DOI：10.11779/CJGE20210645

基于 CPTU 测试的砂质与粉质土液化概率模型与评价方法研究

段 伟[1,2,4]，蔡国军*[2,3,4]，赵泽宁[2]，刘松玉[2]，董晓强[1]

(1. 太原理工大学土木工程学院，山西 太原 030024；2. 东南大学岩土工程研究所，江苏 南京 211189；3. 安徽建筑大学土木工程学院，安徽 合肥 230601；4. 安徽省智能地下探测技术研究院，安徽 合肥 230601)

摘 要：无黏性土的液化与孔隙水压力密切相关，能直接测试孔隙水压力的孔压静力触探（CPTU）原位测试技术在土体液化势评价方面具有独特的优势。采用严格的数学方法推导了基于 CPTU 测试技术的液化概率评价模型。新的概率模型以映射函数的形式表示，该映射函数将液化概率 P_L 与基于 CPTU 的确定性模型中得到的安全系数 F_s 相关联，其中 CPTU 确定性模型是通过核极限学习机算法和稳健搜索技术建立的。该新的概率性模型考虑了模型固有的不确定性和参数的不确定性，同时对该概率模型进行对比分析。结果表明：当安全系数 F_S 为 1 时，液化发生的概率 P_L 为 15.2%。该新模型的明显优势在于它直接使用 CPTU 数据，更符合液化行为现象，同时适用于砂质土和粉质土。该新模型无需钻孔取样室内试验，即可进行完整的液化评估或初步筛选。最后用中国唐山地震液化案例说明所提新概率模型考虑模型和参数不确定性的应用。

关键词：孔压静力触探；孔压参数比；砂质土；粉质土；液化概率

中图分类号：TU413 **文献标识码**：A **文章编号**：1000-4548(2023)01-0066-09

作者简介：段 伟(1989—)，男，山西太原人，博士，从事现代原位测试技术等方面的研究工作。E-mail: zbdxdw@163.com。

CPTU-based probabilistic model and evaluation method for liquefaction of sandy and silty soils

DUAN Wei[1,2,4], CAI Guojun[2,3,4], ZHAO Zening[2], LIU Songyu[2], DONG Xiaoqiang[1]

(1. College of Civil Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China; 2. Institute of Geotechnical Engineering, Southeast University, Nanjing 211189, China; 3. School of Civil Engineering, Anhui Jianzhu University, Hefei 230601, China; 4. Anhui Institute of Intelligent Underground Detection Technology, Hefei 230601, China)

Abstract: The liquefaction of cohesionless soils is closely related to the pore water pressure. The in situ testing technology, piezocone penetration test (CPTU) which can directly measure the pore water pressure, has unique advantages in liquefaction evaluation. In this study, a CPTU-based model for assessing the probability of liquefaction is derived by a rigorous mathematical method. The new probabilistic model is expressed in the form of a mapping function that relates the liquefaction probability mathematically to the factor of safety obtained from the CPTU-based deterministic model, which is established by the kernel extreme learning machine algorithm and the robust search technology. The new probabilistic model considers the inherent model uncertainty and parameter uncertainty, and makes a comparative analysis of the probabilistic model. The results show that the factor of safety (F_S) of 1 yields a probability of liquefaction (P_L) of 15.2%. The obvious advantage of the new model is that it directly uses the CPTU data, which is more suitable for the phenomenon of liquefaction behavior, and is suitable for sandy soil and silty soil. The new model can be used for liquefaction evaluation or preliminary screening without the need of additional sampling and laboratory testing. Finally, a liquefaction case of Tangshan earthquake in China is used to illustrate the application of the proposed probabilistic model considering the uncertainties of model and parameters.

Key words: piezocone penetration test; pore pressure ratio; sandy soil; silty soil; probability of liquefaction

基金项目：国家重点研发计划项目（2020YFC1807200）；国家杰出青年科学基金项目（4222506）；国家自然科学基金项目（52108332，41877231，42072299）；安徽省智能地下探测技术研究院开放课题（AHZT2022KF001）

收稿日期：2021-06-10

*通信作者（E-mail: focuscai@163.com）

0　引　　言

地震液化是造成岩土工程震害的主要原因之一，液化评价为液化震害预防的首要任务。最常见的场地液化势评估方法是 Seed 等[1]提出的应力法，即通过安全系数法（F_s）评价地震液化，F_s 为等效循环应力比（$CSR_{7.5}$）和等效循环阻力比（$CRR_{7.5}$）的比值。当 F_s>1，土体不发生液化；F_s<1，则发生液化[2]。然而，在一些情况下，F_s>1 未必能保证土体不发生液化。应力法一般根据经验和规范要求给出较大的安全系数，未提供相应的液化概率 P_L，判别结果往往偏于保守[3]。而且基于应力法框架下发展的液化评价方法绝大多数是基于案例数据库建立的，在收集历史案例和模型发展过程中存在大量的不确定性，无法满足风险评估和基于性能的设计要求。因此，提出新的液化评价方法是很有必要的。

确定液化评价指标的常用原位测试技术主要有标准贯入试验（SPT）、静力触探（CPT）、剪切波速（v_s）等[2]。通常 SPT 和 v_s 测试指标单一、测试采样间隔大（1 m 或者 1.5 m），可能会造成一些薄弱层测试信息缺失[4]。相比之下，CPT 具有快速便捷、数据连续、可靠性强等优点，被广泛用于砂土液化判别[5]，且许多学者基于 CPT 测试指标发展了多种液化评价模型[5-6]，但模型使用的 CPT 液化历史案例数据主要来源于纯净砂或低细粒含量的砂土，致使所建立的液化模型用于粉质土的液化判别时结果可能不准确[7]。此外，缺少孔压测试的 CPT 测试技术本身对于粉质土的辨识能力较差[7]，对粉质土液化判别造成极大的挑战。事实上，过去多次地震液化也出现在高细粒含量的粉质土中。然而，孔压静力触探（CPTU）同时兼备 CPT 数据和孔压参数的测试功能[8]，能够更准确识别粉质土等过渡性土，但基于 CPTU 数据进行液化评价模型的研究成果相对较为缺乏，而大多模型都是基于 CPT 测试指标建立的。液化概率模型由于能够体现灾害风险意义和决策要求[3, 9]，是衡量液化可能性的理想方法，近年来逐渐受到广泛关注。

液化概率模型是用 P_L 来表示液化势的方法。相比于 F_s，采用 P_L 指标能够在一个区域上进行液化区划图绘制；并且在震害调查或历史案例分析时，省去了模型中通常存在的保守偏差使得评估复杂化的问题；同时能够给出在一定水平下基于性能设计的岩土地震工程的无偏概率等[9]。针对液化概率模型，国内外学者们做了大量的研究工作。Liao 等[10]基于逻辑回归方法给出液化概率模型。Moss 等[11]基于极大似然原理给出了液化概率的简化模型。Ku 等[9]引入模型不确定性参数，通过极大似然估计给出液化概率的确定模型。袁晓铭等[3]提出了基于土层常规参数的液化概率方法。陈国兴等[12]基于人工神经网络模型建立了砂土液化概率判别法。上述研究对象和测试技术主要为砂质土和常规的 SPT、CPT、v_s 原位测试。同时，在上述液化概率模型中，对于未来事件，还没有简单的方法评估输入参数不确定的影响。于是 Juang 等[13]提出了砂质与粉质土统一 CPTU 液化概率模型，同时给出了考虑输入参数不确定性引起的名义液化概率的计算公式。但由于所采用的 CPTU 数据库中数据较为有限，且模型建立时所采用的算法为传统人工神经网络，因此其学习速度与泛化性能不一定是最优的。进而，其所得结果仍需进一步修正与完善。

综上所述，由于砂质与粉质土液化评价缺乏准确统一方法，已有基于 CPTU 的液化模型较少且计算精度相对较低。鉴于此，本文通过新编译的 CPTU 数据库（将唐山地震液化 CPTU 数据库重新纳入，形成目前国际上完整的 CPTU 液化数据库），提出基于 CPTU 测试的砂质与粉质土液化概率模型及评价方法，其中所提出的模型不仅给出了名义液化概率的计算公式，而且给出了输入参数不确定性引起的名义液化概率的计算公式，最后通过实际案例对 CPTU 概率模型及其参数不确定性进行了分析。本文提出模型所需的土壤类型信息直接包含在液化判别公式中，无需根据土壤细粒含量进行贯入阻力的修正，且该模型的参数无需钻孔取样室内试验即可给出砂质土和粉质土统一液化判别法，对工程具有重要的理论与实践意义。

1　CPTU 液化确定法

1.1　新数据库及 KELM 算法

Juang 等[14]采用的数据库案例主要来自 Ku 等[9]收集整理的 CPT 数据集、中国台湾 Chichi 地震 CPTU 数据集、土耳其 Kocaeli 地震 CPTU 数据集。本文在 Juang 等所编译的 CPTU 数据库的基础上，增加中国唐山地震 CPTU 数据，形成新的 CPTU 数据库，总共包括 366 个案例，其中液化案例 229 个，非液化案例有 137 个。关键层的识别通过现场观测记录及多种现有的液化评估方法进行确定。

鉴于 Juang 等[14]在确定性模型中采用的是传统的神经网络算法，会出现陷入局部最优解、迭代量大等问题。相比而言，核极限学习机算法（KLEM）具有自适应能力、自主学习和优化计算的特点，有很强的计算能力、复杂映射能力和容错能力。在良好泛化性能同时，极大提高了学习速度，并避免了上述传统神经网络容易出现的问题[15]。

表 1 不同模型液化判别训练集结果对比

Table 1 Comparison among different machine learning models

模型	训练集				测试集			
	O/%	p/%	r/%	$F_{\beta=1}$	O/%	p/%	r/%	$F_{\beta=1}$
KELM	97.1	97.2	98.9	0.980	89.1	91.7	94.3	0.930
RF	86.8	90.4	85.7	0.880	87.0	86.7	92.9	0.893
SVM	96.1	95.6	99.4	0.975	85.5	86.9	91.2	0.890
LM-BP	89.4	88.5	96.1	0.922	83.6	86.5	90.9	0.886

1.2 $CRR_{7.5}$表达式

根据已有的研究结果，一般选取修正的锥尖阻力 q_{t1N} 和土类指数 I_c 或 q_{t1N}，I_c 和有效应力 σ'_{vo} 作为输入变量来表征土体阻力。这样，输入参数为 q_{t1N}，$I_{c,BJ}$，σ'_{vo} 和 $CSR_{7.5}$，输出参数为液化识别指标 L_I，L_I=1，液化，L_I=0，不液化，组合在一起用来表征每一个案例数据点，即可表达为

$$L_I = f(q_{t1N}, I_{c,BJ}, CSR_{7.5}) \quad , \tag{1}$$

式中，$I_{c,BJ}$为土类指数的一种形式，与Robertson所提出的土类指数$I_{c,RW}$有所不同，其中$I_{c,RW}$中忽略孔隙水压力参数[5]。从概念上讲，土类指数$I_{c,BJ}$充分利用了CPTU可测超孔压的优点，在砂质土、粉质土中具有更高的辨识率和灵敏度[14]。因此，在包含有$I_{c,BJ}$参数的液化判别式中能够更全面、更统一地给出液化势的评估。

为验证KELM网络的可靠性与优势，将砂土液化判别结果与目前常用的液化判别机器学习算法如随机森林（RF）、支持向量机（SVM）和递归神经网络（LM-BP）模型所得结果进行对比。其中，RF算法中参数设置采用默认值，即n_estimators=100，criterion='gini'等。SVM算法中采用RBF核函数，惩罚因子设置为200，核参数设置为1。LM-BP算法中激励函数为log-sigmoid函数，隐层节点数为12，输出节点数为1。模型可靠性采用评价指标整体正确率O、精确率p、召回率r、$F_{\beta=1}$分值进行衡量，详细计算方法见第4节。表1汇总了不同模型砂土液化判别正确率。

由表1可见，KELM网络可靠性最高，在对训练集和测试集判别时均表现较优，且该模型砂土液化判别速度快。RF和SVM在测试集那个精度相似，LM-BP模型液化判别效果最差。进一步验证了KELM的可行性与优越性。综上所述，基于KELM砂土液化判别具有速度快、精度高的特点。

对于训练好的KELM网络，通过稳健搜索技术得到极限状态点（$CSR_{7.5}$，q_{t1N}，$I_{c,BJ}$）。Juang等[14]指出，可以通过改变液化或非液化数据的地震应力，利用训练好的机器学习模型，检查它们的状态是否由一种状态转化为另一状态（如液化转为非液化），此时的状态为临界状态，对应的点为临界点，通过拟合临界点得到砂土液化确定性模型，如图1所示。若测点为液化点，则不断地减小地震应力，如路径A，使其变为未液化；若测点为非液化点，则不断地增大地震应力，如路径C，使其变为液化。根据上述方法，确定临界点。

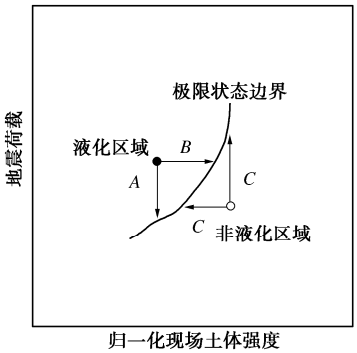

图 1 稳健搜索技术示意图

Fig. 1 Schematic diagram of robust search technology

本文选取87例临界点数据（其中55例液化、32例非液化）进行分析（$CRR_{7.5}$=$CSR_{7.5}$），采用非线性拟合及综合优化分析，可得到表达式如下：

$$CRR_{7.5} = 0.05 + \exp\left[A + B \times (q_{t1N}/100)^C\right] \quad , \tag{2}$$

式中，$A = I_{c,BJ} \cdot (q_{t1N}/100) - 3.48455$，$B = 0.0175 I_{c,BJ}{}^3 - 0.8314 \cdot I_{c,BJ} + 1.28365$，$C = 0.06088 + 1.75031 \cdot I_{c,BJ}{}^2$。其中相关系数$R$为0.9088，$R^2$=0.8258，决定系数DC为0.8243，整体而言，模型效果良好。式（2）称之为CPTU确定性模型。该模型显著特点是通过土类指数$I_{c,BJ}$中的孔压参数比B_q来反映孔隙水压力对液化的影响，对于砂质土和粉质土都较为敏感，可进行统一的液化评价。本文主要围绕CPTU液化概率模型展开，而CPTU液化概率模型建立在CPTU确定模型的基础上，限于篇幅，因此对上述CPTU确定模型进行简要介绍。

2 CPTU 液化评估概率模型理论框架

液化概率分析的目标是将液化安全系数 F_s 转换为 P_L，即发展 P_L-F_s 映射相关关系。本文通过极大似然函数方法来获取 P_L-F_s 映射关系。将本节采用的数据库（D）表示为

$$D = \left\{ (CSR^{(i)}, q_{t1N}^{(i)}, I_{c,BJ}^{(i)}, L^{(i)}) \middle| i = 1,2,3,\cdots,366 \right\} \quad , \tag{3}$$

式中，i 为数据点，$L^{(i)}$ 为液化与否的指标，则液化集与非液化集可分别表示为

$$D_1=\left\{\left[\mathrm{CSR}^{(i)},q_{t1N}^{(i)},I_{\mathrm{c,BJ}}^{(i)},L^{(i)}=1\right]\Big|_{i=1,2,3,\cdots,229}\right\}\quad,\tag{4}$$

$$D_2=\left\{\left[\mathrm{CSR}^{(i)},q_{t1N}^{(i)},I_{\mathrm{c,BJ}}^{(i)},L^{(i)}=0\right]\Big|_{i=1,2,3,\cdots,137}\right\}\quad。\tag{5}$$

其中，$\mathrm{CRR}_{7.5}(q_{\mathrm{t1N}},I_{\mathrm{c,BJ}})$ 是根据本文提出的 CPTU 模型计算的。众所周知，好的液化概率判别模型能够考虑模型固有的不确定性和模型参数的不确定性导致的误差。部分学者将每个案例数据点视为服从正态分布的随机变量，用均值与标准差的形式进行表征说明，通过贝叶斯和加权极大似然估计分析，得到的概率模型即可考虑模型的固有不确定性和模型参数的误差[11]。但该方法需要知道数据库中数据点的误差信息，而实际中绝大多数数据库缺乏这一信息，使用受限。Ku 等[9]从安全系数的角度出发，首先考虑了模型固有的不确定性，得到未包含输入参数或变量的概率模型，再通过 1σ 准则得到考虑输入参数或变量误差的 P_{L} 上下限。综上所述，本文采用 Ku 等[9]提出的方法进行分析。

针对传统安全系数形式存在固有的不确定性，Ku 等[9]引入随机变量 Z 来代表这种误差，采用 S_{R} 表示安全比，在确定性方法中 Z=1，这与安全系数值相同。如果 $S_{\mathrm{R}}<1$，则代表着液化发生，具体如下：

$$S_{\mathrm{R}}=\frac{\mathrm{CRR}(q_{\mathrm{t1N}},I_{\mathrm{c,BJ}})}{\mathrm{CSR}\cdot Z}\quad。\tag{6}$$

针对随机变量 Z，其累积分布函数记为 $F(Z)$，均值记为 b，变异系数记为 δ。

根据安全比的定义，液化概率 P_{L} 可表示为

$$P_{\mathrm{L}}=P(L=1)=1-F\quad(z=F_{\mathrm{s}})\quad。\tag{7}$$

随机变量 Z 累积分布函数 $F(Z)$的形式会对概率模型产生影响。为了获取 P_{L}-F_{s} 的良好相关关系，一般可采用的累积分布函数如下：对数正态分布、正态分布、极值分布。随机变量 Z 累积分布函数会影响加权最大似然估计的结果，因此有必要研究随机变量 Z 的最佳累积分布函数。在正态分布、对数正态分布和极值分布下，随机变量 Z 的分布函数表达分别为

$$F(z)=\Phi\frac{z-b}{b\delta}\quad,\tag{8}$$

$$F(z)=\Phi\left[\frac{\ln(z)-\ln(b/\sqrt{1+\delta^2})}{\sqrt{\ln(1+\delta^2)}}\right]\quad,\tag{9}$$

$$F(z)=\exp\left\{-\exp\left[\frac{-(z-b)(\pi-0.5722\sqrt{6}\delta)}{\sqrt{6}b\delta}\right]\right\},\tag{10}$$

式中，Φ 为标准正态分布累积分布函数。

其中，变异系数 δ 具有多种形式，变异系数 δ 的形式会影响加权最大似然估计的结果，因此有必要研究变异系数 δ 的最佳形式。本文考虑了如下两种较简易且具代表性的形式：

$$\delta(\boldsymbol{a})=a_1\quad,\tag{11}$$

$$\delta(\boldsymbol{a})=a_1+a_2q_{t1N}\quad,\tag{12}$$

式中，$\boldsymbol{a}$ 表示向量[a_1，a_2]。为表述简便，本文将式（11）和（12）对应的模型记为 M_1 和 M_2，因此，对于 M_1，a_2=0。

综上所述，由于随机变量 Z 有 3 种可能累积分布函数，变异系数 δ 有两种可能形式，加权最大似然估计可能得到 6 种结果。

因此，模型中的未知系数为 a 和 b（Z 的均值）。值得注意的是由于本节 CPTU 数据库中场地液化样品数据集 D_1 显著高于非液化数据集 D_2，会出现抽样偏差现象。产生这些现象的主要原因为搜集数据往往更趋向于搜集液化案例数据。这样抽样的比例会对极大似然估计结果造成一定的影响。基于此，引入权重因子可减小抽样偏差的影响，即采用加权极大似然估计确定未知系数 a 和 b。其中加权极大似然方法可表达为

$$\begin{aligned}L(a,b|D)&=\left\{\prod_{i=1}^{229}P(S_{\mathrm{R}}^{(i)}>1)\right\}^{\omega_{\mathrm{L}}}\cdot\left\{\prod_{j=1}^{137}P(S_{\mathrm{R}}^{(i)}<1)\right\}^{\omega_{\mathrm{NL}}}\\&=\left\langle\prod_{i=1}^{229}\left\{F\left[z=\frac{\mathrm{CRR}(q_{\mathrm{t1N}},I_{\mathrm{c,BJ}})}{\mathrm{CSR}^{(i)}}\right]\right\}\right\rangle^{\omega_{\mathrm{L}}}\cdot\\&\quad\left\langle\prod_{j=1}^{137}\left\{1-F\left[z=\frac{\mathrm{CRR}(q_{\mathrm{t1N}},I_{\mathrm{c,BJ}})}{\mathrm{CSR}^{(j)}}\right]\right\}\right\rangle^{\omega_{\mathrm{NL}}}\quad。\end{aligned}\tag{13}$$

式中，ω_{L} 和 ω_{NL} 分别为液化和非液化的权重因子。通过将式（9）中的 $L(a,b|D)$ 这一项最大化，对于未知参数的最优估计即可得到[16]。Ku 等[9]提出一种直观、简化方法计算 ω_{L} 和 ω_{NL}：

$$\omega_{\mathrm{L}}=\frac{n_L+n_{\mathrm{NL}}}{2n_{\mathrm{L}}}\quad,\tag{14}$$

$$\omega_{\mathrm{NL}}=\frac{n_{\mathrm{L}}+n_{\mathrm{NL}}}{2n_{\mathrm{NL}}}\quad,\tag{15}$$

式中，n_{L}，n_{NL} 分别为数据库中的液化数据案例数，非液化数据案例数。则可计算出 ω_{L}=0.73，ω_{NL}=1.23。本文采用 Ku 等[9]提出的方法进行加权极大似然估计给出液化概率。

3　概率模型评价标准及性能评价

概率模型构建采用加权最大似然估计，其中似然函数作为目标函数，即似然函数最大时，对应参数为所需参数。当训练数据足够多时，可以不断提高模型精度，但是以提高模型复杂度为代价，同时带来过拟

合问题。所以，模型选择在模型复杂度与模型对数据集描述能力（即似然函数）之间寻求最佳平衡。贝叶斯信息准则（BIC 准则）BIC 准则常用于模型选择。对于已构建的概率模型，增加模型中参数数量，也就是增加模型复杂度，会增大似然函数，但是也会导致过拟合现象，针对该问题，BIC 准则引入了与模型参数个数相关的惩罚项，并考虑样本数量，样本数量过多时，可有效防止模型精度过高造成的模型复杂度过高[13]。因此本文采用 BIC 准则进行模型性能的筛选[13, 17]，具体如下：

$$\mathrm{BIC} = -\lg\left[L(a,b|D)\right] + \frac{d}{2}\lg N \quad , \tag{16}$$

式中，d 为模型中未知系数的个数，$L(a,b|D)$ 为模型假定后 a，b 的可能值。其中 N 为数据点的个数（本节为 366）。BIC 值越小，表明统计模型越好。

为了更进一步评价所提出的液化概率模型，通过统计分类进行了模型的性能分析。

（1）整体正确率（O）

$$O = \frac{T_\mathrm{P} + T_\mathrm{N}}{T_\mathrm{P} + T_\mathrm{N} + F_\mathrm{P} + F_\mathrm{N}} \quad , \tag{17}$$

式中：T_P 为液化案例中正确预测个数；T_N 为非液化案例中正确预测个数；F_P 为非液化案例中误判为液化的个数；F_N 为液化案例中误判为非液化的个数；具体对应关系如表 2 所示。整体正确率通常在统计学中用于验证，O 越高，说明模型最准确。

表 2 混淆矩阵

Table 2 Confusion matrix

模型预测	实际	
	液化	非液化
液化	T_P	F_P
非液化	F_N	T_N

由于样品存在分散性问题，液化案例一般都远大于非液化案例，仅整体的准确率不足以测试模型的预测性能。还有其它标准，如精确率 p、召回率 r、$F_{\beta=1}$ 分值分别如下[13]：

$$p = \frac{T_\mathrm{P}}{T_\mathrm{P} + F_\mathrm{P}} \quad , \tag{18}$$

$$r = \frac{T_\mathrm{P}}{T_\mathrm{P} + F_\mathrm{N}} \quad , \tag{19}$$

$$F_{\beta=1} = \frac{2pr}{r+p} \quad 。 \tag{20}$$

其中，$F_{\beta=1}$ 值越高，表明模型越好。

4 结果分析

4.1 不考虑参数不确定性

根据上述分析，表 3 汇总了正态分布、对数正态分布和极值分布下各种模型的 BIC 值。

由表 3 可见，在 6 种不同的组合中，当随机变量 Z 服从正态分布，变异系数 δ 形式为模型 M_1 时，BIC 值最小，模型性能最佳。因此，本文采用此模型作为建议模型，并进行后续概率分析。当随机变量 Z 服从正态分布，变异系数 δ 形式为模型 M_1 时，a=0.6895，b=0.5857。

表 3 模型评价结果汇总

Table 3 Summary of evaluation results by models

Z 分布	δ 模型	d	BIC
正态分布	M_1	2	162.65
	M_2	3	165.33
对数正态分布	M_1	2	164.92
	M_2	3	166.58
极值分布	M_1	2	166.44
	M_2	3	167.98

由式（2）可获得 $\mathrm{CRR}_{7.5}$ 值，进而可计算其安全系数 F_s，基于上述概率模型框架理论，给出了液化概率的液化概率判别模型如下：

$$P_\mathrm{L} = 1 - \Phi\left(\frac{F_\mathrm{s} - 0.5857}{0.4038}\right) \quad , \tag{21}$$

式中，Φ 为标准正态累积分布函数，可通过 Excel 中 NORMSDIST 函数进行便捷计算。基于式（21），即可得到 P_L - F_s 的映射曲线，如图 2 所示。

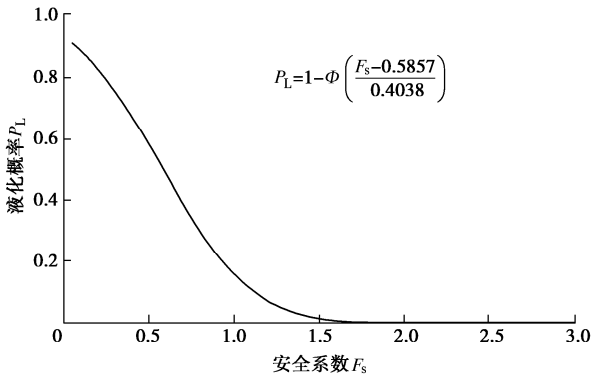

图 2 P_L 与 F_s 关系图

Fig. 2 Relationship between P_L and F_s

表 4 给出了所提模型性能的统计测试指标分析。主要分为两类：仅考虑砂质土的液化案例（$I_{\mathrm{c,BJ}}$< 2.58），考虑本节中的所有案例。由表 4 可看出，整体而言，p 值、r 值、$F_{\beta=1}$ 值均较高，说明所提模型具有较好的预测能力，尤其是 r 值指标，说明液化案例的正判率高。相比而言，所提模型能够考虑黏性土液化，并且准确率有所提升，适用土体范围更广。

为了方便工程实用，Chen 等[18]提出了基于液化概率 P_L 评价液化可能性的方法，如表 5 所示。鉴于对安全系数 F_s 的使用习惯，本文采用式（21）计算了相应

情况下的 F_s，同样列于表 5 中。

表 4 所提液化概率模型性能的统计测试

Table 4 Statistical measurement of performance of proposed probabilistic model for liquefaction

分类	A	p	r	F
砂性土 ($I_{c,BJ}$<2.58)	0.78	0.76	0.90	0.83
砂性土和粉质土	0.80	0.80	0.92	0.85

表 5 液化概率分类[18]

Table 5 Classification of probability of liquefaction

P_L 范围	对应 F_s	等级	描述
$0.85\leqslant P_L$	$F_s\leqslant 0.17$	5	几乎可以肯定它会液化
$0.65\leqslant P_L<0.85$	$0.17<F_s\leqslant 0.43$	4	很可能液化
$0.35\leqslant P_L<0.65$	$0.43<F_s\leqslant 0.74$	3	液化和非液化的可能相等
$0.15\leqslant P_L<0.35$	$0.74<F_s\leqslant 1.00$	2	液化可能性不大
$0.00\leqslant P_L<0.15$	$F_s>1.00$	1	几乎可以肯定它不会液化

值得指出的是，式（21）只考虑了模型的不确定性，即式（2）的不确定性。通过式（21）计算得到的液化概率通常被定义为“名义值”，这是因为 CPTU 测试参数可能存在误差。因此，通过式（21）计算的液化概率可能与真实值存在偏差。当参数不确定性较小时，这种偏差可以忽略，当参数不确定性较大时，需要考虑。本文 4.2 节采用严格且简洁的方式考虑参数不确定性。

4.2　考虑参数不确定性

当参数不确定性较大时，需要在计算时考虑它的影响。Ku 等[9]指出，通过式（21）计算得到的液化概率名义值可以被定义为平均值，进而通过 1σ 准则可以考虑参数不确定性的影响。具体流程如下：

由式（21）可见，液化概率 P_L 是 $CSR_{7.5}$ 和 $CRR_{7.5}$ 的函数。将 $CSR_{7.5}$ 和 $CRR_{7.5}$ 视为两个随机变量。定义 $CSR_{7.5}$ 和 $CRR_{7.5}$ 的均值和标准差分别为 μ_S，σ_S 和 μ_R，σ_R。

Ku 等[9]提出的安全系数概率模型首先仅考虑模型固有误差得到概率模型表达式，再通过 1σ 准则得到考虑输入变量误差后液化概率 P_L 上下限，模型形式及计算方法较为简便。根据 1σ 准则，液化概率 P_L 的上下限为

$$P_L^{\pm}=1-\Phi\left[\frac{(\mu_R\mp\sigma_R)/(\mu_S\pm\sigma_S)-0.5857}{0.4038}\right]\text{。}\quad(22)$$

由式（22）可见，当采用 $\mu_R-\sigma_R$ 和 $\mu_S\pm\sigma_S$ 时，液化概率达到上限；而当采用 $\mu_R+\sigma_R$ 和 $\mu_S-\sigma_S$ 时，液化概率达到下限。通过上述方法，模型不确定性和参数不确定性均有考虑。

4.3　与现有概率模型对比

将本文提出的概率模型与 Ku 模型[9]和 Chen 模型[19]对比，如图 3 所示。可以看出，本文提出的模型与 Chen 模型趋势相近，在安全系数相同时，式（21）计算的液化概率相较于 Ku 模型低，即本文所提出的确定性模型（式 2）相较于 Robertson 和 Wride 模型偏于保守。相比于上述模型，本文提出的概率模型与确定性模型一致，能够同时考虑砂质与粉质土。

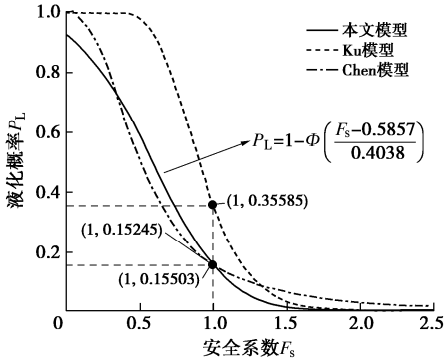

图 3 概率模型对比

Fig. 3 Comparison of probabilistic models

5　案例分析

5.1　模型可靠性

为验证本文概率模型的可靠性，本节对确定性模型，即式（2）误判的部分案例进行概率分析。选取案例分别为 Hyogoken-Nanbu 地震、Chi-Chi 地震、Loma Prieta 地震中的 Taito Kobe Factory、NT-C2、YL-C1、McGowan 136 测点。案例信息与对应的确定性、概率性判别结果如表 6 所示，所对应表 4 中的液化严重等级也列于表 6 中。可以看出，对于这些确定性模型误判的测点，概率模型均实现了可靠的预测。例如，YL-C1 测点为非液化点，根据确定性模型得到安全系数为 0.913，误判为液化点。通过概率模型，考虑模型不确定性，液化概率为 0.209，根据表 5 可得，该测点液化等级为 2 级，即液化可能性很小。通过表 6 的结果可得，概率模型可以对液化势进行可靠判别，作为确定性判别的补充。

5.2　详细案例分析

第一个案例选自唐山地震测点 T12，根据 Cai 等[20]研究成果，现场观察为液化点，深度为 3.2 m，M_w=7.8，a_{max}=0.58g，σ'_{vo}=40.5 kPa，σ_{vo}=56.7 kPa，基于这些参数，计算得到 CSR=0.57。根据 CPTU 测试参数 q_t=4.83 MPa，f_s=64.8 kPa，u_2=0.916 kPa，可计算出 $I_{c,BJ}$=1.91，q_{t1N}=82.9，进而可计算出 CRR=0.18，F_s=0.319。若不考虑输入参数的不确定性，则根据式（21）计算 P_L=0.747。如果考虑输入参数不确定性，假定 $CSR_{7.5}$，$CRR_{7.5}$ 为随机变量，并且变异系数 COV 分别为 0.05，0.02，记为 σ_s=0.05，σ_R=0.05，根据式（22）即可得到 P_L^+=0.774，P_L^-=0.719。这样

表 6 部分确定性误判案例的概率分析结果

Table 6 Probabilistic evaluation results of some cases misclassified by deterministic model

地震	测点	是否液化	q_{t1N}	$I_{c,BJ}$	F_s	P_L	等级
Hyogoken-Nanbu	Taito Kobe Factory	液化	37.5	1.57	0.300	0.761	4
Chi-Chi	NT-C2	非液化	134.1	1.66	0.734	0.356	3
Chi-Chi	YL-C1	非液化	69.8	2.22	0.913	0.209	2
Loma Prieta	McGowan 136	非液化	55.1	1.88	0.900	0.218	2

根据 1σ 原则即可得出液化概率的上下限，即 P_L =0.719～0.774。

第二个案例选自唐山地震液化案例数据点 T1，土层剖面如图 4 所示。根据 Cai 等[20]研究成果，液化关键层深度区域为 6.0～6.5 m，Ku 等[9]认为的关键层位置上界为 4.75 m，于是分析 4.75～5.25 m 这一区域（同一层土），$I_{c,RW}$>2.6，属于粉质土。

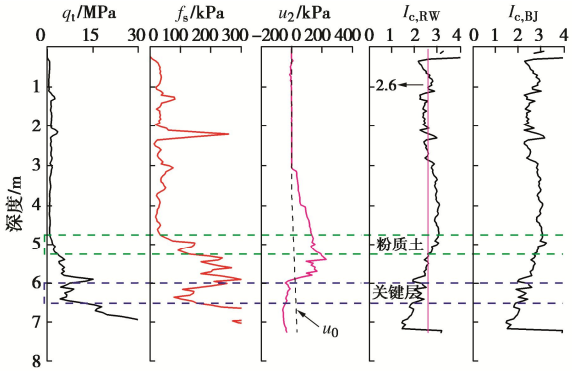

图 4 场地 T1 的 CPTU 剖面

Fig. 4 CPTU sounding profiles at location T1 in site

对于 T1 测试点，在关键层（6.0～6.5 m），基于 RW 法和本文所提的 CPTU 法得到 F_s 值（图 5），通过液化概率模型（式 21）计算的 P_L 范围在 0.6～0.78 之间。根据表 5 可知，关键层是液化层，表明本文给出的液化概率模型与液化安全系数对于液化判别的结果一致。另外，针对粉质土（4.75～5.25 m），由于这一区域的 $I_{c,RW}$>2.6，利用 RW 方法[5]时需结合其他标准进行验证。另外，采用 RW 法给出的 P_L 较小，范围在 0.25～0.50，而本文的 CPTU 法给出的 P_L 范围在 0.75～0.78，与实际液化结果一致。再次体现本文所提 CPTU 液化概率模型的优势。

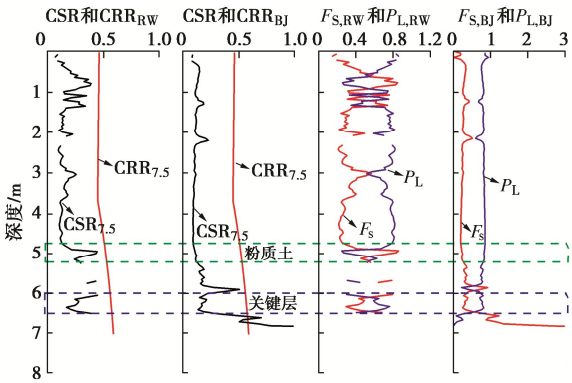

图 5 场地 T1 的液化结果分析

Fig. 5 Analysis of liquefaction results of T1 in site

重复上述方法给出 $CSR_{7.5}$，$CRR_{7.5}$ 随机变量不同的 COV 组合，$CSR_{7.5}$ 变化为 0，0.05，0.10，0.15，以 0.05 的梯度递增；而 $CRR_{7.5}$ 则以 0.02 的梯度递增，$CRR_{7.5}$ 的变化为 0.02，0.04，0.06，0.08。当 $CSR_{7.5}$ 的 COV 固定为 0.05 时，分别组合不同的 CRR 的 COV。这样可获得每种组合下的液化概率上下限，汇总如表 7 所示。从表 7 可看出，在一些组合下，液化概率非常高，通过 1σ 原则可看到液化概率可高达 0.865，随着输入参数不确定性程度的增加，通过 1σ 原则获得的液化概率上下限的范围越来越大，表明计算的液化概率的不确定性程度增大。更进一步表明相同的安全系数 F_s，随着输入参数的不确定性程度的不同，会产生不同程度的液化概率 P_L 的不确定性。仅靠 F_s 无法解释输入参数的不确定性影响。值得注意的是如果要较为准确地评估的液化概率，则需要准确地获取输入参数的不确定性。但事实上很难非常准确地获取这些输入参数的不确定性，即使获取到较为准确的参数不确定性信息，实际上液化概率也是一个范围，并非一个值。综上所述，通过 1σ 原则能够给出较好的评价。

表 7 输入参数的变化引起液化概率的变化

Table 7 Change of liquefaction probability with change of input parameters

$CSR_{7.5}$ 变异系数	$CRR_{7.5}$ 变异系数	P_L^+	P_L^-
0	0.02	0.774	0.719
0.05	0.02	0.791	0.690
0.10	0.02	0.804	0.653
0.15	0.02	0.816	0.605
0	0.04	0.799	0.689
0.05	0.04	0.813	0.655
0.10	0.04	0.824	0.613
0.15	0.04	0.833	0.559
0	0.06	0.823	0.658
0.05	0.06	0.834	0.620
0.10	0.06	0.843	0.573
0.15	0.06	0.850	0.513
0	0.08	0.844	0.625
0.05	0.08	0.853	0.583
0.10	0.08	0.860	0.531
0.15	0.08	0.865	0.466

液化概率的不确定性可由液化概率的标准差表示，根据一阶可靠度分析原理，液化概率的标准差可采用下式估计：

$$\sigma_{P_L} = \frac{P_L^+ - P_L^-}{2} \quad 。 \tag{23}$$

为了进一步研究$CSR_{7.5}$和$CRR_{7.5}$参数不确定性对液化概率不确定性的影响，图 6 给出了 $CSR_{7.5}$ 和 $CRR_{7.5}$变异系数与液化概率标准差的关系曲线。由图 6 可知，随着输入参数不确定性的增加，计算出的液化概率的标准差也随之增加。因此，对于工程师来说，需要减少输入参数的不确定性，以降低液化概率的不确定性。

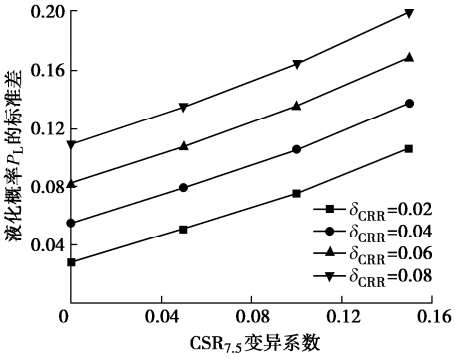

图 6 $CSR_{7.5}$和$CRR_{7.5}$变异系数与液化概率标准差的关系

Fig. 6 Relationship between coefficient of variation of CSR and CRR and standard deviation of liquefaction probability

6 结　　论

（1）所提出的 CPTU 液化概率模型与 CPTU 确定性模型相一致，更直接、更符合力学框架，表现在土壤类型信息 $I_{c,BJ}$直接包含在液化判别公式中，无需根据土壤细粒含量进行贯入阻力的修正。并且 $I_{c,BJ}$中包含有孔压参数比 B_q，对粉质土的贯入行为更敏感有效，无需钻孔取样室内试验，即可给出砂质土和粉质土统一液化概率法。

（2）通过贝叶斯信息准则（BIC）评价概率模型性能，当随机变量 Z 服从正态分布且为常数变异系数 δ 时，概率模型效果最佳，该概率模型的一个显著优点是适用于更广范围的土体。

（3）采用加权最大似然加权估计方法，建立了 F_s 与 P_L 的相关关系，给出了 CPTU 液化概率模型，该模型考虑了模型固有不确定性和参数不确定性。当 F_s =1 时，液化发生的概率 P_L =15.2%。

（4）通过对比分析得出本文提出的概率模型与 Chen 模型趋势相近，在安全系数相同时，式（21）计算的液化概率相较于 Ku 模型低，即本文所提出的确定性模型（式（2））相较于 Robertson 和 Wride 模型偏于保守。通过敏感度分析得出权重因子计算方法对概率模型的影响较小。

参考文献：

[1] SEED H B, IDRISS I M. Simplified procedure for evaluating soil liquefaction potential[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1971, **97**(9): 1249-1273.

[2] YOUD T L, IDRISS I M. Liquefaction resistance of soils: summary report from the 1996 NCEER and 1998 NCEER/NSF workshops on evaluation of liquefaction resistance of soils[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2001, **127**(4): 297-313.

[3] 袁晓铭, 曹振中. 基于土层常规参数的液化发生概率计算公式及其可靠性研究[J]. 土木工程学报, 2014, **47**(4): 99-108. (YUAN Xiaoming, CAO Zhenzhong. Conventional soils parameters-based liquefaction probabilistic evaluation formula and its reliability analysis[J]. China Civil Engineering Journal, 2014, **47**(4): 99-108. (in Chinese))

[4] 蔡国军, 刘松玉, 童立元, 等. 基于静力触探测试的国内外砂土液化判别方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, **27**(5): 1019-1027. (CAI Guojun, LIU Songyu, TONG Liyuan, et al. Evaluation of liquefaction of sandy soils based on cone penetration test[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, **27**(5): 1019-1027. (in Chinese))

[5] ROBERTSON P K, WRIDE C F. Evaluating cyclic liquefaction potential using the cone penetration test[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1998, **35**(3): 442-459.

[6] BOULANGER R W, IDRISS I M. CPT-based liquefaction triggering procedure[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2016, **142**(2): 4015065.

[7] BRAY J D, SANCIO R B. Assessment of the liquefaction susceptibility of fine-grained soils[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2006, **132**(9): 1165-1177.

[8] DUAN W, CONGRESS S S C, CAI G J, et al. Empirical correlations of soil parameters based on piezocone penetration tests (CPTU) for Hong Kong-Zhuhai-Macau Bridge (HZMB) Project [J]. Transportation Geotechnics, 2021, **30**: 100605.

[9] KU C S, JUANG C H, CHANG C W, et al. Probabilistic version of the Robertson and Wride method for liquefaction evaluation: development and application[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2012, **49**(1): 27-44.

[10] LIAO S S C, VENEZIANO D, WHITMAN R V. Regression models for evaluating liquefaction probability[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1988, **114**(4): 389-411.

[11] MOSS R E, SEED R B, KAYEN R E, et al. CPT-based probabilistic and deterministic assessment of in situ seismic soil liquefaction potential[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2006, **132**(8): 1032-1051.

[12] 陈国兴, 李方明. 基于径向基函数神经网络模型的砂土液化概率判别方法[J]. 岩土工程学报, 2006, **28**(3): 301-305. (CHEN Guoxing, LI Fangming. Probabilistic estimation of sand liquefaction based on neural network model of radial basis function[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, **28**(3): 301-305. (in Chinese))

[13] JUANG C H, CHING J, KU C S, et al. Unified CPTu-based probabilistic model for assessing probability of liquefaction of sand and clay[J]. Géotechnique, 2012, **62**(10): 877-892.

[14] JUANG C H, CHEN C H, MAYNE P W. CPTU simplified stress-based model for evaluating soil liquefaction potential[J]. Soils and Foundations, 2008, **48**(6): 755-770.

[15] HUANG G B. An insight into extreme learning machines: random neurons, random features and kernels[J]. Cognitive Computation, 2014, **6**(3): 376-390.

[16] CETIN K O, SEED R B, DER KIUREGHIAN A, et al. Standard penetration test-based probabilistic and deterministic assessment of seismic soil liquefaction potential[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2004, **130**(12): 1314-1340.

[17] ZHAO Z N, DUAN W, CAI G J. A novel PSO-KELM based soil liquefaction potential evaluation system using CPT and V_s measurements[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2021, **150**: 106930.

[18] CHEN C J, JUANG C H. Calibration of SPT- and CPT-based liquefaction evaluation methods[C]//Geo-Denver 2000. Denver: American Society of Civil Engineers, 2000: 49-64.

[19] CHEN G X, KONG M Y, KHOSHNEVISAN S, et al. Calibration of V_s-based empirical models for assessing soil liquefaction potential using expanded database[J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2019, **78**(2): 945-957.

[20] CAI G J, LIU S Y, PUPPALA A J. Liquefaction assessments using seismic piezocone penetration (SCPTU) test investigations in Tangshan region in China[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2012, **41**: 141-150.

《岩土工程学报》征订启事

《岩土工程学报》创办于 1979 年，是我国水利、土木、力学、建筑、水电、振动等六个全国性学会联合主办的学术性科技期刊。由南京水利科学研究院承办，国内外公开发行。主要刊登土力学、岩石力学领域中能代表当今先进理论和实践水平的科学研究和工程实践成果等。报道新理论、新技术、新仪器、新材料的研究和应用。欢迎国家自然科学基金项目及其他重要项目的研究成果向本刊投稿，倡导和鼓励有实践经验的作者撰稿，并优先刊用这些稿件。主要栏目有黄文熙讲座、综述、论文、短文、工程实录、焦点论坛、讨论和简讯等。

本刊被《中文核心期刊要目总览》连续多年确认为核心期刊，并在建筑类核心期刊中位于前列；本刊被科技部“中国科技论文统计源期刊”（中国科技核心期刊）及“中国科技论文与引文数据库”收录；本刊被中国科学院“中国科学引文数据库”收录；本刊被“中国知网”全文收录及“中国学术期刊综合评价数据库”收录；本刊被“工程索引 Ei Compendex 数据库”和“日本科学技术振兴机构数据库 JST”等国际数据库收录。本刊网址（www.cgejournal.com）全文发布本刊所有刊载文章。

本刊读者对象为土木建筑、水利电力、交通运输、矿山冶金和油气资源等行业中从事岩土力学与岩土工程专业的科研、设计、施工、监理和学习人员。

本刊为月刊，A4 开本，双栏排版，220 页，每月中旬出版，每期定价 40 元，全年定价 480 元。

本刊国际标准刊号 ISSN 1000－4548，国内统一刊号 CN 32－1124/TU，国内发行代号 28－62，国外发行代号 MO 0520。欢迎广大读者在全国各地邮局订购，也可在编辑部订购（不另收邮费）。编辑部订购地址：南京虎踞关 34 号《岩土工程学报》编辑部；邮编：210024；联系电话：025-85829534，85829543，85829553，85829556；传真：025-85829555；E-mail: ge@nhri.cn。

（本刊编辑部）