

DOI: 10.11779/CJGE20211457

考虑状态相关的砂土非正交弹塑性本构模型

路德春¹, 金辰逸¹, 梁靖宇², 李泽华¹, 杜修力¹

(1. 北京工业大学城市与工程安全减灾教育部重点实验室, 北京 100124; 2. 北京建筑大学土木与交通工程学院, 北京 100044)

摘要: 砂土的力学特性具有显著的状态相关性, 主要体现为不同应力状态与密实状态下砂土的变形特性具有显著差异。合理的状态相关硬化规律与剪胀规律描述是反映砂土状态相关变形特性的基础。提出了能够有效描述砂土等向压缩规律与临界状态规律的微分表达式, 并基于等向压缩硬化规律建立了状态相关因子 ω , 发展了砂土状态相关的硬化参数 H , 旨在合理确定塑性应变增量的大小; 在利用非正交塑性流动法则确定塑性应变增量的方向的过程中, 引入了状态变量 ψ 对分数阶次 μ 的影响, 从而考虑了塑性应变增量方向的状态相关性, 合理地描述了砂土的状态相关剪胀性。进一步, 结合引入了状态变量的 Hooke 定律, 确定了弹性应变增量, 从而发展得出能够描述砂土状态相关特征的非正交弹塑性本构模型。通过合理预测 Toyoura 砂的常规三轴排水及不排水试验结果, 验证了所建模型能够有效捕获砂土的状态相关力学特性。

关键词: 砂土; 状态相关; 本构模型; 非正交塑性流动法则; 弹塑性

中图分类号: TU441 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2023)02-0221-11

作者简介: 路德春(1977—), 男, 博士, 教授, 主要从事岩土与城市地下工程等方面的教学与研究工作。E-mail: dechun@bjut.edu.cn。

State-dependent non-orthogonal elastoplastic constitutive model for sand

LU Dechun¹, JIN Chenyi¹, LIANG Jingyu², LI Zehua¹, DU Xiuli¹

(1. Key Lab of Urban Security and Disaster Engineering, Ministry of Education, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China;

2. School of Civil and Transportation Engineering, Beijing University of Civil Engineering and Architecture, Beijing, 100044, China)

Abstract: The mechanic characteristics of sand have obvious features of state dependence, which is mainly reflected by the fact that the deformation characteristics of sand in different stress and density states significantly differ. The reasonable description for the state-dependent hardening rule and dilatancy rule of sand is the basis to describe the state-dependent deformation characteristics of sand. A differential expression which can effectively describe the isotropic compression and critical state of sand is proposed. Based on the hardening rule under isotropic compression condition, a state-dependent hardening factor ω is proposed, and the state-dependent hardening parameter H is developed in order to reasonably decide the magnitude of plastic strain increment. In the process of determining the direction of plastic strain increment by adopting the non-orthogonal plastic flow rule, the influences of state parameter ψ on fractional order μ are introduced, and the state dependence of the direction of plastic strain increment is considered, thus reasonably describing the state-dependent dilatancy of sand. Furthermore, by introducing the state parameter into the Hooke's law, the elastic strain increment is obtained, and a non-orthogonal elastoplastic constitutive model which can describe the state dependence of sand is proposed. By reasonably predicting the results in triaxial drained and undrained tests on the Toyoura sand, it is proved that the established model can effectively capture the state-dependent mechanic characteristics of sand.

Key words: sand; state dependence; constitutive model; non-orthogonal plastic flow rule; elastoplasticity

0 引言

试验研究^[1-6]表明, 砂土的强度与变形特征具有显著的状态相关性, 其不仅与当前应力状态相关, 还受当前密实状态的显著影响。初始密实度相同的砂土在低围压条件下受剪切荷载趋于体胀, 在高围压条件下受剪切荷载趋于体缩; 而在初始围压相同的条件下,

松散砂土受剪切荷载作用易发生体缩, 而密实砂土受剪切荷载作用易发生体胀。砂土在剪切荷载作用下, 除产生的塑性变形与其实际应力状态^[5-6]密切相关外, 砂土受剪达到相变状态和峰值状态时的应力条件也表

基金项目: 国家自然科学基金项目 (52025084, 52108294)

收稿日期: 2021-12-08

现出显著的状态相关性^[3, 7]。为统一描述不同密实度与应力状态对砂土力学性质的影响, Been 等^[3]将当前孔隙比与临界状态孔隙比的差值定义为状态变量 ψ , 当 $\psi>0$ 时, 砂土处于松散状态, 通常表现出剪缩特征; 当 $\psi<0$ 时, 砂土处于密实状态, 通常表现出剪胀特征。类似地, 也有学者提出了其他形式的状态变量, 如 Bolton^[8]将砂土的密实度和平均正应力结合所定义的相对剪胀指标, Ishihara^[9]基于砂土在 e - $\ln p$ 平面上准稳定状态线和上限参考线所定义的状态指标, 姚仰平等^[10-11]通过使状态参考线在剪切过程中向临界状态线过渡进而发展得到的密实状态参量等。这些状态变量都可用于描述砂土状态相关的变形特征, 统一地考虑了密实度与应力状态变化对砂土力学特性带来的影响, 克服了对于不同密实度及应力状态的同种砂土采用不同模型参数的问题。目前, 基于状态变量所建立的状态相关本构模型中, 较多通过直接构造硬化模量的方式来反映砂土与状态相关的硬化规律^[12-16], 而由于在等向压缩条件下硬化模量趋于正无穷, 使这类模型计算等向压缩条件下的塑性变形为 0, 无法准确描述等向压缩条件下砂土的硬化规律。另有一些模型在弹塑性框架下, 基于 e - $\ln p$ 坐标系中砂土的等向压缩规律, 发展硬化参数以描述一般应力条件下的砂土状态相关硬化规律^[10-11, 17-18]。如何合理描述砂土在等向压缩条件下的状态相关硬化规律, 并发展得到一般应力条件下的硬化参数是需要持续探索的问题。

砂土硬化规律的合理描述旨在确定塑性应变增量的大小, 而合理描述砂土一般应力条件下的变形规律还需确定塑性应变增量的方向。已有试验与理论研究均表明砂土的变形具有明显的非关联流动特征^[19-20]。因此, 在砂土的弹塑性本构模型建立过程中, 常通过构造塑性势函数来获得与屈服面非正交的塑性应变增量方向。然而, 塑性势函数难以通过试验数据直接构造, 且引入的塑性势函数可能会给模型带来一些物理含义不清的参数。为突破传统塑性理论利用塑性势函数确定塑性流动方向的局限, Lu 等^[21]提出了非正交塑性流动法则, 利用屈服函数的非正交梯度确定塑性流动方向, 给出了塑性应变增量方向的张量表达式。非正交塑性流动法则已被用于发展一系列岩土材料的弹塑性本构模型^[22-25]。而在已建立的这些本构模型中, 采用非正流动法则时所取的分数阶次为常数, 未能完善考虑密实度及应力状态对塑性流动方向的影响。

本文采用微分表达式来描述砂土的状态相关等向硬化规律, 发展得出适用于一般应力条件的状态相关硬化参数 H , 并通过结合椭圆屈服函数确定了塑性应变增量的大小; 通过考虑状态变量 ψ 对分数阶次 μ 的影响, 利用变分数阶次的非正交塑性流动法则直接基

于屈服函数来确定塑性应变增量方向; 最后, 结合引入状态变量的 Hooke 定律确定了弹性应变增量, 建立了考虑砂土状态相关特性的非正交弹塑性本构模型。利用所建立模型对 Toyoura 砂的三轴排水及不排水剪切试验结果进行预测, 验证了模型的合理性。

1 砂土等向压缩及临界状态规律

1.1 等向压缩规律

Cambria 砂和 Toyoura 砂在不同初始密实度条件下的试验结果^[1, 26]如图 1, 2 中的试验点所示。试验结果表明: 不同于黏土, 砂土的 ICL (isotropic compression line) 并不唯一; 对具有不同初始密实度的砂土, ICL 在 e - $\ln p$ 坐标系中表现为互不相交的压缩曲线; 随着平均正应力 p 的增大, 这些 ICL 整体上趋近于同一条渐近线 AICL (asymptotic isotropic compression line)。以上试验结果表明, 砂土的 ICL 不仅与其密实度相关, 还与其应力状态有关。

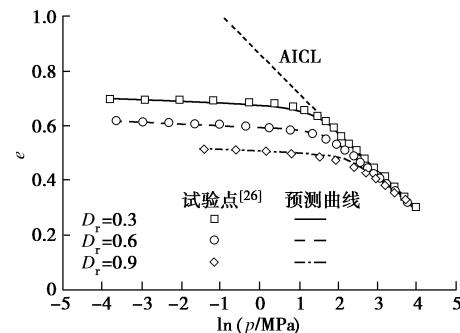


图 1 Cambria 砂的 e - $\ln p$ 变化规律

Fig. 1 Variation of e with increasing $\ln p$ for Cambria sand

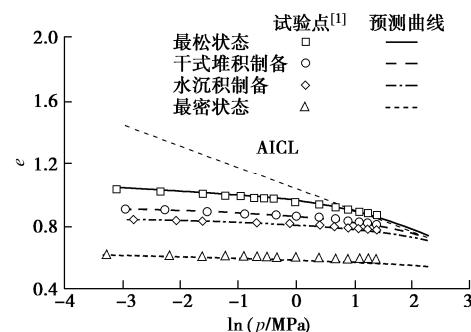


图 2 Toyoura 砂的 e - $\ln p$ 变化规律

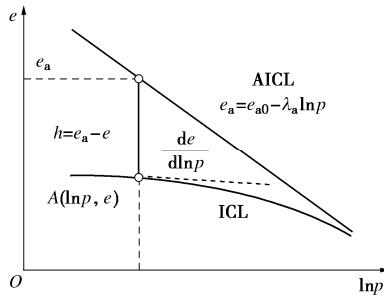
Fig. 2 Variation of e with increasing $\ln p$ for Toyoura sand

假设砂土 AICL 的形式如下:

$$e_a = e_{a0} - \lambda_a \ln p \quad , \quad (1)$$

式中, p 为平均正应力, e_{a0} 为 $p=1$ kPa 时 AICL 上的孔隙比, λ_a 为 AICL 在 e - $\ln p$ 坐标系中的斜率。如图 3 所示, 以 AICL 为参考线, 则当前状态点 $A(\ln p, e)$ 与 AICL 之间的竖直距离为 h , 可表示为

$$h = e_a - e = (e_{a0} - \lambda_a \ln p) - e \quad . \quad (2)$$

图3 参量 h 及 ICL 切线斜率Fig. 3 Parameter h and gradients of ICL

根据试验结果, ICL 上当前点的切线斜率与 h 有以下关系: 对于初始孔隙比不同的砂土, 在相同 p 值条件下, h 越大, 切线斜率越小, 这表明砂土越难以被压缩, 当 h 非常大时, 切线斜率趋近于 0; 在相同 p 值条件下, h 越小, 切线斜率越大, 这表明砂土越易于压缩, 当 h 趋近于 0, 切线斜率趋近于 λ_a , 意味着 ICL 趋近于 AICL。

根据以上规律, 在 e - $\ln p$ 坐标系中, ICL 上当前点斜率随砂土状态变化的关系可以为

$$\frac{de}{d\ln p} = -\lambda_a \frac{1}{\beta h + 1}, \quad (3)$$

式中, β 为控制切线斜率随 h 非线性变化的参数。以等向压缩试验曲线中的第一个点为初值点, 根据式(3)可以对 Cambria 砂与 Toyoura 砂的 ICL 进行预测。其中, Cambria 砂的 3 条 ICL 分别对应初始相对密实度 D_r 为 0.3, 0.6 和 0.9 的土样; Toyoura 砂的 4 条 ICL 分别对应最密状态、干式堆积制备、水沉积制备以及最松状态时的土样。参数取值如下: ①Cambria 砂, $e_{a0}=1.860$, $\lambda_a=0.144$, $\beta=58.8$ 。②Toyoura 砂, $e_{a0}=1.973$, $\lambda_a=0.135$, $\beta=25.0$ 。预测结果如图 1, 2 中的线所示, 预测结果与试验结果的对比表明, 式(3)能够合理描述砂土与状态相关的等向压缩规律。

1.2 临界状态规律

Verdugo 等^[1]整理了 Toyoura 砂的临界状态试验结果, 如图 4 所示。通过试验结果可知, 砂土的临界状态线 CSL (critical state line) 在 e - $\ln p$ 坐标系中与 ICL 有类似的规律。在本文的模型中, 假定 CSL 最终也趋近于一条斜率为 λ_a 的直线 ACSL (asymptotic critical state line), 即 CSL 和 ICL 随着 p 的增大最终趋于平行。AICL 和 ACSL 之间的竖直距离表示为 Δe_L 。

在本文模型中, 当前 p 下 CSL 上点的切线斜率采用了与式(3)类似的形式, 表示为

$$\frac{de_c}{d\ln p} = -\lambda_a \frac{1}{\beta'y + 1}, \quad (4)$$

$$y = e_a - \Delta e_L - e_c. \quad (5)$$

式中: y 为 CSL 上当前点到 ACSL 的竖直距离; e_a 为

AICL 上当前 p 所对应的孔隙比; e_c 为 CSL 上当前 p 所对应的孔隙比; Δe_L 为 AICL 和 ACSL 之间的竖直距离; β' 为控制 CSL 切线斜率非线性变化的参数, 基于对试验结果的分析可知, β' 与 β 近似相等, 因此, 本文取 $\beta'=\beta$ 。

利用式(4)对 Toyoura 砂的 CSL 进行预测, 参数取值如下: $e_{a0}=1.973$, $\lambda_a=0.135$, $\Delta e_L=0.155$, $\beta'=\beta=25.0$ 。结果如图 4 所示。预测结果与试验结果的对比表明, 式(4)能较好地描述 Toyoura 砂的临界状态特性。

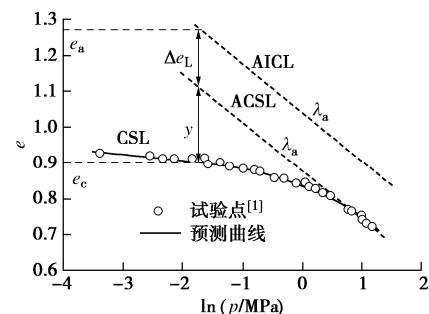


图4 Toyoura 砂的临界状态线

Fig. 4 Critical state line of Toyoura sand

2 砂土的状态相关硬化参数

硬化参数是反映土在加载过程中硬化规律的塑性内变量, 而硬化规律可用于确定塑性应变增量的大小。基于砂土状态相关的等向压缩硬化规律, 可以发展状态相关硬化参数 H , 以确定砂土状态相关的塑性变形。

2.1 等向压缩硬化规律

等向压缩条件下根据式(3)可得砂土总体应变增量 $d\varepsilon_v$ 的表达式:

$$d\varepsilon_v = \frac{\lambda_a}{1+e_0} \frac{1}{\beta h + 1} \frac{dp_x}{p_x}. \quad (6)$$

式中: e_0 为初始孔隙比; p_x 为等效固结压力, 其为屈服面 f 与 p 轴交点对应的平均正应力值。在剑桥模型中, 回弹参数 κ 和压缩参数 λ 的比值为一常数, 即认为土在等向压缩时弹性压缩变形和总压缩变形的比为一常数。在本文模型中沿用了该假设, 因此在等向压缩条件下有

$$d\varepsilon_v^e / d\varepsilon_v = \rho, \quad (7)$$

式中, $d\varepsilon_v^e$ 为弹性体应变增量, ρ 为比例常数。根据式(6), (7), 可得到等向压缩条件下弹性体应变增量 $d\varepsilon_v^e$ 和塑性体应变增量 $d\varepsilon_v^p$ 的表达式:

$$d\varepsilon_v^e = l_k \frac{1}{\beta h + 1} \frac{dp_x}{p_x}, \quad (8)$$

$$d\varepsilon_v^p = l_p \frac{1}{\beta h + 1} \frac{dp_x}{p_x}, \quad (9)$$

式中, l_k 为弹性参数, $l_k = \rho \lambda_a / (1 + e_0)$, l_p 为塑性参数, $l_p = \lambda_a (1 - \rho) / (1 + e_0)$ 。

2.2 一般应力状态下的硬化参数 H

对于正常固结黏土, 以塑性体应变为硬化参数足以反映其在加载过程中的硬化规律。然而, 对于砂土而言, 已有研究^[6, 27]表明塑性体应变作为硬化参数并不适用于描述砂土与密实度以及应力状态相关的复杂性质, 砂土在加载过程中的硬化规律不仅与砂土当前的密实度有关, 还与应力状态相关。基于 Yao 等^[27-28]的研究可知, 硬化参数 H 可以表示为

$$H = \int \frac{\omega}{l_p} d\epsilon_v^p , \quad (10)$$

式中, ω 为状态相关因子。本文基于砂土在特殊应力比条件下的试验规律, 提出了新的状态相关因子 ω , 通过引入应力比 η 的影响, 可将所提出的等向压缩硬化规律式(9)扩展至一般应力条件。 ω 的表达式如下:

$$\omega = (\beta h + 1) \frac{M_d}{M_f} \frac{M_f - \eta}{M_d - \eta} \left(\frac{p}{p_x} \right)^{\xi} . \quad (11)$$

式中: $\eta = q/p$ 为应力比, q 为广义剪应力; ξ 为材料参数; M_d 和 M_f 分别为当前状态所对应的砂土相变应力比和峰值应力比, 根据砂土在排水剪切试验中达到相变状态与峰值状态时的试验规律, 可表达如下:

$$M_d = M \cdot e^{m\psi} , M_f = M \cdot e^{-n\psi} . \quad (12)$$

式中: m 和 n 为材料参数; M 为砂土的临界状态应力比; ψ 为以 CSL 为参考线所定义的状态变量, 其定义与 Been 等^[3]相同, 以 $\psi=0$ 为分界, 砂土表现出剪缩和剪胀两种不同性质, 如图 5 所示。 ψ 的表达式如下:

$$\psi = e - e_c . \quad (13)$$

因此, 根据 $e-\ln p$ 空间中 h 与状态变量 ψ 的转化关系, 可得 $h=e_a-e_c-\psi$ 。

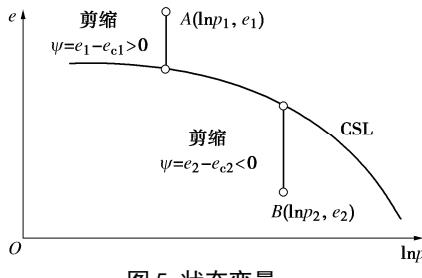


图 5 状态变量 ψ

Fig. 5 State parameter ψ

在等向压缩条件下, 硬化参数 H 所表示硬化规律能够退化为式(9)。同时, 在等向压缩条件下, $\eta=0$, $p_x=p$, 此时, 式(11)退化为 $\omega=\beta h+1$, 将其代入式(10)得

$$d\epsilon_v^p = l_p \frac{1}{\beta h + 1} dH . \quad (14)$$

式(9), (14) 均可用来表示塑性体应变增量, 二

者相等可得 $dp_x/p_x=dH$ 。通过对其进行积分并整理可得硬化参数 H 与等效固结压力 p_x 的关系:

$$p_x = p_{x0} \exp(H) , \quad (15)$$

式中, p_{x0} 为初始等效固结应力。

3 砂土的非正交弹塑性本构模型

根据弹塑性理论可知, 砂土的总应变增量可以分为弹性应变增量 $d\epsilon_{ij}^e$ 和塑性应变增量 $d\epsilon_{ij}^p$ 两部分:

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^p . \quad (16)$$

3.1 弹性应变增量

根据 Hooke 定律, 弹性应变增量 $d\epsilon_{ij}^e$ 可写为

$$d\epsilon_{ij}^e = \frac{1+\nu}{E} d\sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} d\sigma_{kk} \delta_{ij} , \quad (17)$$

式中, ν 为泊松比, E 为杨氏弹性模量。根据式(17), 弹性应变增量 $d\epsilon_{ij}^e$ 可表示为

$$d\epsilon_{ij}^e = \frac{3(1-2\nu)}{E} dp . \quad (18)$$

用弹性理论计算弹性变形时, 认为弹性体仅由平均正应力 p 引起, 与剪切应力 q 无关, 因此有

$$d\epsilon_{ij}^e = l_k \frac{1}{\beta h + 1} \frac{dp}{p} . \quad (19)$$

对比式(19), (18), 同时根据 $h=e_a-e_c-\psi$, 可以得到引入了状态变量 ψ 的弹性模量 E 的表达式:

$$E = \frac{3(1-2\nu)}{l_k} [\beta(e_a - e_c - \psi) + 1] p . \quad (20)$$

3.2 塑性应变增量

塑性应变增量 $d\epsilon_{ij}^p$ 为矢量, 其包括大小和方向两部分, 可以表示为

$$d\epsilon_{ij}^p = \Lambda \cdot m_{ij} , \quad (21)$$

式中, Λ 为塑性标量因子, m_{ij} 为塑性流动方向, 分别用于反映塑性应变增量 $d\epsilon_{ij}^p$ 的大小和方向。塑性应变增量的大小用于反映砂土的硬化特性, 而塑性应变增量的方向用于反映砂土剪缩剪胀等变形特性。

(1) 塑性应变增量的大小

根据弹塑性理论, 塑性应变增量 $d\epsilon_{ij}^p$ 的大小可基于屈服函数和硬化参数确定。

本文模型中采用如下椭圆形屈服函数:

$$f = q^2 + N^2(p^2 - p_x p) = 0 , \quad (22)$$

式中, p_x 为等效固结压力, 是屈服面与 p 轴的交点, 可以通过屈服面上任意一点的应力状态 (p, q) 来表示, 即 $p_x = q^2 / N^2 p + p$, N 为椭圆形屈服面纵轴和横轴的比值。当 N 与临界状态应力比 M 相等时, 式(22)退化为 MCC 模型^[29]的屈服函数。

根据一致性条件, 对屈服函数式(22)求全微分得

$$df = \frac{\partial f}{\partial p} dp + \frac{\partial f}{\partial q} dq + \frac{\partial f}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial \varepsilon_v^p} d\varepsilon_v^p = 0 \quad . \quad (23)$$

根据式(21)将 $d\varepsilon_v^p = A \cdot m_p$ 代入式(23)中, 可得塑性标量因子 A :

$$A = -\frac{\partial f / \partial p \cdot dp + \partial f / \partial q \cdot dq}{\partial f / \partial H \cdot \partial H / \partial \varepsilon_v^p \cdot m_p} \quad . \quad (24)$$

式中, m_p 为与塑性体变增量 $d\varepsilon_v^p$ 对应的塑性流动方向, 其表达式将在下一节给出。式(24)中的各项偏导数可根据式(10), (15), (22)求解得出, 表达式如下:

$$\frac{\partial f}{\partial p} = \frac{N^2 p^2 - q^2}{p}, \quad \frac{\partial f}{\partial q} = 2q \quad , \quad (25)$$

$$\frac{\partial f}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial \varepsilon_v^p} = -N^2 p \frac{p_x}{l_p} \frac{M_d}{M_f} \frac{M_f - \eta}{M_d - \eta} \left(\frac{p}{p_x} \right)^{\zeta} [\beta(e_a - e_c - \psi) + 1] \quad . \quad (26)$$

将式(25), (26)以及 $p_x = q^2 / N^2 p + p$ 代入式(24)解得

$$A = l_p \frac{M_f}{M_d} \frac{M_d - \eta}{M_f - \eta} \left(\frac{\eta^2 + N^2}{N^2} \right)^{\zeta} \frac{1}{\beta(e_a - e_c - \psi) + 1} \cdot \frac{(N^2 p^2 - q^2) dp + 2pq dq}{p(q^2 + N^2 p^2) m_p} \quad . \quad (27)$$

(2) 塑性应变增量的方向

Lu 等^[21]提出的非正交塑性流动法则可直接基于屈服函数确定塑性应变增量的方向 m_{ij} , 其形式为

$$m_{ij} = \frac{\partial^\mu f}{\partial S_{kl}^\mu} \frac{\partial S_{kl}}{\partial \sigma_{ij}} \quad . \quad (28)$$

式中, 屈服函数 f 的分数阶偏导数根据 Riemann-Liouville(R-L)型分数阶导数进行计算^[30]。 S_{kl} 为组成屈服函数 f 的应力参量, 其由应力 σ_{ij} 构成, 结合屈服函数式(22)可知, 本文中 S_{kl} 为 p 和 q , 因此, m_{ij} 可以表示为

$$m_{ij} = \frac{\partial^\mu f}{\partial p^\mu} \frac{\partial p}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial^\mu f}{\partial q^\mu} \frac{\partial q}{\partial \sigma_{ij}} \quad . \quad (29)$$

其中, 屈服函数 f (式(22)) 对 p 和 q 的分数阶偏导数可以写为

$$(m_p, m_q) = \left[\frac{(\mu^2 - 2\mu)q^2 + \mu N^2 p^2}{\Gamma(3 - \mu)p^\mu}, \frac{(3\mu - \mu^2)q^{2-\mu}}{\Gamma(3 - \mu)} \right] \quad . \quad (30)$$

式中, $\Gamma(z)$ 为 Gamma 函数 ($\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-\tau} \tau^{z-1} d\tau$, $\text{Re}(z) > 1$), 有 $\Gamma(z+1) = z \cdot \Gamma(z)$ 。在利用式(29)确定塑性应变增量方向的过程中, 所需协变变换表达式如下:

$$\frac{\partial p}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{1}{3} \delta_{ij}, \quad \frac{\partial q}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{3(\sigma_{ij} - p\delta_{ij})}{2q} \quad . \quad (31)$$

联立式(29)~(31), 即可得到塑性应变增量的方向 m_{ij} 的张量表达式:

$$m_{ij} = \frac{(\mu^2 - 2\mu)q^2 + \mu N^2 p^2}{3\Gamma(3 - \mu)p^\mu} \delta_{ij} + \frac{(3\mu - \mu^2)q^{2-\mu}}{\Gamma(3 - \mu)} \frac{3(\sigma_{ij} - p\delta_{ij})}{2q} \quad . \quad (32)$$

当应力比达到相变应力比, 即 $\eta = M_d = M \cdot e^{m\psi}$ 时, 砂土达到相变状态, 有塑性体应变增量 $d\varepsilon_v^p = A \cdot m_p = 0$ 。考虑到塑性标量因子 $A \neq 0$, 因此有 $m_p = 0$, 藉此即可确定分数阶次 μ 的表达式:

$$\mu = 2 - \frac{N^2}{(M \cdot e^{m\psi})^2} \quad . \quad (33)$$

式(33)所描述的 μ - ψ 关系表明: 分数阶次 μ 和砂土的状态变量 ψ 相关, 随着砂土密实度及应力状态的变化而变化; 砂土最终达到临界状态($\psi=0$)时的分数阶次 $\mu_c = 2 - (N/M)^2$ 。

将式(27), (32)代入式(21)中, 即可得出塑性应变增量 $d\varepsilon_{ij}^p$ 的表达式:

$$d\varepsilon_{ij}^p = l_p \frac{M_f}{M_d} \frac{M_d - \eta}{M_f - \eta} \left(\frac{\eta^2 + N^2}{N^2} \right)^{\zeta} \frac{1}{\beta(e_a - e_c - \psi) + 1} \cdot \frac{(N^2 p^2 - q^2) dp + 2pq dq}{p(q^2 + N^2 p^2)} \left[\frac{1}{3} \delta_{ij} + \frac{3(3 - \mu)q^{1-\mu} p^\mu (\sigma_{ij} - p\delta_{ij})}{2(\mu - 2)q^2 + 2N^2 p^2} \right] \quad . \quad (34)$$

3.3 模型参数确定

模型共有 12 个参数, 可分为弹性参数 (ν, ρ) 与塑性参数 ($\lambda_a, e_{a0}, \beta, \Delta e_L, e_{c0}, M, m, n, N, \zeta$)。

(1) 弹性参数

ν 为砂土泊松比, 取 0.3; ρ 为等向压缩条件下, 砂土产生弹性变形大小与总变形大小的比值。当压力较大时, e - $\ln p$ 坐标系中的 ICL 趋近于斜率为 λ_a 的 AICL, 此时进行卸载回弹及再压缩, 卸载段和再压缩段在 e - $\ln p$ 坐标系中的平均斜率为 κ_a , 进而确定 $\rho = \kappa_a / \lambda_a$ 。

(2) 塑性参数

塑性参数可分为等向压缩参数与剪切特性参数。

a) 等向压缩参数

λ_a 和 e_{a0} 分别为砂土 AICL 的斜率和 $p=1$ kPa 时 AICL 上的孔隙比。在砂土等向压缩试验中, 根据 ICL 确定渐近线 AICL 后可确定 λ_a 和 e_{a0} ; β 为控制 ICL 切线斜率随变量 h 非线性变化的参数。本文中因取 $\beta' = \beta$, 故该参数也控制 CSL 切线斜率随变量 y 非线性变化。以 AICL 为参考线, 以能根据式(2), (3)良好预测砂土 ICL 为目标, 确定参数 β 。

b) 剪切特性参数

Δe_L 为 AICL 和 ACSL 之间的距离。根据试验确

定 CSL 的渐近线 ACSL 后, 根据其与 AICL 在 e -ln η 空间中的竖直距离可以确定 Δe_L 。

e_{c0} 为 $p=1$ kPa 时 CSL 上的孔隙比。以能根据式 (4), (5) 较好预测砂土 CSL 为目标, 确定参数 e_{c0} 。

M 为临界状态应力比。其可由 $p-q$ 坐标系下 CSL 的斜率确定。

m 和 n 分别为控制相变应力比和峰值应力比的材料参数。根据密实砂土在三轴排水剪切试验中发生相变时的状态点, 通过式 (12) 确定参数 m ; 根据密实砂土在排水剪切试验中达到峰值状态的状态点, 通过式 (12) 确定参数 n 。具体表达式如下:

$$m = \frac{1}{\psi_d} \ln \left(\frac{\eta_d}{M} \right), \quad n = -\frac{1}{\psi_f} \ln \left(\frac{\eta_f}{M} \right). \quad (35)$$

式中: ψ_d 和 ψ_f 分别为发生相变时与达到峰值应力比时的状态变量; η_d 和 η_f 分别为砂土发生相变时与达到峰值条件时的应力比。

N 为椭圆形屈服面纵轴和横轴的比值。根据一组等 p 路径三轴排水剪切试验可以确定参数 N , 具体过程如下: 剪胀比 d 为塑性体应变增量 $d\varepsilon_v^p$ 和塑性剪应变增量 $d\varepsilon_d^p$ 的比值。基于非正流动法则, 可以得到 $d\varepsilon_v^p = \Lambda \cdot m_p$ 及 $d\varepsilon_d^p = \Lambda \cdot m_q$, 故可确定剪胀方程:

$$d = \frac{m_p}{m_q} = \frac{\mu N^2 + (\mu^2 - 2\mu)\eta^2}{(3\mu - \mu^2)\eta^{2-\mu}}. \quad (36)$$

将式 (33) 代入式 (36), 可以得到

$$d = \frac{M^2 \cdot e^{2m\psi} - \eta^2}{(M^2 \cdot e^{2m\psi}/N^2 + 1)\eta^{M^2 \cdot e^{2m\psi}}}. \quad (37)$$

选取函数来描述该组试验中的 $\psi-\eta$ 关系, 并将 $\psi(\eta)$ 代入式 (37) 可以得到

$$d = \frac{M^2 \cdot e^{2m\psi(\eta)} - \eta^2}{(M^2 \cdot e^{2m\psi(\eta)}/N^2 + 1)\eta^{M^2 \cdot e^{2m\psi(\eta)}}}. \quad (38)$$

此时以式 (38) 能较好描述该组试验的 $\eta-d$ 剪胀曲线为目标, 以确定参数 N 。

ξ 为影响硬化特性的材料参数。在其余参数确定后, 通过以本文的模型对试验结果进行试算并达到最佳效果, 以确定参数 ξ 。

4 模型特性分析

结合常规三轴排水剪切试验, 本文从硬化特性和剪胀规律两方面来对模型进行分析。

4.1 硬化特性分析

在常规三轴排水剪切试验条件下, 对硬化特性进行分析, 选取图 6 所示的 4 种加载情况。初始屈服面 f_0 经过初始等向固结应力状态点 A 。如图 6 (a) 所示, 砂土从点 A 以 $\psi_0=\psi_1<0$ 的密实状态进行常规三轴排水

剪切至临界状态点 C , 其路径为 ABC ; 同时, 以临界状态点 C 对应的屈服面 f_2 为最终屈服面, 砂土以 $\psi_0=\psi_1<0$ 进行等向压缩, 路径为 AE 。此外, 如图 6 (b) 所示, 砂土从 A 以 $\psi_0=\psi_2>0$ 的松散状态进行常规三轴排水剪切试验, 最终达到临界状态点 D , 其路径为 AD ; 同时, 以临界状态点 D 对应的屈服面 f_2 为最终屈服面, 砂土以 $\psi_0=\psi_2>0$ 进行等向压缩, 路径为 AF 。

对于上述 4 种加载情况, 初始应力状态相同, 最终达到相同的屈服面 f_2 , 对应相同的硬化参数 H_2 , 与所经过的应力路径以及砂土密实度无关, 如图 7 (a),

(b) 所示。当砂土处于 $\psi_0=\psi_2>0$ 的松散状态, 硬化参数 H 持续增大至 H_2 , 反映了松砂通常所表现出的硬化特性。而当砂土处于 $\psi_0=\psi_1<0$ 的密实状态, H 先达到峰值 H_1 后开始减小, 最终达到临界状态时的 H_2 ; 在 H 减少的过程中, 当前屈服面由峰值屈服面 f_1 内缩至 f_2 , 应力比 η 降低, 能够反映密砂通常表现出的软化特性。

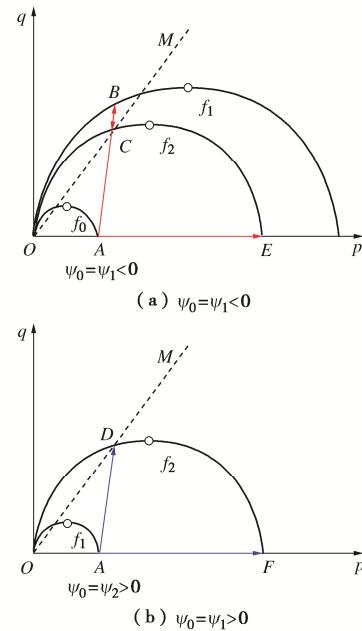


图 6 分析硬化特性时的应力路径

Fig. 6 Stress paths when analyzing hardening characteristics

虽然 H 最终都达到 H_2 , 但在 4 种加载情况下, 砂土产生了不同的塑性变形, 如图 7 (c) 所示。对比路径 AE 和 AF (或 ABC 和 AD), 由于初始密实度不同, 沿着相同应力路径产生了不同的塑性体变 ε_v^p , 体现了砂土塑性变形的密实度相关性。对比路径 AF 和 AD (或 AE 和 ABC), 当初始密实度相同时, 砂土沿着不同的应力路径产生了不同的塑性体变 ε_v^p , 体现了砂土塑性变形的应力路径相关性。其中, 砂土初始状态 $\psi_2>0$ 时, 排水剪切过程中塑性体变 ε_v^p 持续增大, 反映了松砂通常表现出的剪缩特性; 而砂土初始状态 $\psi_1<0$ 时, 砂土会出现相变状态, 即塑性体变 ε_v^p 由增大转为减小, 能够反映密砂通常表现出的剪胀特性。

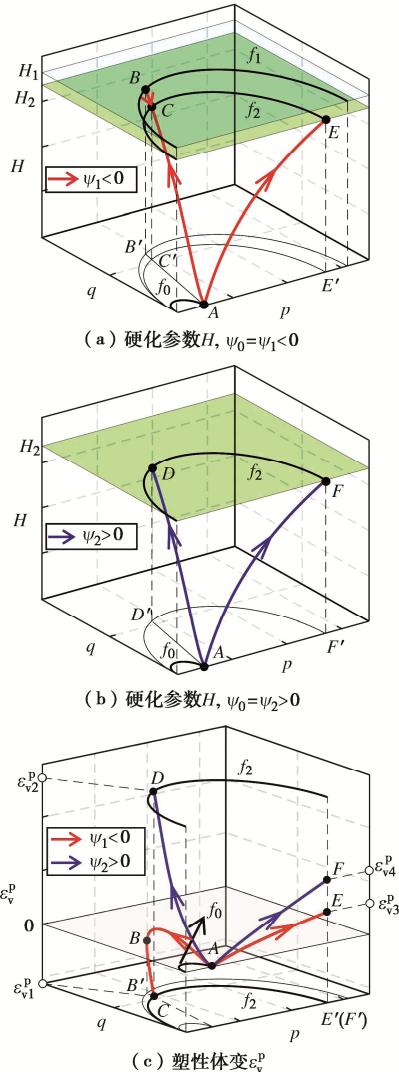


图 7 硬化规律分析

Fig. 7 Analysis of hardening rule

综上, 本文提出的硬化规律能够捕获砂土塑性变形与应力路径及状态相关的特性; 同时, 该硬化规律能够捕捉砂土在排水剪切试验中出现的剪缩/剪胀、硬化/软化特性。

4.2 剪胀规律分析

图 8 所示为砂土在 $p=p_0$ 的等向固结初始应力条件下, 以两种不同的初始松密状态($\psi_0=\psi_1<0$ 和 $\psi_0=\psi_2>0$)进行的常规三轴排水剪切试验 $e-\ln p$ 空间应力路径。

根据式(36)可知, 剪胀比 d 不仅与当前应力比 η 有关, 还受到分数阶次 μ 的影响。根据式(33), 在加载过程中, μ 随状态变量 ψ 发生变化, 因此, 砂土在排水剪切过程中的剪胀曲线为一条位于 $\eta-d-\mu$ 空间的曲线, 其位于式(36)所表示的剪胀曲面上, 如图 9(a)所示; 剪胀曲线在 $\eta-d$ 平面的投影如图 9(b)所示。当砂土处于 $\psi_0<0$ 的密实状态时, 剪胀曲线上存在相变点($d=0$), 以相变点为分界, 剪胀比 d 由正转负, 反映砂土由剪缩状态进入剪胀状态; 在达到相变点后, d 继续减小达到最小值, 此后 d 重新增大至 $d=0$,

砂土达到临界状态。其中, 剪胀曲线存在 η 减小的部分, 对应处于密实状态砂土在排水剪切过程中存在的软化行为。而当砂土处于 $\psi_0>0$ 的松散状态时, 始终有 $d>0$, 反映了处于松散状态砂土在排水剪切过程中持续体缩的性质, 直至达到 $d=0$ 的临界状态。

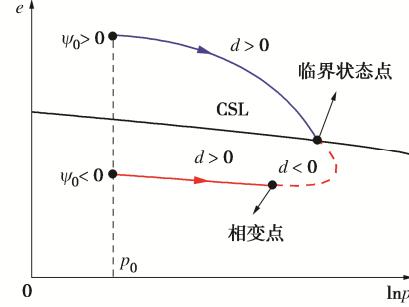
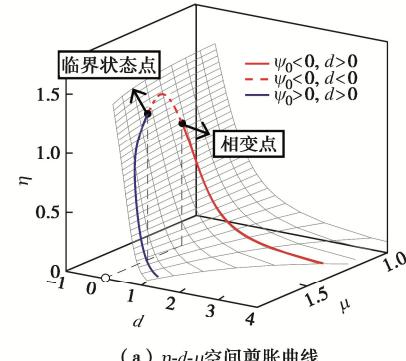
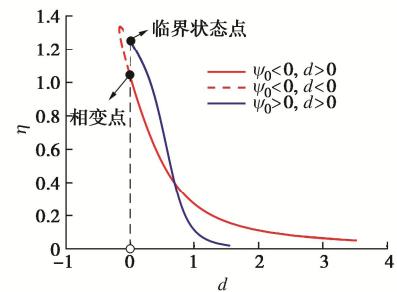
图 8 $e-\ln p$ 空间应力路径Fig. 8 Stress paths in $e-\ln p$ space(a) $\eta-d-\mu$ 空间剪胀曲线(b) 剪胀曲线在 $\eta-d$ 平面的投影

图 9 排水剪切过程中的剪胀规律

Fig. 9 Stress-dilatancy rule under drained triaxial compression

非正交塑性流动方向 m_{ij} 表现出与状态相关的特性。根据式(32), (33)可知, 非正交塑性流动方向 m_{ij} 由分数阶次 μ 控制, 当 $\mu \neq 1$ 时, 塑性流动方向与屈服面呈非正交。状态变量 ψ 影响着分数阶次 μ , 使得非正交塑性流动方向与砂土状态相关, 进而能够描述砂土与状态相关的非关联流动特性。对于图 8 所示的两种加载情况, 在初始应力状态相同而初始密实度不同的条件下, 砂土在加载过程中的屈服面演化及非正交塑性流动方向如图 10 所示。

在加载过程中, 对于初始密实度不同的砂土, 其

非正交塑性流动方向都有以下规律：在加载最初 ($\eta=0$)，非正交塑性流动方向都指向 p 轴正轴，此时，塑性剪应变增量 $d\varepsilon_v^p = 0$ ；在最终达到临界状态时 ($\eta=M$)，非正交塑性流动方向指向 q 轴正轴，与屈服面 f_2 非正交。此时，塑性体应变增量 $d\varepsilon_v^p = 0$ 。由于砂土密实程度不同，其表现出的非正交塑性流动方向的演化规律又有所不同。对于 $\psi_0 < 0$ 时处于密实状态的砂土，如图 10 (a) 所示，其加载到 B 点时达到相变状态 ($\psi=\psi_d$, $\eta=\eta_d$)，非正交塑性流动方向指向 q 轴正轴。以 B 点为分界， $d\varepsilon_v^p$ 由正变负，非正交塑性流动方向由偏向 p 轴正轴方向转为偏向 p 轴负轴方向，砂土由剪缩转为剪胀。随着继续加载，砂土经历峰值应力状态点 $C(\psi=\psi_f, \eta=\eta_f > M)$ 后，最终达到临界状态 $D(\psi=0, \eta=M)$ ，在这个过程中非正交塑性流动方向逐渐回到 q 轴正轴。而对于 $\psi_0 > 0$ 时处于松散状态的砂土，如图 10 (b) 所示，其从初始应力状态点 A 加载到临界状态点 $E(\psi=0, \eta=M)$ 。非正交塑性流动方向在砂土达到临界状态点 E 前始终偏向 p 轴正轴方向，表明在整个加载过程中始终有 $d\varepsilon_v^p > 0$ ，砂土只发生剪缩。

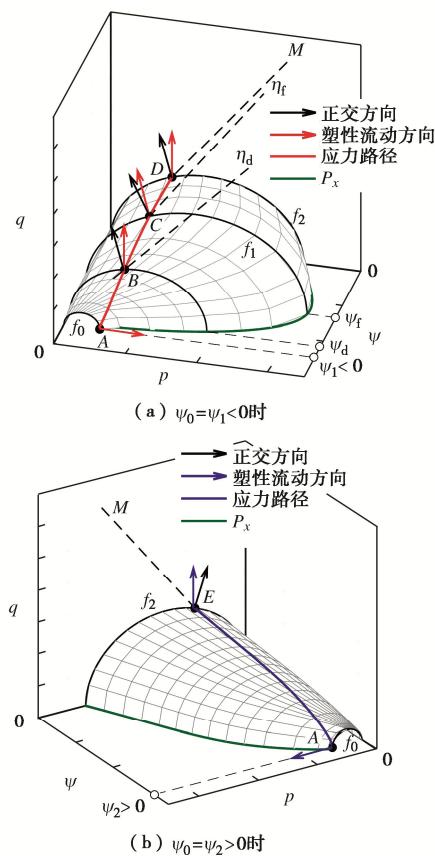


图 10 非正交塑性流动方向分析

Fig. 10 Analysis of non-orthogonal plastic direction

5 试验验证

本文以 Toyoura 砂土的常规三轴剪切试验^[1]来验证所提出模型，模型参数见表 1。排水试验结果^[1]与

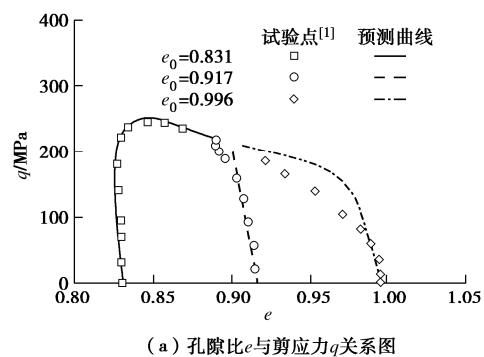
模型预测结果的对比如图 11, 12 所示，不排水试验结果^[1]和模型预测结果的对比如图 13~15 所示。

表 1 Toyoura 砂的模型参数

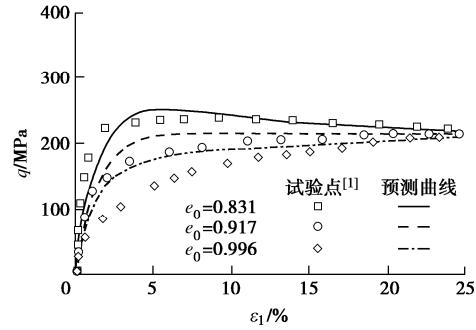
Table 1 Model parameters of Toyoura sand

M	v	ρ	λ_a	e_{a0}	e_{c0}
1.25	0.3	0.4	0.135	1.973	0.958
m	n	ξ	N	β	Δe_L
3.5	1.7	0.4	0.90	25.0	0.155

在初始平均正应力 $p_0=100, 500$ kPa 时，不同初始孔隙比 e_0 的 Toyoura 砂排水剪切试验结果如图 11, 12 所示。当初始平均正应力 p_0 相同时，初始孔隙比 e_0 较大的松砂表现出剪缩特性，且初始孔隙比越大，剪缩现象越明显；而初始孔隙比 e_0 较小的密砂通常表现出先剪缩后剪胀的特性。同时，对于松砂，在排水剪切过程中剪应力 q 不断增大，表现出硬化特性；而对于密砂，剪应力 q 出现先增大后减小的现象，即出现由硬化转为软化的特性。模型能够较好地预测 Toyoura 砂在排水试验中所表现出的状态相关特性。



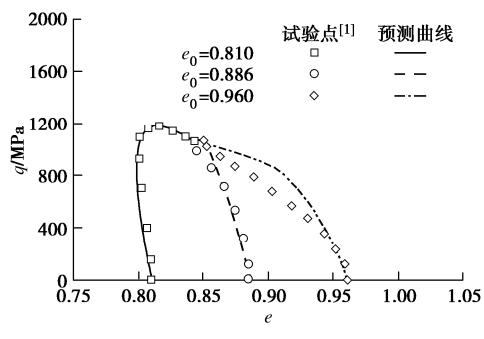
(a) 孔隙比 e 与剪应力 q 关系图



(b) 轴向应变 ϵ_1 与剪应力 q 关系图

图 11 $p_0=100$ kPa 时 Toyoura 砂三轴排水剪切试验模型预测

Fig. 11 Model predictions on Toyoura sand for $p_0=100$ kPa under drained triaxial compression



(a) 孔隙比 e 与剪应力 q 关系图

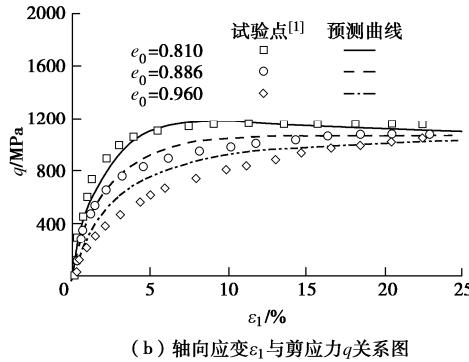
(b) 轴向应变 ε_1 与剪应力 q 关系图图 12 $p_0=500$ kPa 时 Toyoura 砂三轴排水剪切试验模型预测

Fig. 12 Model predictions on Toyoura sand for $p_0=500$ kPa under drained triaxial compression

在初始孔隙比 $e_0=0.735, 0.833, 0.907$ 时, 不同初始平均正应力 p_0 下的 Toyoura 砂不排水剪切试验结果如图 13~15 所示。当初始孔隙比 e_0 相同时, 对于 p_0 较大的砂土, 其应力路径靠近原点方向移动 ($dp<0$), 此时根据式 (18) 及 $d\varepsilon_v^e=d\varepsilon_v^p=0$, 有塑性体变增量 $d\varepsilon_v^p=-d\varepsilon_v^e>0$, 意味着砂土呈现剪缩特性; 对于 p_0 较小的砂土, 其应力路径背离原点方向移动 ($dp>0$), 此时有 $d\varepsilon_v^p<0$, 意味着砂土呈现剪胀特性。而初始平均正应力 p_0 相同时, 初始孔隙比 e_0 越大, 其应力路径越靠近原点方向移动, 砂土越容易发生剪缩; 初始孔隙比 e_0 越小, 其应力路径越背离原点方向移动, 砂土越容易发生剪胀。整体上, 模型能较好地捕捉 Toyoura 砂土在不排水剪切试验中, 不同初始密实度及应力状态下的应力路径响应及应力应变关系变化规律。

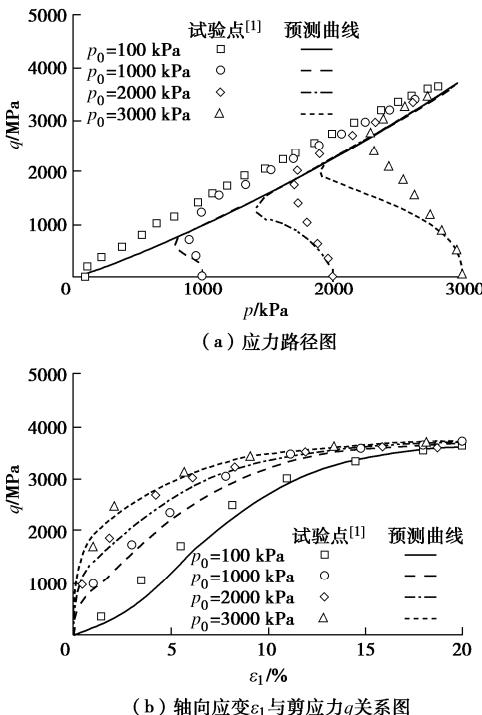
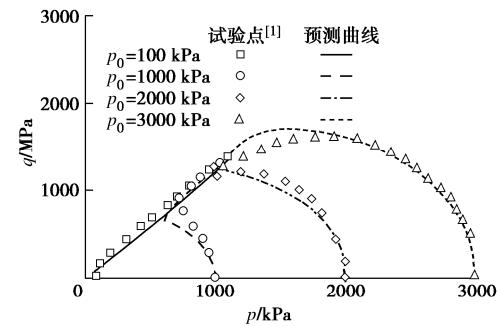
(b) 轴向应变 ε_1 与剪应力 q 关系图图 13 $e_0=0.735$ 时 Toyoura 砂三轴不排水剪切试验模型预测

Fig. 13 Model predictions on Toyoura sand for $e_0=0.735$ under undrained triaxial compression



(a) 应力路径图

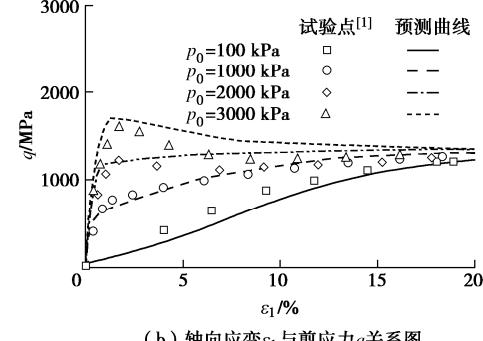
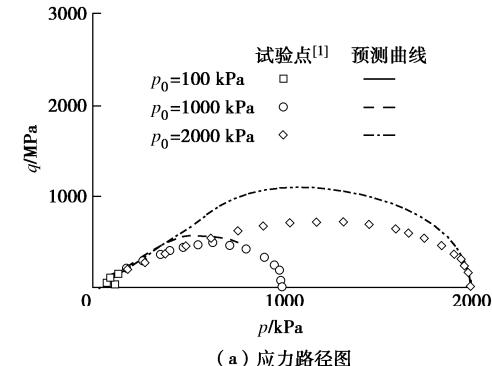
(b) 轴向应变 ε_1 与剪应力 q 关系图图 14 $e_0=0.833$ 时 Toyoura 砂三轴不排水剪切试验模型预测

Fig. 14 Model predictions on Toyoura sand for $e_0=0.833$ under undrained triaxial compression



(a) 应力路径图

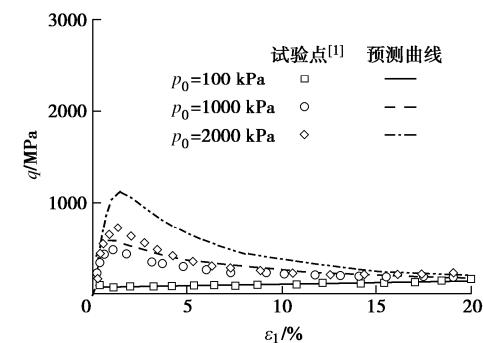
(b) 轴向应变 ε_1 与剪应力 q 关系图图 15 $e_0=0.907$ 时 Toyoura 砂三轴不排水剪切试验模型预测

Fig. 15 Model predictions on Toyoura sand for $e_0=0.907$ under undrained triaxial compression

6 结 论

本文通过考虑砂土密实度与应力状态对硬化规律

和塑性流动规律的影响,确定了砂土状态相关的塑性变形的大小和方向;同时结合考虑了状态相关影响的Hooke 定律来确定弹性变形,建立了考虑状态相关的砂土非正交弹塑性本构模型。模型具有以下 4 个特点。

(1) 通过分析砂土等向压缩与临界状态规律,本文利用微分表达式描述了 e - Inp 空间中砂土等向压缩条件下的变形规律及临界状态的非线性规律。

(2) 基于砂土等向压缩硬化规律的描述,通过给出一种新的状态相关的因子 ω ,发展了硬化参数 H ,能够描述砂土状态相关的力学特性,捕捉砂土的剪胀/剪缩以及硬化/软化行为。

(3) 模型采用非正交塑性流动法则,利用屈服面的非正交梯度确定了塑性流动方向,描述了砂土的非关联流动特性,而无需构造塑性势函数。同时引入了状态变量 ψ 对分数阶次 μ 的影响,以变分数阶次反映了塑性流动方向与状态相关的特性。

(4) 通过对 Toyoura 砂的排水与不排水试验结果的模型预测,验证了模型能够较好地描述砂土状态相关的力学特性。

参考文献:

- [1] VERDUGO R, ISHIHARA K. The steady state of sandy soils[J]. Soils and Foundations, 1996, **36**(2): 81-91.
- [2] CAI Z Y, LI X S. Deformation characteristics and critical state of sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, **26**(5): 697-701.
- [3] BEEN K, JEFFERIES M G. A state parameter for sands[J]. Géotechnique, 1985, **35**(2): 99-112.
- [4] ASAOKA A. Consolidation of clay and compaction of sand—an elasto-plastic description[C]// 12Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. Singapore: World Scientific Publishing Company, 2004: 1157-1195.
- [5] ZHANG F, YE B, NODA T, et al. Explanation of cyclic mobility of soils: approach by stress-induced anisotropy[J]. Soils and Foundations, 2007, **47**(4): 635-648.
- [6] NAKAI T R. An isotropic hardening elastoplastic model for sand considering the stress path dependency in three-dimensional stresses[J]. Soils and Foundations, 1989, **29**(1): 119-137.
- [7] WOOD D M, BELKHEIR K. Strain softening and state parameter for sand modelling[J]. Géotechnique, 1994, **44**(2): 335-339.
- [8] BOLTON M D. The strength and dilatancy of sands[J]. Géotechnique, 1986, **36**(1): 65-78.
- [9] ISHIHARA K. Liquefaction and flow failure during earthquakes[J]. Géotechnique, 1993, **43**(3): 351-451.
- [10] 姚仰平, 刘林, 罗汀. 砂土的 UH 模型[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(12): 2147-2153. (YAO Yangping, LIU Lin, LUO Ting. UH model for sands[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(12): 2147-2153. (in Chinese))
- [11] 姚仰平, 张民生, 万征, 等. 基于临界状态的砂土本构模型研究[J]. 力学学报, 2018, **50**(3): 589-598. (YAO Yangping, ZHANG Minsheng, WAN Zheng, et al. Constitutive model for sand based on the critical state[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2018, **50**(3): 589-598. (in Chinese))
- [12] LI X S, DAFALIAS Y F. Dilatancy for cohesionless soils[J]. Géotechnique, 2000, **50**(4): 449-460.
- [13] YANG J, LI X S. State-dependent strength of sands from the perspective of unified modeling[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2004, **130**(2): 186-198.
- [14] 张卫华, 赵成刚, 傅方. 基于相变状态的砂土本构模型的研究[J]. 工程地质学报, 2013, **21**(3): 337-344. (ZHANG Weihua, ZHAO Chenggang, FU Fang. Phase transformation state based constitutive model for sands[J]. Journal of Engineering Geology, 2013, **21**(3): 337-344. (in Chinese))
- [15] 迟明杰, 赵成刚, 李小军. 剪胀性砂土本构模型的研究[J]. 岩土力学, 2008, **29**(11): 2939-2944. (CHI Mingjie, ZHAO Chenggang, LI Xiaojun. Research on constitutive model for dilatant sand[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, **29**(11): 2939-2944. (in Chinese))
- [16] SUN Y F, NIMBALKAR S. Stress-fractional soil model with reduced elastic region[J]. Soils and Foundations, 2019, **59**(6): 2007-2023.
- [17] 李海潮, 童晨曦, 马博, 等. 基于双参数屈服函数的黏土和砂土非正交单屈服面模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2020, **39**(11): 2319-2327. (LI Haichao, TONG Chenxi, MA Bo, et al. A non-orthogonal single yield surface model for clays and sands based on a two-parameter yield function[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2020, **39**(11): 2319-2327. (in Chinese))
- [18] 李海潮, 马博, 张升. 适用于堆石料的分数阶下加载面模型[J]. 岩土力学, 2021, **42**(1): 68-76. (LI Haichao, MA Bo, ZHANG Sheng. A fractional sub-loading surface model for rockfill[J]. Rock and Soil Mechanics, 2021, **42**(1): 68-76. (in Chinese))
- [19] LADE P V, NELSON R B, ITO Y M. Nonassociated flow and stability of granular materials[J]. Journal of Engineering

- Mechanics, 1987, **113**(9): 1302-1318.
- [20] WAN R, PINHEIRO M. On the validity of the flow rule postulate for geomaterials[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2014, **38**(8): 863-880.
- [21] LU D C, LIANG J Y, DU X L, et al. Fractional elastoplastic constitutive model for soils based on a novel 3D fractional plastic flow rule[J]. Computers and Geotechnics, 2019, **105**: 277-290.
- [22] QU P F, ZHU Q Z. A novel fractional plastic damage model for quasi-brittle materials[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2021, **34**(5): 706-717.
- [23] ZHOU F X, WANG L Y, LIU H B. A fractional elasto-viscoplastic model for describing creep behavior of soft soil[J]. Acta Geotechnica, 2021, **16**(1): 67-76.
- [24] LU D C, ZHOU X, DU X L, et al. A 3D fractional elastoplastic constitutive model for concrete material[J]. International Journal of Solids and Structures, 2019, **165**: 160-175.
- [25] LIANG J Y, LU D C, DU X L, et al. A 3D non-orthogonal elastoplastic constitutive model for transversely isotropic soil[J]. Acta Geotechnica, 2022, **17**(1): 19-36.
- [26] LADE P, BOPP P A. Relative density effects on drained sand behavior at high pressures[J]. Soils and Foundations, 2005, **45**(1): 1-13.
- [27] YAO Y P, SUN D A, MATSUOKA H. A unified constitutive model for both clay and sand with hardening parameter independent on stress path[J]. Computers and Geotechnics, 2008, **35**(2): 210-222.
- [28] YAO Y P, LIU L, LUO T, et al. Unified hardening (UH) model for clays and sands[J]. Computers and Geotechnics, 2019, **110**: 326-343.
- [29] ROSCOE K H, BURLAND J B. On the generalised stress-strain behaviour of 'wet' clay[J]. Engineering Plasticity. 1968: 535-609.
- [30] LIANG J Y, LU D C, ZHOU X, et al. Non-orthogonal elastoplastic constitutive model with the critical state for clay[J]. Computers and Geotechnics, 2019, **116**: 103200.

第三届全国软土工程学术会议（三号通知）

近年来, 随着我国城市化进程快速推进, 重大基础设施建设与日俱新, 特别是长三角、珠三角等东南沿海地区, 作为我国经济发展的重要区域, 已经形成了大规模城市群, 基础设施建设需求日趋增长。由于沿海地区广泛分布的软土地层具有力学特性复杂、承载力低、变形大等特点, 在软土地区进行路堤、基坑、隧道和基础工程等构筑物的建设和运营面临着前所未有的机遇和挑战。

为加强全国各地的软土工程科技工作者之间的学术交流, 促进软土工程学科的最新研究进展、研究成果以及发展趋势的总结和展示, 由中国土木工程学会土力学及岩土工程分会主办, 东南大学、江苏省岩土力学与工程学会承办的第三届全国软土工程学术会议将于 2023 年 3 月 24 日~26 日在江苏南京召开。此次会议将为深化软土地区重大基础设施建造与运营领域的创新理论及应用技术研究, 为我国城市化进程和可持续发展提供重要支撑。全国各地软土工程专家学者将欢聚一堂, 以“软土工程智能建造”为主题, 针对重大软土工程问题、软土工程新理论、新技术以及学科发展进行研讨。

会议将为学者和同行面对面深入广泛的学术交流研讨提供机会, 通过大会特邀报告、主题报告、分组报告、研究生专场报告等形式, 共同探讨土力学与软土工程学科的发展趋

势, 展现最新研究进展和成果。大家共享新思想, 激发新思维, 拓宽新视野, 进一步推动我国在软土工程的理论和工程实践等方面进程, 促进我国软土工程领域的可持续发展。

诚邀土力学与软土工程领域的专家、学者和工程技术人员, 一起携手, 共襄盛会!

主办单位: 中国土木工程学会土力学及岩土工程分会

承办单位: 东南大学; 江苏省岩土力学与工程学会

会议时间: 2023 年 3 月 24~26 日 (24 日报到)

会议地点: 南京金鹰尚美酒店。

会议主题: ①软土的基本特性与本构模型; ②软土工程勘察、测试与智能评价; ③软土地基处理创新与智能化施工; ④软土基础工程; ⑤软土地下工程; ⑥软土动力学与地震工程; ⑦软土工程数值仿真与信息化技术; ⑧绿色软土工程; ⑨软土地区重大工程实践; ⑩软土工程的其他问题。

会议秘书处及联系方式: 秘书长: 章定文 13813065390, 秘书处: 何欢 16620816392, 李宏 13951812136, 李梦迪 18910541910, 姜彤 13810553598, 联系地址: 南京市江宁区东南大学路 2 号东南大学交通学院, 邮编: 211189, 邮箱: softsoilseu@163.com。

(会议组委会)