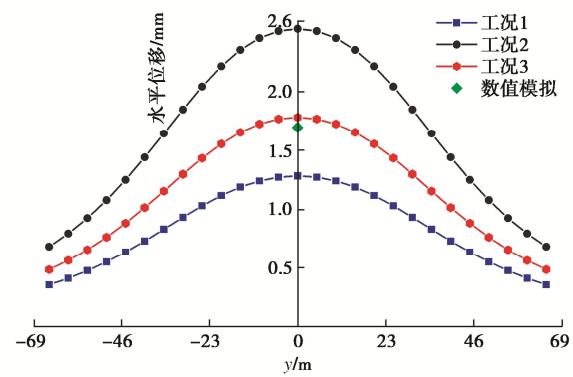


图 12 工程案例 3 隧道水平位移对比

Fig. 12 Comparison of horizontal displacements of tunnels in project case 3

仅改变隔离桩桩长, 研究不同长度下隔离桩对隧道变形的影响。考虑实际工程中隔离桩长度、基坑开挖深度、隧道埋深分别为 50, 10, 17.1 m, 故按照 50, 40, 30, 20 m 数值选取隔离桩桩长 H_g 。

图 13 为隔离桩长度分别在 50, 40, 30, 20 m 时, 邻近隧道水平位移计算值分布曲线。如图 13 所示, 桩长为 20 至 40 m 范围内隧道水平位移随着隔离桩桩长的增加而减少, 但 40 至 50 m 间隧道位移不降反增。

原因分析: ①在相同的附加应力下, 桩挠曲变形区域起始会随着桩长度的增加而减小, 故桩与隧道间的土体损失量会减小, 进而减小了作用在隧道上的附加荷载, 减小隧道变形; ②但是当桩达到一定长度时, 出现临界点, 桩的挠曲变形区域开始增大, 具有一定“牵引作用”^[2], 导致桩后土体损失量增加, 从而增加了隧道水平位移。根据理论计算规律, 原案例工程建议可选择设置长度 40 m 的隔离桩。

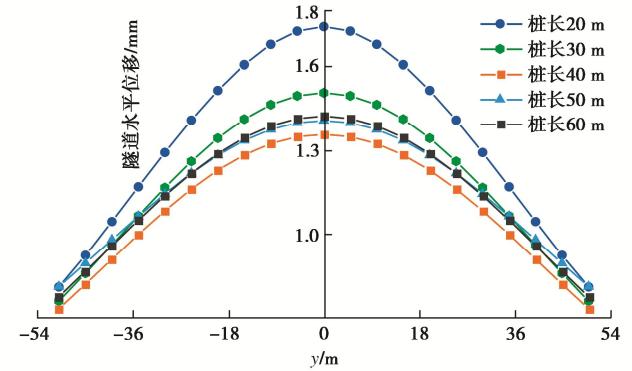


图 13 不同桩长隔离桩影响下的水平位移

Fig. 13 Horizontal displacements of isolation piles under influences of different pile lengths

4.2 隔离桩桩间距 l_g

以案例二为基本工况, 在其他参数不变情况下, 仅改变隔离桩桩间距, 研究不同间距下隔离桩对隧道变形的影响。图 14 为隔离桩桩间距分别为紧密隔离桩间距 0.5, 1, 1.5, 2 m 以及无隔离桩时隧道水平位移。由图 14 可知, 根据本文计算方法, 隧道水平位移

分布曲线均呈现中心大，两端小的趋势。隧道整体水平位移随桩间距的减小而减小；隧道最大处水平位移与桩间距呈非线性增大趋势。

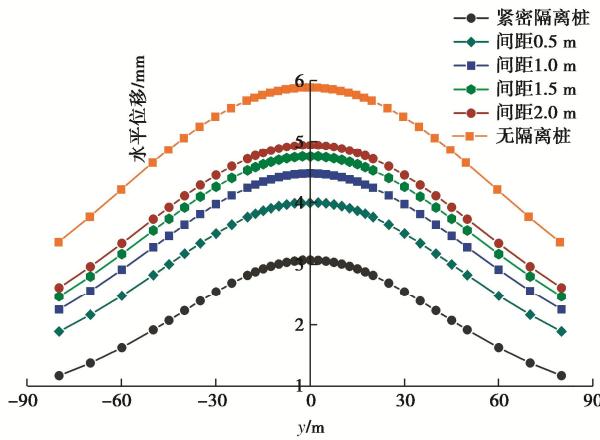


图 14 桩间距影响下隧道的水平位移

Fig. 14 Horizontal displacements of tunnels under influences of pile spacing

4.3 隔离桩桩位置 x_g

以案例二为基本工况，记基坑与隧道水平距离为 $L_s=20$ m，隔离桩与基坑水平距离计算值 $L_z=L/2-x_g$ 。

图 15 为 L_z/L_s 分别为 0.375, 0.5, 0.625, 0.75 时隧道的水平位移计算值分布曲线。由图 15 可知，在不同位置隔离桩保护下，隧道水平位移分布曲线均呈现正态分布趋势；当隔离桩靠近基坑时，隧道水平位移分布曲线逐渐变缓。 $y=0$ 对应隧道最大水平位移处，随隔离桩位置逐渐靠近基坑一侧逐渐减小；0.375 处与 0.5 处计算曲线近似重叠，0.375 处曲线两侧计算值大于 0.5 处，但考虑到隔离桩施工会对基坑维护结构产生扰动，故建议原工程将隔离桩设置在基坑与隧道水平间隔中心处，即 $x_g=57.5$ m。

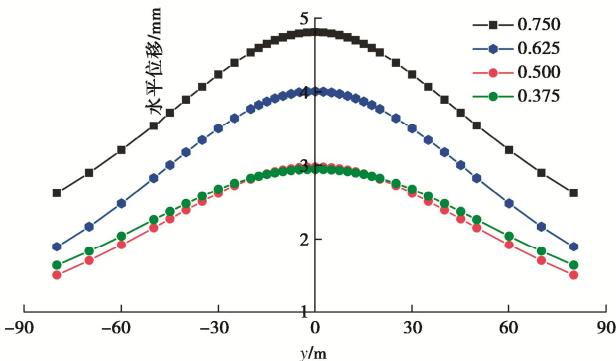


图 15 设置不同位置桩时隧道水平位移分布曲线

Fig. 15 Distribution curves of horizontal displacement of tunnels under different positions of piles

5 结 论

(1) 本文计算结果与实测值及数值模拟结果较吻合，设置隔离桩前后既有隧道的水平位移曲线均为正态分布，且隔离桩的设置能够有效减小既有隧道的水

平位移值，起到很好的阻隔保护作用。

(2) 本文在三维力学模型上考虑地层损失推导出基坑侧壁变形在坑外任意一点处产生的附加应力计算公式，比应力释放法计算参数少且更符合工程实际。

(3) 在计算隔离桩挠曲变形区域过程中，本文方法综合考虑地基系数随桩参数和地层深度的变化规律，对地基系数作出调整，发现不同长度隔离桩下变形区域的差异规律，从理论上解释了隔离桩对桩后土体的“牵引作用”。

(4) 隔离桩桩间距越小，其对基坑旁侧既有隧道的保护作用就越好。隔离桩长度低于临界值时，保护作用随着桩长度的增加而减小，高于临界值时规律相反。隔离桩设置在靠近基坑一侧时，保护效果较好，但考虑到隔离桩施工也会对基坑围护结构产生影响，案例二中隔离桩设置在 $x_g=57.5$ m 时效果最好。

本文在分析过程中做了较多简化，如没有考虑隔离桩施工对基坑围护结构产生的风险以及基坑施工前隧道就已经产生位移的情况，理论结果会有一定误差，可在本文基础上作进一步研究。

参 考 文 献：

- [1] WEI Gang, QI Yongjie, CHEN Chunlai, et al. Analysis of the protective effect of setting isolation piles outside the foundation pit on the underpass tunnel side[J]. Transportation Geotechnics, 2022, 35: 100791.
- [2] 郑刚, 杜一鸣, 刁钰. 隔离桩对基坑外既有隧道变形控制的优化分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, 34(增刊1): 3499-3509. (ZHENG Gang, DU Yiming, DIAO Yu. Optimization analysis of efficiency of isolation piles in controlling the deformation of existing tunnels adjacent to deep excavation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, 34(S1): 3499-3509. (in Chinese))
- [3] 陈仁朋, AL-MADHAGI ASHRAF, 孟凡衍. 基坑开挖对旁侧隧道影响及隔断墙作用离心模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(增刊2): 6-11. (CHEN Ren-peng, AL-MADHAGI ASHRAF, MENG Fanyan. Three-dimensional centrifuge modeling of influence of nearby excavations on existing tunnels and effects of cut-off walls[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(S2): 6-11. (in Chinese))
- [4] 成怡冲, 龚迪快, 叶俊能, 等. 基坑外设置隔离桩对土体水平位移的隔断效果分析[J]. 防灾减灾工程学报, 2019, 39(3): 478-486. (CHENG Yichong, GONG Dikuai, YE Junneng, et al. Effect analysis of isolation piles outside foundation pit on controlling lateral soil displacement[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering,

- 2019, **39**(3): 478-486. (in Chinese))
- [5] 张治国, 赵其华, 徐 晨, 等. 基于影像源法的基坑开挖对邻近单桩影响简化分析[J]. 岩土力学, 2016, **37**(7): 2011-2020. (ZHANG Zhiguo, ZHAO Qihua, XU Chen, et al. Simplified analysis of adjacent single-pile response subjected to foundation pit excavation based on virtual image technique[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, **37**(7): 2011-2020. (in Chinese))
- [6] 王 涛, 徐日庆, 齐静静, 等. 盾构掘进引起的土体附加应力场分析[J]. 浙江大学学报(工学版), 2008, **42**(11): 2009-2014. (WANG Tao, XU Riqing, QI Jingjing, et al. Additional stress field of surrounding soil due to shield tunneling[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2008, **42**(11): 2009-2014. (in Chinese))
- [7] ZHANG X H, WEI G, JIANG C W. The study for longitudinal deformation of adjacent shield tunnel due to foundation pit excavation with consideration of the retaining structure deformation[J]. Symmetry-Basel, 2020, **12**(12): 2013.
- [8] 刘念武, 龚晓南, 俞 峰, 等. 内支撑结构基坑的空间效应及影响因素分析[J]. 岩土力学, 2014, **35**(8): 2293-2298, 2306. (LIU Nianwu, GONG Xiaonan, YU Feng, et al. Analysis of spatial effects in struttied excavation and related influential factors[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, **35**(8): 2293-2298, 2306. (in Chinese))
- [9] OU C Y, CHIOU D C, WU T S. Three-Dimensional finite element analysis of deep excavations[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1996, **122**(5): 337-345.
- [10] 冯国辉, 窦炳琨, 张高锋, 等. 隧道开挖引起水平向位移被动桩的简化计算方法[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2021(2): 10-18. (FENG Guohui, DOU Bingjun, ZHANG Gaofeng, et al. Simplified calculation method for lateral displacement of passive pile caused by tunneling[J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2021(2): 10-18. (in Chinese))
- [11] 张治国, 姜蕴娟, 徐 晨, 等. 对“考虑桩侧土体三维效应和地基剪切变形的隧道开挖对邻近桩基影响分析”讨论的答复[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(7): 1360-1362. (ZHANG Zhiguo, JIANG Yunjuan, XU Chen, et al. Reply to Discussion on 'Influence of tunneling on deflection of adjacent piles considering shearing deformation of foundation and 3D effects of lateral soils beside piles'[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(7): 1360-1362. (in Chinese))
- [12] LIANG R Z, WU W B, YU Feng, et al. Simplified method for evaluating tunnels deformation due to adjacent excavation[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2018, **71**(1): 94-105.
- [13] 鲁子爱. 多层地基横向荷载桩 K_s 值分布研究[J]. 岩土工程学报, 1988, **30**(1): 48-56. (LU Zhai. Study on K_s value distribution of transverse load piles in multi-layer foundation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1988, **30**(1): 48-56. (in Chinese))
- [14] PECK R B. Deep excavation and tunneling in soft ground[C]// Proceedings of the 7th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Mexico City, 1969: 225-281.
- [15] SAGASETA C. Analysis of undrained soil deformation due to ground loss[J]. Géotechnique, 1987, **37**(3): 301-320.
- [16] 魏 纲, 张鑫海. 基坑开挖引起下卧盾构隧道转动与错台变形计算[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2019, **50**(9): 2273-2284. (WEI Gang, ZHANG Xinhai. Calculation of rotation and shearing dislocation deformation of underlying shield tunnels due to foundation pit excavation[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2019, **50**(9): 2273-2284. (in Chinese))
- [17] 叶俊能, 郎 亮, 郑 翔, 等. 基坑开挖中门架式隔离桩对减小邻近地铁隧道影响的研究[J]. 城市轨道交通研究, 2020, **23**(11): 32-37. (YE Junneng, LI Liang, ZHENG Xiang, et al. Research on frame isolation pile to reduce the influence of foundation pit excavation on adjacent tunnel[J]. Urban Mass Transit, 2020, **23**(11): 32-37. (in Chinese))
- [18] 李小飞. 采用地质和力学相结合的方法分析隔离桩在地下工程建设中的作用[D]. 南京: 南京大学, 2018. (LI Xiaofei. Using the Combination of Geology and Mechanics to Analyze the Role of Isolated Pile in Underground Engineering Construction[D]. Nanjing: Nanjing University, 2018. (in Chinese))
- [19] 曾晓鑫, 丁文湘, 彭 玲, 等. 隔离桩间距对基坑开挖引起地铁隧道的位移影响分析[J]. 中国科技论文, 2018, **13**(1): 17-22. (ZENG Xiaoxin, DING Wenxiang, PENG Ling, et al. Effects of pile spacing on the displacement of subway tunnel during excavation[J]. China Sciencepaper, 2018, **13**(1): 17-22. (in Chinese))
- [20] QI Y J, WEI G, FENG F F, et al. Method of calculating the compensation for rectifying the horizontal displacement of existing tunnels by grouting[J]. Applied Sciences-Basel, 2021, **11**(1): 40.
- [21] 城市轨道交通结构安全保护技术规范: CJ/T 202—2013[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2014. (Technical Code for Protection Structures of Urban Rail Transit: CJ/T 202—2013[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2014. (in Chinese))