

DOI: 10.11779/CJGE2020S2018

# 渗漏点高度对寒区加高渠道不协调变形的影响

郭万里<sup>1, 2</sup>, 蔡正银<sup>\*1, 2</sup>, 王 羿<sup>3</sup>, 黄英豪<sup>1, 2</sup>, 张 晨<sup>2</sup>

(1. 土石坝破坏机理与防控技术水利部重点实验室, 江苏 南京 210024; 2. 南京水利科学研究院岩土工程研究所, 江苏 南京 210024;  
3. 西北农林科技大学旱区水工程安全研究中心, 陕西 杨凌 712100)

**摘要:** 寒区渠道由于水位和温度的周期性变化, 渠基土经历“湿干冻融”循环作用, 这将加剧加高渠道的不协调变形。因此, 以北疆输水渠道加高改造工程为例, 结合有限元计算结果分析了不同渗漏点高度对渠坡不协调变形的影响, 主要结论如下: ①渠坡不协调变形最显著的时间点出现在“冻”的阶段, 但是并非出现在温度最低点, 而是出现在温度由最低温度开始向上回升时; ②当渗漏点在渠坡中点附近时, 加高层引起的渠坡不协调变形最显著, 渠坡与衬砌之间的漏空变形最大, 且随着“湿干冻融”循环次数的增大而增大, 并有逐渐趋于稳定的趋势; ③渗漏点高于渠坡中点时, 虽然渠坡冻胀变形增大, 但是不协调变形引起的渠坡与衬砌之间的漏空变形反倒降低。渗漏点低于渠坡中点时, 渠坡冻胀变形和不协调变形都较低。可见, 渠坡冻胀量大并不一定意味着加高渠坡不协调变形大, 渗漏点位置较低时, 冻胀量越小且加高渠道的不协调变形也最小, 是一种最理想的工况。

**关键词:** 加高渠道; 不协调变形; 湿干冻融; 渗漏; 寒区

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2020)S2-0100-06

作者简介: 郭万里(1990—), 男, 博士, 高级工程师, 主要从事土体基本性质及本构关系、冻土工程方面的研究工作。  
E-mail: guowljs@163.com

## Influences of height of leakage point on uncoordinated deformation of heightening canals in cold areas

GUO Wan-li<sup>1,2</sup>, CAI Zheng-yin<sup>\*1,2</sup>, WANG Yi<sup>3</sup>, HUANG Ying-hao<sup>1,2</sup>, ZHANG Chen<sup>2</sup>

(1. Key Laboratory of Failure Mechanism and Safety Control Techniques of Earth-Rock Dam of the Ministry of Water Resources, Nanjing 210024, China; 2. Geotechnical Engineering Department, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210024, China; 3. College of Water Resources and Architectural Engineering, Northwest A&F University, Yangling 712100, China)

**Abstract:** Due to the periodic changes of water supply and temperature in canals in high cold regions, the canal soils will undergo the "wetting-drying and freeze-thaw" cycles, which will aggravate the uncoordinated deformation of the heightening canals. The influences of different heights of leakage point on the uncoordinated deformation of canal slopes is analyzed by taking the heightening canal in northern Xinjiang as an example. The main conclusions are as follows: (1) The most significant uncoordinated deformation of the canal slopes occurs at the "freezing" stage, but it does not occur at the lowest temperature point, it occurs when the temperature starts to rise from the lowest temperature. (2) When the leakage point is near the midpoint of the canal slopes, the uncoordinated deformation of the canal slopes caused by the addition of high rise is the most significant. The distance between the canal slope and the linings is the maximum, which increases with the increasing number of "wetting-drying and freeze-thaw" cycles to a constant value. (3) When the seepage point is higher than the midpoint of the canal slopes, the frost-heave deformation of the canal slopes increases, but the distance between the canal slopes and the linings caused by the uncoordinated deformation decreases. When the seepage point is lower than the midpoint of the canal slopes, the frost-heave deformation and the uncoordinated deformation of the canal slopes are both lower. It can be seen that a larger frost heave in the canal slopes does not necessarily mean a larger uncoordinated deformation in the heightening canals. When the leakage point is lower, the frost heave is the minimum and the uncoordinated deformation caused by heightening layer is also the minimum, which is an ideal working condition.

**Key words:** heightening canal; uncoordinated deformation; wetting-drying and freeze-thaw; leakage; cold area

基金项目: 国家重点研发计划重点专项项目(2017YFC0405102); 国家自然科学基金项目(51909170); 中央级公益性科研院所基本科研业务费专项资金项目(Y319010); 中国博士后科学基金项目(2018M640500)

收稿日期: 2020-08-07

\*通信作者(E-mail: zycal@nhrri.cn)

## 0 引言

长距离调水工程是实现国家水资源优化配置的重大战略举措, 对西北高寒缺水地区而言更是名副其实的生命线工程。经济的发展导致用水量增加, 寒区一些渠道的供水能力已渐显不足, 在原有渠道上进行加高扩建成为提高渠道输水能力的重要手段之一。以北疆供水工程为例, 采用贴坡加高的方式将渠道由原来的5.6 m加高到7.5 m, 由于渠道是梯形断面, 加高之后的渠道供水能力得到了显著提高。

但是, 渠道加高后面临的一大工程问题是渠坡的不协调变形。寒区冬季气温低, 可达-30℃; 渠道输水主要集中在春夏季, 因此, 供水和气温都是周期性变化的。若渠道防渗体系完好, 无渠水渗漏, 则对渠基土而言只会经历“冻融”循环。事实上, 渠道在实际运行过程中难免出现渗漏, 根据渠道管理部门的监测数据, 不同的断面渗漏点高度不同: 最高渗漏点与渠水位齐平, 最低渗漏点发生在渠底。可见, 渗漏断面的渠基土同时也经历了“干湿”循环。以1 a为周期, 渠基土经历了“干湿”循环和“冻融”循环的耦合作用, 朱洵等<sup>[1]</sup>将其概括为“湿干冻融”耦合循环<sup>[1]</sup>。

渠道渗漏点高度决定了渠道浸润线的位置, 一方面, 渠水入渗本身会造成渠基土性质的劣化, 使得渗漏点以上和以下的渠基土性质产生差异, 加剧渠坡的不协调变形。另一方面, 渠水入渗之后, 浸润线以下土体逐渐饱和, 使得冻胀作用更加显著, 进一步加剧渠坡的不协调变形。渗漏点下部的土体经历“湿干冻融”耦合循环作用, 劣化程度将显著高于上部土体<sup>[1]</sup>, 渠坡的不协调变形可能会持续增大, 对坡面衬砌产生危害, 甚至导致衬砌的架空、断裂及剥落等, 严重影响渠道的正常运行<sup>[2-5]</sup>。

由此可见, 渗漏点高度是影响加高渠道不协调变形的主要因素之一。但是, 该问题在此前并未被重点关注, 主要原因在于普通地区的输水渠道无需考虑“冻融”循环或者“冻融”循环的影响较小; 且基本能够保证全年供水, “干湿”循环的影响也较小, 渠基土的性质常年能保持较为稳定的状态, 渠坡不协调变形不明显。

本文将以北疆寒区输水渠道加高改造工程为背景, 结合水-热-力三场耦合计算理论, 计算分析不同渗漏点高度下渠坡的变形特性, 并重点分析不同渗漏点高度对渠坡不协调变形的影响, 为工程设计、施工、运行维护以及相关研究提供科学依据。

## 1 模型建立

### 1.1 边界条件

北疆供水渠道改扩建工程中, 老渠道为挖方工程, 主要土料为膨胀土, 渠顶高度为5.6 m, 边坡坡度1:2, 如图1所示; 渠道加高改造是填方工程, 采用就近取材的原则, 主要填筑料为戈壁料, 采用贴坡加高的方法, 加高之后的渠顶高度为7.5 m, 如图1所示。

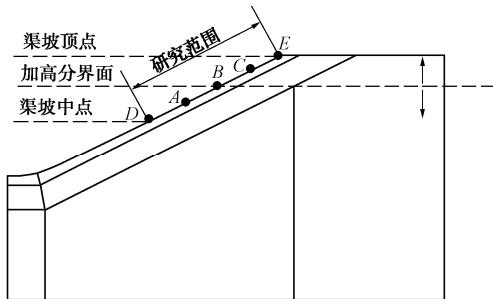


图1 加高渠道横断面

Fig. 1 Cross section of heightening canal

由加高层引起的渠坡不协调变形主要集中在老渠坡中部以上, 对于北疆输水渠道, 该渠坡段是图1中的DE段。其中, B为坡面加高分界点, E为渠坡顶点, D点为加高后渠坡的中部。

将DE坡段均匀选取21个点为研究点, 通过分析各点的法向变形来分析DE段渠坡的变形特性。其中, A为DB中点, C为BE中点。

北疆供水渠道并非全年供水, 而是只集中在春夏季供水, 冬季气温很低, 因此, 以一年为一个周期, 渠道的水分和温度都是周期性变化的, 呈现出“湿干冻融”循环的特点。以一个周期为例, 有限元计算中的主要边界条件如图2所示。

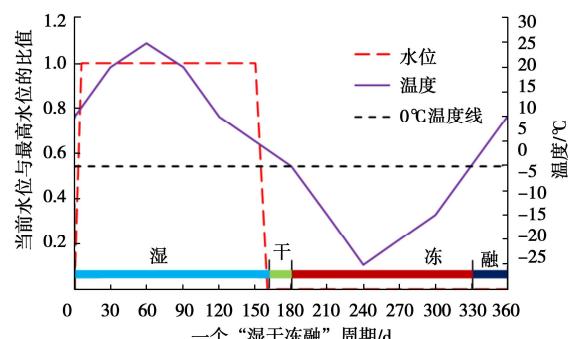


图2 水位和温度的周期性变化

Fig. 2 Periodic changes in water level and temperature

根据对渠基土在“湿干冻融”循环下的室内单元试验所总结的规律, 渠基土的劣化在经历5个循环周期后会逐渐趋于稳定。因此, 本文计算了渠道在5个“湿干冻融”循环周期内的变形特性, 每个周期内“湿干冻融”四个状态对应的时间节点如表1所示。

有限元计算所采用的“水-热-力”三场耦合计算

方法在笔者此前的研究中已有详细的介绍和验证，渠道正常运行时的水位为 5.5 m，此处不再赘述。

表 1 有限元计算边界条件变化的时间节点

Table 1 Time points of change of boundary conditions in finite element analysis

状态	第 1 年	第 N 年	边界条件
湿	6	360(N-1)+6	水位从 0 m 上升到最高水位
	150	360(N-1)+150	持续供水到降水前
	160	360(N-1)+160	水位下降到 0 m
干	180	360(N-1)+180	温度下降到 0
	240	360(N-1)+240	温度下降到 -20°C
冻	330	360(N-1)+330	温度上升到 0°C
	360	360(N-1)+360	融化阶段

## 1.2 计算方案

渠道计算有限元网格如图 3 所示。理论上讲，若渠道防渗体系完好，渠道不会发生渗漏，渠道土体将没有水分的持续补充。然而，根据管理部门提供的监测资料，较多断面出现了渗漏情况。最严重的渗流断面，渗漏点高度与渠水正常运行高度持平，都为 5.5 m；有的渗漏则发生在渠底，即渗漏点高度为 0 m。因此，本文设计了 4 种计算方案，渗漏点高度分别为 5.5, 4.0, 2.0, 0 m，如图 3 所示。

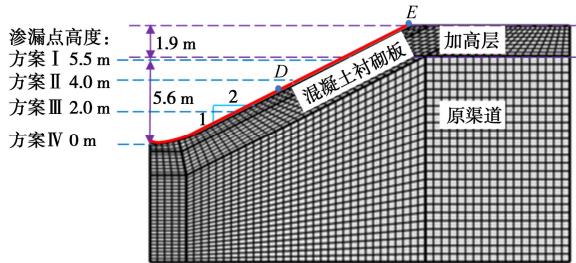


图 3 不同计算方案对应的渗漏点高度

Fig. 3 Heights of leakage point corresponding to different calculation schemes

图 3 中，方案 I 是典型工况，对应的是渗漏点与渠水位齐平，都为 5.5 m。方案 IV 也是典型工况，对应的是渗漏点在渠底，高度为 0 m。方案 II 对应的渗漏点高度为 4.0 m，高于 D 点 (3.7 m)，方案 III 对应的渗漏点高度为 2.0 m，低于 D 点 (3.7 m)。

综上可见，4 种计算方案中，5.5, 4.0 m 这两种方案渗漏点高于 D 点，2.0 m 和 0 m 这两种方案是渗漏点低于 D 点，计算方案设计较为合理。

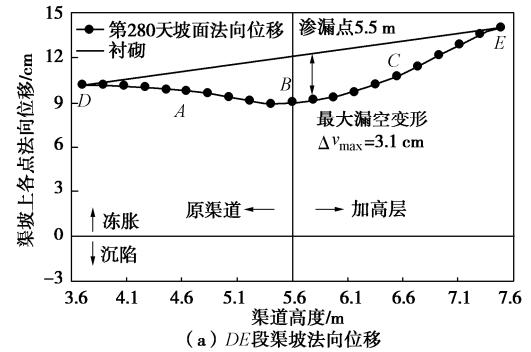
## 2 渗漏点高度影响分析

### 2.1 不协调变形指标

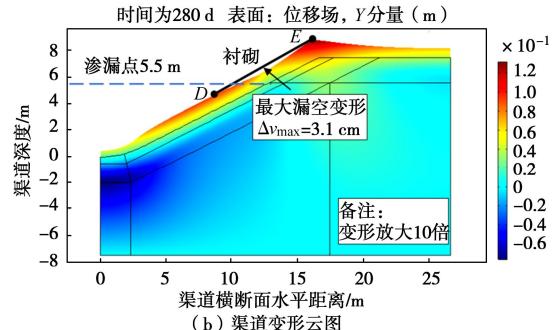
如何描述不协调变形的程度，笔者<sup>[6]</sup>提出用衬砌与渠基土之间产生的漏空变形来表征。由渠道加高层引起的渠坡不协调变形主要集中在渠道的上部，即图 1 中的 DE 段，DE 段衬砌与土体之间在“湿干冻融”

的作用下会产生漏空，其中最大漏空值即为所定义的最大漏空变形  $\Delta v_{\max}$ 。

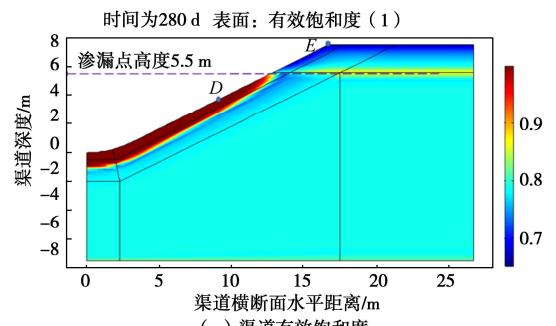
以渗漏点高度为 5.5 m 计算结果为例，第 280 天时 DE 段坡面法向位移如图 4 (a) 所示，由图 2 可见，第 280 天时，温度约为 -15°C，渠道正处于“冻”的阶段。因此，渠道土体冻胀变形，产生垂直于坡面向上的法向位移，DE 段衬砌被顶起。



(a) DE 段渠坡法向位移



(b) 渠道变形云图



(c) 渠道有效饱和度

Fig. 4 Maximum values of  $\Delta v_{\max}$  at height of leakage point of 5.5 m

由于渗漏高度为 5.5 m，老渠坡中点附近的 D 点处于渠道渗漏点以下，为饱和区域，如图 4 (c) 所示；位于渠顶的 E 点是双向冻结，易产生冻胀变形的点。因此，DE 两个端点在该冻胀时间段内分别成为老渠道和加高层冻胀位移最大的点，如图 4 (a) 所示，将 DE 段衬砌顶起，使得渠道土体与衬砌之间产生了漏空区域，如图 4 (b) 所示。最大漏空变形位于 B 点附近，即加高层与老渠道的分界面附近，为  $\Delta v_{\max}=3.1$  cm。

根据图 4 中定义的最大漏空变形  $\Delta v_{\max}$ ，以渗漏

点高度为 5.5 m 工况的第一个周期为例, 在 360 d 内 DE 段最大漏空变形  $\Delta v_{\max}$  如图 5 所示。从 0~180 d, 最大漏空变形  $\Delta v_{\max}$  较小, 基本可以忽略, 漏空主要来源于通水后老渠坡在水荷载作用下产生了微小变形, 而加高层在水位以上, 无水压力作用, 因此 DE 段产生了微小漏空。180 d 以后, 温度变为负温, 渠基土开始产生冻胀, 随着冻胀时间的延续, 冻胀量持续增大, 最大漏空变形  $\Delta v_{\max}$  也逐渐增大, 在 280 d 左右达到最大, 为 3.1 cm。随后, 随着温度的回升, 冻胀量变小, 最大漏空变形  $\Delta v_{\max}$  逐渐小。

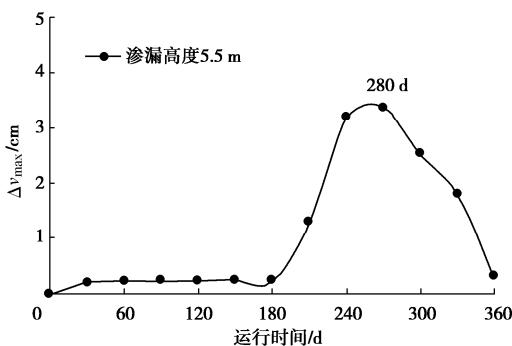


图 5 第一个周期内最大冻胀变形的变化曲线

Fig. 5 Curve of  $\Delta v_{\max}$  in first period

值得注意的是, 280 d 时温度为  $-15^{\circ}\text{C}$ , 并不是全年温度最低的时间点, 温度最低点出现在第 240 天, 为  $-20^{\circ}\text{C}$ , 如图 2 所示。但是, 由图 5 可见, 第 240 天时, 最大漏空变形  $\Delta v_{\max}$  并不是最大, 略小于第 280 天。其原因在于, 第 280 天介于温度最低点 (240 天,  $-20^{\circ}\text{C}$ ) 至温度回升至  $0^{\circ}\text{C}$  (330 天) 之间, 与第 330 天相比, 第 280 天的温度  $-15^{\circ}\text{C}$  远低于第 330 天时的  $0^{\circ}\text{C}$ ; 与第 240 天相比, 第 280 天冻结时间更长, 且温度较为接近。换言之, 第 280 天可视为每个周期内冻结时间与冻结温度综合作用下冻胀效果最显著的时间节点, 此时新老渠坡漏空变形  $\Delta v_{\max}$  达到最大, 新老渠坡不协调变形最为显著。因此, 在以下研究中, 将各个周期内的第 280 天作为考察最大不协调变形的时间节点。

## 2.2 渗漏点高度的影响

图 6 整理了 4 种计算方案在每个周期 280 d 时的最大漏空变形  $\Delta v_{\max}$ 。从图 6 中可以看出关于  $\Delta v_{\max}$  的两个重要特征:

(1) 各周期内的最大漏空变形  $\Delta v_{\max}$  在渗漏点高度为 0~2 m 范围内时基本都相同, 处在最低的水平; 然后,  $\Delta v_{\max}$  随着渗漏点高度的增大而增大, 在渗漏点高度为 4 m 时,  $\Delta v_{\max}$  达到最大值; 渗漏点高度继续增大到 5.5 m 时, 最大漏空变形  $\Delta v_{\max}$  反倒降低。

(2) 渗漏点高度为 4 m 时, 最大漏空变形  $\Delta v_{\max}$

最大, 且随着“湿干冻融”循环次数的增大而增大, 并有逐渐趋于稳定的趋势。

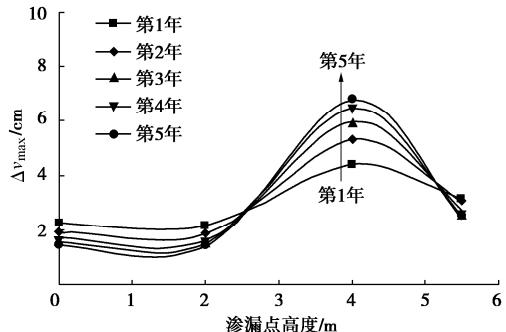


图 6 最大漏空变形  $\Delta v_{\max}$  与渗漏点高度的关系

Fig. 6 Relationship between  $\Delta v_{\max}$  and height of leakage point

第(2)个特征比较容易理解, 以渗漏点高度 4.0 m 为例, 如图 7 所示, 随着“湿干冻融”循环次数的增加, 渠坡冻胀量会逐年积累, 最大漏空变形  $\Delta v_{\max}$  随着“湿干冻融”循环次数的增加而增大, 由第一年的 4.4 cm 逐步升高到第 5 年的 6.8 cm。但是,  $\Delta v_{\max}$  不会一直增大, 而是逐渐趋向于稳定, 这是由于经过多次“湿干冻融”循环作用以后, 渠基土的性质会逐渐趋于稳定<sup>[1]</sup>, 因此渠坡与衬砌之间的漏空也会逐渐趋于稳定。

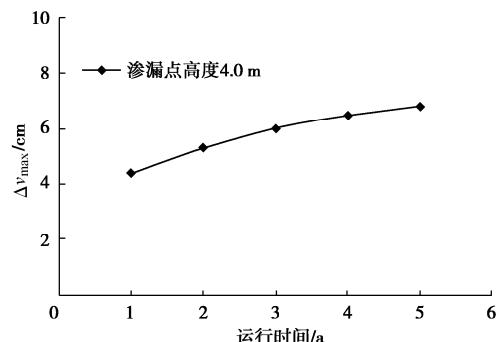


图 7 最大漏空变形  $\Delta v_{\max}$  与运行年份的关系

Fig. 7 Relationship between  $\Delta v_{\max}$  and years

图 6 中第(1)个规律则比较反常: 直观印象中, 渗漏点高度越高, 渠坡饱和区域面积越大, 则渠坡上的冻胀量越大, 不协调变形应越显著, 即最大漏空变形  $\Delta v_{\max}$  应随着渗漏点高度的增大而增大。但是, 图 6 中的计算结果则显示渗漏点高度为 4 m 时  $\Delta v_{\max}$  最大, 渗漏点高度为 5.5 m 时  $\Delta v_{\max}$  比 4 m 时要低。

渗漏点高度越高, 渠坡上的冻胀变形越大, 这一规律是毋庸置疑的。图 8 绘制了 DE 渠坡段土体的平均冻胀变形, 用  $v_{DE}$  来表示。由图 8 可见, 随着渗漏点高度增大,  $v_{DE}$  是单调增大的, 在渗漏点高度为 5.5 m 时,  $v_{DE}$  达到最大值; 且 DE 段的平均冻胀变形  $v_{DE}$  是逐年增大的, 增加幅度逐年放缓, 有趋于稳定的趋势。

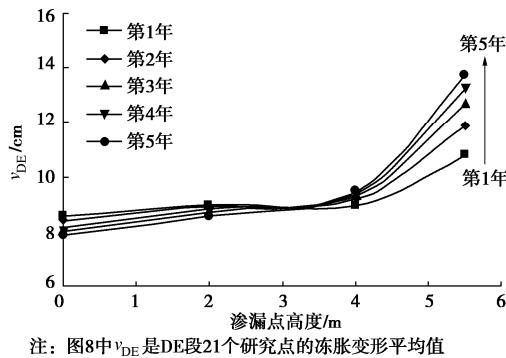


图 8 DE 段渠坡平均冻胀法向位移与渗漏点高度的关系

Fig. 8 Relationship between normal displacement of canal slope of DE section and height of leakage points

图 8 显示, 渗漏点高度为 5.5 m 时, DE 段渠坡的平均冻胀变形显著高于渗漏点 4.4 m。但是, 渠坡上的冻胀变形越大, 并不一定造成 DE 段不协调变形越大, 不协调变形主要根据渠坡上各点的相对法向位移来决定。以第 1 个周期 280 d 这一时间节点时渗漏点高度为 5.5, 4.0, 2 m 的计算结果为例进行具体分析, 分别如图 4, 9, 10 所示。

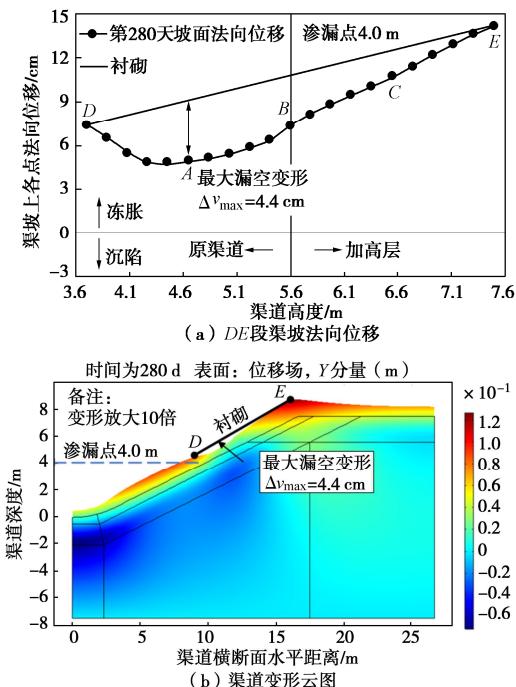


图 9 渗漏点高度 4.0 m 时渠坡最大漏空变形

Fig. 9 Maximum values of  $\Delta v_{\max}$  at height of leakage point of 4.0 m

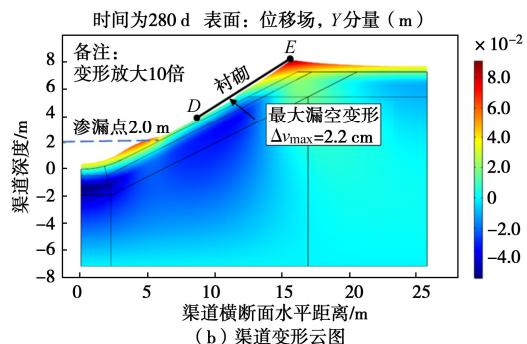
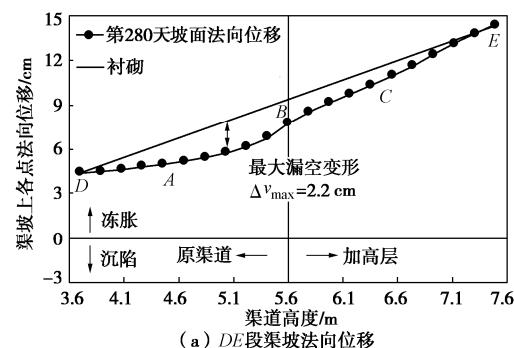


图 10 渗漏点高度 2.0 m 时渠坡最大漏空变形

Fig. 10 Maximum values of  $\Delta v_{\max}$  at height of leakage point of 2.0 m

由图 4 (a), 9 (a), 10 (a) 可见, 渗漏点高度为 5.5, 4.0, 2.0 m 时, 位于渠顶处的 E 点法向冻胀变形基本相同, 都约为 14 cm 左右, 这是由于 E 点处于渠顶, 高度为 7.5 m, 远在渗漏点以上, 不受渗漏点高度的影响。此前已分析, 280 d 时的漏空都是由于衬砌被 E、D 两点顶起, 因此, 在 E 点冻胀变形都一样的情况下, 最大漏空变形  $\Delta v_{\max}$  主要取决于 D 点的冻胀变形和 DE 段渠基土的冻胀, 3 个方案对比分析如下:

(1) 方案 I 中, D 点高度为 3.7 m, 渗漏点高度为 5.5 m, D 点处于渗漏点以下的饱和区域, 冻胀变形也较大, 约为 10 cm, 如图 4 所示; DB 段也基本都处于浸润线以下, 冻胀变形同样可观, DB 渠坡与衬砌之间的漏空并不大。造成漏空区主要集中在加高层的 BE 段, 最大漏空变形为 3.1 cm。

(2) 方案 II 中, 渗漏高度为 4.0 m 时, D 点位于渗漏点以下, 冻胀量较大; 但是 D 点以上的渠坡 AB 段都处于渗漏点以上, 如图 9 (b) 所示, 冻胀显著小于渠顶的 E 点和位于浸润线以下的 D 点, 因此, AB 段漏空区域较大、且最大漏空变形也较大, 如图 9 (a) 所示, 最大漏空变形为 4.4 cm。

(3) 方案 III 中, 膜后水位为 0 m, 整个 DE 段都位于渗漏点以上, 没有水分补给, 在初始饱和度相同的情况下, 除了靠近渠顶的加高层冻胀量稍微较大, 渠坡上的冻胀量都较小, 反而使得整个渠坡的变形没有出现明显的冻胀变形不均匀现象, 仅结合面 B 点附近出现漏空区域, 最大漏空变形为 2.2 cm, 如图 10 所示。

可见, 渗漏点接近渠道中点 (D 点) 时, 如高度为 4.0 m, 加高分界面 B 点在渗漏点以上, B 点附近的渠坡冻胀变形较小, 而 D 点和 E 点两个端点的冻胀变形较大, 反倒使得渠坡与衬砌之间的漏空最大。渗漏点高于渠道中点 (D 点) 时, 如高度为 5.5 m, 虽然 DE 段渠坡的冻胀变形最大, 但是 DE 段渠坡上各点的

冻胀变形都很大, 使得渠坡冻胀较为均匀, 渠坡与衬砌之间的漏空反倒降低。渗漏点低于渠道中点( $D$ 点)时, 接近如渗漏点在0~2 m时,  $DE$ 段都在渗漏点以上, 没有水分补充, 冻胀变形较为均匀, 渠坡与衬砌之间的漏空最小。

综上所述, 渠坡冻胀量大并不一定意味着加高渠坡不协调变形大, 渗漏点位置较低甚至没有渗漏时, 冻胀量最小且加高渠道引起的不协调变形也最小, 是一种最理想的工况。

### 3 结 论

本文以北疆寒区加高渠道为例, 结合水-热-力三场耦合计算理论, 重点分析了不同渗漏点高度对渠坡不协调变形的影响, 主要结论如下:

(1) 每个“湿干冻融”周期内, 渠坡不协调变形最显著是出现在“冻”的阶段, 来自于渠坡的不均匀冻胀。但是时间点并非是在温度最低点, 而是出现在温度由最低温度开始向上回升时。

(2) 当渗漏点在渠坡中点附近时, 加高层引起的渠坡不协调变形最显著, 渠坡与衬砌之间的漏空变形最大, 且随着“湿干冻融”循环次数的增大而增大, 有逐渐趋于稳定的趋势。

(3) 渗漏点高于渠坡中点时, 虽然渠坡冻胀变形增大, 但是不协调变形引起的渠坡与衬砌之间的漏空变形反倒降低。渗漏点高于渠坡中点时, 渠坡冻胀变形和不协调变形都较低。

### 参考文献:

- [1] 朱 涣, 蔡正银, 黄英豪, 等. 湿干冻融耦合循环作用下膨胀土力学特性及损伤演化规律研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2019, 38(6): 1233~1241. (ZHU Xun, CAI Zheng-yin,

HUANG Ying-hao, et al. Research on mechanical properties and damage evolution law of expansive soils under cyclic action of coupling wetting-drying and freeze-thaw[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2019, 38(6): 1233~1241. (in Chinese))

- [2] 张 晨, 蔡正银, 黄英豪, 等. 输水渠道冻胀离心模拟试验[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(1): 109~117. (ZHANG Chen, CAI Zheng-yin, HUANG Ying-hao, et al. Centrifuge modelling of frost-heave of canals[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(1): 109~116. (in Chinese))
- [3] 王 翊, 王正中, 刘铨鸿, 等. 寒区输水渠道衬砌与冻土相互作用的冻胀破坏试验研究[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(10): 1799~1808. (WANG Yi, WANG Zheng-zhong, LIU Quan-hong, et al. Experimental investigations on frost damage of canals caused by interaction between frozen soils and linings in cold regions[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(10): 1799~1808. (in Chinese))
- [4] 王正中, 刘少军, 王 翊, 等. 寒区弧底梯形衬砌渠道冻胀破坏的尺寸效应研究[J]. 水利学报, 2018, 49(7): 803~813. (WANG Zheng-zhong, LIU Shao-jun, WANG Yi, et al. Size effect on frost heave damage for lining trapezoidal canal with arc-bottom in cold regions[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2018, 49(7): 803~813. (in Chinese))
- [5] 李 爽, 王正中, 高兰兰, 等. 考虑混凝土衬砌板与冻土接触非线性的渠道冻胀数值模拟[J]. 水利学报, 2014, 45(4): 497~503. (LI Shuang, WANG Zheng-zhong, GAO Lan-lan, et al. Numerical simulation of canal frost heaving considering nonlinear contact between concrete lining board and soil[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2014, 45(4): 497~503. (in Chinese))

(编校: 孙振远)