

DOI: 10.11779/CJGE202107010

高置换率散体材料桩-不透水桩多元组合桩复合地基 固结分析

卢萌盟^{1, 2}, 敖祖瑞^{*1, 2}, 李东旭^{1, 2}, 李传勋³

(1. 中国矿业大学力学与土木工程学院, 江苏 徐州 221006; 2. 中国矿业大学深部岩土力学与地下工程国家重点实验室, 江苏 徐州 221006;
3. 江苏大学土木工程与力学学院, 江苏 镇江 212013)

摘要: 多元复合地基是近年出现的一种新型的复合地基形式, 其利用两种或者两种以上的桩型对地基土进行加固, 以期达到提高地基承载力, 减小工后沉降, 加速地基固结的作用。以高置换率散体材料桩联合不透水桩的多元复合地基为研究对象, 通过引入散体材料桩内径、竖向渗流, 对散体材料桩和土体均采用固结方程进行求解, 同时考虑多元桩和土体共同承担外部荷载, 推导了该多元组合型复合地基的固结控制方程及解析解答, 并对解答的合理性进行了验证, 最后对多元组合型复合地基的固结性状进行分析。

关键词: 复合地基; 高置换率; 固结; 散体材料桩; 不透水桩

中图分类号: TU470 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2021)07-1253-08

作者简介: 卢萌盟(1979—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事软黏土力学及地基处理方面的教学和科研工作。
E-mail: lumm@cumt.edu.cn。

Consolidation analysis of composite foundation with multiple and reinforcements by granular columns with high replacement ratio impervious piles

LU Meng-meng^{1, 2}, AO Zu-rui^{1, 2}, LI Dong-xu^{1, 2}, LI Chuan-xun³

(1. School of Mechanics and Civil Engineering, China University of Mining and technology, Xuzhou 221006, China; 2. State Key
Laboratory of Geomechanics and Deep Underground Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221006, China;
3. Faculty of Civil Engineering and Mechanics, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

Abstract: The composite foundation with multiple reinforcements is a newly emerging technique to stabilize soft soils. By this technique, two or more types of different piles are combined to stabilize soft soils by increasing the bearing capacity, reducing the post-construction settlement and accelerating the consolidation rate. The composite foundation stabilized by the granular columns with high replacement ratio and impervious piles are selected for analysis. By considering the radial and vertical flows within the granular columns, the consolidation of the granular columns is analyzed in the same way as that for the surrounding soils. Moreover, the surcharge loads are considered to be supported by the granular columns, the impervious piles and the soft soils together. Then the governing equation for consolidation of this type of composite foundation and the corresponding analytical solutions are derived. The rationality of the solution is further discussed and verified. Finally, the consolidation behavior of the composite foundation is analysed.

Key words: composite foundation; high replacement ratio; consolidation; granular column; impervious pile

0 引言

根据桩体材料特性的不同, 复合地基一般可以分为散体材料桩和黏结材料桩复合型地基。散体材料桩一般包括碎石桩、砂井等, 其桩体具有较强的透水能力, 渗透性远远大于周边土体, 同时也可分担一定的荷载。而不透水桩, 如 CFG 桩、水泥土桩、混凝土桩等黏结材料桩的渗透性很小甚至不透水, 所以可以视为不透水桩, 不透水桩强度较高, 可以显著提升地基

承载能力。因此, 将两种不同属性的桩体联合使用形成多元组合型复合地基已在工程上得到诸多应用。

对该类多元组合型复合地基固结理论的研究是预测沉降随时间变化的基础, 多元组合型复合地基固结

基金项目: 国家自然科学基金项目(51878657, 51878320); 江苏省高校青蓝工程项目

收稿日期: 2020-10-30

*通信作者 (E-mail: azr96@cumt.edu.cn)

理论借鉴了一元复合地基固结理论的研究方法。Han 等^[1]认为桩体材料对水流的阻挡作用不可忽视，并给出了考虑桩阻效应的碎石桩复合地基固结解答；Wang 等^[2]将土体渗透系数表征为距离的函数，同时考虑土体内径向及竖向的组合渗流，提出了一种更为简捷的砂井地基固结分析方法，得到了在穿透和未穿透软土层两种情况下的解析解；陈蕾等^[3]对排水粉喷桩组合型复合地基的固结特性进行了数值和解析分析，并验证了其计算和理论在实际工程中的适用性；Liu 等^[4]提出了对于改良软土地基的 DJM-PVDs 组合应用方法；刘吉福^[5]推导了考虑桩体排水性能、井阻效应等条件下地基孔压、固结度、桩土应力比的解析解；Zheng 等^[6]总结了国内有关组合桩性能的试验研究和案例分析；林森^[7]检测并总结了 CFG 桩-碎石桩组合型复合地基在工程中的应用效果；叶观宝等^[8]根据固结分析模型建立了桩-板组合型复合地基的固结微分方程，并得到了忽略排水板井阻效应的组合型复合地基固结分析的解析解；Lu 等^[9]分别建立水流沿径向向内和向外两种组合桩复合地基固结模型并给出了相应的解析解答；基于 Lu 等^[9]和 Xie 等^[10]的研究，于春亮等^[11]考虑了散体材料桩体固结的影响，丰富并发展了水流向内发生渗流的散体材料桩-不排水桩组合型复合地基固结理论。

以上对多元复合地基的研究均未能考虑散体材料桩内径向渗流的影响，实则为假定桩体径向渗透系数为无穷大，高估了散体材料桩的排水性能。对中、高置换率散体材料桩而言，其固结度高估值最大可达 43%^[12]。鉴于此，本文提出一种考虑大直径散体材料桩内径、竖向组合渗流的多元组合桩复合地基固结模型，对散体材料桩和土体均采用固结方程进行求解，并推导了瞬时荷载和多级瞬时荷载下的解答，最后对多元组合桩复合地基的固结性状进行了分析。

1 单元划分

散体材料桩联合水泥土搅拌桩是一种既能加速地基排水又能提高地基承载力的多元复合地基处理技术。其中，散体材料桩是一种常见的排水桩，水泥土搅拌桩由于渗透系数小，可视为不排水桩。如图 1 所示，工程中排水桩和不排水桩通常按正三角形或正方形布置，有时为了达到加速地基固结或者提高承载力的目的，也可对排水桩或者不排水桩进行加密布置，即两种桩体呈正方形密集布置或正三角形密集布置。

如图 1 所示，在进行地基单元划分时，以散体材料桩为中心，与相邻的不排水桩共同组成分析单元，对于不同的桩体排列形式而言，位于外边界的不排水桩数量 n_p 是每个桩体落在该单元内面积的总和，以正

方形和三角形布桩形式而言，单元外围分别有 4 个和 3 个不排水桩，每个桩体在单元内的面积分别为 90° 和 120° 的扇形，因此其面积总和为一个桩体面积。再将划分的正方形或者六边形单元按照截面相等的原则等效为图 2 所示的圆柱形单元。如图 1 所示，散体材料桩间距为 l_c ，则 4 种布桩形式下的单元截面积均为 l_c^2 ，令单元半径为 r_n ，根据面积等效原则 $l_c^2 = \pi r_n^2$ ，可得 $r_n = l_c / \sqrt{\pi}$ 。将外围分散布置的 n_p 个不排水桩面积等效为位于单元最外圈的圆环，圆环内径为 r_e ，则 $\pi r_n^2 - n_p \pi r_p^2 = \pi r_e^2$ ， $r_e = \sqrt{l_c^2 / \pi - n_p r_p^2}$ ，其中， r_c 和 r_p 分别为散体材料桩和不排水桩的半径， H 为复合地基的厚度， r, z 分别为径向及竖向坐标。

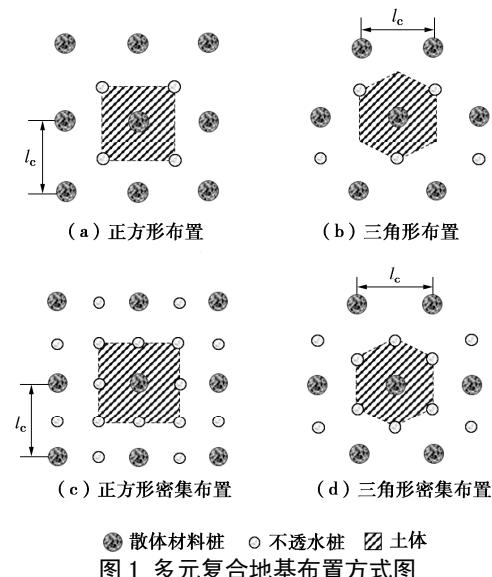


图 1 多元复合地基布置方式图

Fig. 1 Layout of composite foundation with multiple reinforcements

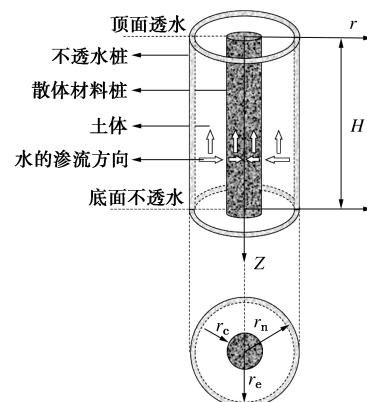


图 2 组合桩复合地基固结计算模型

Fig. 2 Computational model for combined composite foundation

2 控制方程推导

由于散体材料桩位于单元中心而不排水桩分布于单元外边界，因此土体中的水流沿径向流入位于中心的散体材料桩后，再在桩体内继续沿径向渗流直至桩体的中心轴线后停止。同时，由于地基表面透水底面不透水，桩体和土体中同时发生竖向渗流。因此，本

文不再采用传统的桩周流量连续相等的假定, 而是考虑桩体本身径、竖向渗流的组合, 对桩体也采用固结方程进行求解。另外, 本文作以下假定: ①等应变条件成立, 即任一深度处, 地基土体与桩体没有侧向变形且竖向变形相等; ②土体和桩体中的渗流符合达西定律; ③荷载一次瞬时施加。

复合地基由于桩土共同承担外部荷载, 因此外部荷载由散体材料桩、土体、不排水桩共同承担, 在整个地基中任一深度处, 由力的平衡方程可得

$$\pi r_n^2 p_0 = \pi r_c^2 \bar{\sigma}_c + \pi(r_e^2 - r_c^2) \bar{\sigma}_s + \pi(r_n^2 - r_e^2) \bar{\sigma}_p, \quad (1)$$

式中, p_0 为地基中施加的荷载, $\bar{\sigma}_c$, $\bar{\sigma}_s$, $\bar{\sigma}_p$ 分别为多元复合地基中散体材料桩、桩间土体、不排水桩中的平均应力。

另外, 由等应变假设可得

$$\frac{\bar{\sigma}_c - \bar{u}_c}{E_c} = \frac{\bar{\sigma}_s - \bar{u}_s}{E_s} = \frac{\bar{\sigma}_p}{E_p} = \varepsilon_v, \quad (2)$$

式中, E_c , E_s , E_p 分别为多元复合地基中散体材料桩、桩周土体、不排水桩的弹性模量。 \bar{u}_c , \bar{u}_s 分别为任一深度处散体材料桩和土体中的平均超静孔隙水压力, 分别表示为

$$\bar{u}_c = \frac{1}{\pi r_c^2} \int_0^{r_c} 2\pi r u_c dr, \quad (3)$$

$$\bar{u}_s = \frac{1}{\pi(r_e^2 - r_c^2)} \int_{r_c}^{r_e} 2\pi r u_s dr. \quad (4)$$

式中, u_c 和 u_s 分别为散体材料桩和土体中任一点处孔压, ε_v 为多元复合地基的体积应变, 由于不考虑侧向应变, 则 $\varepsilon_v = \varepsilon_z$, ε_z 为地基竖向应变。由式(1), (2) 可得

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = -\frac{1}{E_{com}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t}, \quad (5)$$

式中, E_{com} 为复合地基的复合弹性模量, \bar{u} 为整个地基的平均孔隙水压力, 将其分别表示为

$$E_{com} = \frac{E_c + (N_{ec}^2 - 1)E_s + (N_{nc}^2 - N_{ec}^2)E_p}{N_{nc}^2}, \quad (6)$$

$$\bar{u} = \frac{\bar{u}_c + (N_{ec}^2 - 1)\bar{u}_s}{N_{nc}^2}, \quad (7)$$

其中, $N_{nc} = r_n/r_c$, $N_{ec} = r_e/r_c$ 。

根据谢康和等^[13]关于轴对称情况下土体固结方程, 对土体和桩体均采用固结方程, 有

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{k_h}{\gamma_w} r \frac{\partial u_s}{\partial r} \right] = -w_1(z, t) \quad (r_c \leq r \leq r_e), \quad (8)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{k_{hc}}{\gamma_w} r \frac{\partial u_c}{\partial r} \right] = -w_2(z, t) \quad (0 \leq r \leq r_c), \quad (9)$$

式中, k_h 和 k_{hc} 分别为土体和排水桩的径向渗透系数, γ_w 为水的重度, $w_1(z, t)$ 和 $w_2(z, t)$ 为与 r 无关的函数:

$$w_1(z, t) = \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + \frac{k_v}{\gamma_w} \frac{\partial^2 \bar{u}_s}{\partial z^2}, \quad (10)$$

$$w_2(z, t) = \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + \frac{k_{vc}}{\gamma_w} \frac{\partial^2 \bar{u}_c}{\partial z^2}, \quad (11)$$

式中, k_v 和 k_{vc} 分别为土体和桩体的竖向渗透系数。

土体中的水流沿径向流入散体材料桩, 因此散体材料桩和土体界面上 $r=r_c$ 处孔压相等, 即

$$r = r_c : u_s = u_c. \quad (12)$$

由于单元体外围为不排水桩, 因此水流在不排水桩环和土体界面 $r=r_e$ 处不产生径向渗流, 即

$$r = r_e : \frac{\partial u_s}{\partial r} = 0. \quad (13)$$

本文考虑了桩体内的径向渗流, 桩体内任一点处孔压和该深度处平均孔压不再相等, 需要补充两个边界条件才能求解控制方程。因为散体材料桩桩体内水流会沿着径向流入桩体的中心, 根据对称性可知, 桩体中心轴线不可排水, 实质上等同于一条不排水轴线。在数学上, 桩体中心处为孔压函数关于半径的极值点, 因此有边界条件:

$$r = 0 : \frac{\partial u_c}{\partial r} = 0. \quad (14)$$

桩体内存在径向渗流, 那么散体材料桩与桩周土的接触界面处水流流速连续:

$$r = r_c : k_{hc} \frac{\partial u_c}{\partial r} = k_h \frac{\partial u_s}{\partial r}. \quad (15)$$

利用边界条件(13), (14) 对土体和桩体固结方程(8), (9) 分别关于 r 积分并代入超静孔压方程(3), (4) 得

$$\bar{u}_s = u_c|_{r=r_c} + \frac{\gamma_w r_c^2 F}{2k_h} w_1(z, t), \quad (16)$$

$$\bar{u}_c = u_c|_{r=r_c} + \frac{\gamma_w r_c^2}{8k_{hc}} w_2(z, t). \quad (17)$$

其中,

$$F = \frac{N_{ec}^2}{N_{ec}^2 - 1} \left[\frac{4N_{ec}^2 - 1}{4N_{ec}^4} - \frac{3}{4} + \ln N_{ec} \right].$$

将式(16), (17) 相减并结合式(7), 消去 \bar{u}_s 得

$$\bar{u} = \frac{N_{ec}^2}{N_{nc}^2} \bar{u}_c - \frac{N_{ec}^2 - 1}{N_{nc}^2} \frac{\gamma_w}{E_{com}} \left(\frac{r_c^2 F}{2k_h} - \frac{r_c^2}{8k_{hc}} \right) \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{r_c^2 k_v F}{2k_h} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} - \left(\frac{1}{N_{nc}^2} \frac{r_c^2 k_v F}{2k_h} + \frac{N_{ec}^2 - 1}{N_{nc}^2} \frac{r_c^2 k_{vc}}{8k_{hc}} \right) \frac{\partial^2 \bar{u}_c}{\partial z^2}. \quad (18)$$

由前文可知, 桩土界面处流速必相等, 将式(10), (11) 代入边界条件(15), 整理得

$$\frac{\partial^2 \bar{u}_c}{\partial z^2} = \alpha \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - \varphi \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2}, \quad (19)$$

$$\text{式中, } \alpha = \frac{N_{ec}^2 \gamma_w}{(k_{vc} - k_v) E_{com}}, \quad \varphi = \frac{N_{nc}^2 k_v}{k_{vc} - k_v}.$$

将式(19)代入式(18), 得

$$\bar{u}_c = \gamma \bar{u} + \delta \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \eta \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} , \quad (20)$$

式中, $\gamma = N_{nc}^2 / N_{ec}^2$, $\delta = \frac{\gamma_w}{N_{ec}^2 E_{com}} \frac{(N_{ec}^2 - 1)k_{vc} + k_v}{k_{vc} - k_v} \left[\frac{r_e^2 F}{2k_h} + \frac{r_c^2 (N_{ec}^2 - 1)}{8k_{hc}} \right]$, $\eta = \frac{N_{nc}^2}{N_{ec}^2} \frac{k_v k_{vc}}{k_v - k_{vc}} \left[\frac{r_e^2 F}{2k_h} + \frac{r_c^2 (N_{ec}^2 - 1)}{8k_{hc}} \right]$ 。

结合式(19), (20)消去 \bar{u}_c , 得

$$\eta \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial z^4} + \delta \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial z^2 \partial t} + (\gamma + \varphi) \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} - \alpha \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = 0 . \quad (21)$$

式(19)~(21)即为本文的定解方程。由于地基表面透水, 底面不透水, 对应的竖向边界条件如下:

$$z = 0: \bar{u}(z, t) = 0 \quad \bar{u}_c(z, t) = 0 , \quad (22)$$

$$z = H: \frac{\partial \bar{u}(z, t)}{\partial z} = 0 \quad \frac{\partial \bar{u}_c(z, t)}{\partial z} = 0 . \quad (23)$$

荷载分一级瞬时施加时, 初始条件为

$$t = 0: \bar{u}(z, 0) = p_0 . \quad (24)$$

3 方程求解

3.1 瞬时荷载下的解答

参考 Lu 等^[14-15]对此类方程的的求解方法, 可得一级瞬时荷载作用下复合地基任意深度处平均超静孔隙水压力:

$$\bar{u} = \frac{2p_0}{M} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\beta_m t} \sin\left(\frac{M}{H}z\right) , \quad (25)$$

式中, $M = (2m-1)\pi/2$, ($m=1, 2, 3, \dots$)。

柱体内的平均孔隙水压力可表示为

$$\bar{u}_c = \frac{2p_0}{M} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\gamma - \delta \beta_m - \eta \frac{M^2}{H^2} \right) e^{-\beta_m t} \sin\left(\frac{M}{H}z\right) . \quad (26)$$

把式(26)代入到整个地基平均孔压方程(7), 那么地基中土体的平均孔隙水压力为

$$\bar{u}_s = \frac{2p_0}{M} \sum_{m=1}^{\infty} \left[\gamma + \frac{\delta H^2 \beta_m + \eta M^2}{H^2 (N_{ec}^2 - 1)} \right] e^{-\beta_m t} \sin\left(\frac{M}{H}z\right) , \quad (27)$$

式中,

$$\begin{aligned} \beta_m &= \left\{ \frac{N_{nc}^2}{N_{ec}^2} k_v k_{vc} \left[\frac{r_e^2 F}{2k_h} + \frac{r_c^2 (N_{ec}^2 - 1)}{8k_{hc}} \right] \left(\frac{M}{H} \right)^2 + \left[\frac{N_{nc}^2}{N_{ec}^2} k_{vc} + \left(N_{nc}^2 - \frac{N_{nc}^2}{N_{ec}^2} \right) k_v \right] \right\} \left\{ N_{ec}^4 \left(\frac{M}{H} \right)^{-2} + \left[(N_{ec}^2 - 1)k_{vc} + k_v \right] \cdot \left[\frac{r_e^2 F}{2k_h} + \frac{r_c^2 (N_{ec}^2 - 1)}{8k_{hc}} \right] \right\}^{-1} \frac{N_{ec}^2 E_{com}}{\gamma_w} . \end{aligned} \quad (28)$$

复合地基的固结度可以按应力定义为

$$U = \frac{u_0 - u}{u_0} . \quad (29)$$

将孔压解式(25)代入可得该类复合地基固结层

的平均固结度的表达式:

$$U_p(t) = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{-\beta_m t} . \quad (30)$$

3.2 多级瞬时荷载下的解答

在上述一级瞬时荷载下孔压和固结度解答的基础上, 可以通过叠加的方式得到图3所示的多级瞬时荷载下的解答。多级瞬时荷载下, 其每一级的荷载施加为一个连续的加载过程, 只是每一级开始加载的时间点不同, 相应地初始条件为 $t=0$ 时 $u = p_1$ 。将任意时刻之前每一级荷载引起的孔压和固结度叠加即为当前时刻在多级瞬时荷载下的解答, 此时, 第 i 级荷载的初始条件和加载过程为

$$\left. \begin{aligned} p' &= p_i - p_{i-1} , \\ g(t) &= \frac{p_i}{p_u} \quad (t_{i-1} \leq t < t_i) \end{aligned} \right\} . \quad (31)$$

式中 i 指第 i 级荷载, 可取值 1, 2, 3, \dots ; p_i 为第 i 级荷载值; p_u 为外部荷载的最大值。

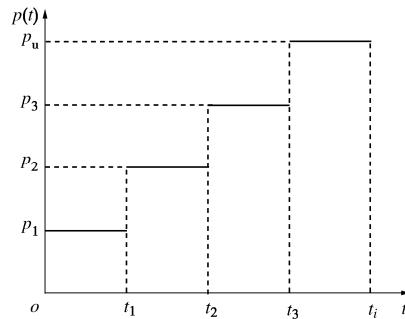


图3 多级瞬时荷载加载形式

Fig. 3 Multi-stage instantaneous loading

将式(31)代入式(25)~(27)得

$$\bar{u} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{M} \left[\sum_{j=1}^i p' e^{-\beta_m (t-t_{j-1})} \right] \sin\left(\frac{M}{H}z\right) , \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_c &= \frac{2}{M} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\gamma - \delta \beta_m - \eta \frac{M^2}{H^2} \right) \cdot \\ &\quad \left[\sum_{j=1}^i p' e^{-\beta_m (t-t_{j-1})} \right] \sin\left(\frac{M}{H}z\right) , \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_s &= \frac{2}{M} \sum_{m=1}^{\infty} \left[\gamma + \frac{\delta H^2 \beta_m + \eta M^2}{H^2 (N_{ec}^2 - 1)} \right] \cdot \\ &\quad \left[\sum_{j=1}^i p' e^{-\beta_m (t-t_{j-1})} \right] \sin\left(\frac{M}{H}z\right) . \end{aligned} \quad (34)$$

荷载多级施加时复合地基的平均固结度可定义为土体任一时刻的有效应力与土体内最终总应力之比, 得到

$$U_p(t) = \frac{\int_0^H [p(t) - \bar{u}_s] dz}{\int_0^H p_u dz} = \frac{p_i}{p_u} - \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \frac{2}{M^2} \cdot \right\}$$

$$\left. \left[\gamma + \frac{\delta H^2 \beta_m + \eta M^2}{H^2 (N_{ec}^2 - 1)} \right] \sum_{j=1}^i \frac{p'_j}{p_u} e^{-\beta_m(t-t_{j-1})} \right\} \quad (35)$$

3.3 解的讨论

对于本文得到的解的形式需要对其合理性进行验证。一般来说, 对解进行退化是检验准确性的有效方法, 这也是证明本文解的有效性的必要条件。本文从几何性和物理性两个方面对解进行了验证。

(1) 当 $N_{ec} \rightarrow N_{nc}$ 时, 外围不存在不透水桩, 此时模型的 β_m 退化为

$$\beta_m = \left\{ k_v k_{vc} \left[\frac{r_e^2 F}{2k_h} + \frac{r_e^2 (N_{ec}^2 - 1)}{8k_{hc}} \right] \left(\frac{M}{H} \right)^2 + \left[(N_{ec}^2 - 1) k_v + k_{vc} \right] \right\} \left\{ N_{ec}^4 \left(\frac{M}{H} \right)^2 + \left[(N_{ec}^2 - 1) k_{vc} + k_v \right] \left[\frac{r_e^2 (N_{ec}^2 - 1)}{8k_{hc}} + \frac{r_e^2 F}{2k_h} \right] \right\}^{-1} \frac{N_{ec}^2 E_{com}}{\gamma_w} \quad (36)$$

式(36)为单一散体材料桩复合地基的解答, 间接验证了论文解答的合理性, 注意, 此时 N_{ec} 即为 Lu 等^[15]的桩径比 n 。

(2) 继续使 $N_{ec} \rightarrow 1$, 式(36)的 β_m 退化为

$$\beta_m = \left(\frac{M}{H} \right)^2 \frac{k_{vc} E_c}{\gamma_w} = c_{vc} \frac{M^2}{H^2} \quad (37)$$

式中, c_{vc} 为桩体的竖向固结系数。式(37)相当于整个地基的土体被置换, 复合地基变为均质地基, 此时解退化为太沙基一维固结解。

(3) 继续令 $k_h = k_{hc}$, $k_v = k_{vc}$, $E_c = E_s$, 那么式(36)的 β_m 退化为

$$\beta_m = \left(\frac{M}{H} \right)^2 \frac{k_v E_s}{\gamma_w} = c_v \frac{M^2}{H^2} \quad (38)$$

式中, c_v 为土体的竖向固结系数, 即桩体与土体压缩性、渗透性完全相同, 复合地基即为天然地基, 那么解答随即退化为一维竖向固结理论解析解。

(4) 当 $k_{hc} \rightarrow \infty$, 桩体内不考虑径向渗流, β_m 退化为

$$\beta_m = \left\{ \frac{N_{nc}^2}{N_{ec}^2} \frac{k_v k_{vc} r_e^2 F}{2k_h} \left(\frac{M}{H} \right)^2 + \left[\frac{N_{nc}^2}{N_{ec}^2} k_{vc} + \left(N_{nc}^2 - \frac{N_{nc}^2}{N_{ec}^2} \right) k_v \right] \right\} \left\{ N_{ec}^4 \left(\frac{M}{H} \right)^2 + \frac{r_e^2 F}{2k_h} \left[(N_{ec}^2 - 1) k_{vc} + k_v \right] \right\}^{-1} \frac{N_{ec}^2 E_{com}}{\gamma_w} \quad (39)$$

可以看出, 当 $k_{hc} \rightarrow \infty$ 时, 本文模型的解就退化为于春亮等^[11]的解, 说明于春亮等^[11]解的不足之处在于认为桩体的径向排水能力为无穷大。

4 固结性状分析

为了能够分析影响多元复合地基固结速率的因

素, 首先对 β_m 进行无量纲化。令

$$\beta_m t = \Gamma_m T_h \quad (40)$$

式中, T_h 为时间因子, 量纲为一,

$$T_h = \frac{c_h t}{4r_e^2} \quad (41)$$

其中, c_h 为土体的水平向固结系数, $c_h = E_s k_h / \gamma_w$ 。

由式(40)可得模型的 Γ_m 表达式为

$$\begin{aligned} \Gamma_m = & \left[N_{ec}^2 \left(\frac{H}{M} \right)^2 + \frac{N_{ec}^2 - 1}{N_{ec}^2} \frac{r_e^2 F}{2} \frac{k_{vc}}{k_h} + \frac{1}{N_{ec}^2} \frac{r_e^2 F}{2} \frac{k_v}{k_h} + \right. \\ & \left. \frac{(N_{ec}^2 - 1)^2}{N_{ec}^2} \frac{r_e^2}{8} \frac{k_{vc}}{k_{hc}} + \frac{N_{ec}^2 - 1}{N_{ec}^2} \frac{r_e^2}{8} \frac{k_v}{k_{hc}} \right]^{-1} \left\{ \left[\frac{r_e^2 F}{2} \frac{k_v}{k_h} + \right. \right. \\ & \left. \left. (N_{ec}^2 - 1) \frac{r_e^2}{8} \frac{k_v}{k_{hc}} \right] \frac{N_{nc}^2}{N_{ec}^2} \frac{k_{vc}}{k_h} \left(\frac{M}{H} \right)^2 + \frac{N_{nc}^2}{N_{ec}^2} \left[\frac{k_{vc}}{k_h} + \frac{k_v}{k_h} \right. \right. \\ & \left. \left. (N_{ec}^2 - 1) \right] \right\} 4r_e^2 Y_Y \quad , \end{aligned} \quad (42)$$

式中, $Y_Y = E_{com} / E_s$ 。

4.1 地基固结度分析

本节对多元组合型复合地基固结性状采用控制变量的方法进行分析, 图 4~8 中除了控制变量的取值如图中所示外, 其他参数取值均按表 1 选取。

表 1 模型参数取值表

Table 1 Values of model parameters

参数	取值	参数	取值
H/r_e	30	k_h/k_{vc}	0.001
r_e/r_c	3.063	k_{hc}/k_{vc}	1
r_n/r_c	3.103	E_c/E_s	5
r_s/r_c	1	E_p/E_s	10
k_h/k_v	2	Y_Y	1.649
k_h/k_s	1	z/H	0.500

注: r_s 为土体涂抹区半径, k_s 为涂抹区渗透系数。本文不考虑涂抹效应, 故有 $r_s/r_c=1, k_h/k_s=1$ 。

图 4 为本文多元复合地基固结模型的解与 Han 等^[1]解、陈蕾等^[3]解、Lu 等^[9]模型 B 解所对应的固结速度的比较。其中, 除了 Han 等^[1]解为一元碎石桩复合地基解, 其他均为多元组合桩复合地基解, 但各有所差异。

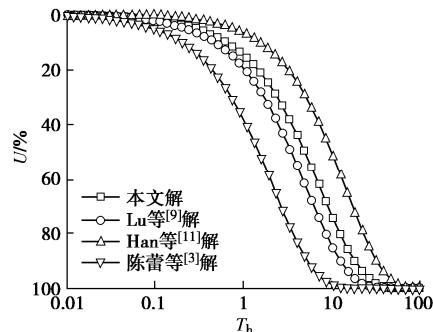


图 4 4 种模型固结速度比较

Fig. 4 Comparison of consolidation of four models

在相同的参数条件下, 可见固结速度从快到慢依次为陈蕾等^[3]解、Lu 等^[9]模型 B 解、本文解、Han 等^[1]解。陈蕾等^[3]解固结速度较快的原因在于其中未涉及排水

体的径向渗流，在计算过程中认为其排水能力无限大，即桩体无井阻作用。而本文解对桩体直接进行固结分析，考虑了桩体径向和竖向渗流，桩体在径向和竖向均有井阻，较为真实地反映多元复合地基的固结速度。Lu 等^[9]模型 B 解与本文解较为接近，但其忽略了桩体内径向渗流，即桩体径向无井阻，故固结速度快于本文解。Han 等^[11]模型是单一散体材料桩复合地基，固结速度最慢。

图 5 为本模型在不同的桩体水平渗透系数取值时，地基固结速度的差异。当桩体水平渗透系数越大，即土体和桩体水平渗透系数之比越小时，本模型地基固结曲线与陈蕾等^[3]模型固结曲线越接近。由此可见，陈蕾等^[3]解中未考虑桩体内部孔压，其为本模型在桩体水平渗透系数取值趋向于无限大时的特解。随着桩体水平渗透系数减小，土体与桩体水平渗透系数比值增大时，本模型计算出的地基固结速度越来越慢。且从计算结果可以看出，桩体内水平渗透系数的影响不可忽略。

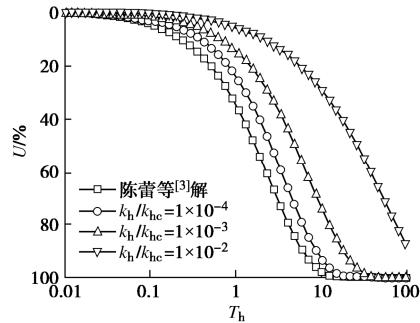


图 5 桩体水平渗透系数对固结速度的影响

Fig. 5 Influences of horizontal permeability coefficient of granular columns on consolidation

图 6 为不同外围边界处不透水桩数量对地基固结速度的影响，不透水桩数量取决于桩体的排列方式，如图 1 所示。可见在同种参数的情况下，随着不透水桩数量增多，地基固结的速度也越来越快。这是因为不透水桩越多，桩体承担的荷载越大，外荷载在土体中引发的孔压随之越小，因此固结速度越来越快。同时可以看出不透水桩数量对固结影响较小，这是由于不透水桩在工程中主要用于提高地基承载力，而非加快固结，其无法提供排水通道，缩小排水距离，故影响较小。

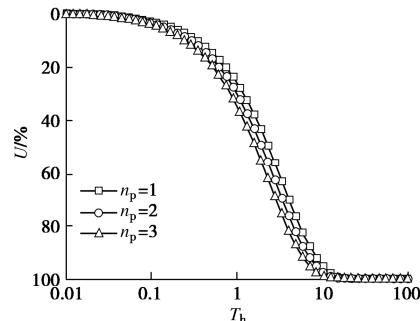


图 6 不透水桩置换率对地基固结的影响

Fig. 6 Influences of replacement ratio of impervious piles on consolidation

图 7 反映了散体材料桩桩径对整个地基固结度的影响，散体材料桩桩径越大，桩径比（单元和其半径之比） N_{nc} 越小。可以看出，随着散体材料桩桩径比的减小，地基固结速度越来越快，即增大散体材料桩的桩径可以加快地基的固结。而且，随着桩径比的减小，固结度曲线之间的间距增大，说明桩径对固结度的影响呈非线性特征，桩径比越小，影响越显著。因此，对高置換率散体材料桩而言，桩体内径向渗流的影响不容忽视。

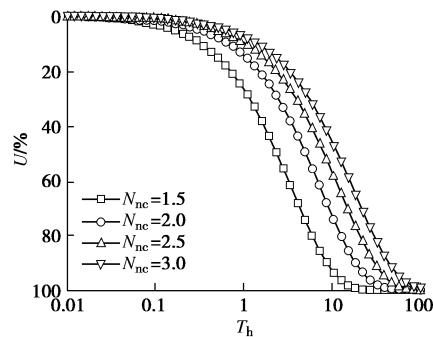


图 7 散体材料桩桩径对固结度的影响

Fig. 7 Influences of radius of granular columns on degree of consolidation

图 8 为本解在不同的散体材料桩、土体、不排水桩压缩模量比条件下对地基固结的影响。当排水桩与土体的弹性模量比值一定，随着不排水桩压缩模量的增加，地基的固结速度有所提高。这是由于不排水桩的弹性模量数倍于排水桩和土体的弹性模量，根据等应变假定，不排水桩承担了更多荷载，复合地基整体应变随之变小，因此地基的固结速度随着不排水桩压缩模量的增加而加快。另一方面，在土体和不排水桩的压缩模量比值一定的条件下，增加散体材料桩的压缩模量也可加快整个复合地基的固结速度。

实际上，两种桩体压缩模量增大均可导致复合地基的复合模量增大，由于固结系数和压缩模量成正比，因此复合地基的固结系数也就越大，地基固结速率随之加快。

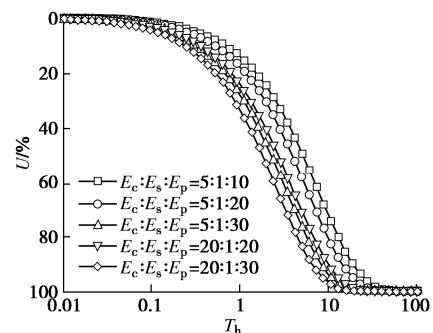


图 8 压缩模量比对地基固结的影响

Fig. 8 Influences of confined compression modulus ratio on consolidation

4.2 孔压分析

图 9 为在不同的时刻下整个复合地基平均孔压随深度的变化曲线。在图中 5 个不同的时间节点, 孔压均随深度增加而增大, 且越靠近地表, 孔压下降的幅度越大, 同时地表的孔压始终为零。这是由于本文假定地表为排水面而底面不排水。另一方面孔压的消散速率与排水距离的平方成反比, 越靠近地表位置的孔压越容易被消散, 所以随着深度的增大, 排水距离增大, 平均孔压也越来越大。

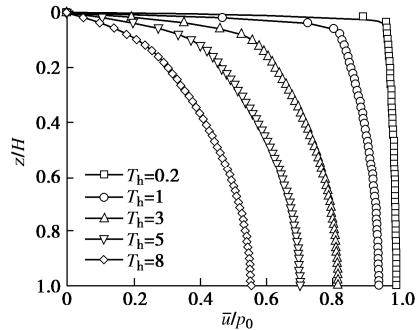


图 9 不同时刻下平均孔压随深度的变化曲线

Fig. 9 Variation curves of average excess pore water pressure with depth at different time

图 10 为桩体与土体水平渗透系数比值不同时, 桩体平均孔压随时间的消散曲线。在初始时刻($t=0$), 桩体内的孔压小于 p_0 , 意味着土体内的孔压大于 p_0 。实际上, Lu 等^[9], Han 等^[1]以及 Balaam 等^[16]的研究均发现, 在初始时刻, 由于桩体的不排水压缩模量小于土体的不排水压缩模量, 土体本身分担了更多的外荷载。当桩体内的径向渗透系数较大时, 土体中的水可以更快速地流入桩体内, 以平衡土体内荷载。当桩体径向渗透系数很小时, 土体中的水难以进入到桩体内, 土体所承担的孔压也就难以转移, 因此随着比值的减少, 桩体内的孔压也就越来越大。

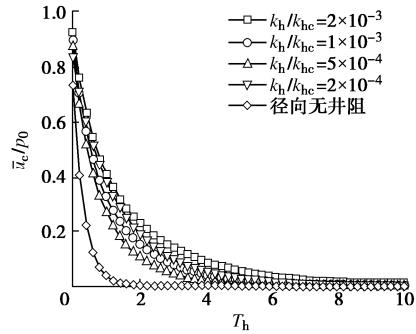


图 10 桩内径向渗透系数与土体渗透系数比不同对桩体内平均孔压的影响

Fig. 10 Influences of permeability coefficient ratios on average excess pore water pressure

图 11 为桩体内平均孔压在不同深度处随时间的消散曲线。图中选取 4 组不同的深度, 分别为 $z/H=0.2$,

0.4, 0.6, 0.8。随着深度的加深, 在同一时刻桩体内平均孔压越来越大。同整个地基平均孔压一样, 这是因为顶部为排水面, 距离排水面较近的位置更有助于桩体内孔隙水压力的消散。

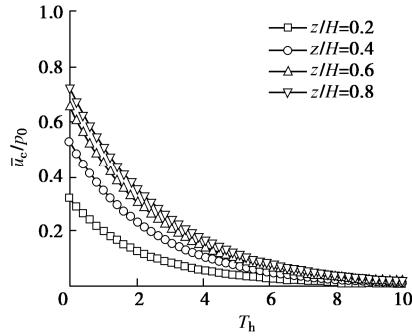


图 11 桩体内平均孔压在不同深度处随时间的消散曲线

Fig. 11 Time-dependent dissipation curves of average excess pore pressure at different depths

图 12 为外围不透水桩数量对散体材料桩内平均孔压随时间消散的影响。在孔压消散的初始时刻, 随着不透水桩数量增多, 散体材料桩体内平均孔压越来越大。在孔压消散的中后期, 随着不透水桩数量增多, 桩体内的平均孔压却越来越小。可以从两个方面来对该现象进行解释。在孔压消散的初期, 由于桩体的不排水压缩模量小于土体的不排水压缩模量, 不透水桩数量较少时, 土体可以承担更多的外荷载, 分担到散体材料桩的外荷载更少, 因此数量较少时散体材料桩体内的平均孔压较小; 另一方面, 不透水桩数量越多更有利整个地基孔压的消散, 促进地基固结, 因此在中后期, 不透水桩数量多时桩体平均孔隙水压力更小。

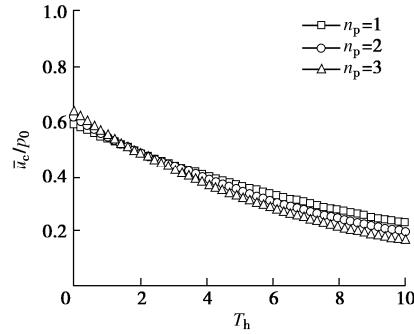


图 12 不透水桩数量对桩体内平均孔压的影响

Fig. 12 Influences of number of impervious piles on average pore water pressure

5 结 论

本文以大直径高置换率散体材料桩联合不透水桩多元复合地基为研究对象对其固结性状进行了研究。首先以散体材料桩为中心选取典型单元进行分析, 通过引入散体材料桩内径、竖向渗流, 对散体材料桩和土体均采用固结方程进行求解, 推导出了高置换率散

体材料桩-不透水桩多元组合型复合地基的固结控制方程及解析解答, 并对解答的合理性进行了验证, 最后对该多元组合型复合地基的固结性状进行分析, 得到以下 4 点结论。

(1) 相比单一桩型复合地基, 多元组合桩复合地基能够显著加速地基固结速率。

(2) 当散体材料桩置换率较大时, 不考虑桩体内径向渗流会明显高估地基固结的速度, 因此, 当散体材料桩置换率较大时, 其径向渗流对地基固结度的影响不容忽视。

(3) 散体材料桩和不排水桩的弹性模量及不排水桩数量越大, 地基固结的速度就越快。

(4) 散体材料桩渗透系数对地基固结速率影响显著, 随着渗透系数增大, 地基固结速率明显提高。

参考文献:

- [1] HAN J, YE S L. A theoretical solution for consolidation rates of stone column-reinforced foundations accounting for smear and well resistance effects[J]. International Journal of Geomechanics, 2002, 2(2): 135 – 151.
- [2] WANG X S, JIAO J J. Analysis of soil consolidation by vertical drains with double porosity model[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2004, 28(14): 1385 – 1400.
- [3] 陈 蕾, 刘松玉, 洪振舜. 排水粉喷桩复合地基固结计算方法的探讨[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(2): 198 – 203. (CHEN Lei, LIU Song-yu, HONG Zhen-shun. Study of consolidation calculation of soft ground improved by dry jet mixing combined with vertical drain method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(2): 198 – 203. (in Chinese))
- [4] LIU S Y, HAN J, ZHANG D W, et al. A combined DJM-PVD method for soft ground improvement[J]. Geosynthetics International, 2008, 15(1): 43 – 54.
- [5] 刘吉福. 路堤下等应变复合地基的固结分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(增刊 11): 3042 – 3050. (LIU Ji-fu. Analysis of consolidation of equal-strain composite ground under embankment[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(S1): 3042 – 3050. (in Chinese))
- [6] ZHENG G, LIU S Y, CHEN R P. State of advancement of column-type reinforcement element and its application in China[C]// US-China Workshop on Ground Improvement Technologies 2009. Orlando, 2009.
- [7] 林 森. CFG 桩—碎石桩组合型复合地基的应用实例及问题分析[J]. 建筑科学, 2010, 26(3): 97 – 99. (LIN Sen. The analysis and application of CFG pile-gravel pile composite foundation[J]. Building Science, 2010, 26(3): 97 – 99. (in Chinese))
- [8] 叶观宝, 张 振, 邢皓枫, 等. 组合型复合地基固结分析[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(1): 45 – 49. (YE Guan-bao, ZHANG Zhen, XING Hao-feng, et al. Consolidation of combined composite foundation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(11): 45 – 49. (in Chinese))
- [9] LU M M, JING H W, ZHOU A N, et al. Analytical models for consolidation of combined composite ground improved by impervious columns and vertical drains[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2018, 42(6): 871 – 888.
- [10] XIE K H, LU M M, LIU G B. Equal strain consolidation for stone columns reinforced foundation[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2010, 33(15): 1721 – 1735.
- [11] 于春亮, 张爱军, 赵庆玉, 等. 透水桩与不透水桩组合型复合地基固结解析分析[J]. 岩土力学, 2017, 38(11): 3255 – 3260, 3270. (YU Chun-liang, ZHANG Ai-jun, ZHAO Qing-yu, et al. Analytical analysis for consolidation of composite foundation reinforced by permeable and impermeable piles[J]. Rock and Soil Mechanics, 2017, 38(11): 3255 – 3260, 3270. (in Chinese))
- [12] LU M M, JING H W, WANG B, et al. Consolidation of composite ground improved by granular columns with medium and high replacement ratio[J]. Soils and Foundations, 2017, 57(6): 1088 – 1095.
- [13] 谢康和, 曾国熙. 等应变条件下的砂井地基固结解析理论[J]. 岩土工程学报, 1989, 11(2): 3 – 17. (XIE Kang-he, ZENG Guo-xi. Analytical theory for consolidation of sand drain under equal strain assumption[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1989, 11(2): 3 – 17. (in Chinese))
- [14] LU M M, SLOAN S W, INDRARATNA B, et al. A new analytical model for consolidation with multiple vertical drains[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2016, 40(11): 1623 – 1640.
- [15] LU M M, XIE K H, GUO B. Consolidation theory for a composite foundation considering radial and vertical flows within the column and the variation of soil permeability within the disturbed soil zone[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2010, 47(2): 207 – 217.
- [16] BALAAM N P, BOOKER J R. Analysis of rigid rafts supported by granular piles[J]. International Journal for Numerical & Analytical Methods in Geomechanics, 1991, 5(4): 379 – 403.