

DOI: 10.11779/CJGE2021S1030

# DE-GWO 算法优化 SVM 反演软土力学参数

阮永芬<sup>1</sup>, 余东晓<sup>1,2</sup>, 吴 龙<sup>3</sup>, 谭桂平<sup>3</sup>, 李飞鹏<sup>3</sup>, 陈 博<sup>3</sup>

(1. 昆明理工大学建筑工程学院, 云南 昆明 650500; 2. 广西华蓝岩土工程有限公司, 广西 南宁 530001;

3. 中铁十一局集团城市轨道工程有限公司, 湖北 武汉 430074)

**摘要:** 岩土物理力学参数是岩土工程设计及施工的主要依据。为得到更符合实际的岩土力学参数, 研究提出了一种更加快捷准确的参数确定方法, 即基于支持向量机(SVM)的位移反分析法。基于发展于自然仿生学的群智能算法—灰狼算法(GWO), 结合差分进化算法(DE)的交叉变异操作对灰狼算法进行进化, 得到一种差分进化灰狼混合优化算法(DE-GWO), 用其对支持向量机参数进行优化后反演出岩土力学参数。结合昆明某地铁隧道项目, 采用 Midas/GTS 有限元软件构建模拟隧道施工的三维仿真模型。以某段隧道顶地表实测沉降数据为依据, 用差分进化灰狼混合算法优化后的支持向量机模型反演岩体力学参数, 并据反演参数及地勘报告建议参数计算得出的、Peck 法计算的与实际地表监测的沉降值进行对比分析, 结果表明: 据反分析得出的参数计算的地表沉降值与实测值基本吻合, 另外两种方法的计算值与实测值相差较大。通过以上分析表明本方法合理可行, 反演出参数合理, 用其进行计算的结果准确更符合实际, 本方法能为岩土力学参数的获取、校核提供新的途径。

**关键词:** 隧道工程; 参数反演; 支持向量机; 差分进化算法; 灰狼算法; 位移反分析

**中图分类号:** TU452      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-4548(2021)S1-0166-05

**作者简介:** 阮永芬(1964—), 女, 教授, 主要从事岩土工程方面的教学及科研工作。E-mail: ryy64@aliyun.com。

## DE-GWO algorithm to optimize SVM inversion mechanical parameters of soft soil

RUAN Yong-fen<sup>1</sup>, YU Dong-xiao<sup>1,2</sup>, WU Long<sup>3</sup>, TAN Gui-ping<sup>3</sup>, LI Fei-peng<sup>3</sup>, CHEN Bo<sup>3</sup>

(1. Faculty of Civil Engineering and Mechanics, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China; 2. Guangxi Hualan Geotechnical Engineering Co., Ltd., Nanning 530001, China; 3. China Railway 11th Bureau Group Urban Rail Engineering Co., Ltd, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** The geotechnical mechanical parameters are the main basis for geotechnical engineering design and construction. In order to obtain the geotechnical parameter information that is more in line with the actual situation, a displacement back analysis method based on the support vector machines, faster and more accurate parameter determination method, is proposed. Based on the grey wolf algorithm, a swarm intelligence algorithm developed in nature bionics, and combined with the crossover mutation operation of the differential evolutionary algorithm, the grey wolf algorithm is evolved, and the hybrid grey wolf optimization algorithm is obtained, which is used to reverse the geotechnical mechanical parameters after optimization of the support vector machine parameters. Based on the subway tunnel project in Kunming, the Midas/GTS finite element is used to establish a three-dimensional simulation model to simulate the tunnel construction process. Based on the measured surface deformation of the top section of a tunnel, the support vector machine model optimized by the hybrid differential evolution grey wolf algorithm is used to invert the mechanical parameters of rock mass. The settlements calculated by the back analysis method and the traditional Peck formula method are compared with the measured surface ones. The results show that the calculated surface settlements based on the back analysis are basically consistent with the measured ones, and the calculated values by the other two methods differ greatly from the measured ones. The above analysis shows that the proposed method is reasonable and feasible, the reverse performance parameters are reasonable, and the calculated results are more accurate and in line with the reality. The proposed method can provide a new way for the acquisition and verification of the parameters of rock and soil mechanics.

**Key words:** tunnel engineering; parameter inversion; support vector machine; differential evolution algorithm; grey wolf algorithm; displacement back analysis

## 0 引言

随着建设工程的快速发展, 岩土工程学科面临许多新课题。由于岩土力学参数随机不确定性及复杂性, 如何获取可靠的岩土物理力学参数, 已成为岩土工

程研究的热点问题。

基金项目: 云南省重点研发计划(社会发展领域)(2018BC008)

收稿日期: 2020-12-20

岩土力学参数的确定除常用的原位测试、室内试验、类比法和专家经验法外, 反分析法与计算机技术相结合使其为岩土力学参数的获取提供了新途径。

基于支持向量机(SVM)的位移反分析是较新出现的一种岩土工程参数反演方法<sup>[1]</sup>, 它用训练得到的支持向量机模型代替数值模型实现了岩体力学参数与位移间复杂的映射关系, 大大提高了反演计算效率<sup>[2]</sup>。与早期反分析中较多采用的神经网络法相比, 支持向量机在理论基础和求解算法方面都具有明显优势<sup>[3]</sup>, 日益受到岩土工程研究人员的重视。

本文通过引入灰狼算法来优化 SVM 参数。灰狼算法是模拟自然界狼群觅食等活动设计出的寻优方法, 有着搜索效率高, 收敛速度快, 逻辑简单等特点<sup>[4]</sup>。但灰狼算法易产生过早收敛问题, 所以在灰狼算法的基础上引入差分进化算法的交叉变异操作对灰狼算法进行改进, 得到差分进化灰狼混合优化算法即 DE-GWO 算法, 并用该算法对 SVM 参数进行优选, 提高支持向量机计算精度<sup>[5]</sup>。并应用于岩土工程位移反分析中, 是一种很好的新的尝试。

## 1 支持向量机(SVM)预测系统

SVM 的工作原理<sup>[6]</sup>是在特征空间中构造非线性映射关系, 将样本集有效的联系起来。首先构造一个高维特征空间, 输入样本通过核函数转化到特征空间中形成高维样本, 从而使样本线性可分, 然后在高维空间求得最优线性分类面, 最终得到输入与输出样本变量的非线性映射关系, 再通过核函数进行降维输出结果。如图 1 所示。

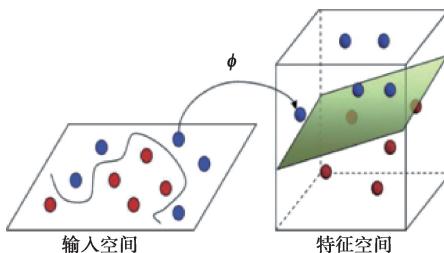


图 1 最优分类面映射关系

Fig. 1 Mapping relationship of optimal classification surface

SVM 预测系统采用 LIBSVM 工具箱进行完成。采用 DE-GWO 优化算法选出 SVM 模型的罚参数  $C$ , 损失函数  $p$ , 核宽度  $g$  的最优值以及进行模型训练, 然后基于学习及测试样本, 求得最优解。

## 2 差分进化算法(DE)及灰狼算法(GWO)

DE<sup>[7]</sup>的基本原理: 寻找种群中不同个体间差异, 再放大差异特征形成不同特征种群, 并基于贪婪机

制进行进化, 寻求待优化问题的全局最优解<sup>[8]</sup>。DE 法能有效避免陷入局部最优解, 但变异迭代过程缓慢。算法通过变异、交叉、选择 3 个操作来求解最优解。

GWO<sup>[9]</sup>是学习自然界灰狼种群觅食的仿生学算法, 具有效率高, 收敛快, 精度高等优点。但也存在易早熟陷入局部最优解的不足。

GWO 的计算过程主要分为包围猎物和狩猎两个步骤。假设灰狼数目为  $n$ , 搜索空间为  $d$  维, 记群体中任意灰狼  $i$  的位置为  $X_i = (X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{id})$ , 定义种群中的最优解为  $\alpha$  狼, 第二和第三的解分别为  $\beta$  狼和  $\delta$  狼, 其余的解为  $\omega$  狼<sup>[10]</sup>。在 GWO 算法中, 狩猎行为由  $\alpha$  狼,  $\beta$  狼和  $\delta$  狼带领,  $\omega$  狼跟随。

根据  $\alpha$ ,  $\beta$  和  $\delta$  狼的位置信息来更新自身位置的候选解原理图如图 2 所示。

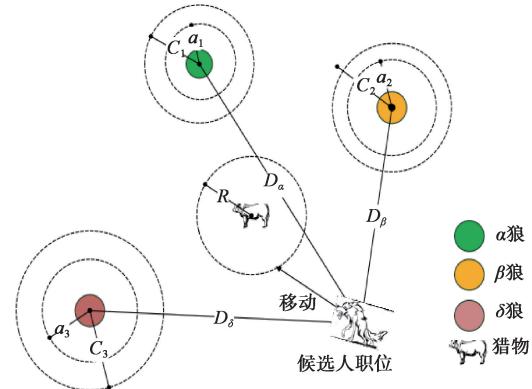


图 2 灰狼狩猎位置更新图

Fig. 2 Grey wolf hunting position update

## 3 差分进化灰狼混合优化算法

综合以上两种算法的优缺点, 提出一种更为高效的差分进化灰狼混合优化算法(DE-GWO)来提高全局搜索能力。

(1) 为避免种群迭代到一定区域时出现差异性减小现象, 采用 DE 算法的交叉、变异操作维持种群的多样性, 生成变异灰狼算子加入到 GWO 算法的初始种群, 形成灰狼加变异灰狼的混合初始种群, 再计算个体的目标函数值, 选出最优的三个个体  $X\alpha$ ,  $X\beta$  和  $X\delta$ , 据此更新其它灰狼个体的位置。

(2) 利用 DE 算法的交叉混合对狼群进行交叉操作, 产生新的杂交灰狼个体, 并对其位置进行更新, 选出新的  $\alpha$  狼,  $\beta$  狼和  $\delta$  狼。

(3) 最后通过基于贪婪算法的选择操作对狼群个体位置进行更新, 反复迭代更新, 直到从中选出最优目标函数值输出。

该混合算法既提高了全局搜索能力, 又能有效避免早熟停滞、陷入局部最优的缺陷<sup>[11]</sup>。

## 4 工程案例

昆明某地铁隧道区间起点里程 DK21 + 355. 965, 终点里程 DK23 + 117. 872, 研究区间隧道的 DK23 + 069. 339—DK23 + 117. 872 路段, 区间上方有河流穿过, 并且路段区域存在高压缩性泥炭质土, 对隧道施工影响很大。为保障隧道施工安全, 以泥炭质及其它软土层为例, 通过地表监测沉降值有针的对软土层参数进行反演研究。

### 4.1 Midas/GTS 数值建模和样本设计

采用 Midas GTX 有限元软件建立隧道 DK23 + 069. 339—DK23 + 117. 872 区间段模型。模型长 50 m, 宽 110 m, 高 38 m, 由上至下分别是素填土、黏质粉土、泥炭质土及黏土层, 其中隧道主要穿过泥炭质土与黏土层, 按衬砌管片尺寸及加固要求对隧道建模。各土层的物理力学性质指标值如表 1 所示。

表 1 模型土层参数取值表

Table 1 Values of parameters of model soil

土类	$c$ /kPa	$\varphi$ /(°)	$E_s$ /MPa	$\gamma$ /(kN·m <sup>-3</sup> )	$\mu$	$e$
素填土	10	5.0	5.0	17.0	0.42	1.00
黏质粉土	16	7.0	8.5	18.9	0.30	0.75
泥炭质土	21	5.3	2.5	13.2	0.39	3.10
黏土	30	11.0	4.5	17.8	0.36	1.10
加固土	46	12.5	15.0	18.0	0.35	0.60

土体采用弹塑性本构模型, 管片及盾构壳体采用

表 3 正态分布学习样本表

Table 3 Orthogonal experiment learning samples

样本号	$E_s$ /MPa	$\mu$	$e$	$\rho$ /(g·cm <sup>-3</sup> )	BP31 /mm	BP32 /mm	BP33 /mm	BP34 /mm	...	BP42 /mm	BP43 /mm	BP44 /mm
1	2.4815	0.4498	3.7968	1.3384	-26.4095	-40.9652	-24.6060	-7.1573	...	-2.7355	-4.8089	-3.9057
2	4.7481	0.3831	4.2207	1.3524	-18.4219	-45.5279	-18.7600	-10.0022	...	-2.4166	-4.4952	-4.2558
3	4.7432	0.4176	3.6040	1.2932	-17.7189	-32.7310	-26.6711	-10.6636	...	-4.2959	-4.7174	-4.2234
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮
48	4.0956	0.4062	4.0299	1.3321	-26.5025	-32.2280	-20.8879	-6.0910	...	-2.5950	-4.7490	-4.2098
49	3.6584	0.4165	3.3979	1.2334	-18.5138	-34.1621	-19.6161	-6.0939	...	-2.0894	-3.5371	-2.9590
50	2.5926	0.4074	3.0930	1.1614	-23.8329	-29.1038	-24.8184	-11.4369	...	-2.0067	-5.3758	-4.9246

表 4 均匀试验测试样本表

Table 4 Uniform test samples

样本	$E_s$ /MPa	$\mu$	$e$	$\rho$ /(g·cm <sup>-3</sup> )	BP31/mm	BP32/mm	BP33/mm	BP34/mm	...	BP42/mm	BP43/mm	BP44/mm
1	1.5	0.3944	3.1266	1.5103	-22.5433	-41.1159	-22.1167	-8.9535	...	-4.8597	-3.3338	-3.3443
2	2.0	0.4499	2.6844	1.4636	-25.9139	-39.9132	-16.5514	-9.1734	...	-2.7393	-3.2539	-3.0694
3	2.5	0.4166	1.8000	1.4169	-23.4582	-38.0973	-16.9451	-12.6672	...	-4.3348	-3.1331	-4.0029
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮
8	5.0	0.3611	4.0110	1.1834	-21.4858	-29.2345	-25.7267	-10.2678	...	-4.1049	-5.0648	-3.4669
9	5.5	0.3833	5.7798	1.1367	-26.2777	-39.2444	-21.3229	-10.2249	...	-3.6693	-4.2848	-4.0764
10	6.0	0.3500	4.8954	1.0900	-25.7881	-45.0308	-24.9058	-6.7625	...	-4.9053	-5.4120	-3.2425

线弹性本构模型。软件模拟施工阶段进行逐级动态计算。模型有限元单元网格 454843 个。三维有限元模型如图 3 所示。

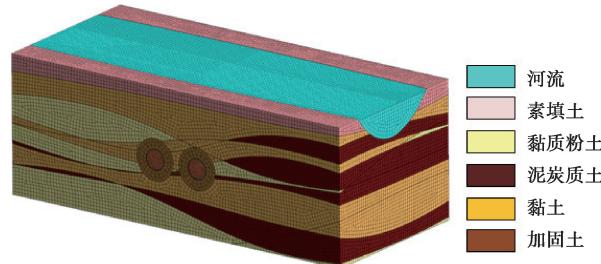


图 3 隧道三维模型图

Fig. 3 3D model for tunnel

### 4.2 正态分布、均匀试验设计样本集

据很多个工点的地勘报告分析, 给出了泥炭质土层力学参数的反演范围如表 2 所示。

表 2 力学参数反演范围表

Table 2 Inversion ranges of mechanical parameters

指标	$E_s$ /MPa	$\mu$	$e$	$\rho$ /(g·cm <sup>-3</sup> )
泥炭质土	1.5 ~ 6	0.35 ~ 0.45	1.8 ~ 5.78	1.09 ~ 1.51

学习样本集按照正态分布<sup>[12]</sup>设计出 50 组, 测试样本集按照均匀试验<sup>[13]</sup>均匀表 U10(10<sup>4</sup>)设计, 需做 10 次。将每次试验的数据依次输入到有限元软件中作正分析, 计算监测点位置处地表沉降值, 最终得到的学习样本集及测试样本集分别如表 3, 4 所示。表中的沉降值对应 SVM 预测系统中的变化量集合  $X^{(j)}$  作为输入值, 压缩模量值为目标函数值  $y^{(j)}$ , 作为输出值。

### 4.3 DE-GWO-SVM 模型参数设置

灰狼算法中参数设定: 差分进化算法缩放因子  $F = 0.9$ , 狼群数量为 10, 交叉概率  $CR = 0.7$ , 终止迭代次数为 50, 最大循环次数 100, 罚参数  $C$  的范围设为  $[0.001, 10]$ , 核宽度  $g$  的范围设为  $[0.001, 10]$ , 损失函数  $p$  的范围设为  $[0.001, 0.2]$ 。初始化 GWO-SVM 模型的各个参数。输入学习样本运用 MATLAB 进行计算, 采用 DE-GWO 算法对支持向量机模型参数寻优后得到最终最优模型参数如表 5 所示。

表 5 SVM 模型参数表

Table 5 Parameters for SVM model

模型参数	罚参数 $C$	核宽度 $g$	损失函数 $p$
最优值	0.1306	1.6033	0.0089

### 4.4 地面沉降计算

#### (1) 三维模型计算

表 6 为地表沉降实测数据。

表 6 实测地表沉降数据表

Table 6 Data of surface settlement

监测点位	沉降值/mm	监测点位	沉降值/mm
BP31	-22.43	BP38	-22.38
BP32	-38.17	BP39	-22.60
BP33	-22.20	BP40	-13.51
BP34	-8.97	BP41	-3.35
BP35	-3.95	BP42	-3.67
BP36	-2.27	BP43	-3.94
BP37	-2.84	BP44	-3.49

本文提出一种新的反演获取岩土力学参数的方法, 弥补了传统现场测试与室内试验无法获取动态参数的局限性。将表 6 的数据带入 DE-GWO-SVM 模型反演、黏质粉土、泥炭质土、黏土及加固土的  $E_s, \mu, e, \rho$  等参数, 将反演值代入建立的三维模型中, 模拟盾构施工, 结果云图如图 4 所示, 计算隧道上方地表土体沉降值变化如图 5 所示。

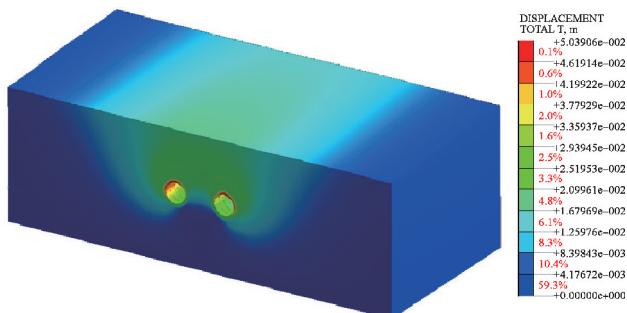


图 4 地表沉降计算结果云图

Fig. 4 Cloud map of calculated surface settlement

#### (2) Peck 公式计算

Peck<sup>[14]</sup>假设隧道上方地面变形满足正态分布, 从

而提出隧道开挖诱发地表沉降的计算公式。

$$S(x) = S_{\max} \exp\left(-\frac{x^2}{2i^2}\right) \quad , \quad (1)$$

$$i = \frac{z}{\sqrt{2\pi} \tan\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)} \quad , \quad (2)$$

$$S_{\max} = \frac{Av_i}{\sqrt{2\pi}i} \quad . \quad (3)$$

式中  $S(x)$  为距离隧道中线  $x$  处的沉降值;  $S_{\max}$  为隧道中线上地面最大沉降值;  $i$  为变曲点到隧道中线的距离;  $Z$  为隧道埋深;  $\varphi$  为土的内摩擦角;  $V_i$  为地层损失率;  $A$  为隧道截面面积。

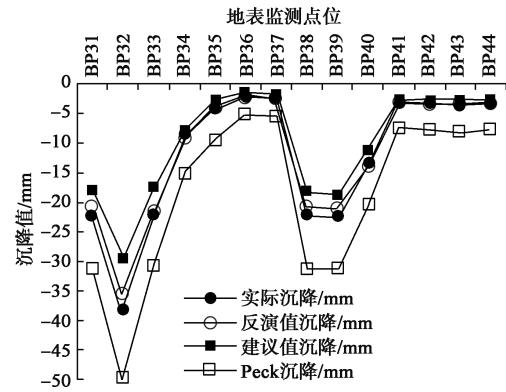


图 5 地表沉降值对比折线图

Fig. 5 Comparison of surface settlements value

#### (3) 几种方法计算沉降值与监测值比较

根据反演参数、地勘建议参数及 Peck 公式计算的地表沉降值及实际监测值间对比结果如表 7 所示, 直观对比如图 5 所示。

由图 5 和表 7 可见, 反演参数计算与实际监测地表沉降值的误差基本在 10% 以内, 最大也仅为 12.78%; 建议值计算与实际监测地表沉降值误差基本在 20% 左右, 最大可达 39.79%; Peck 公式计算与实际监测地表沉降值误差均在 30% 以上, 最大达 143.29%, 即建议值与 Peck 公式法计算结果间存在较大偏差。因建议值没有考虑施工影响, 也说明 Peck 公式在区域性软土中应用也存在一定的局限性。也从另外一个角度反映根据 DE-GWO-SVM 模型反演的土层参数是准确的, 较为接近岩土力学参数真实值。

## 5 结语

借助于 SVM 良好的非线性映射能力和 DE 改进灰狼算法高效的全局寻优能力, 提出 DE-GWO-SVM 模型成功地反演出隧道施工影响下的土层的 4 个力学参数。根据反演参数值、地勘参数建议值计算的盾构施工引起的地表沉降值, 与 peck 计算沉降值及实际地表监测值进行对比分析, 发现以位移反分析得到的力学参数值计算沉降值的准确性优于建议值, 因其一定程

表 7 地表沉降值对比差异表

Table 7 Comparison of differences in settlements

地表监测点位	BP31	BP32	BP33	BP34	BP35	BP36	BP37	BP38	BP39	BP40	BP41	BP42	BP43	BP44
监测值/mm	-22.40	-38.10	-22.2	-8.97	-3.95	-2.27	-2.84	-22.30	-22.60	-13.50	-3.35	-3.67	-3.94	-3.49
反演值/mm	-21.10	-35.30	-21.6	-9.51	-4.18	-2.56	-2.69	-21.00	-21.40	-14.00	-3.18	-3.26	-3.59	-3.12
相对误差/%	5.75	7.34	2.3	-6.02	-5.82	-12.70	5.28	6.08	5.13	-3.77	5.07	11.17	8.88	10.60
建议值计算/mm	-18.20	-29.40	-17.6	-8.01	-2.85	-1.56	-1.71	-18.40	-18.80	-11.10	-2.78	-2.92	-3.01	-2.73
相对误差/%	18.77	22.80	20.3	10.70	27.85	31.28	39.70	17.40	16.70	17.60	17.01	20.44	23.60	21.78
Peck 计算值/mm	-31.20	-49.70	-30.9	-15.30	-9.61	-5.32	-5.61	-31.10	-31.10	-20.40	-7.78	-7.96	-8.32	-7.82
相对误差/%	-39.10	-30.30	-39.5	-70.90	-143.00	-134.00	-97.50	-39.20	-38.00	-51.60	-132.00	-116	-111.00	-124.00

度上反映了施工造成的影响,其更科学合理,可靠性更高。

该方法通用性较强,可参考应用在边坡、基坑、隧道、地基等岩土工程领域的参数反演研究中。

## 参 考 文 献:

- [1] 王文杰,叶世伟. 人工智能原理与应用 [M]. 北京:人民邮电出版社, 2004. (WANG Wen-jie, YE Shi-wei. Principles and applications of artificial intelligence [M]. Beijing: Posts & Telecom Press, 2004. (in Chinese))
- [2] CERNYCH M, SATAS A, BRAZAITIS M. Post-sauna recovery enhances brain neural network relaxation and improves cognitive economy in oddball tasks [J]. International Journal of Hyperthermia, 2018, **35**(1): 375–382.
- [3] 李宁,王李管,贾明涛,等. 改进遗传算法和支持向量机的岩体结构面聚类分析 [J]. 岩土力学, 2014, **35**(增刊2): 405–411. (LI Ning, WANG Li-guan, JIA Ming-tao, et al. Application of improved genetic algorithm and support vector machine to clustering analysis of rock mass structural plane [J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, **35**(S2): 405–411. (in Chinese))
- [4] WANG Ding-wei, WANG Jun-wei, WANG Hong-feng. Intelligent Optimization Methods [M]. Beijing: Higher Education Press, 2007.
- [5] 漆祖芳,姜清辉,周创兵,等. 基于 v-SVR 和 MVPSO 算法的边坡位移反分析方法及其应用 [J]. 岩石力学与工程学报, 2013, **32**(6): 1185–1196. (QI Zu-fang, JIANG Qing-hui, ZHOU Chuang-bing, et al. A new slope displacement back analysis method based ON v-SVR and mvpsa algorithm and its application [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, **32**(6): 1185–1196. (in Chinese))
- [6] Mohsen Khatibinia, Abdosattar Feizbakhsh, Ehsan Mohseni and Malek Mohammad Ranjbar. Modeling mechanical strength of self-compacting mortar containing nanoparticles using wavelet-based support vector machine [J]. Computers and Concrete, 2016, **18**(6): 1065–1082.
- [7] 张宝珍,张尧,林凌雪. 基于改进差分进化算法的估计等值法 [J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2014, **42**(4): 7–12, 18. (ZHANG Bao-zhen, ZHANG Yao, LIN Ling-xue. Estimation equivalence method based on modified differential evolution algorithm [J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2014, **42**(4): 7–12, 18. (in Chinese))
- [8] YANG X S, DEB S. Cuckoo search via lévy flights [C] // 2009 World Congress on Nature & Biologically Inspired Computing (NaBIC). Coimbatore, 2009: 210–214.
- [9] 郭振洲,刘然,拱长青,等. 基于灰狼算法的改进研究 [J]. 计算机应用研究, 2017, **34**(12): 3603–3606, 3610. (GUO Zhen-zhou, LIU Ran, GONG Chang-qing, et al. Study on improvement of gray wolf algorithm [J]. Application Research of Computers, 2017, **34**(12): 3603–3606, 3610. (in Chinese))
- [10] HEIDARI A A, PAHLAVANI P. An efficient modified grey wolf optimizer with Lévy flight for optimization tasks [J]. Applied Soft Computing, 2017, **60**: 115–134.
- [11] LU C, GAO L, YI J. Grey wolf optimizer with cellular topological structure [J]. Expert Systems With Applications, 2018, **107**: 89–114.
- [12] 方开泰,马长兴. 正交与均匀试验设计 [M]. 北京:科学出版社, 2001. (FANG Kai-tai, MA Chang-xing. Orthogonal and uniform experiment design [M]. Beijing: Science Press, 2001. (in Chinese))
- [13] 梅松华,盛谦,冯夏庭. 均匀设计在岩土工程中的应用 [J]. 岩石力学与工程学报, 2004, **23**(16): 2694–2697. (MEI Song-hua, SHENG Qian, FENG Xia-ting. Geotechnical engineering [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, **23**(16): 2694–2697. (in Chinese))
- [14] 韩煊,李宁, J. R. Standing. Peck 公式在中国隧道施工地表变形预测中的适用性分析 [J]. 岩土力学, 2007, **28**(1): 23–28, 35. (HAN Xuan, LI Ning, STANDING J R. An adaptability study of Gaussian equation applied to predicting ground settlements induced by tunneling in China [J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, **28**(1): 23–28, 35. (in Chinese))

(编校:胡海霞)