

DOI: 10.11779/CJGE202202011

# 砂土中锚板上拔三维物质点法模拟研究

高宇新, 朱鸿鹄\*, 张春新, 刘威, 王静, 张巍

(南京大学地球科学与工程学院, 江苏 南京 210023)

**摘要:** 土体中锚板的上拔过程存在复杂的锚土相互作用, 掌握其变形及破坏机制对于确定锚板的极限承载力和优化设计具有重要的意义。采用三维物质点法(MPM)模拟了砂土中圆形锚板的上拔过程, 探究了不同埋深条件下土体的位移场分布及锚板的上拔破坏机制, 并结合极限平衡法研究了砂土密实度、锚板尺寸和埋深等因素对其极限承载力的影响。结果表明, 临界埋深比主要受土体性质影响, 受锚板直径的影响较小。当埋深比小于临界埋深比时, 土体表现为浅埋破坏, 破坏面延伸至地表, 其形状在松砂中为圆台状, 在密砂中为曲面状; 当埋深比大于临界埋深比时, 土体中的破坏面呈灯泡状, 且不延展至地表。当上拔位移较大时, 锚板上方出现土体绕流现象。保持埋深比不变, 锚板直径越大, 则极限承载力越大, 上拔承载力系数越小。砂土密实度对锚板上拔力-位移曲线有较大的影响, 密砂中的极限承载力明显大于松砂, 且两者的差值随埋深比的增加而增大。

**关键词:** 物质点法; 锚板; 破坏面; 极限承载力; 相互作用

中图分类号: TU441

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2022)02-0295-10

**作者简介:** 高宇新(1998—), 女, 博士研究生, 主要从事地质与岩土工程监测评价方面的科研工作。E-mail: gaoyx@smail.nju.edu.cn。

## Three-dimensional uplift simulation of anchor plates in sand using material point method

GAO Yu-xin, ZHU Hong-hu, ZHANG Chun-xin, LIU Wei, WANG Jing, ZHANG Wei

(School of Earth Science and Engineering, Nanjing University, Nanjing 210023, China)

**Abstract:** There are complex anchor-soil interactions in the uplift process of the anchor plate, and it is of great significance to master the deformation mechanism and displacement distribution of the soil to predict the uplift bearing capacity and optimize the design. Based on the three-dimensional material point method (MPM) to simulate the uplift of the anchor plate, the uplift failure mechanism under different embedment depth ratios is explored, and the influences of soil compactness, diameter and embedment depth ratio of the anchor plate on the peak bearing capacity are analyzed using limit equilibrium method. The results show that the limit embedment depth ratio is mainly affected by the nature of the soil, but less affected by the diameter. When the embedment depth ratio is less than the critical one, the soil exhibits shallow embedment failure, and the failure surface extends to the surface. Its shape is truncated cone-shaped in loose sand and curved in dense sand. When the embedment depth ratio is greater than the critical one, the damage surface in the soil is bulb-shaped and does not extend to the surface. When the uplift displacement is large, the soil above the anchor plate appears to flow around. When the embedment depth ratio remains unchanged, the larger the plate diameter, the greater the ultimate bearing capacity, and the smaller the uplift bearing capacity coefficient. Considering the softening effects, the load-displacement response in the uplift process of loose sand and dense sand is different. The ultimate bearing capacity of the dense sand is greater than that of the loose sand, and the difference between them increases with the increase of the embedment depth ratio.

**Key words:** material point method; anchor plate; failure plane; ultimate bearing capacity; interaction

## 0 引言

锚板是一种常见的锚固方式, 可提供较大的抗拔承载能力, 因此被广泛应用于挡土墙、隧道、房屋基础和输电铁塔等工程中<sup>[1-2]</sup>。前人对锚板承载力进行了大量的研究工作, 通过理论分析<sup>[3-5]</sup>、模型试验<sup>[2-3, 5-8]</sup>、

现场测试和数值模拟<sup>[3, 6-10]</sup>等手段分析了一系列影响因素, 如锚板尺寸、埋深、倾角、土体密实度和强度

**基金项目:** 国家自然科学基金项目(42077235, 41722209); 国家重点研发计划课题(2018YFC1505104)

**收稿日期:** 2021-05-12

\*通信作者 (E-mail: zhh@nju.edu.cn)

等。在该研究领域,常用的数值模拟方法为以有限元法、有限差分法为代表的有网格分析法<sup>[3, 6-7]</sup>,以及介于有网格法和无网格法之间的离散元法<sup>[8-10]</sup>。锚板上拔会引起土体中的大变形,伴有复杂的锚土相互作用,此时有网格分析法的数值模型网格发生畸变,若不重新定义网格,数值误差会急剧增大,甚至出现计算不收敛等现象<sup>[11-12]</sup>。Evans等<sup>[9]</sup>采用三维颗粒离散元成功模拟了锚板的上拔过程,但其模拟参数(法向刚度、切向刚度、摩擦系数等)选取了文献中的经验值,与实际情况有一定的偏差。除了上述不足,离散元法还存在计算量巨大、多场耦合分析能力偏弱等缺陷<sup>[13]</sup>。

作为一类具有代表性的岩土大变形无网格分析法,物质点法(material point method, 简称MPM)自Sulsky等<sup>[14-15]</sup>、Beuth等<sup>[16]</sup>提出,已在模拟滑坡<sup>[17-18]</sup>、隧道<sup>[19]</sup>、地基基础<sup>[20-21]</sup>等工程问题中显示出独特的优势。由于其采用拉格朗日质点和欧拉网格双重描述,十分适用于分析锚板上拔等大变形问题。Coetzee等<sup>[22]</sup>利用物质点法,对砂土中条形锚板的上拔过程进行了建模分析,并通过模拟结果与试验结果的对比,验证了该方法的准确性。Ceccato等<sup>[23]</sup>基于物质点法,探究了锚板水平拉拔时土体中的应力和位移场分布特征以及群锚效应,并详细分析了锚板尺寸和形状等因素对承载力的影响。Liang等<sup>[10]</sup>采用离散元-物质点耦合分析法,模拟了在不同土体密度和埋深下锚板的力学响应和周围土体的破坏模式。

本文基于三维物质点法,对圆形锚板的上拔过程进行了模拟分析,通过改变砂土密度、锚板尺寸和埋深,得到了不同工况下锚板上拔的变形破坏过程,进而分析了不同因素对极限承载力和破坏模式的影响规律。数值模拟结果与前人试验观测结果较为吻合,验证了相关结论的合理性。

## 1 物质点法

### 1.1 物质点离散

物质点法将连续体离散为一系列质点,质点携带了密度、速度、应力等各种物理量,因此可利用质点的运动来代表物体。该方法将主体分为若干个子区域,在每个子区域的中心放置一个物质点,假定子区域的整体质量集中在物质点处。在整个求解过程中,物质点的质量是恒定的,不会随时间或位置变化,即质量守恒自动满足。

利用Dirac Delta函数表示物质点离散后的连续体密度为

$$\rho(x_i) = \sum_{p=1}^{n_p} m_p \delta(x_i - x_{ip}) \quad (1)$$

式中, $n_p$ 为质点总数, $m_p$ 为质点 $p$ 的质量, $x_{ip}$ 为质点 $p$ 的坐标, $\delta$ 为Dirac Delta函数。

### 1.2 运动方程

当运动描述方法采用更新拉格朗日格式时,不考虑热量交换,动量控制方程为<sup>[11]</sup>

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho b_i = \rho \ddot{u}_i \quad (2)$$

式中, $\sigma_{ij}$ 为柯西应力, $\rho$ 为当前密度, $b_i$ 为作用于物体的单位质量上的体力, $\ddot{u}_i$ 为加速度。

边界条件为

$$\left. \begin{aligned} (n_i \sigma_{ij}) \Big|_{\Gamma_1} &= \bar{t}_i \\ v_i \Big|_{\Gamma_u} &= \bar{v}_i \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中, $\Gamma_1$ 和 $\Gamma_u$ 分别为给定面力边界和给定位移边界, $n_i$ 为边界的外法线单位向量。

根据虚功原理,将式(2)乘以虚位移 $\delta u_i$ ,并在现时构型体积 $\Omega$ 内积分,可得到更新拉格朗日格式的等效积分弱形式为

$$\int_{\Gamma_1} \delta u_i \bar{t}_i dA - \int_{\Omega} \delta u_{i,j} \sigma_{ij} d\Omega + \int_{\Omega} \delta u_i \rho b_i d\Omega = \int_{\Omega} \delta u_i \rho \ddot{u}_i d\Omega \quad (4)$$

### 1.3 时间积分

物质点法采用显式时间积分对动量方程进行积分,得到更新后的背景网格节点速度,再通过形函数映射回质点,得到更新后的质点信息。如图1所示,每个时间增量的计算包括3个阶段映射阶段、拉格朗日阶段和对流阶段<sup>[12]</sup>。

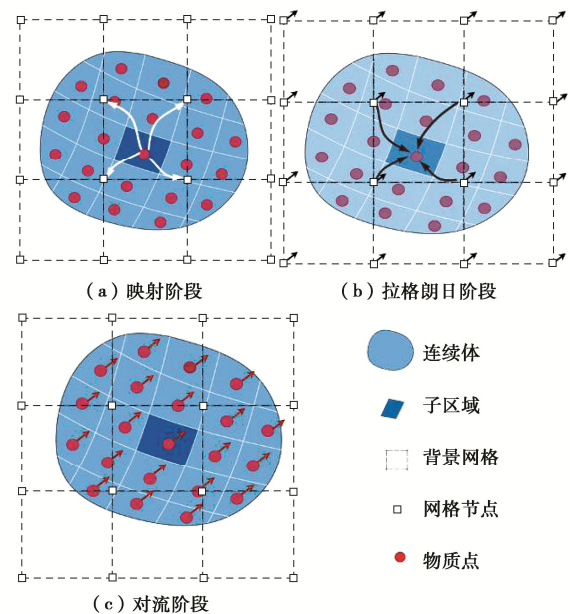


图1 MPM求解算法

Fig. 1 Discrete schematic diagram of material point method

(1) 映射阶段: 假设在时间 $t$ 时,每个粒子的位置都是已知的,通过插值函数将物质点已知信息映射

到网格节点, 得到网格节点的质量以及动量。

(2) 拉格朗日阶段: 首先施加边界条件, 建立动量方程, 求得网格节点的速度、动量变化量, 将节点计算结果再基于相同的插值函数映射到物质点, 得到更新后的物质点信息。

(3) 对流阶段: 此时物质点携带了开始下一时步所需的所有状态变量。物质点保持固定, 重新定义单元网格, 此时简单方便的选择是保留原有网格<sup>[12]</sup>。由于物质点在对流阶段不移动, 因此物质点属性在对流阶段结束时的取值与在拉格朗日阶段结束时的取值相同, 使用物质点携带的信息开始新的循环。

在整个计算过程中, 物质点代替背景网格, 携带了所有信息。对于单个物质点, MPM 可看作特殊的有限元法, 其特殊之处在于采用质点积分, 并且在每个时步中都重新划分了网格<sup>[11]</sup>。

## 2 数值模拟

### 2.1 土体模型

为了探究砂土密实度对锚板上拔机制的影响, 本文选取松砂和密砂两种土体开展数值模拟。采用的软件为清华大学研发的, 经过笔者二次开发的 MPM3D 程序。在本研究中, 松砂的本构模型采用理想弹塑性莫尔-库仑模型 (简称 MC 模型)。根据前人结论<sup>[2, 24]</sup>, 密砂有软化现象, 若采用 MC 模型, 则模拟结果与实际差别很大。为此, 密砂的本构模型采用考虑应变软化的莫尔-库仑模型 (简称 MC 软化模型), 软化阶段采用指数模型描述<sup>[25-26]</sup>。当密砂中内摩擦角和剪胀角达到峰值时, 土体达到峰值强度, 此时对应的等效塑性应变  $\varepsilon_{eq}^p$  一般取 2%~3%<sup>[27]</sup>, 本文取 2%; 当土体内摩擦角降至临界状态内摩擦角, 剪胀角降至 0, 此时对应的等效塑性应变  $\varepsilon_{eq}^r$  约为 20%<sup>[24]</sup>。

Bolton<sup>[28]</sup>提出土体强度受有效应力及土体密度影响, 峰值内摩擦角、峰值剪胀角及有效应力之间的关系为

$$\varphi_p = \varphi_{cr} + 0.8\psi_p \quad (5)$$

$$0.8\psi_p = 3[D_r(X - \ln p') - 1] \quad (6)$$

式中  $\varphi_{cr}$  为残余内摩擦角;  $\varphi_p$  为峰值内摩擦角;  $\psi_p$  为峰值剪胀角;  $D_r$  为相对密实度;  $p'$  为平均有效应力;  $X$  为与砂土类型有关的量, 本文根据前人经验取 10<sup>[28]</sup>。

基于前人研究, 统计常见的砂土物理力学性质指标<sup>[29-31]</sup>, 进而得到如表 1 所示的松砂、密砂的参数指标。本文取残余内摩擦角为 31.8°, 基于式(7), (8), 计算得到了 MC 软化模型的峰值剪胀角及峰值内摩擦角, 如表 2 所示。

表 1 砂土的物理力学参数

砂土	重度 $\gamma / (\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	相对密实度 $D_r / \%$	内摩擦角 $\varphi / (^\circ)$	剪胀角 $\psi / (^\circ)$	变形模量 $E / (\text{kN}\cdot\text{m}^{-2})$	黏聚力 $c / \text{kPa}$	泊松比 $\nu$
松砂	15.5	28.8	31.8	4	25000	0.5	0.2
密砂	17.5	76.2	—	—	30000	0.5	0.3

表 2 MC 软化模型的计算参数

锚板直径 $d / \text{mm}$	埋深比 $h/d$	峰值内摩擦角 $\varphi_p / (^\circ)$	峰值剪胀角 $\psi_p / (^\circ)$
50	2	51.46	24.57
	4	49.79	22.49
	5	49.36	21.95
	6	48.82	21.28
	8	48.13	20.41
	100	2	49.79
4		48.13	20.41
5		47.77	19.97
6		47.16	19.20
8		46.47	18.33
200		1	49.79
	2	48.13	20.41
	3	47.16	19.20
	4	46.47	18.33
	5	46.19	17.99
	6	45.49	17.12

### 2.2 模拟过程

本文中锚板直径  $d$  分别设置为 50, 100, 200 mm, 以锚板底部圆心为原点, 上拔方向为  $z$  轴, 数值模型长、宽方向分别为  $x$  轴、 $y$  轴。由于圆形锚板具有对称性, 为节约计算时间, 建立 1/4 锚板上拔的三维 MPM 数值模型。锚板中心距模型边界均预留  $5d$  距离, 可有效减小数值模型的边界效应。由于底部土体受锚板上拔影响较小, 因此其厚度取  $2d$ 。当锚板直径  $d$  取 200 mm 时, 取锚板厚度  $h_a$  为 50 mm, 埋深比  $h/d$  取 1, 2, 3, 4, 5, 6, 土体单元网格尺寸取 25 mm×25 mm×25 mm, 每个网格单元包括 8 个物质点; 当锚板直径  $d$  取 50 mm 或 100 mm 时, 锚板厚度  $h_a$  均取 20 mm, 埋深比  $h/d$  取 2, 4, 5, 6, 8, 锚板直径  $d$  为 50 mm 时, 土体单元网格尺寸取 10 mm×10 mm×10 mm, 锚板直径  $d$  为 100 mm 时, 土体单元网格尺寸取 20 mm×20 mm×20 mm, 每个网格单元包括 8 个物质点。由于锚板刚度远大于砂土, 其变形可以忽略, 因此本文在数值模型中将锚板设定为刚体, 并在锚土界面处应用给定刚体速度的刚柔接触算法<sup>[11, 20]</sup>。在模拟中, 通过计算土体单元节点的试速度来判断是否满足接触条件, 如不满足则该试速度为节点真实解; 如满足, 则进一步计算接触力用以修正结点试速度, 使其满足非穿透条件。

设置如图 2 所示的模型边界条件, 模型顶部为自由界面, 四周施加水平约束, 底部施加水平与竖向约

束。将离散后的质点信息导入 MPM3D 程序进行计算，计算参数设置如表 3 所示。

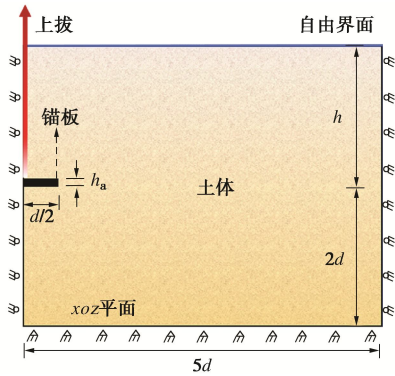


图 2 锚板上拔数值模型 (xoz 平面)

Fig. 2 Numerical model for uplift of anchor plate (in xoz plane)

表 3 计算参数

Table 3 Computational parameters

锚板直径 $d/\text{mm}$	上拔速度 $v/(\text{mm}\cdot\text{s}^{-1})$	时间步长 $\Delta t/\text{s}$	总上拔位移 $u_0/\text{mm}$
50	1	1.0	10
100	2	0.5	30
200	5	0.5	50

计算过程分为两步进行：首先利用局部非黏性阻尼获取初始应力场<sup>[12]</sup>；而后将阻尼设置为 0，根据表 3 中设定的上拔速度，模拟锚板的上拔过程。

### 3 结果分析

#### 3.1 锚板上拔过程中土体破坏机制分析

随锚板埋深比的变化，锚板破坏机制会有明显不同。据此 Ilamparuthi 等<sup>[2]</sup>提出了临界埋深比 $(h/d)_{cr}$ 这一关键参数，当埋深比小于临界埋深比时，锚板处于浅埋状态，破坏面延伸至地表；当埋深比大于临界埋深比时，锚板处于深埋状态，上拔破坏面或呈灯泡状，不延伸至地表，或呈曲面状，延伸至地表。如图 3 所示，根据破坏面形状，可以将锚板破坏面大致分为 3 种：①垂直滑动面破坏模式，②圆台破坏模式，③曲面破坏模式。

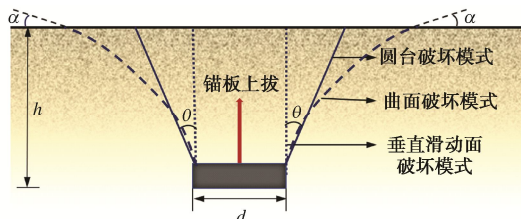


图 3 锚板破坏模式

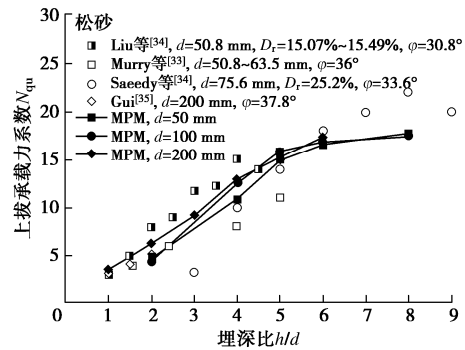
Fig. 3 Failure modes of anchor plate

为了得到不同工况下的临界埋深比，本文引入量纲为 1 的上拔承载力系数  $N_{qu}$ ，其与锚板极限承载力关系为

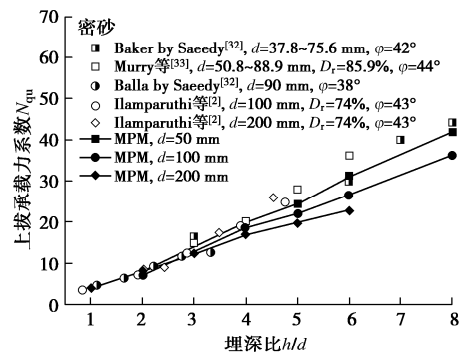
$$N_{qu} = \frac{Q_u}{\gamma Ah} \quad (7)$$

式中， $Q_u$  为极限承载力， $\gamma$  为土体重度， $A$  为锚板面积。

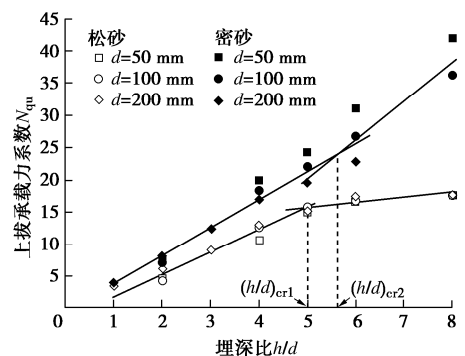
基于模拟中所得到的锚板极限承载力大小，结合式 (7) 进行计算，可得到上拔承载力系数与埋深比之间的关系曲线，如图 4 所示。图 4 中还对比了国内外多位学者的试验结果，以进一步检验数值模拟规律的合理性。



(a) 松砂中模拟与试验结果对比



(b) 密砂中模拟与试验结果对比



(c) 松砂和密砂模拟结果对比

图 4 锚板上拔承载力系数 - 埋深比关系曲线

Fig. 4 Curves of uplift factor-embedment depth ratio of anchor plates

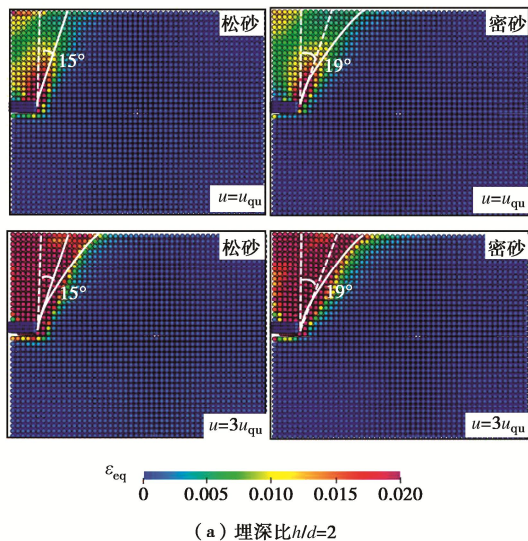
从图 4 (a), (b) 中可得，本文的模拟结果与前人的 1g 模型试验结果<sup>[2, 32-35]</sup>均较为吻合，这验证了物质点法模拟锚板上拔的准确性。分析上拔承载力系数 - 埋深比关系曲线，可得松砂和密砂中锚板上拔承载力

系数都随着埋深比的增加而增大。在同一埋深比条件下, 密砂中的上拔承载力系数大于松砂, 且两者差值随锚板埋深比的增加而逐渐增大。当  $d=50\text{ mm}$ ,  $h/d=8$  时, 密砂中的上拔承载力系数是松砂中的 2.37 倍。在同一埋深比条件下, 上拔承载力系数在密砂中随锚板直径的增大而减小, 而在松砂中受锚板直径影响较小。该尺寸效应产生的原因可能有两点: ①土体强度主要受埋深影响; ②密砂中存在因应变软化而引起的渐进性破坏现象<sup>[24, 36]</sup>。

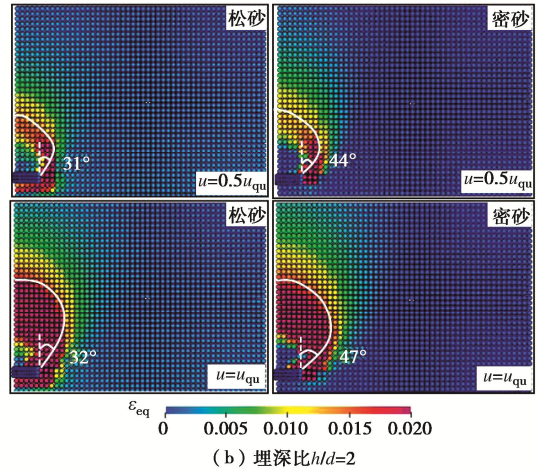
根据图 4 (c) 中不同锚板直径条件下上拔承载力系数随埋深比的增长趋势, 可大致得到松砂中临界埋深比约为 5, 密砂中临界埋深比约为 5.6, 因此可以判断本模拟中埋深比取 6 或 8 时为深埋, 其余均为浅埋。

以下结合锚板达到极限承载力时的等效塑性应变云图, 分析锚板浅埋与深埋时的破坏机制。以直径  $d$  为 100 mm 的锚板为例 (如图 5 所示), 对比深埋和浅埋条件下的破坏模式, 图中  $u_{qu}$  为上拔力达到峰值时的锚板位移。当  $h/d=2$  时, 即埋深比小于  $(h/d)_{cr}$  时, 破坏面延伸至地面。此时, 松砂中破坏模式为圆台状, 破坏面与竖直面夹角为  $15^\circ$  (约为  $\varphi/2$ ), 随着位移进一步增加, 破坏面后期呈现圆弧状; 密砂中破坏模式为曲面状, 破坏面夹角为  $19^\circ$  (约为  $45^\circ - \varphi/2$ )。

当  $h/d=6$ , 即埋深比大于  $(h/d)_{cr}$  时, 土体的破坏面没有延伸至地面。土体表现为深层破坏, 破坏面在地面以下某个位置停止发展, 其整体形状在松砂和密砂中均呈灯泡状, 与试验结果一致<sup>[2, 24]</sup>。由图 5 (b) 可得, 松砂中破坏面延展宽度小于密砂, 该现象与 Liang 等<sup>[9-10]</sup> 的模拟结果一致, 且破坏面随位移的增大而向两侧发展, 当  $u=u_{qu}$  时, 松砂中破坏面夹角约为  $\varphi$ , 密砂中破坏面夹角约为  $\varphi_p$ 。



(a) 埋深比  $h/d=2$



(b) 埋深比  $h/d=2$

图 5  $xoz$  平面不同埋深比条件下等效塑性应变云图 ( $d=100\text{ mm}$ )

Fig. 5 Contours of equivalent plastic strain under different embedment depth ratios in  $xoz$  plane

本文选取了两种锚板直径 (50, 200 mm), 进一步分析锚板上拔力 - 位移曲线。从图 6 可得, 当  $d=50\text{ mm}$  时, 在锚板浅埋条件下, 松砂中上拔曲线可分为两个阶段:  $OA_1$  段, 随上拔位移增加, 上拔力迅速增大, 而后增长趋势变缓, 达到极限承载力;  $A_1B_1$  段, 锚板继续上拔, 两侧土体向锚板下部流动, 上拔力随着位移增加而缓慢减小。在锚板浅埋条件下, 密砂中上拔曲线可分为 3 个阶段, 即  $OA_2$  段、 $A_2B_2$  段、 $B_2C_2$  段。 $OA_2$  段与  $OA_1$  段的曲线增长趋势一致;  $A_2B_2$  段, 随着位移的增加, 土体表现为渐进性破坏, 上拔力显著减小。当锚板深埋时, 松砂中上拔曲线与浅埋时规律一致, 可分为两个阶段, 即  $OA_3$  段、 $A_3B_3$  段。密砂中由于塑性区并未延伸至地表, 基于上拔力 - 位移曲线所表现的软化效应并不明显, 其上拔曲线趋势同松砂一致, 可分为两个阶段, 即  $OA_4$  段、 $A_4B_4$  段。

当  $d=200\text{ mm}$ ,  $h/d=6$  时, 密砂中的上拔曲线可分为 4 个阶段:  $OA_5$  段, 上拔力随位移增加而迅速增大至极限承载力;  $A_5B_5$  段, 锚板上部土体向下部空隙流动导致土体重力减小;  $B_5C_5$  段, 在深埋条件下, 当上拔位移  $u$  接近 30 mm 时, 上拔力有较为明显的增大, 类似现象也出现在 Evans 等<sup>[9]</sup> 的离散元模拟中 (具体原因将在第 3.2 节详述);  $C_5D_5$  段, 上拔力随位移的增加而缓慢减小。当  $h/d=1, 2, 3$  时, 直径  $d$  为 50, 200 mm 的锚板上拔曲线的变化趋势无明显差异。

由上文分析可知, 密砂在深埋条件下软化效应并不明显。为了对该现象作进一步分析, 输出  $A_2, B_2, A_4$  三点所对应的等效塑性应变云图, 如图 7 所示。图 7 中  $A_2$  点所对应的时刻, 锚板上方土体已经形成接近于地表的红色破坏面, 红色区域代表等效塑性应变值

大于或等于 2% 的区域, 从 2.1 节可得, 当等效塑性应变值大于 2% 时, 土体发生应变软化, 内摩擦角和剪胀角由峰值逐渐减小。这说明土体强度在该时刻达到峰值, 破坏面上所有土体都将进入应变软化阶段。当位移继续增大, 土体强度下降, 上拔力持续减小, 在  $B_2$  点所对应的时刻, 破坏面上的土体等效塑性应变达到 20%, 此后土体保持残余强度不变。当锚板深埋时, 等效塑性应变值大于 2% 的区域主要集中在锚板正上方一定范围内, 随着上拔位移的增大, 塑性区范围不再增大, 上拔力主要受锚板上覆土体重力影响, 因此由剪应力变化导致的软化效应并不明显。

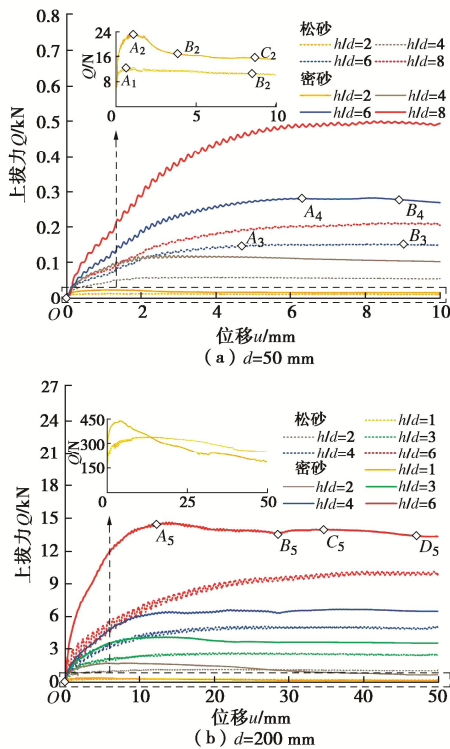


图 6 上拔力 - 位移曲线

Fig. 6 Uplift force-displacement curves

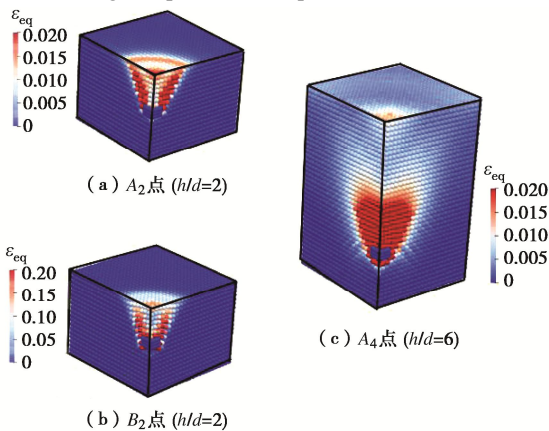


图 7 三维等效塑性应变云图( $d=50\text{ mm}$ )

Fig. 7 Contours of three-dimensional equivalent plastic strain

### 3.2 锚板上拔过程中土体位移场分析

本节选取密砂中  $d=200\text{ mm}$  的锚板作为分析对象, 输出  $h/d=2, 6$  时不同上拔阶段所对应的位移场,

通过分析锚板周围的土体位移, 可以对锚土相互作用有更为直观的理解。由于圆形锚板三维模型的  $x$  方向以及  $y$  方向土体变形机制基本相同, 因此可选取切面  $y=0, 110\text{ mm}$  之间的块体为主要研究对象, 如图 8 所示。

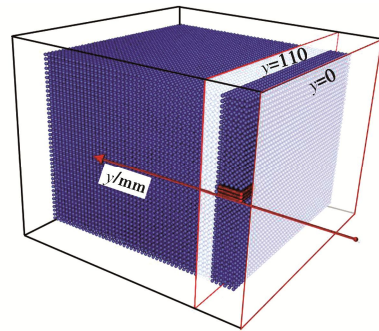
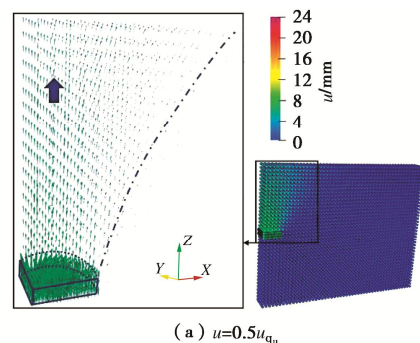


图 8 切片示意图( $d=200\text{ mm}$ )

Fig. 8 Schematic diagram of slice

当  $d=200\text{ mm}, h/d=2$  时, 上拔力达到峰值时的锚板位移  $u_{qu}=7\text{ mm}$ , 不同上拔阶段的位移矢量图如图 9 所示。当  $u \leq 0.5u_{qu}$  时, 随着锚板上拔位移的增加, 上拔影响范围内靠近锚板的上部土体位移较大, 锚板两侧及远离锚板的上部土体位移较小, 该过程中上部土体被压密; 随锚板上拔位移进一步增加, 当  $u=u_{qu}$  时, 锚板上部土体随锚板向上运动, 位移影响边界呈现清晰的倒置梯形状; 当锚板位移  $u > u_{qu}$  时, 此时土体已经形成贯穿至地表的破坏面, 破坏面内的土体随锚板向上运动, 锚板两侧土体向下部空隙运动, 且该现象随锚板上拔位移的增加而加剧。

当  $d=200\text{ mm}, h/d=6$  时, 上拔力达到峰值时的锚板位移  $u_{qu}=14\text{ mm}$ , 不同上拔阶段的位移矢量图如图 10 所示。当  $u \leq 0.5u_{qu}$  时, 土体运动形式表现为压实, 该现象与倪钰菲等<sup>[38]</sup>的室内试验结果一致。锚板继续上拔, 当  $u=u_{qu}$  时, 锚板上部出现土体绕流现象, 该现象造成锚板上部的土体重力减小。随锚板上拔位移增大, 上拔影响范围增大, 破坏面上所受合力增加。土体绕流与上拔影响范围增大共同影响上拔力, 当上拔影响范围持续增大, 而土体绕流速度减慢时, 上拔力会增大, 此时上拔曲线如图 6 (b)  $B_5C_5$  段所示。随着上拔位移继续增大, 土体绕流逐渐成为影响上拔力的主导因素, 之后上拔力随锚板位移的增加而减小。



(a)  $u=0.5u_{qu}$

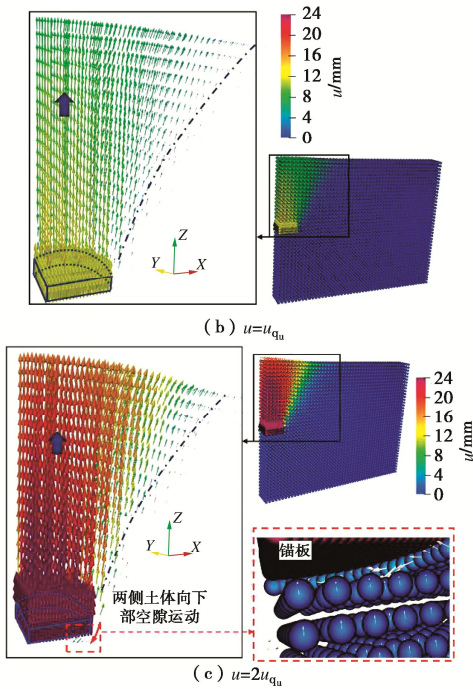


图 9 不同上拔阶段位移矢量场( $d=200\text{ mm}$ ,  $h/d=2$ )

Fig. 9 Displacement vector fields at different uplift stages

Liu 等<sup>[34, 37]</sup>基于  $d=50, 80\text{ mm}$  时的位移矢量图, 发现在密砂、深埋条件下破坏面为弯曲锥形和截锥形。因此考虑锚板直径对土体变形破坏机制的影响, 本文输出密砂中  $d=50\text{ mm}$ ,  $h/d=6$  时不同上拔阶段的位移矢量图 (图 10)。从图 11 可以看出, 在密砂、深埋条件下, 锚板直径较小时, 破坏面呈现曲面状, 并延伸至地表。随着直径进一步增大, 破坏面逐渐收敛为锚板上部一定范围内的灯泡状。

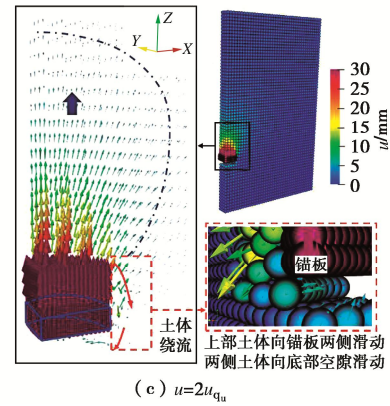
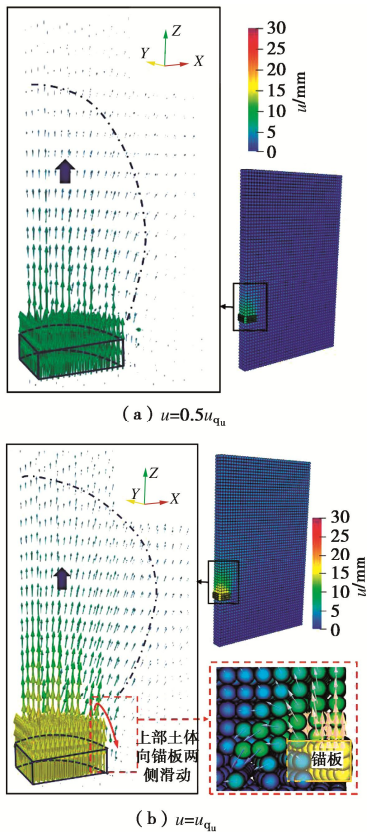


图 10 不同上拔阶段位移矢量场( $d=200\text{ mm}$ ,  $h/d=6$ )  
Fig. 10 Displacement vector fields at different uplift stages

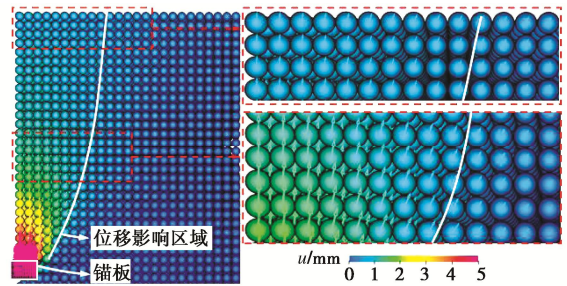


图 11 密砂中峰值位移时土体位移矢量图( $d=50\text{ m}$ ,  $h/d=6$ )  
Fig. 11 Vector diagram of soil displacement at peak displacement in dense sand

### 3.3 极限承载力影响因素分析

锚板的极限承载力  $Q_u$  主要由两部分力组成: ①破坏面内的土体重力  $W$ ; ②破坏面上所受正应力  $\sigma_n$  和剪应力  $\tau$  的合力在竖直方向的分量。如图 12 所示, White 等<sup>[39]</sup>提出在锚板上拔过程中, 破坏面上正应力不变, 剪应力由应力莫尔圆确定, 因此初始条件和破坏时的破坏面合力大小主要受剪应力影响。

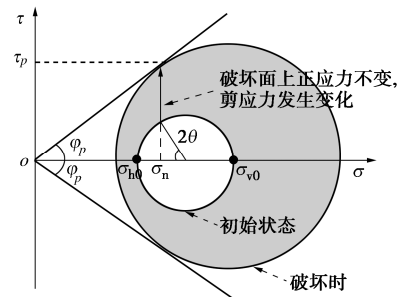


图 12 初始状态和破坏时的莫尔应力圆<sup>[39]</sup>

Fig. 12 Mohr's circles in situ and at failure

初始状态下, 破坏面上单位土体的水平应力  $\sigma_{h0}$  和竖向应力  $\sigma_{v0}$  为

$$\sigma_{h0} = k_0 \sigma_{v0} = k_0 \gamma z \quad (k_0 = 1 - \sin \phi_{cr}) \quad (8)$$

式中,  $k_0$  为初始侧压力系数。

根据图 12 中两个应力莫尔圆的几何关系, 可以得到破坏状态下正应力  $\sigma_n$  和剪应力  $\tau_p$  的表达式为

$$\sigma_n = \gamma z \left[ k_0 + \frac{(1-k_0)\cos 2\theta}{2} \right], \quad (9)$$

$$\tau_p = \gamma z \tan \varphi_p \left[ k_0 + \frac{(1-k_0)\cos 2\theta}{2} \right]. \quad (10)$$

破坏面上所受合力为剪应力与正应力的在垂直方向的分量,因此极限承载力 $Q_u$ 可表示为

$$Q_u = \int_A \gamma z (\tan \varphi_p \cos \theta - \sin \theta) \left[ k_0 + \frac{(1-k_0)\cos 2\theta}{2} \right] dA + W, \quad (11)$$

式中, $W$ 为破坏面所围土体重力, $\theta$ 为剪切破坏面与垂直平面的夹角,该值由锚板上拔的破坏机制决定。

由式(11)可知,上拔力主要由破坏面内土体重力以及破坏面上剪应力两部分产生,而试验中所设置的3个影响因素,即砂土密实度、锚板尺寸和埋深直接影响土体重力,并且不同试验工况下破坏机制不同,进而影响破坏面上的剪应力大小。

## 4 结 论

本文基于三维物质点法对锚板上拔过程进行了模拟研究,通过改变砂土密实度、锚板尺寸和埋深等因素,得到了不同工况下锚板的上拔破坏机制及土体位移场分布,进而分析了不同因素对极限承载力及上拔承载力系数的影响。

(1) 临界埋深比主要受土体性质影响,而受锚板直径影响较小。当埋深比小于临界埋深比时,土体表现为破坏面延伸至地表的浅埋破坏,松砂中破坏模式为圆台状,密砂中破坏模式为曲面状;当埋深比大于临界埋深比时,松砂中破坏面为灯泡状且不延伸至地表,密砂中破坏面在锚板直径较小时延伸至地表,随着直径的增大,破坏面逐渐收敛为灯泡状。

(2) 密砂在浅埋条件下存在明显的渐进式破坏,而在深埋条件下软化效应并不明显。其原因在于浅埋条件下塑性区发展至地表,上拔力受破坏面上剪应力影响较大。而深埋条件下塑性区仅在锚板上部一定区域内发展,上拔力主要受上部土体重力影响。

(3) 在浅埋条件下,位移影响范围内锚板上部土体整体随锚板向上运动,锚板两侧土体在位移较大时出现向下部空隙流动的现象;在深埋条件下,锚板上部土体大部分随锚板向上运动,同时存在部分土体绕流现象。当上拔位移增大到一定阈值后,土体绕流成为主导上拔力大小的因素。

(4) 在同一埋深比条件下,上拔承载力系数在密砂中随锚板直径的增大而减小,而在松砂中受锚板直径的影响较小。极限承载力在密砂中的数值明显大于松砂,且两者的差值随埋深比的增加而增大。

## 参考文献:

- [1] ADAMS J I, HAYES D C. The uplift capacity of shallow foundations[J]. Ontario Hydro Research Quarterly, 1967, 19: 1.
- [2] ILAMPARUTHI K, DICKIN E A, MUTHUKRISNAIAH K. Experimental investigation of the uplift behaviour of circular plate anchors embedded in sand[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2002, 39(3): 648 - 664.
- [3] 胡伟,刘顺凯,邹贵华,等. 竖向条形锚定板水平拉拔极限承载力统一理论解研究[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(2): 296 - 304. (HU Wei, LIU Shun-kai, ZOU Gui-hua, et al. Unified theoretical solution for ultimate bearing capacity of vertical strip anchor[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(2): 296 - 304. (in Chinese))
- [4] 黄茂松,余生兵. 基于块体集上限法的砂土中条形锚板抗拔承载力分析[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(2): 201 - 207. (HUANG Mao-song, YU Sheng-bing. Pull-out capacity of strip anchor plate in sand based on block set mechanism[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(2): 201 - 207. (in Chinese))
- [5] 郝冬雪,符胜男,陈榕,等. 砂土中锚板拉拔模型试验及其抗拔力计算[J]. 岩土工程学报, 2015, 37(11): 2101 - 2106. (HAO Dong-xue, FU Sheng-nan, CHEN Rong, et al. Experimental investigation of uplift behavior of anchors and estimation of uplift capacity in sands[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, 37(11): 2101 - 2106. (in Chinese))
- [6] SAKAI T, TANAKA T. Experimental and numerical study of uplift behavior of shallow circular anchor in two-layered sand[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2007, 133(4): 469 - 477.
- [7] PÉREZ Z A, SCHIAVON J A, DE HOLLANDA CAVALCANTI TSUHA C, et al. Numerical and experimental study on influence of installation effects on behaviour of helical anchors in very dense sand[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2018, 55(8): 1067 - 1080.
- [8] KANITZ M, HAGER A, GRABE J, et al. Numerical and experimental analysis of the extraction mechanism of an anchor plate embedded in saturated sand[J]. Computers and Geotechnics, 2019, 111: 191 - 201.
- [9] EVANS T M, ZHANG N. Three-dimensional simulations of plate anchor pullout in granular materials[J]. International



- Journal of Geomechanics, ASCE, 2019, **19**(4): 04019004.
- [10] LIANG W J, ZHAO J D, SOGA K. Multiscale modeling of anchor pull-out in sand[M]//Challenges and Innovations in Geomechanics. Cham: Springer International Publishing, 2021: 787 - 793.
- [11] ZHANG X, CHEN Z, LIU Y. The material point method[M]//The Material Point Method. Amsterdam: Elsevier, 2017: 37 - 101.
- [12] FERN J, ROHE A, SOGA K, et al. The material point method for geotechnical engineering: a practical guide[M]//The Material Point Method for Geotechnical Engineering. Boca Raton: CRC Press, 2019: 3 - 22.
- [13] 刘 春, 乐天呈, 施 斌, 等. 颗粒离散元法工程应用的三大问题探讨[J]. 岩石力学与工程学报, 2020, **39**(6): 1142 - 1152. (LIU Chun, LE Tian-cheng, SHI Bin, et al. Discussion on three major problems of engineering application of the particle discrete element method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2020, **39**(6): 1142 - 1152. (in Chinese))
- [14] SULSKY D, CHEN Z, SCHREYER H L. A particle method for history-dependent materials[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1994, **118**(1/2): 179 - 196.
- [15] SULSKY D, ZHOU S J, SCHREYER H L. Application of a particle-in-cell method to solid mechanics[J]. Computer Physics Communications, 1995, **87**(1/2): 236 - 252.
- [16] BEUTH L, BENZ T, VERMEER P A. Large deformation analysis using a quasi-static material point method[J]. Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2008, **38**(1/2): 45 - 60.
- [17] 史卜涛, 张 云, 张 巍. 边坡稳定性分析的物质点强度折减法[J]. 岩土工程学报, 2015, **38**(9): 1678 - 1684. (SHI Bo-tao, ZHANG Yun, ZHANG Wei. Strength reduction material point method for slope stability[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **38**(9): 1678 - 1684. (in Chinese))
- [18] 孙玉进, 宋二祥. “12·20”深圳滑坡动态模拟[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(3): 441 - 448. (SUN Yu-jin, SONG Er-xiang. Dynamic simulation of “12·20” Shenzhen landslide[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(3): 441 - 448. (in Chinese))
- [19] 张春新, 朱鸿鹄, 李豪杰, 等. 支护压力控制下隧道周围砂土变形破坏物质点法模拟[J]. 浙江大学学报(工学版), 2021, **55**(7): 1317 - 1326. (ZHANG Chun-xin, ZHU Hong-hu, LI Hao-jie, et al. Material point method simulations of sand deformation and failure around tunnel controlled by support pressure[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2021, **55**(7): 1317 - 1326. (in Chinese))
- [20] 张芮瑜, 孙玉进, 宋二祥. 强夯的物质点法模拟及其能量转化规律分析[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(7): 1208 - 1216. (ZHANG Rui-yu, SUN Yu-jin, SONG Er-xiang. Simulation of dynamic compaction using material point method and analysis of its energy conversion law[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(7): 1208 - 1216. (in Chinese))
- [21] 张春新, 朱鸿鹄, 周谷宇, 等. 落球检测技术的三维物质点法模拟研究[J]. 防灾减灾工程学报, 2021, **41**(2): 311 - 320. (ZHANG Chun-xin, ZHU Hong-hu, ZHOU Gu-yu, et al. Simulation of falling ball test using three-dimensional material point method[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2021, **41**(2): 311 - 320. (in Chinese))
- [22] COETZEE C J, VERMEER P A, BASSON A H. The modelling of anchors using the material point method[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2005, **29**(9): 879 - 895.
- [23] CECCATO F, BISSON A, COLA S. Large displacement numerical study of 3D plate anchors[J]. European Journal of Environmental and Civil Engineering, 2020, **24**(4): 520 - 538.
- [24] 陈 榕, 符胜男, 郝冬雪, 等. 密砂中圆形锚上拔承载力尺寸效应分析[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(1): 78 - 85. (CHEN Rong, FU Sheng-nan, HAO Dong-xue, et al. Scale effects of uplift capacity of circular anchors in dense sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(1): 78 - 85. (in Chinese))
- [25] FERN E J, DE LANGE D A, ZWANENBURG C, et al. Experimental and numerical investigations of dyke failures involving soft materials[J]. Engineering Geology, 2017, **219**: 130 - 139.
- [26] FERN E J, SOGA K. The role of constitutive models in MPM simulations of granular column collapses[J]. Acta Geotechnica, 2016, **11** (3): 659 - 678.
- [27] 蔡正银. 砂土的渐进破坏及其数值模拟[J]. 岩土力学, 2008, **29**(3): 580 - 585. (CAI Zheng-yin. Progressive failure of sand and its numerical simulation[J]. Rock and Soil

- Mechanics, 2008, **29**(3): 580 - 585. (in Chinese))
- [28] BOLTON M D. The strength and dilatancy of sands[J]. *Géotechnique*, 1986, **36**(1): 65 - 78.
- [29] 朱泳, 朱鸿鹄, 李飞, 等. 砂土中水平锚板抗拔特性试验研究[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2018, **49**(7): 1768 - 1774. (ZHU Yong, ZHU Hong-hu, LI Fei, et al. Experimental study on uplift behavior of anchor plate in sand[J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2018, **49**(7): 1768 - 1774. (in Chinese))
- [30] 张昕, 乐金朝, 刘明亮, 等. 砂土中锚板的抗拔机理与承载力计算模型研究[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(9): 1734 - 1739. (ZHANG Xin, YUE Jin-chao, LIU Ming-liang, et al. Uplifting behavior and bearing capacity of plate anchors in sand[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2012, **34**(9): 1734 - 1739. (in Chinese))
- [31] 郝冬雪, 岳冲, 陈榕, 等. 常压至高压下中砂剪切特性及应力-剪胀关系[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(4): 765 - 772. (HAO Dong-xue, YUE Chong, CHEN Rong, et al. Shear characteristics and stress-dilation relation of medium sand under normal to high pressures[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2020, **42**(4): 765 - 772. (in Chinese))
- [32] SAEEDY H S. Stability of circular vertical earth anchors[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1987, **24**(3): 452 - 456.
- [33] MURRAY E J, GEDDES J D. Uplift of anchor plates in sand[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1987, **113**(3): 202 - 215.
- [34] LIU J Y, LIU M L, ZHU Z D. Sand deformation around an uplift plate anchor[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2012, **138**(6): 728 - 737.
- [35] 桂美兵. 砂土中锚板抗拔承载力室内试验研究[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2020. (GUI Mei-bing. Pullout Capacity of Plate Anchor in Sand by Laboratory Test[D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2020. (in Chinese))
- [36] SAKAI T, TANAKA T. Scale effect of a shallow circular anchor in dense sand[J]. *Soils and Foundations*, 1998, **38**(2): 93 - 99.
- [36] SAKAI T, TANAKA T. Scale effect of a shallow circular anchor in dense sand[J]. *Soils and Foundations*, 1998, **38**(2): 93 - 99.
- [37] 史旦达, 毛逸瑶, 杨勇, 等. 基于DIC技术的砂土中圆形锚板上拔土体变形特性试验研究[J]. 岩土力学, 2020, **41**(10): 3201 - 3213. (SHI Dan-da, MAO Yi-yao, YANG Yong, et al. Experimental study on the deformation characteristics of soils around uplift circular plate anchors using digital image correlation technology[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2020, **41**(10): 3201 - 3213. (in Chinese))
- [38] 倪钰菲, 乔仲发, 朱泳, 等. 基于粒子图像测速的锚板抗拔破坏机理试验研究[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2020, **42**(1): 24 - 30. (NI Yu-fei, QIAO Zhong-fa, ZHU Yong, et al. Experimental study on uplift failure of anchor plate based on PIV technology[J]. *Journal of Civil and Environmental Engineering*, 2020, **42**(1): 24 - 30. (in Chinese))
- [39] WHITE D J, CHEUK C Y, BOLTON M D. The uplift resistance of pipes and plate anchors buried in sand[J]. *Géotechnique*, 2008, **58**(10): 771 - 779.